微積分学II 中間レポート　　担当：奥島輝昭

- 提出締切：2015年11月26日(木9–10時限)
- 以下の問に途中計算も含めて解答する。

(問1) $z = \log\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)$ のとき、
$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \Delta z$ を求める。
（ただし、$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ である。）

(問2) 座標変換 $(\rho, \phi) \mapsto (x, y)$ が

$$x = \sqrt{2\rho}\cos\phi$$
$$y = \sqrt{2\rho}\sin\phi$$

で与えられるとき、ヤコビヤン $J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(\rho,\phi)}$ を求めて、
$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ を $\frac{\partial z}{\partial \rho}, \frac{\partial z}{\partial \phi}$ で表す。

(問3) $u = x+y,\ v = x-y$ とする。偏微分方程式 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ を、u, v に関する偏微分で表し、一般解を求める。

(問4) $u = x^2yz^5$ の全微分を求める。

(問5) $x^3 - xy + y^3 = 1$ の定める陰関数の $x = 1$ における点での接線を求める。

(問6) ラグランジュの未定乗数法を用いて、$x^2 + y^2 = 1$ の条件下で、$x + y$ の停留値を求めて、極大極小を判定する。

以上