# 微分方程式　小テスト問題

担当　奥島

名前　　　　　　　　　　　　学籍番号

次の微分方程式を解け。

(問 1) $y' = -ky^2$ (変数分離)

$\frac{dy}{dx} = -ky^2$

$\frac{dy}{y^2} = -k\,dx$

$\int \frac{dy}{y^2} = \int -k\,dx + c$

cは任意定数

$-y^{-1} = -kx + c$

$y^{-1} = kx - c$

$y = \frac{1}{kx - c}$　cは任意定数

(問 2) $xy' = x + y$ (変換 $u = y/x$ により変数分離形に)

$y' = 1 + \frac{y}{x}$ ……(※)

$u = \frac{y}{x}$ より $y = ux$

両辺をxでビブンして

$y' = u'x + ux' = u'x + u$

これらを(※)に代入すると

$u'x + \cancel{u} = 1 + \cancel{u}$

$u'x = 1$

$du = \frac{dx}{x}$

$\int du = \int \frac{dx}{x} + c$

$u = \log x + c$

$\frac{y}{x} = \log x + c$

$y = x(\log x + c)$　cは任意定数

# 微分方程式　小テスト問題

担当　奥島

名前　　　　　　　　　　　　学籍番号

次の微分方程式を解け。

(問 1) $y' = xy/2$ (変数分離)

$$\frac{dy}{y} = \frac{x}{2}dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{x}{2}dx + c$$

$$\log y = \frac{x^2}{4} + c$$

$$y = e^{\frac{x^2}{4}+c} = e^c e^{\frac{x^2}{4}} = k e^{\frac{x^2}{4}}$$

$$\underline{y = k e^{\frac{x^2}{4}}}$$

kは任意定数 //

(問 2) $y' = \frac{x^2+y^2}{xy}$ (変換 $u = y/x$ により変数分離形に)

$$y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{y}{x} + \frac{1}{\frac{y}{x}} = u + \frac{1}{u}$$

$y = ux$ より　$y' = u'x + ux' = u'x + u$

よって　$u'x + \cancel{u} = \cancel{u} + \frac{1}{u}$

$$u'x = \frac{1}{u}$$

$$u\,du = \frac{dx}{x}$$

$$\int u\,du = \int \frac{dx}{x} + c$$

$$\frac{u^2}{2} = \log x + c$$

$$u^2 = 2(\log x + c)$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = 2(\log x + c)$$

$$\underline{y^2 = 2x^2(\log x + c)}$$ //

cは任意定数