

場の変形に基づく2次元離散分布間の最適輸送

奥 牧人 (富山大学)

要点

- 分布から分布でなく **場から場への変形** に基づく **最適輸送** を提案
- 基本アイデアは元の分布を **擬似拡散** で **一様分布** と対応付けること
- 利点は離散分布でも **変形の途中過程** を可視化しやすいこと

最適輸送

分布から分布への変形でコスト (量×距離の総和) が最小のもの [1]

$$D(P, Q) = \min_{\{f_{ij}\}} \sum_{i,j} f_{ij} d_{ij}$$

subject to $f_{ij} \geq 0, \sum_j f_{ij} = p_i, \sum_i f_{ij} = q_j.$

場の計算

- 一様分布への擬似拡散をバブロイドアルゴリズムで計算
- その逆変換を線形補間で計算

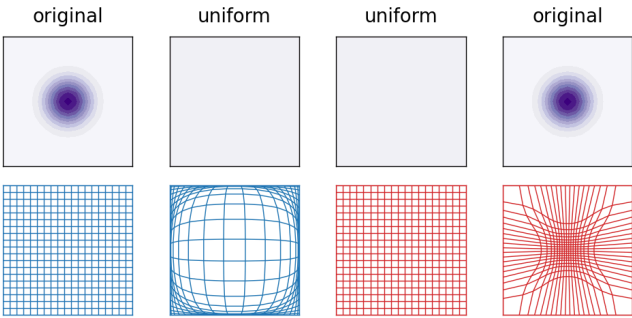


図1. 場の計算例

バブロイドアルゴリズム

- 平面グラフを **泡のような形** に変換する手法 [2]
- 各領域の面積を目標値に近づけつつ、辺の長さをなるべく短くする

$$U = \sum_{f \in F} U_f, \quad U_f = (S_f - S_f^*)^2 + \eta \sum_{(v,w) \in f} |p_w - p_v|^2.$$

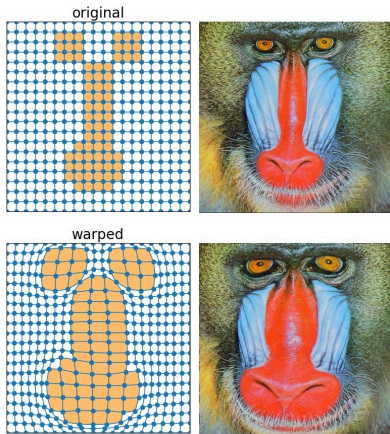


図2. バブロイドアルゴリズムの使用例 (文献[2]より転載)

結果 (人工データ)

初期分布から目標分布への場の連続変形により中間状態を補間

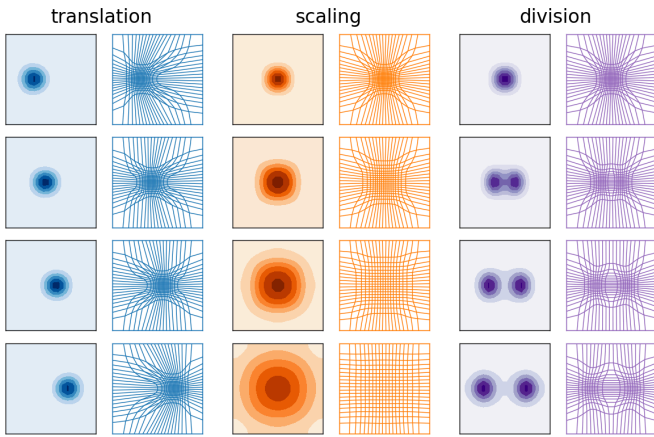


図3. 提案手法の人工データへの適用結果

結果 (実データ)

フローサイトメトリーの実験で未測定の間中状態を補間

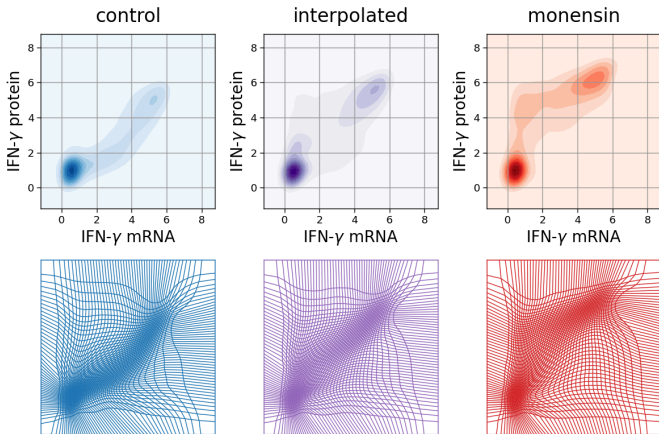
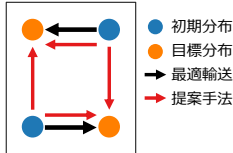


図4. 提案手法の実データ (FR-FCM-ZZCB) への適用結果

補足など

- 通常の最適輸送と必ずしも一致しない
- 拡散モデルの拡散との相違点
 - 収束先がランダムノイズでなく一様分布
 - 画素毎の変化でなく水平方向の移動



参考文献、謝辞

- Rubner, et al., Int. J. Comput. Vis. (2000).
- M. Oku: Proc. IIAI-AAI (2019).

本研究はムーンショット型研究開発事業JPMJMS2021の助成を受けたものです。