いちょう祭2019
平成31年5月3日 大阪大学サイバーメディアセンター6F

# 手作り対数表を用いたマグニチュードの計算

奥村 真善美
大阪大学大学院情報科学研究科

# 対数の定義とその性質

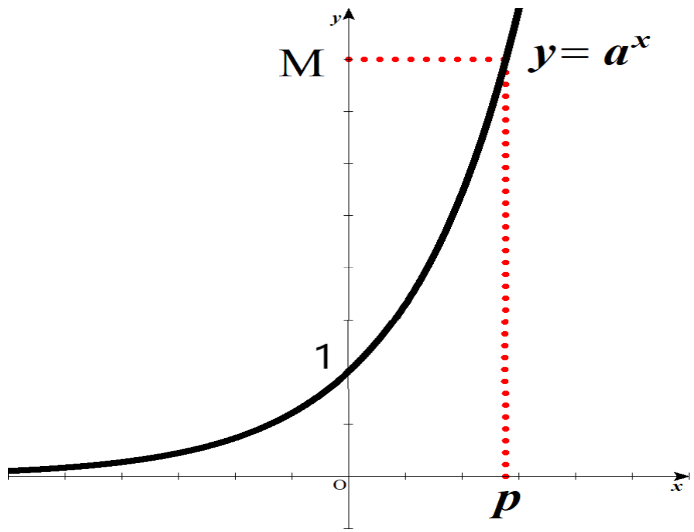
$a$ を $a > 0$, $a \neq 1$ を満たす任意の実数として固定する．$y = a^x$ において，任意の正数 $M$ に対し，

$$M = a^p$$

を満たす $p$ がただ一つ存在する．この値 $p$ を，$a$ を底とする $M$ の対数といい，

$$\log_a M$$

と表す．$M$ をこの対数の真数という．




ここで，対数について以下の性質が成り立つ．

**対数の性質**

$a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$ とし，$r$ を実数とする．このとき，

1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$,
2. $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$,
3. $\log_a M^r = r \log_a M$.

# 対数の例

$\log_{10} 100$ は，$100 = 10^2$ より 2 となる．同様にして，$\log_{10} 10$ は，$10 = 10^1$ より 1 となり，$\log_{10} 1$ は，$1 = 10^0$ より 0 となる．これは見方を変えると，

対数は真数を底で何回割ることができるか

を表しているといえる．例えば，$\log_{10} 100$ は，100 は 10 でちょうど 2 回割れるため 2，$\log_{10} 10$ は，10 は 10 でちょうど 1 回割れるため 1 となる．

ここで，$\log_{10} 50$ の値を考える． 小数を考えなければ，50 は 10 で 1 回割ることができるが，2 回割ることはできない．よって，$\log_{10} 50$ は 1 と 2 の間の値になる．

今回は，$\log_{10} 1$ と $\log_{10} 10$ の間の $\log_{10} 2$ から $\log_{10} 9$ のおよその値を求める．

# 手作り対数表

- $\log_{10} 2$

  $2^{10} = 1024 \simeq 1000$であるので，
  $$\log_{10} 2^{10} \simeq \log_{10} 1000 = 3.$$
  対数の性質3より，$10 \log_{10} 2 \simeq 3.$
  つまり，$\log_{10} 2 \simeq 0.3.$

- $\log_{10} 5$

  対数の性質2と$\log_{10} 2 \simeq 0.3$より，
  $$\begin{aligned}\log_{10} 5 &= \log_{10} \frac{10}{2} \\ &= \log_{10} 10 - \log_{10} 2 \\ &\simeq 1 - 0.3 = 0.7.\end{aligned}$$

- $\log_{10} 8$

  対数の性質3と$\log_{10} 2 \simeq 0.3$より，
  $$\begin{aligned}\log_{10} 8 = \log_{10} 2^3 &= 3 \log_{10} 2 \\ &\simeq 3 \times 0.3 = 0.9.\end{aligned}$$

| | |
|---|---|
| $\log_{10} 1$ | 0 |
| $\log_{10} 2$ | 0.3 |
| $\log_{10} 3$ | |
| $\log_{10} 4$ | |
| $\log_{10} 5$ | 0.7 |
| $\log_{10} 6$ | |
| $\log_{10} 7$ | |
| $\log_{10} 8$ | 0.9 |
| $\log_{10} 9$ | |
| $\log_{10} 10$ | 1 |

# 手作り対数表

- $\log_{10} 3$
  $3^4 = 81 \sim 80$ より，対数の性質１から，

$$\begin{aligned}\log_{10} 3^4 &\simeq \log_{10} 80 \\ &= \log_{10} 10 + \log_{10} 8 \\ &\simeq 1 + 0.9 = 1.9.\end{aligned}$$

  対数の性質３より，$4 \log_{10} 3 \simeq 1.9$.
  つまり，$\log_{10} 3 \simeq 0.475$.
- $\log_{10} 6$
  対数の性質１と上の結果より，

$$\begin{aligned}\log_{10} 6 &= \log_{10} 2 + \log_{10} 3 \\ &\simeq 0.3 + 0.475 = 0.775.\end{aligned}$$

| | |
|---|---|
| $\log_{10} 1$ | 0 |
| $\log_{10} 2$ | 0.3 |
| $\log_{10} 3$ | 0.475 |
| $\log_{10} 4$ | 0.6 |
| $\log_{10} 5$ | 0.7 |
| $\log_{10} 6$ | 0.775 |
| $\log_{10} 7$ | 0.85 |
| $\log_{10} 8$ | 0.9 |
| $\log_{10} 9$ | 0.95 |
| $\log_{10} 10$ | 1 |

# マグニチュードの公式

## 気象庁マグニチュード

$$\frac{1}{2}\log_{10}\{(A_N^2 + A_E^2) \times 10^9\} + B_D + C_D.$$

ただし,

$A_N$:変位NSの最大振幅(単位はmm), $A_E$:変位EWの最大振幅(単位はmm),
$B_D$: 以下の図から決定される値, $C_D$: 補正値(= 0.2).

マグニチュードの公式を用いて, 東北地方太平洋沖地震のマグニチュードを求める.

### 東北地方太平洋沖地震のデータ

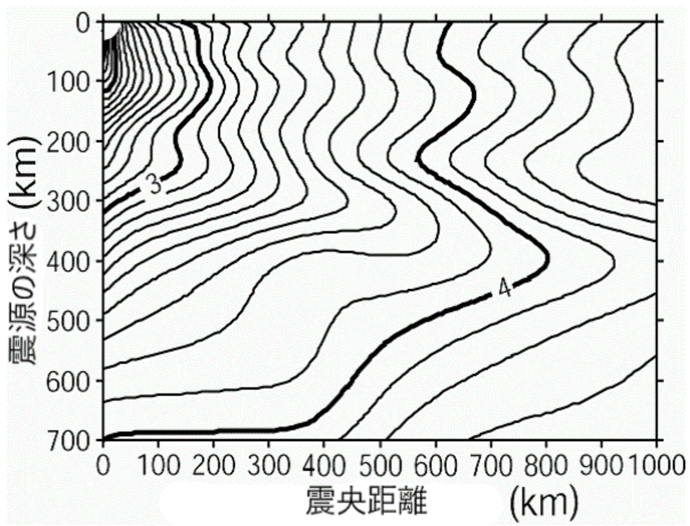
- 震源の深さ

  24km

- 震央距離

  158.5km (観測点:宮城県涌谷町新町)

よって, 右図から, $B_D = 3$.
変位NSと変位EWは別紙で定規で測定.



# マグニチュードの計算

別紙から，変位 NS の最大振幅は約 26mm，変位 EW の最大振幅は約 33mm であるので，$A_N = 26$ であり，$A_E = 33$ である．よって，マグニチュードの公式と対数の性質，そして，対数表の値を用いると，

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\log_{10}\{(26^2+33^2)\times 10^9\}+3+0.2 \\
&=\frac{1}{2}\log_{10}(676+1089)+\frac{1}{2}\log_{10}10^9+3.2 \\
&=\frac{1}{2}\log_{10}1765+7.7 \\
&\simeq\frac{1}{2}\log_{10}1800+7.7 \\
&=\frac{1}{2}(\log_{10}2+\log_{10}9+\log_{10}100)+7.7 \\
&\simeq\frac{1}{2}(0.3+0.95+2)+7.7=\frac{1}{2}\times 3.25+7.7=9.325.
\end{aligned}
$$

よって，マグニチュードのおよその値は 9.325 となる．実際に気象庁が発表した東北地震のマグニチュードは 9 であり，対数の値や測定の誤差からずれはあるが，近い値を求めることができている．

# 参考文献

[1] 岡本和夫，新版 数学II 新訂版，実教出版，2018年，pp.158–160.

[2] 森毅，指数・対数のはなし，東京図書，1999年，pp.35–48.

[3] 気象庁|強震波形(平成23年(2011年)東北地方太平洋沖地震) (最終閲覧日2019年5月1日) https://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/kyoshin/jishin/110311_tohokuchiho-taiheiyouoki/index.html

[4] 気象庁|利用の手引き (最終閲覧日2019年5月1日) https://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/bulletin/catalog/notes_j.html