

## Цель

Изучить модели и характеристики основных типовых динамических звеньев систем управления.

## Ход работы

### 1 Безынерционное звено (пропорциональное)

Передаточная функция:

$$W(s) = k = 10.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей и полюсов нет.

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 1. Видно, что значение на выходе звена остается постоянным во времени. Увеличение коэффициента  $k$  в два раза приводит к увеличению амплитуды выходного сигнала в два раза. Таким образом, звено усиливает входной сигнал пропорционально коэффициенту  $k$ .

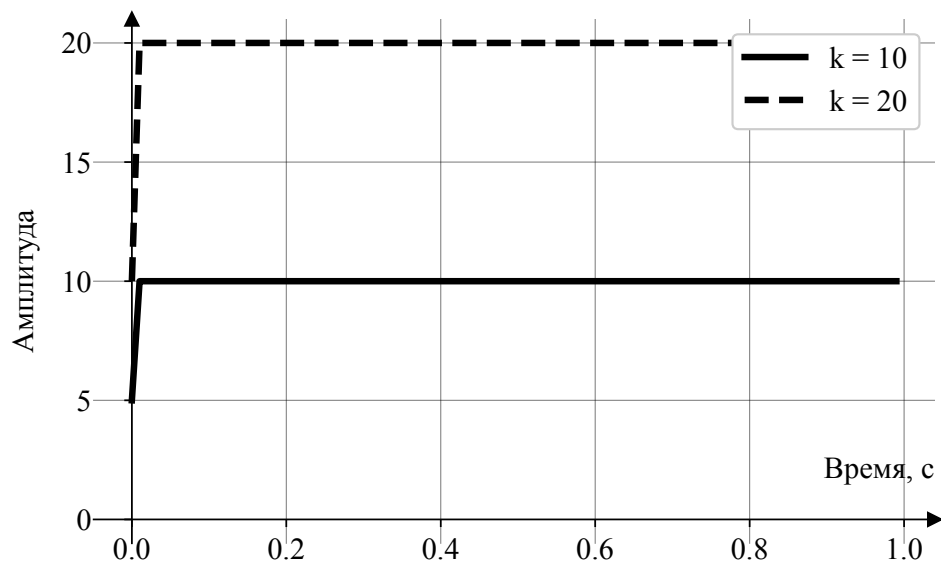


Рисунок 1 – Переходная характеристика. Безынерционное звено (пропорциональное)

График импульсной характеристики показан на рисунке 2. Видно, что у звена отсутствует реакция на импульсное входное воздействие.

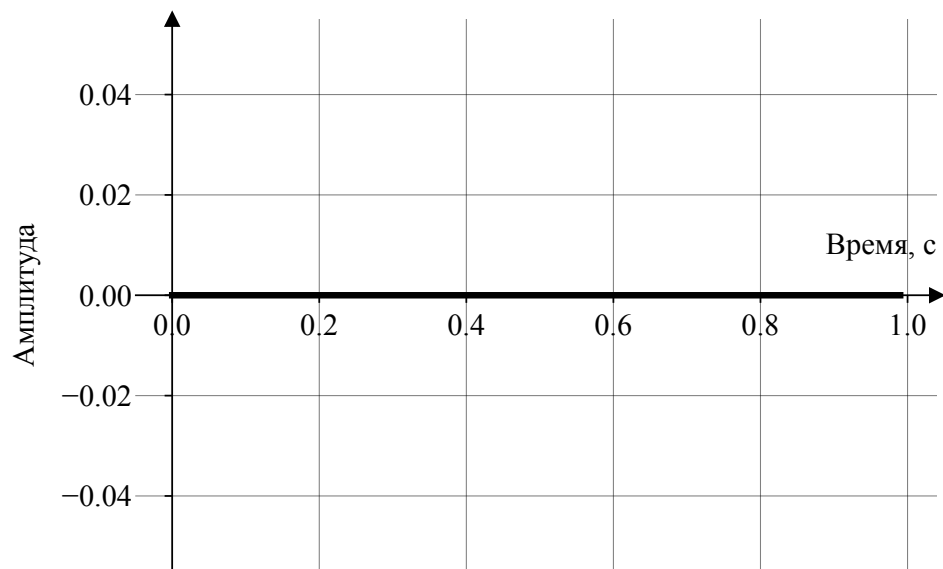


Рисунок 2 – Импульсная характеристика. Безынерционное звено (пропорциональное)

### **Частотные характеристики**

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 3. Видно, что с увеличением частоты воздействия, амплитуда и фаза выходного сигнала не изменяются.

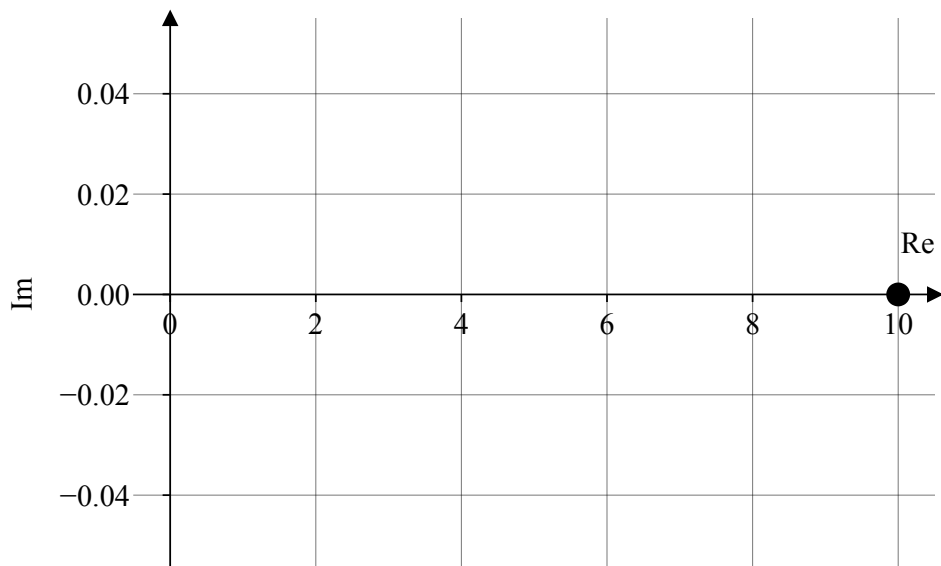


Рисунок 3 – АФЧХ. Безынерционное звено (пропорциональное)

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 4. Графики АЧХ и ФЧХ подтверждают сделанный по АФЧХ вывод.

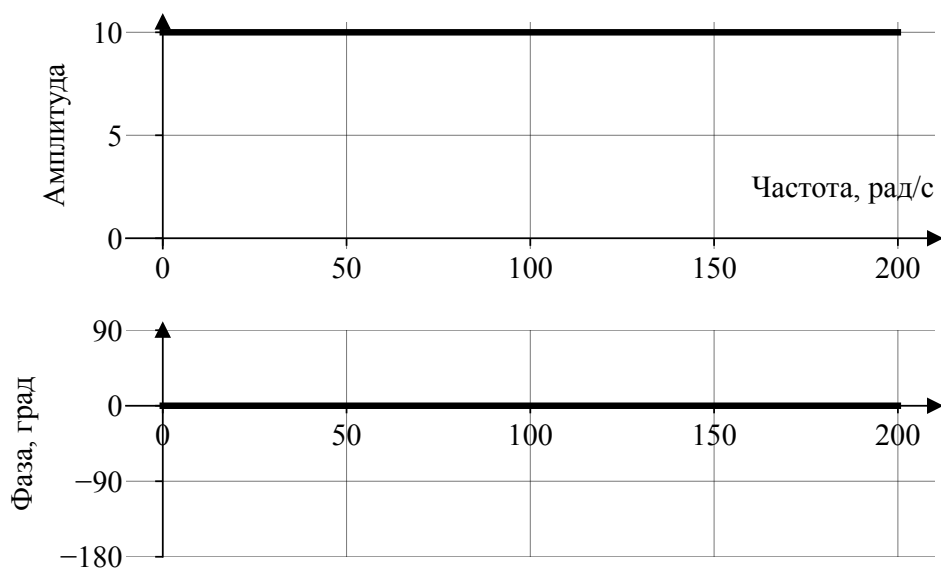


Рисунок 4 – АЧХ и ФЧХ. Безынерционное звено (пропорциональное)

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 5. Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ подтверждают сделанный по АФЧХ вывод.

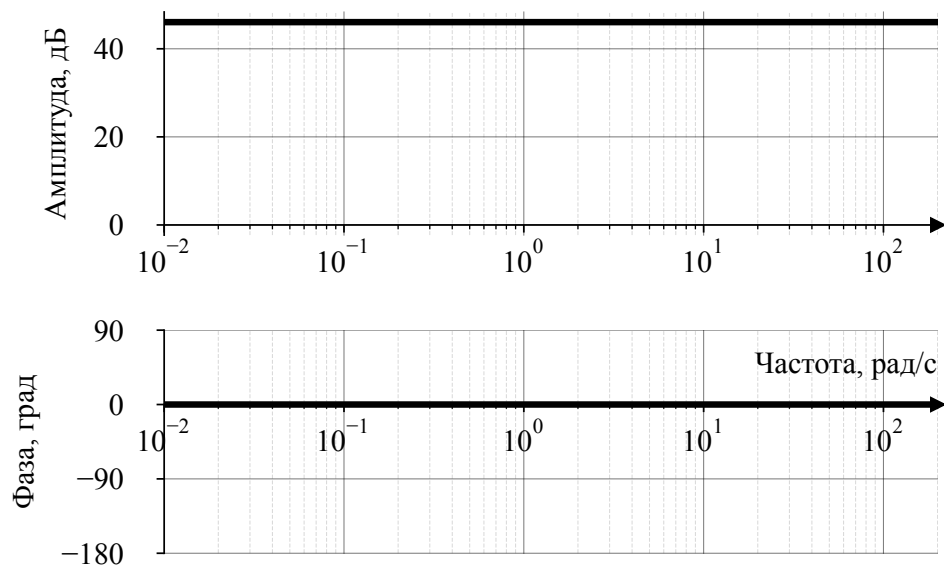


Рисунок 5 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Безынерционное звено (пропорциональное)

## 2 Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} = \frac{10}{0.1s + 1}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей нет. Полюса:  $-10.0$ . Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 6. Звено имеет вещественный полюс в левой полуплоскости.

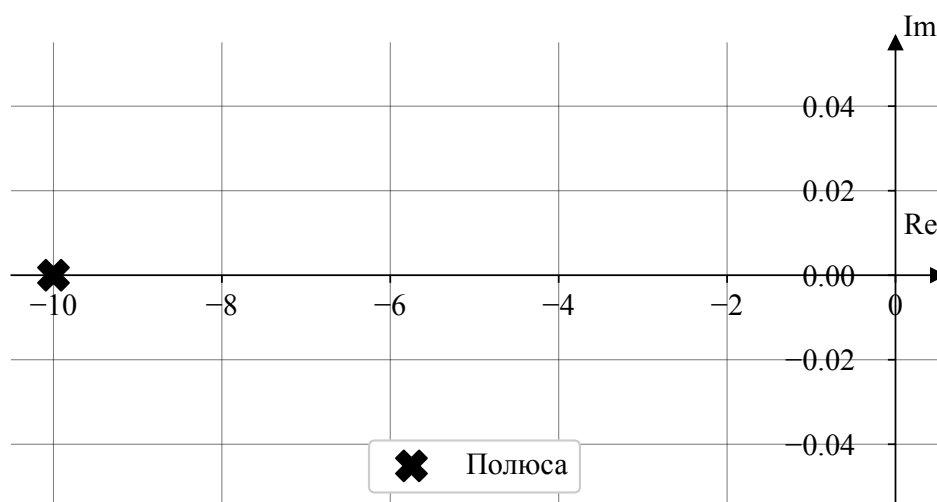


Рисунок 6 – График нулей и полюсов. Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 7. Видно, что значение меняется не мгновенно, а со временем, и приходит к установившемуся числу. Увеличение коэффициента  $k$  в два раза приводит к увеличению амплитуды установившегося сигнала в два раза. Увеличение постоянной времени в три раза приводит к уменьшению темпа нарастания выходного сигнала, что делает звено более медленным.

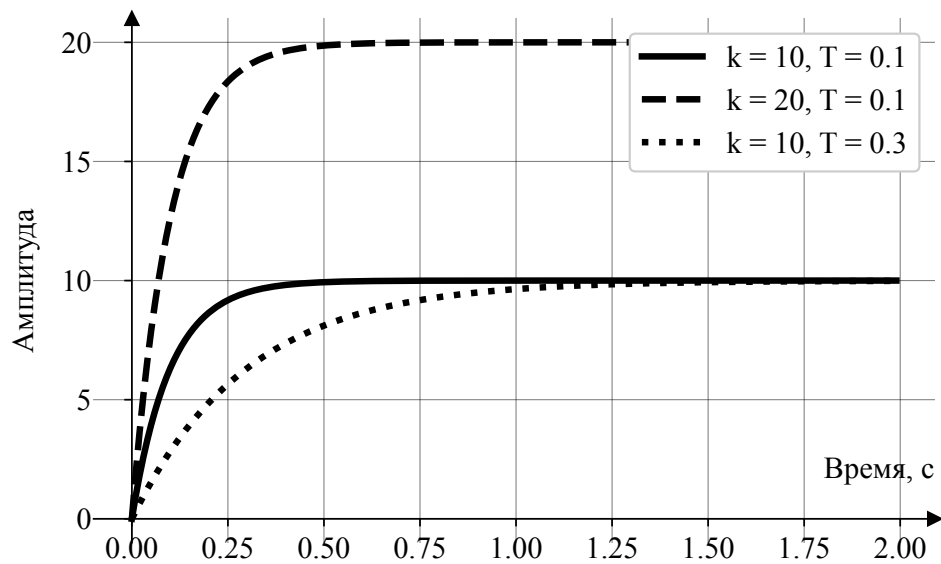


Рисунок 7 – Переходная характеристика. Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

График импульсной характеристики показан на рисунке 8. Стоит отметить резкий скачок амплитуды в нулевой момент времени с постепенным спаданием значения импульсной характеристики до нуля.

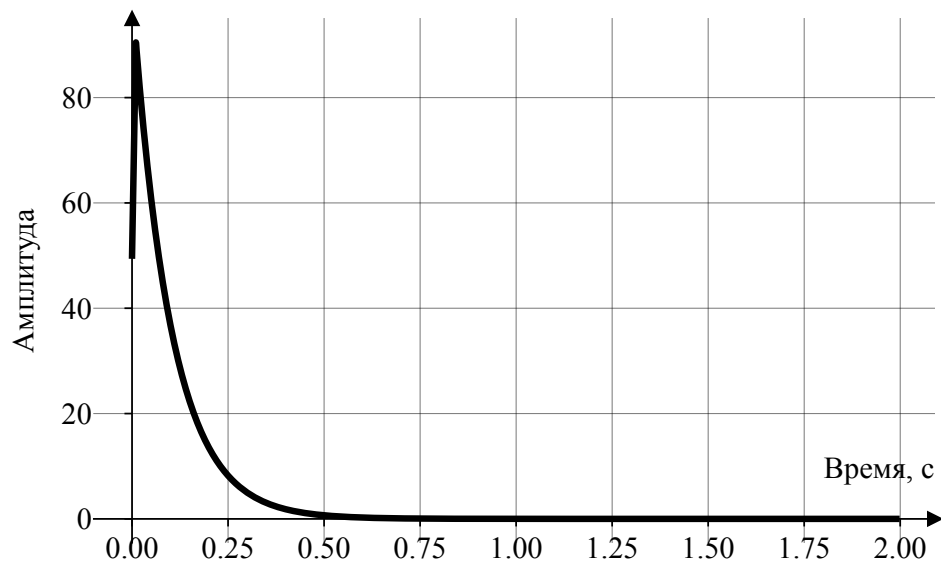


Рисунок 8 – Импульсная характеристика. Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

## Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 9. Видно, что в данном случае годограф параболический вид без дополнительных изгибов.

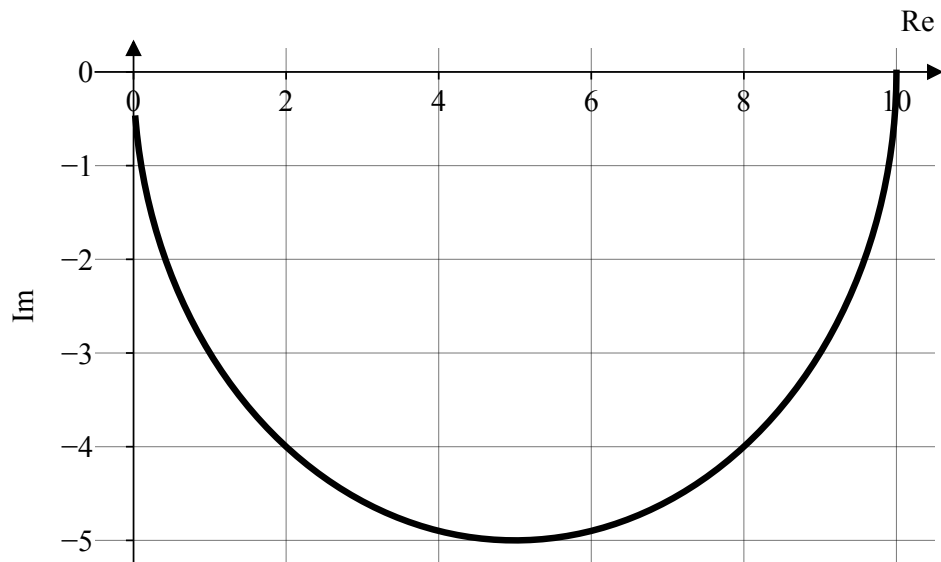


Рисунок 9 – АФЧХ. Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 10. Видно, что оба графика постепенно спадают к устоявшемуся значению.

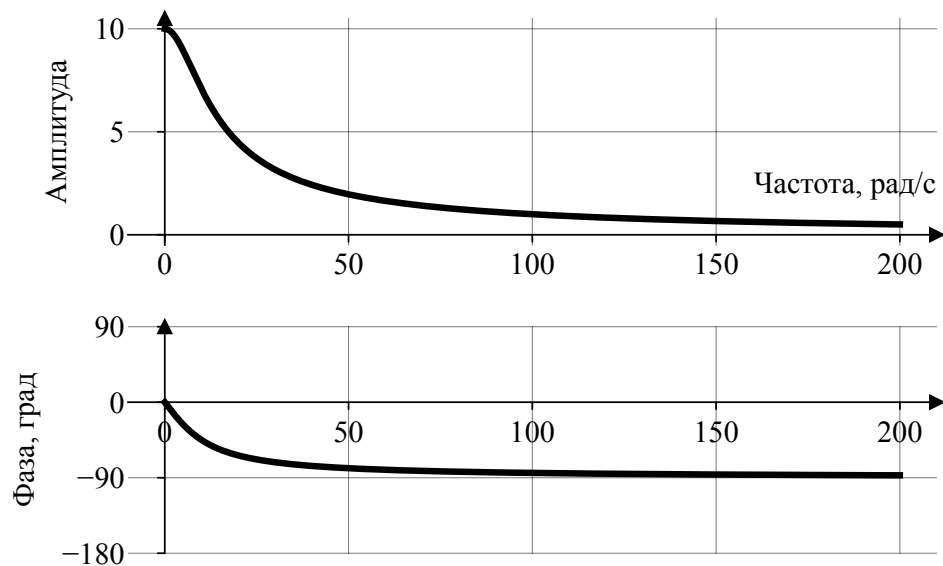


Рисунок 10 – АЧХ и ФЧХ. Инерционное звено 1-го порядка  
(апериодическое)

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 11. Данное звено является инерциальным, определим его характеристики. Частота среза  $\omega_{cp} = 5.92$  рад/с. Частоты сопряжения:  $\omega_{c1} = 10.0$  рад/с. Видно, что влияние звена на амплитуду выходного сигнала неизменно почти до частоты среза, затем звено постепенно начинает подавлять амплитуду выходного сигнала. Изменения в фазе выходного сигнала находятся в пределах от 0 до -90 градусов.



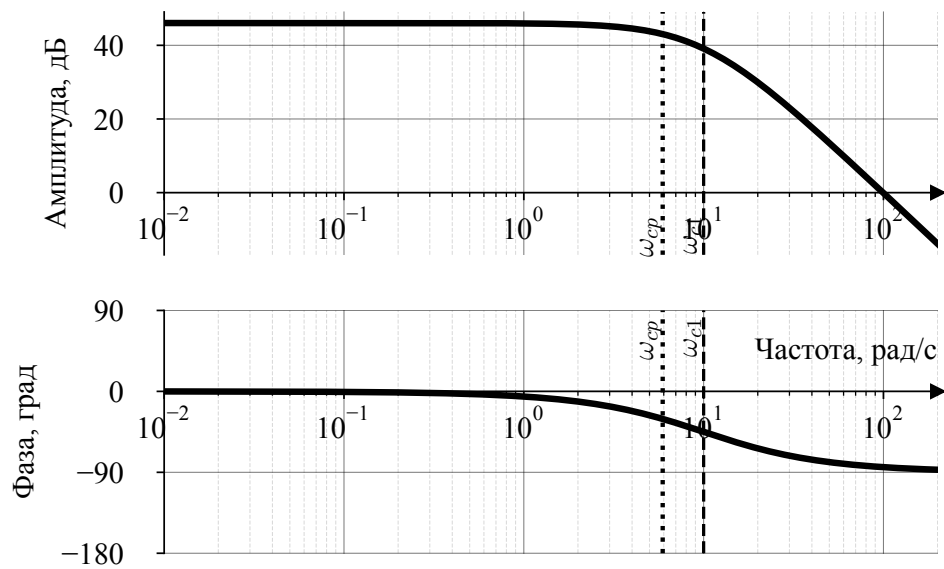


Рисунок 11 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое)

### 3 Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{10}{0.0016 s^2 + 0.1 s + 1}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей нет. Полюса:  $-50.0$ ,  $-12.5$ . Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 12. Звено имеет два вещественных полюса в левой полуплоскости.

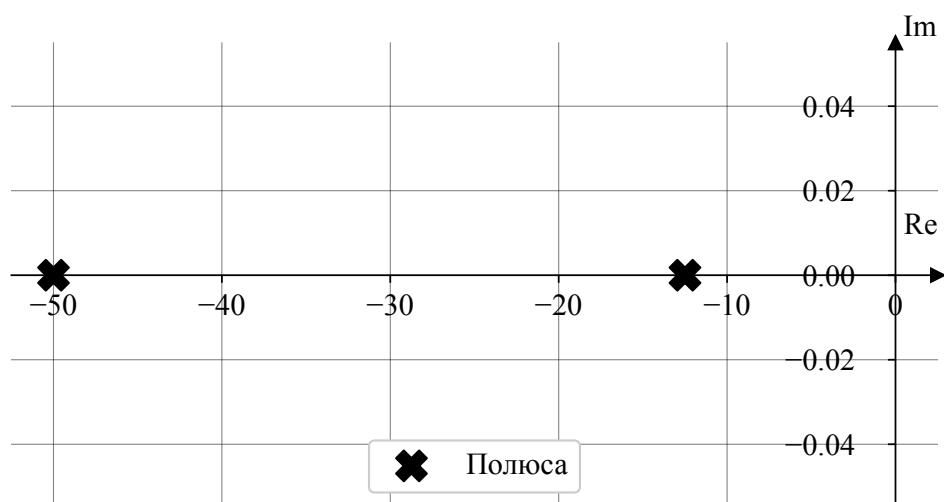


Рисунок 12 – График нулей и полюсов. Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 13. Видно, что вид графика переходного процесса принял S-образную форму. Увеличение параметра  $k$  увеличивает установившуюся амплитуду выходного сигнала.

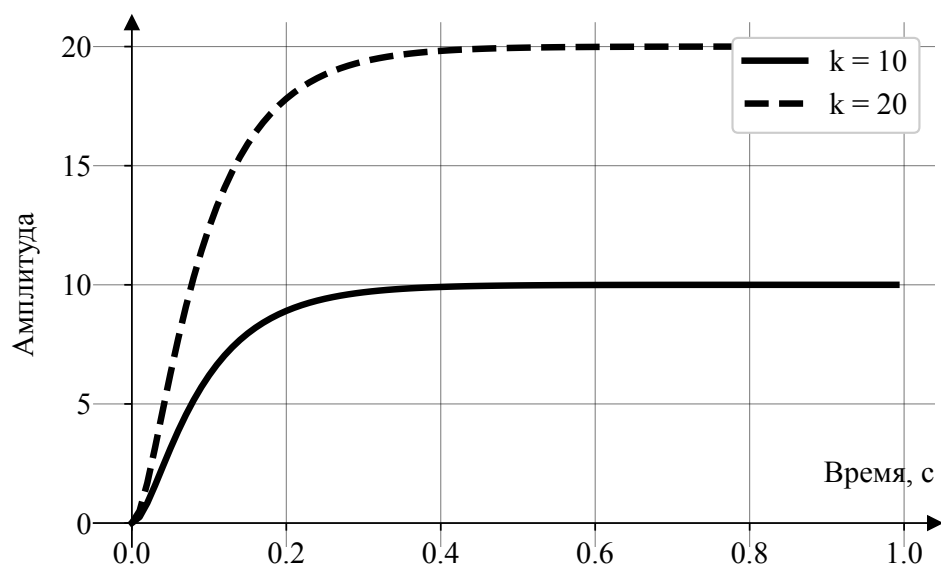


Рисунок 13 – Переходная характеристика. Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

График импульсной характеристики показан на рисунке 14. В отличие от апериодического звена 1-го порядка амплитуда изменяется не скачком, а постепенно нарастает. Затем так же спадает к нулю.

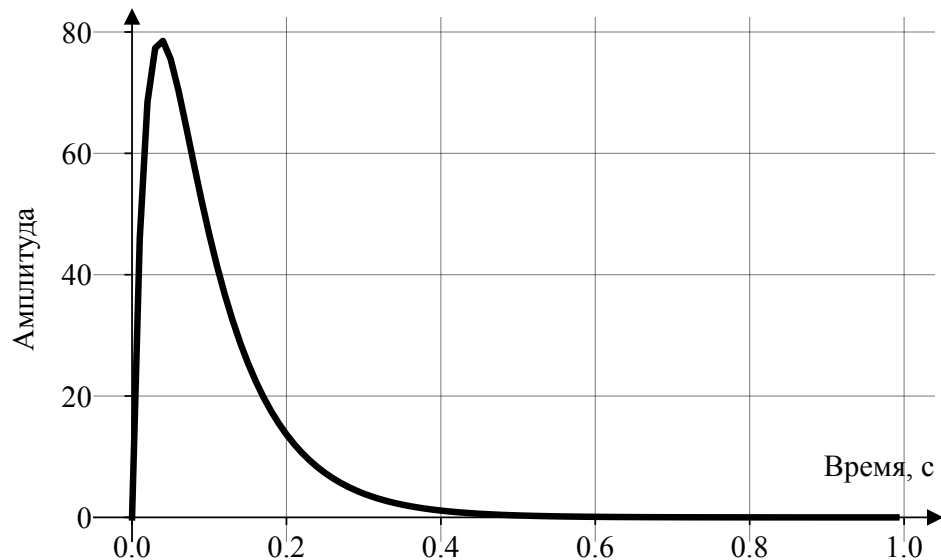


Рисунок 14 – Импульсная характеристика. Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

### **Частотные характеристики**

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 15. В отличие от апериодического звена 1-го порядка годограф принял более неправильную форму, а также заходит в левую полуплоскость.

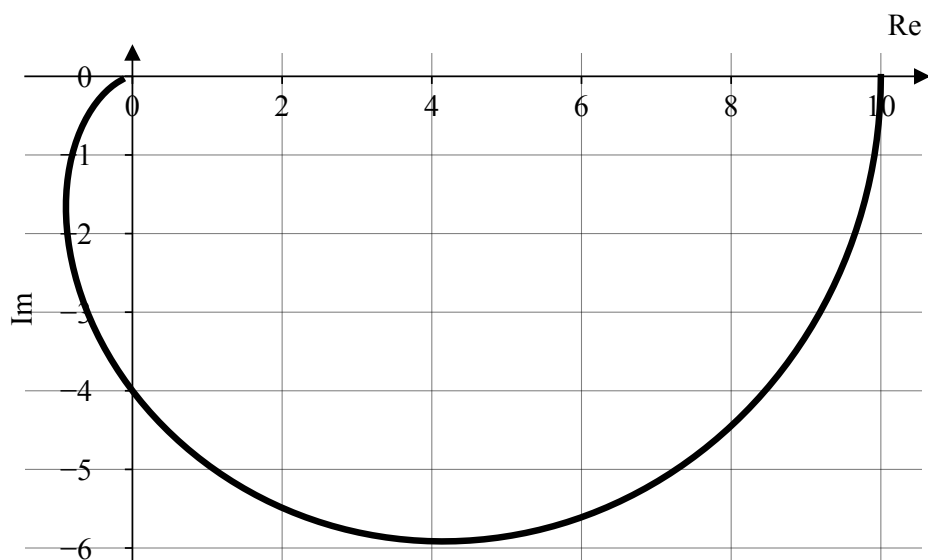


Рисунок 15 – АФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 16. Видно, что диапазон изменения фазы больше, чем для апериодического звена 1-го порядка. Оба графика так же постепенно приходят к установившемуся значению.

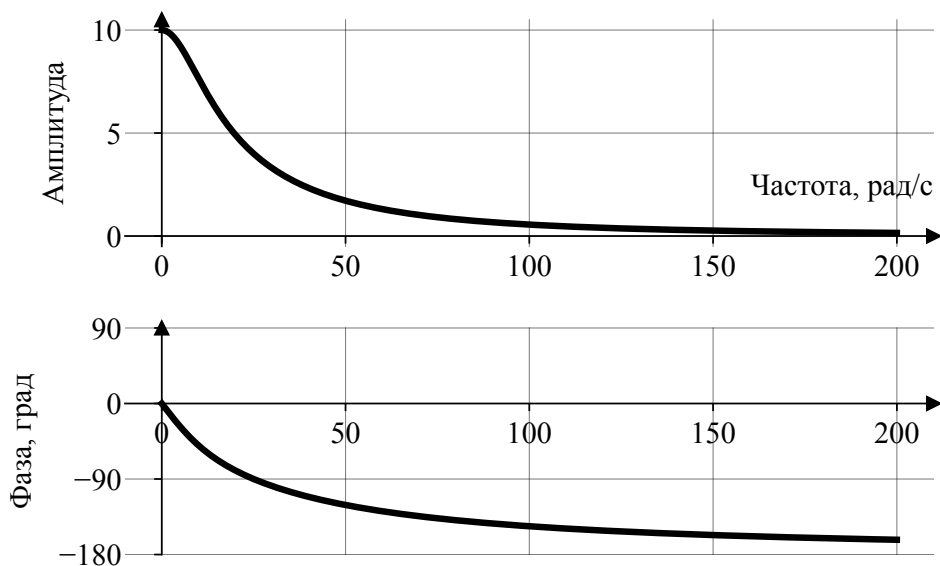


Рисунок 16 – АЧХ и ФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка  
(апериодическое)

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисун-

ке 17. Данное звено является инерционным, определим его характеристики. Частота среза  $\omega_{cp} = 7.11$  рад/с. Частоты сопряжения:  $\omega_{c1} = 12.5$  рад/с.  $\omega_{c2} = 50.0$  рад/с. Видно, что влияние на амплитуду выходного сигнала также сильнее проявляется после частоты среза. На частотах сопряжения характеристика меняет свой наклон и становится более крутой. Изменения в фазе выходного сигнала находятся в пределах от 0 до -180 градусов.

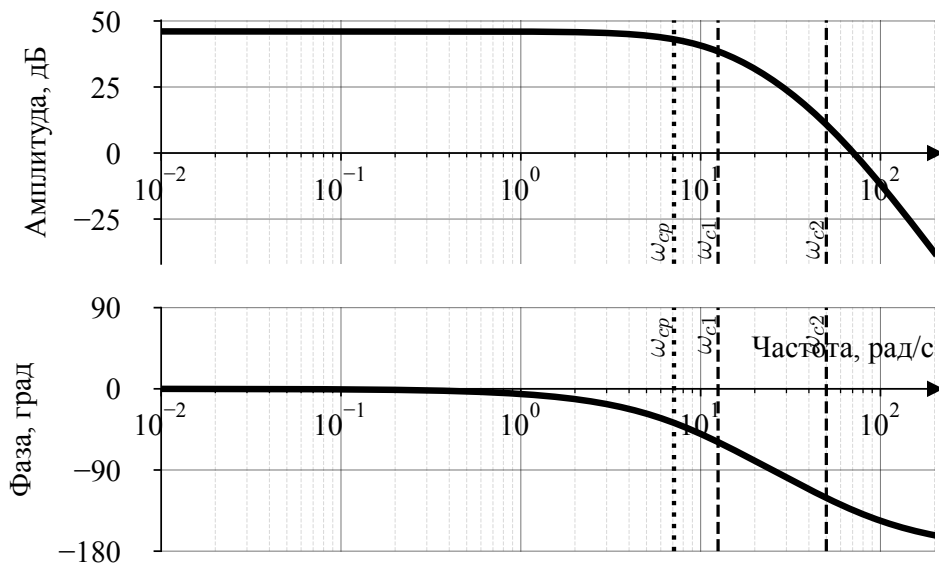


Рисунок 17 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка (апериодическое)

#### 4 Инерционное звено 2-го порядка (колебательное)

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{10}{0.04s^2 + 0.1s + 1}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей нет. Полюса:  $-1.25 + 4.84i$ ,  $-1.25 - 4.84i$ . Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 18. Звено имеет одну пару комплексно сопряженных корней.

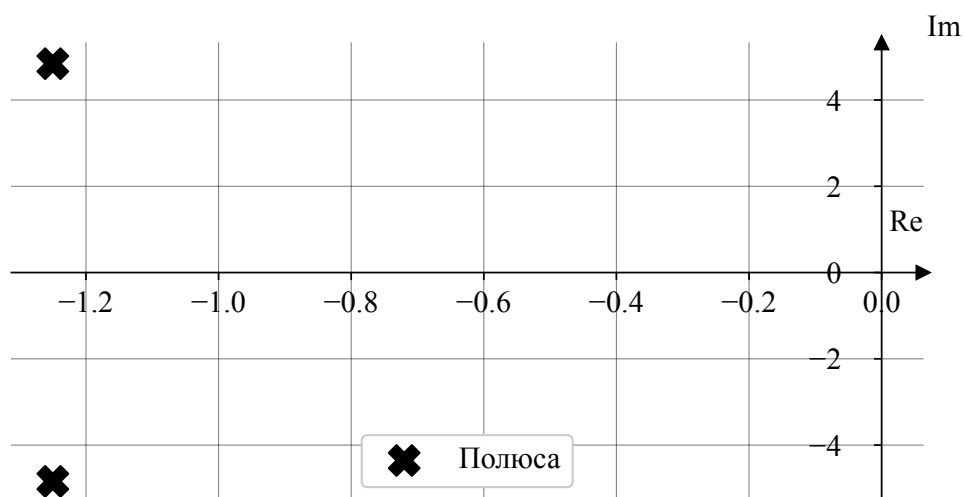


Рисунок 18 – График нулей и полюсов. Инерционное звено 2-го порядка  
(колебательное)

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 19. График переходного процесса приобрел колебательный характер. Колебания затухающие. Значение на выходе звена приходит к установившемуся значению. Увеличение коэффициента  $k$  приводит к увеличению амплитуды установившегося значения и увеличению амплитуды колебаний в переходном процессе.

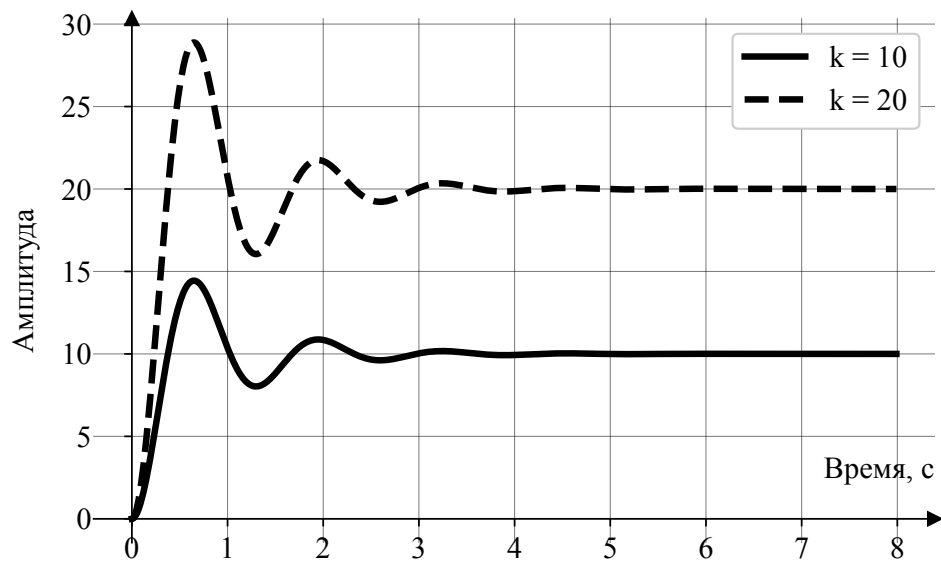


Рисунок 19 – Переходная характеристика. Инерционное звено 2-го порядка (колебательное)

График импульсной характеристики показан на рисунке 20. Видна колебательная реакция звена на импульс, которая затем сводится к нулю.

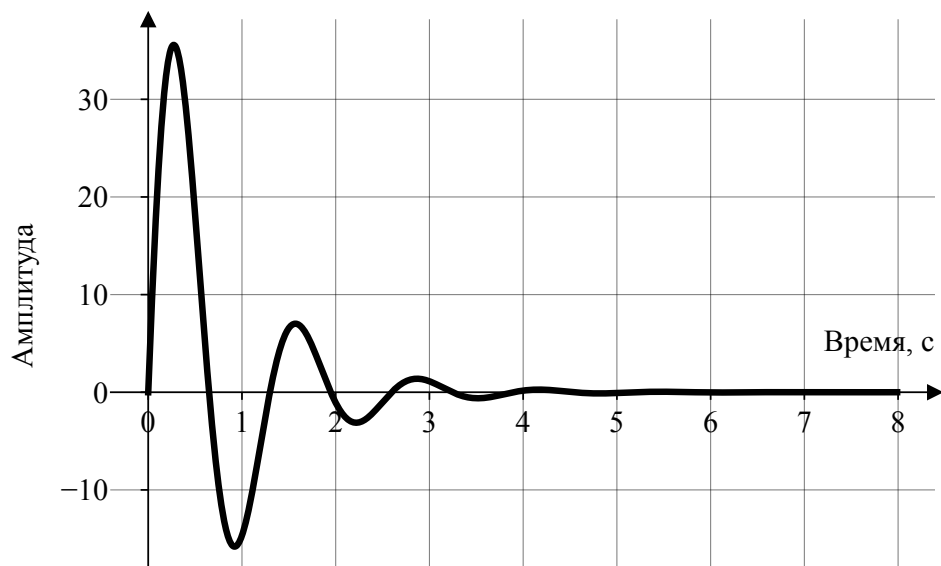


Рисунок 20 – Импульсная характеристика. Инерционное звено 2-го порядка (колебательное)

## Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 21. Заметно, что в начале годограф имеет изгиб, а также значительно уходит в левую полуплоскость.

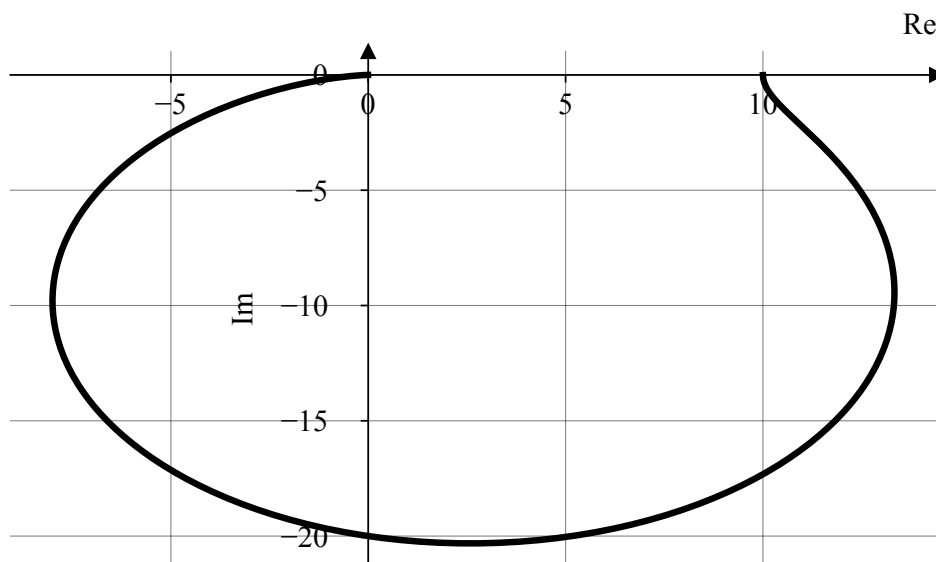


Рисунок 21 – АФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка (колебательное)

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 22. График АЧХ имеет ярко выраженный пик в начале с последующим резким спадом к нулю. График ФЧХ так же резко спадает к конечному значению.



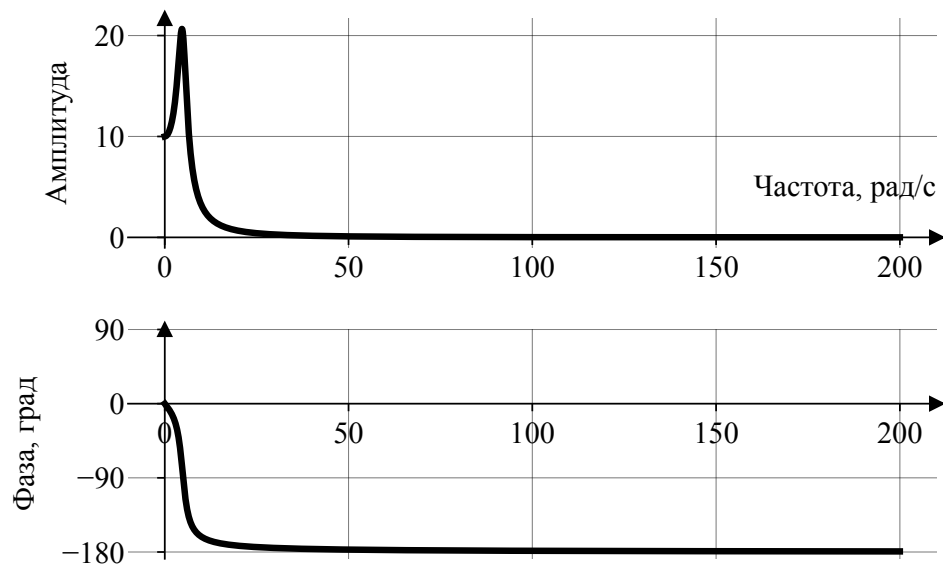


Рисунок 22 – АЧХ и ФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка (колебательное)

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 23. Данное звено является инерциальным, определим его характеристики. Частота среза  $\omega_{cp} = 6.95$  рад/с. Частоты сопряжения:  $\omega_{c1} = 5.0$  рад/с. На ЛАЧХ заметен пик на частоте сопряжения. График ЛФЧХ меняется значительно быстрее, чем для ранее рассмотренных звеньев.

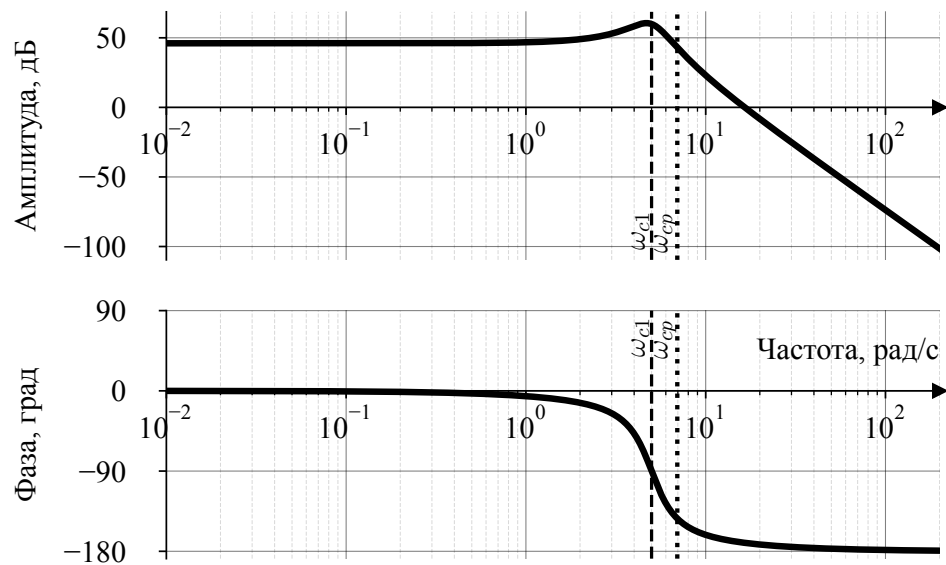


Рисунок 23 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Инерционное звено 2-го порядка  
(колебательное)

## 5 Идеальное интегрирующее звено

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{k}{s} = \frac{10}{s}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей нет. Полюса: 0.0. Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 24. Звено имеет один вещественный полюс в начале координат.

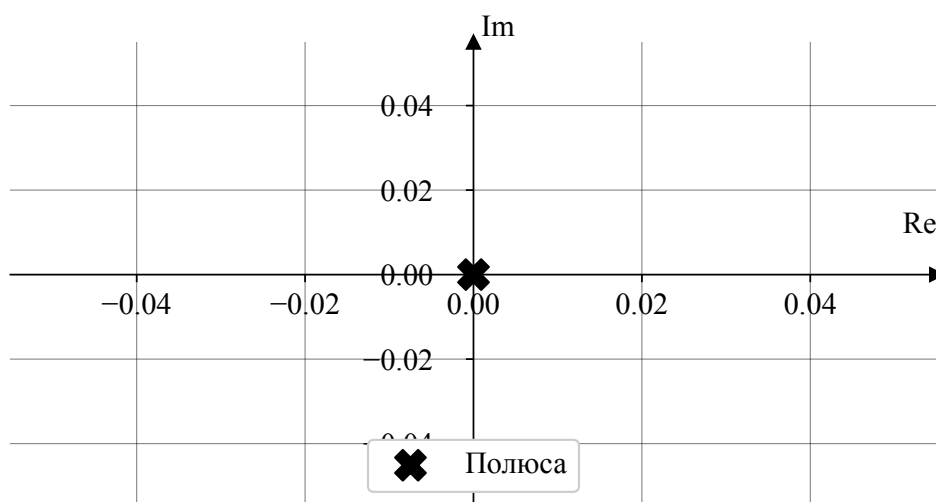


Рисунок 24 – График нулей и полюсов. Идеальное интегрирующее звено

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 25. Переходная характеристика не приходит к установившемуся значению, так как постоянно нарастает. Увеличение коэффициента  $k$  увеличивает темп нарастания характеристики.

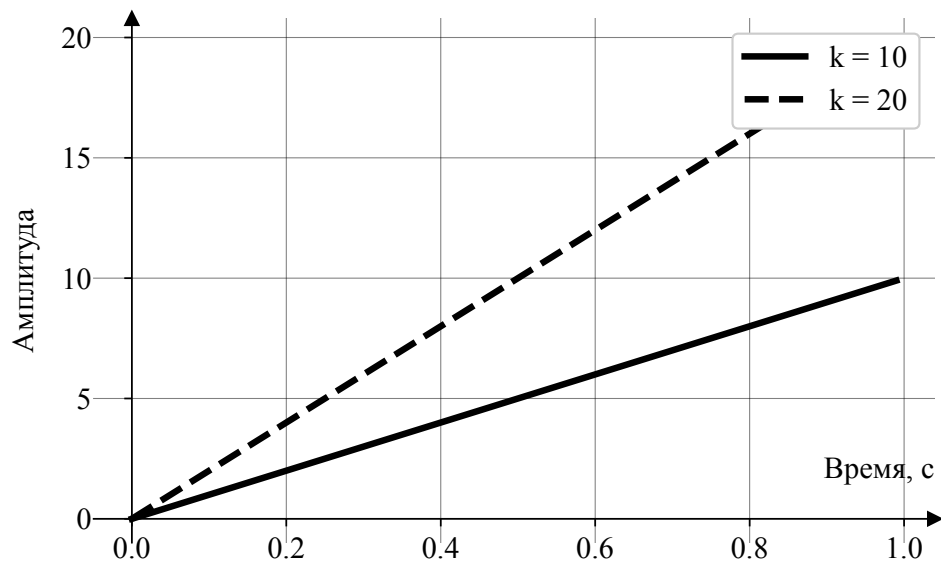


Рисунок 25 – Переходная характеристика. Идеальное интегрирующее звено

График импульсной характеристики показан на рисунке 26. Реакция на импульсное воздействие остается постоянной.

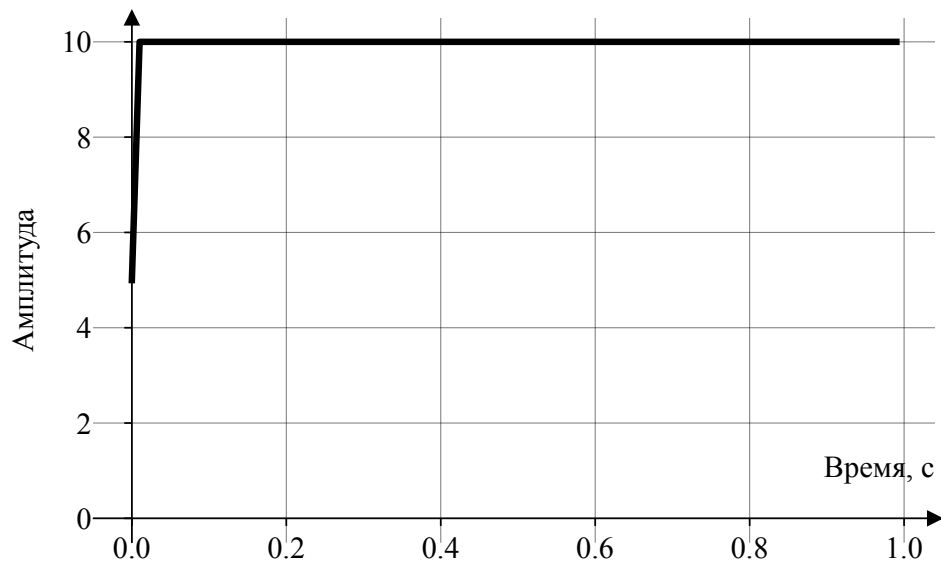


Рисунок 26 – Импульсная характеристика. Идеальное интегрирующее звено

### Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 27. АФЧХ совпадает с осью ординат в

отрицательном направлении.

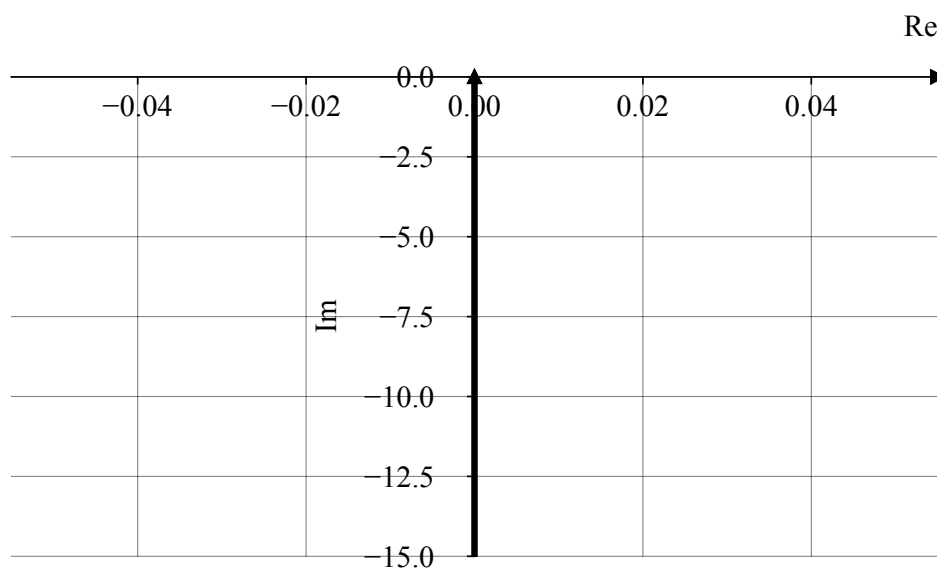


Рисунок 27 – АФЧХ. Идеальное интегрирующее звено

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 28. АЧХ быстро спадает к нулевому значению. ФЧХ остается постоянной на уровне  $-\frac{\pi}{2}$ .

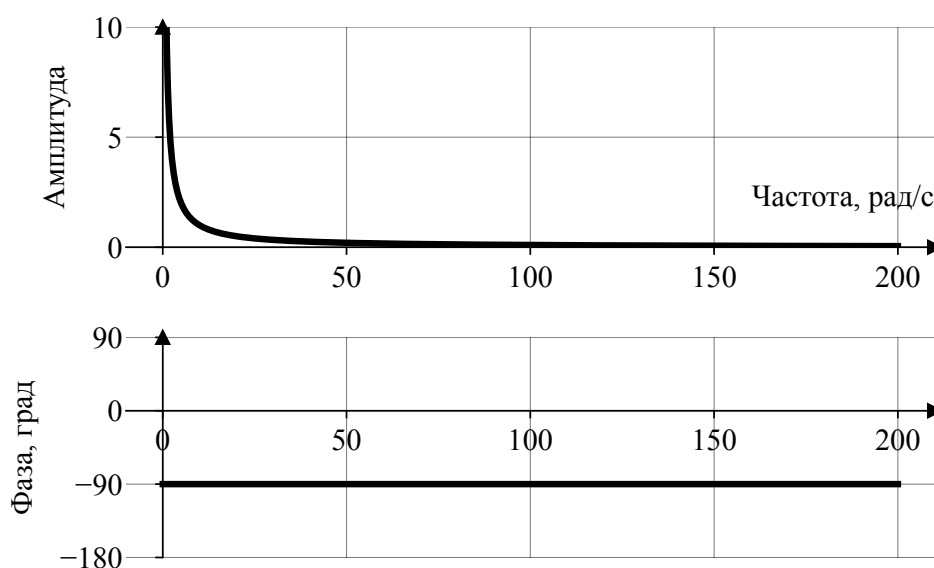


Рисунок 28 – АЧХ и ФЧХ. Идеальное интегрирующее звено

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке

29. ЛАЧХ представляет из себя спадающую прямую. ЛФЧХ не меняется от частоты.

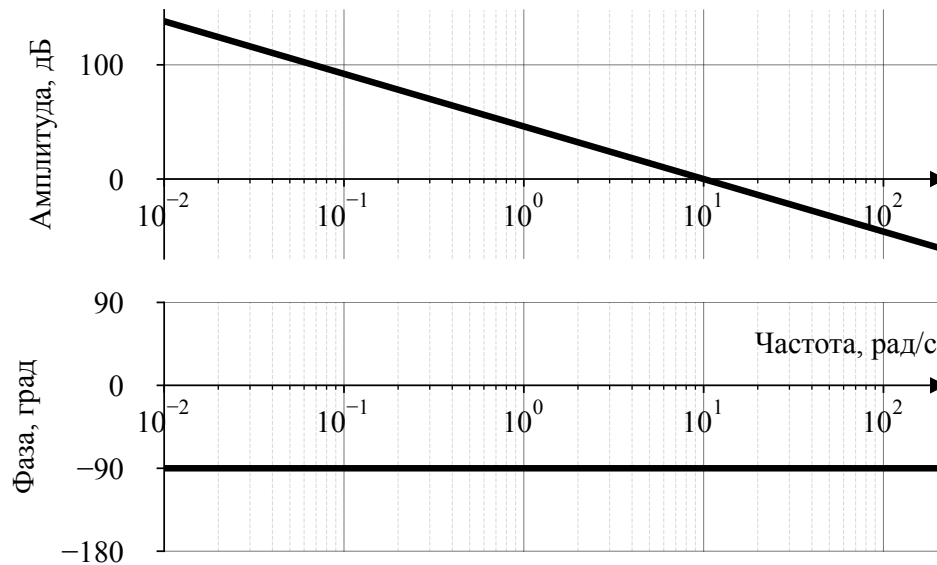


Рисунок 29 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Идеальное интегрирующее звено

## 6 Реальное интегрирующее звено

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s} = \frac{10}{0.1 s^2 + s}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нулей нет. Полюса:  $-10.0, 0$ . Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 30. В отличие от идеального, звено имеет дополнительный вещественный полюс в левой полуплоскости.

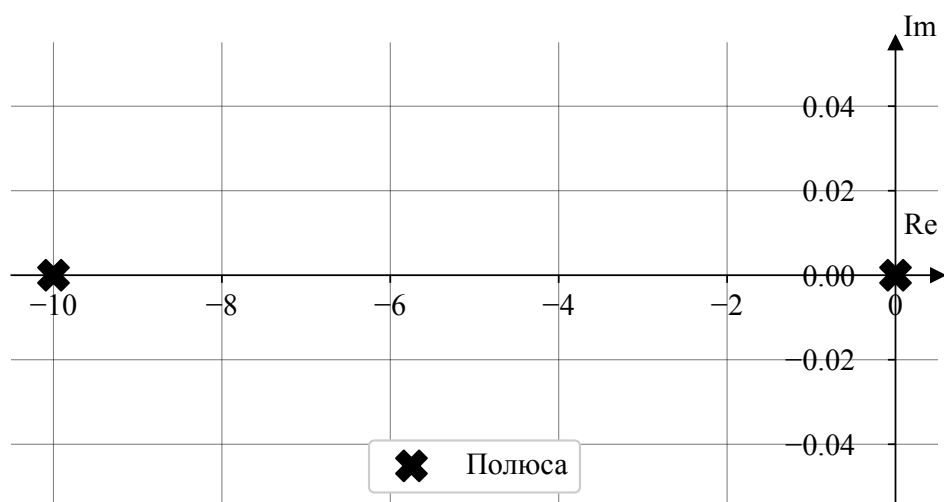


Рисунок 30 – График нулей и полюсов. Реальное интегрирующее звено

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 31. Переходная характеристика, в случае реального звена, имеет изгиб в начале, а не представляет из себя строго прямую линию. Увеличение коэффициента  $k$  так же увеличивает темп нарастания.

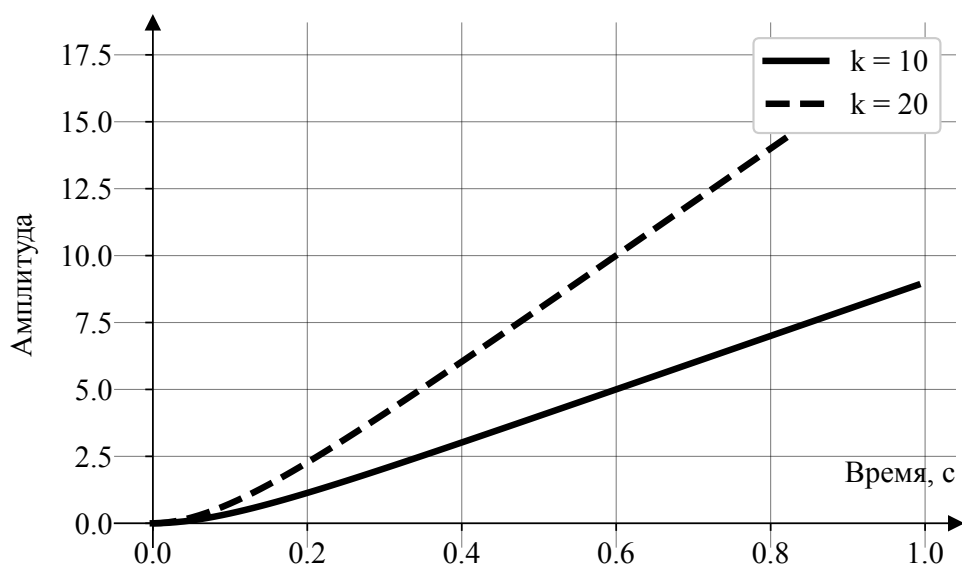


Рисунок 31 – Переходная характеристика. Реальное интегрирующее звено

График импульсной характеристики показан на рисунке 32. Для им-

пульсной характеристики в реальном случае характерна задержка в нарастании.

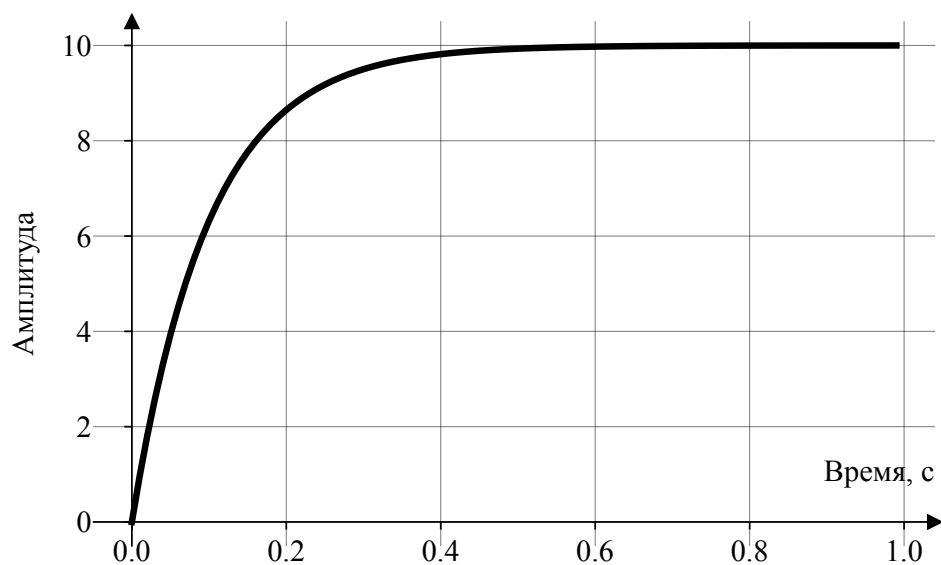


Рисунок 32 – Импульсная характеристика. Реальное интегрирующее звено

### Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 33. АФЧХ, в отличие от идеального звена, не совпадает с осью ординат, но стремится к прямой  $x = -1$ .

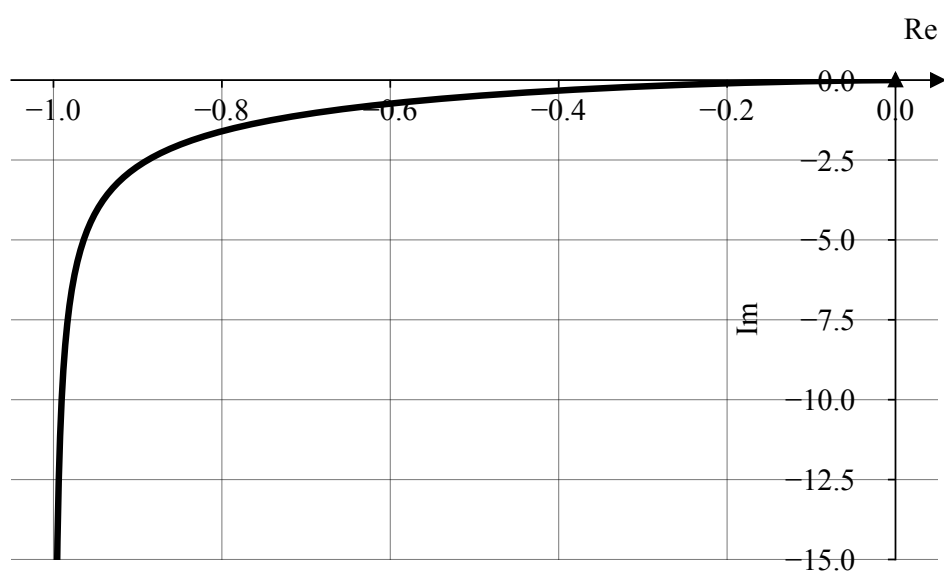


Рисунок 33 – АФЧХ. Реальное интегрирующее звено

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 34. АЧХ так же быстро спадает к нулевому значению. При этом ФЧХ стремится к уровню  $-\pi$ .

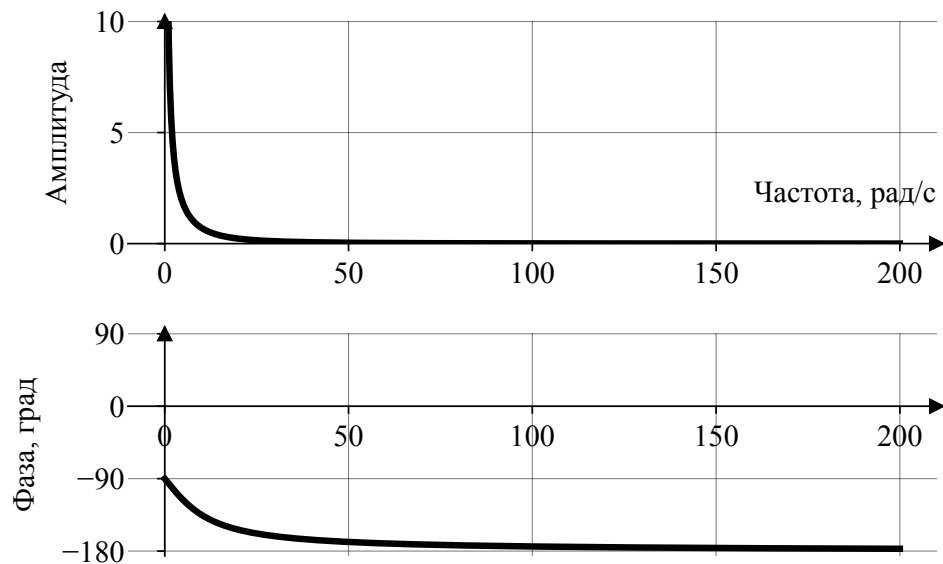


Рисунок 34 – АЧХ и ФЧХ. Реальное интегрирующее звено

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 35. Данное звено является инерциальным, определим его характеристики. Частота среза  $\omega_{cp} = 0.02$  рад/с. Частоты сопряжения:  $\omega_{c1} = 10.0$  рад/с. ЛАЧХ постепенно спадает, пересекает ось ординат на частоте среза, где также меняет свой наклон. ЛФЧХ меняется медленнее, по сравнению с идеальным звеном.



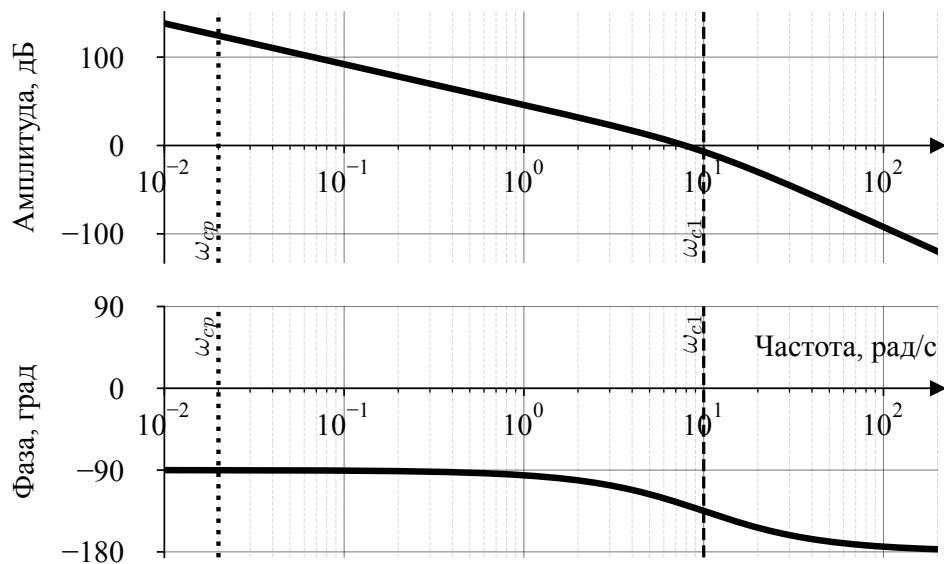


Рисунок 35 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Реальное интегрирующее звено

## 7 Идеальное дифференцирующее звено

Передаточная функция:

$$W(s) = ks = 10s.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нули: 0.0. Полюсов нет. Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 36. Звено имеет один ноль, расположенный в начале координат.

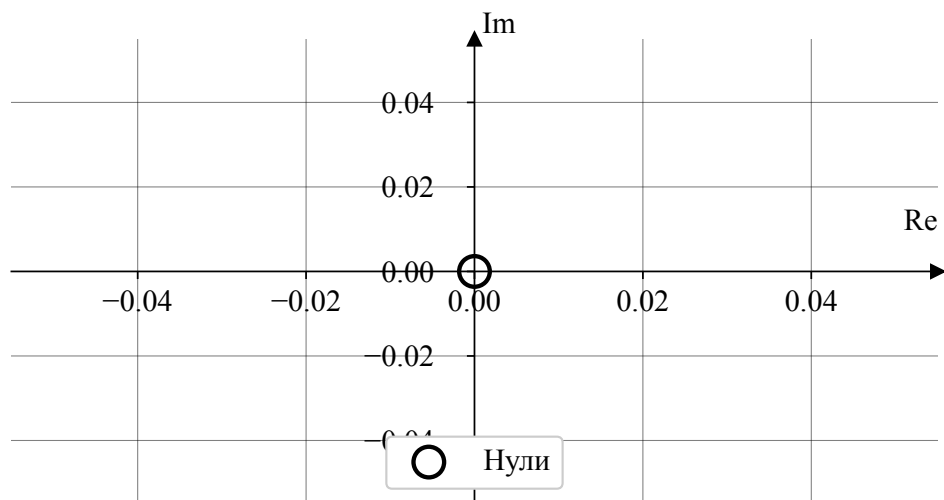


Рисунок 36 – График нулей и полюсов. Идеальное дифференцирующее звено

## Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 37. Переходная характеристика представляет из себя дельта функцию. Таким образом на промежутке временной оси  $(0, \infty)$  характеристика имеет нулевое значение. Изменение коэффициента  $k$  не оказывает никакого влияния на характер переходного процесса.

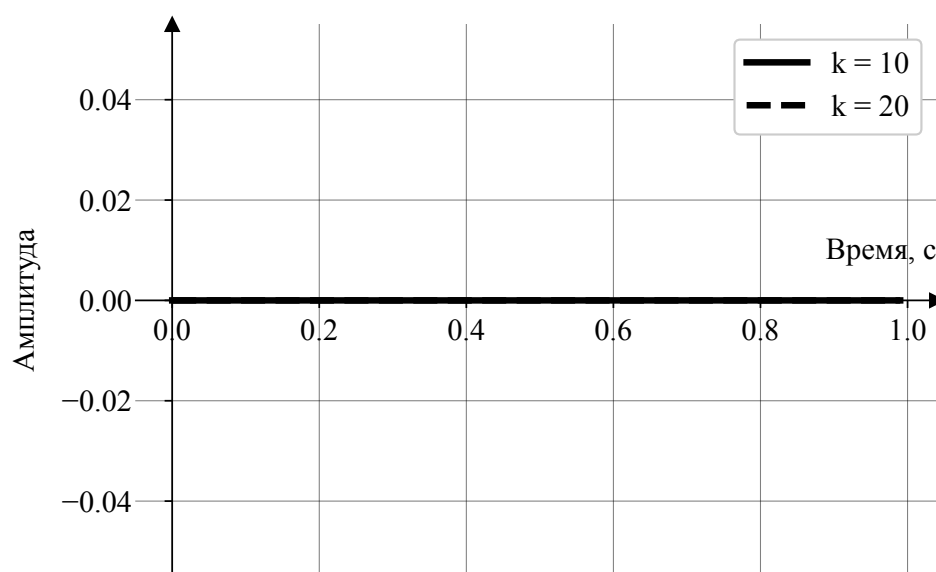


Рисунок 37 – Переходная характеристика. Идеальное дифференцирующее звено

График импульсной характеристики показан на рисунке 38. Импульсная характеристика представляет из себя производную от дельта-функции, а следовательно не отличается на промежутке временной оси  $(0, \infty)$ .

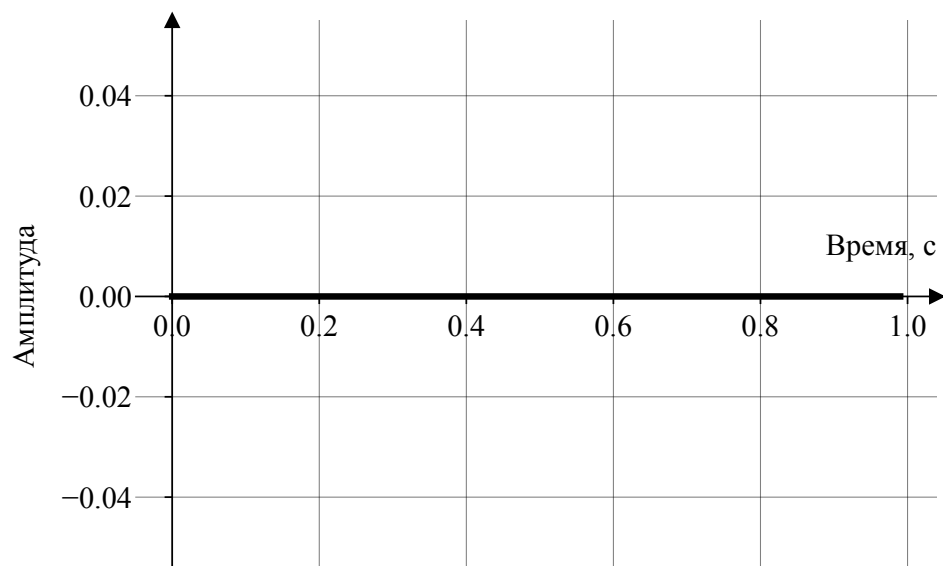


Рисунок 38 – Импульсная характеристика. Идеальное дифференцирующее звено

### Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 39. АФЧХ совпадает с осью ординат в положительном направлении.

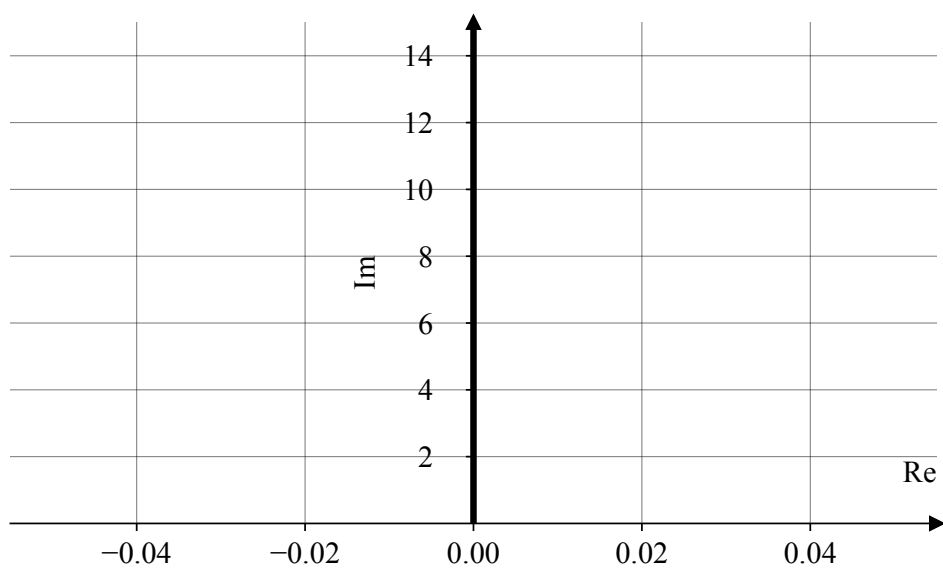


Рисунок 39 – АФЧХ. Идеальное дифференцирующее звено

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 40. Из графика видно, что АЧХ непрерывно растет, а ФЧХ находится на постоянном уровне  $\frac{\pi}{2}$ .

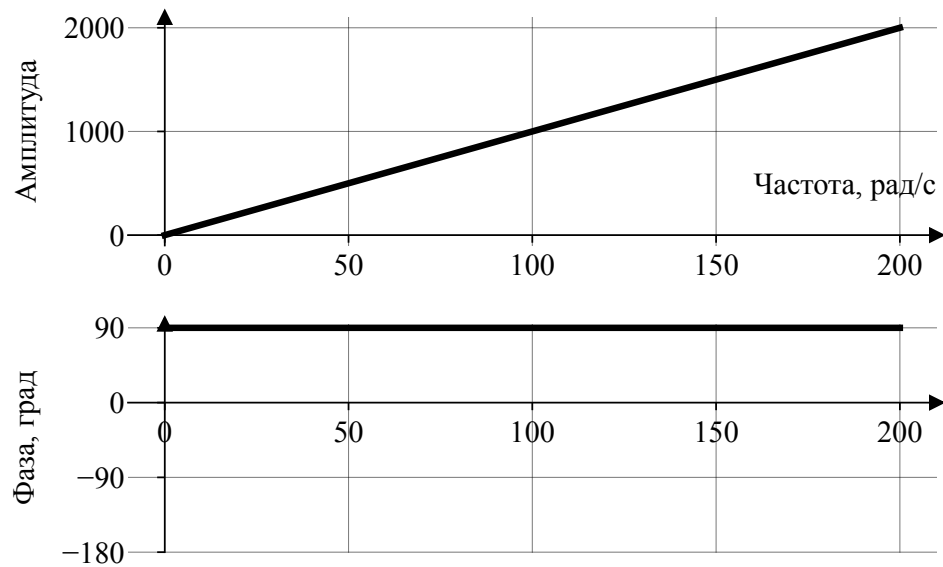


Рисунок 40 – АЧХ и ФЧХ. Идеальное дифференцирующее звено

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 41. ЛАЧХ представляет из себя растущую прямую. ЛФЧХ не меняется от частоты.

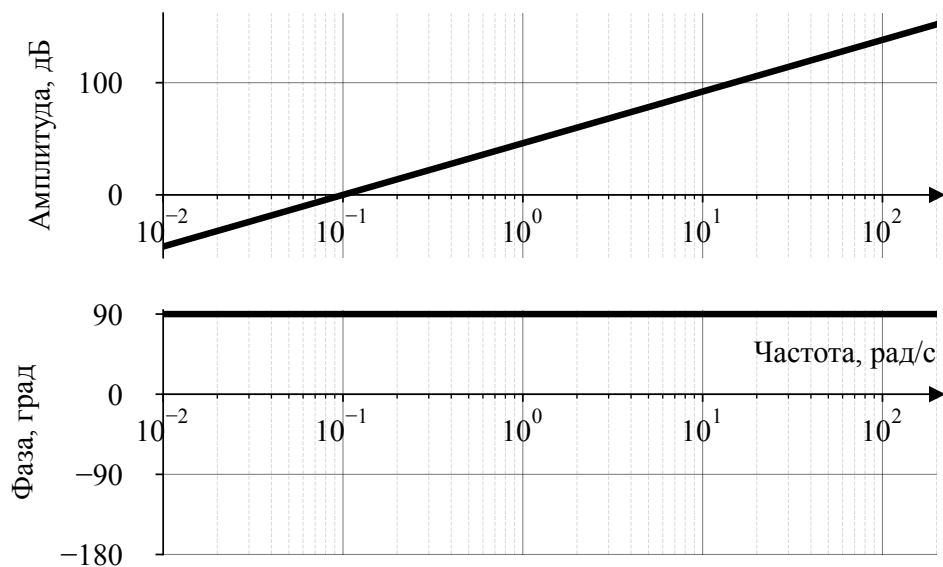


Рисунок 41 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Идеальное дифференцирующее звено

## 8 Реальное дифференцирующее звено

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{ks}{s+1} = \frac{10s}{0.1s+1}.$$

Определим нули и полюса передаточной функции. Нули: 0.0. Полюса:  $-10.0$ . Имеющиеся нули и полюса показаны на рисунке 42. В отличие от идеального, звено имеет вещественный полюс в левой полуплоскости.

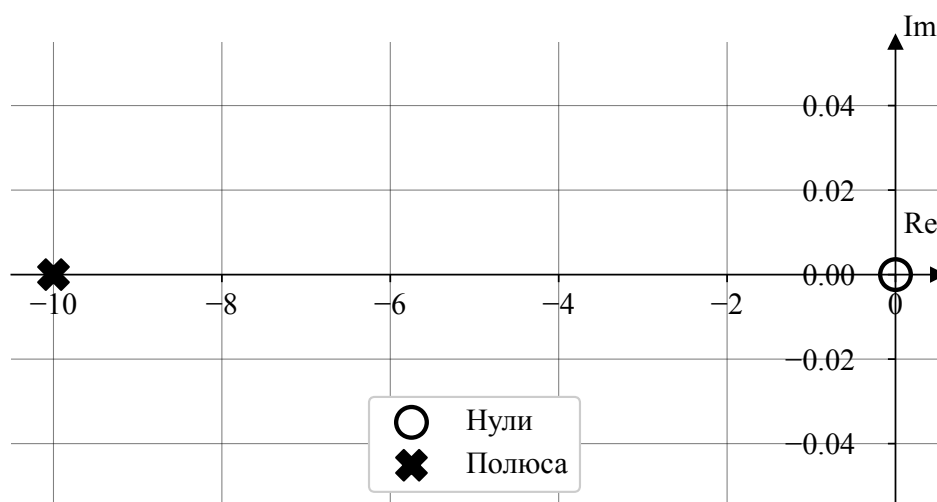


Рисунок 42 – График нулей и полюсов. Реальное дифференцирующее звено

### Временные характеристики

Рассмотрим временные характеристики звена. График переходного процесса показан на рисунке 43. Переходная характеристика имеет явный пик в околонулевом значении времени, который затем спадает к нулю. Увеличение параметра  $k$  в два раза увеличивает высоту пика соответственно.

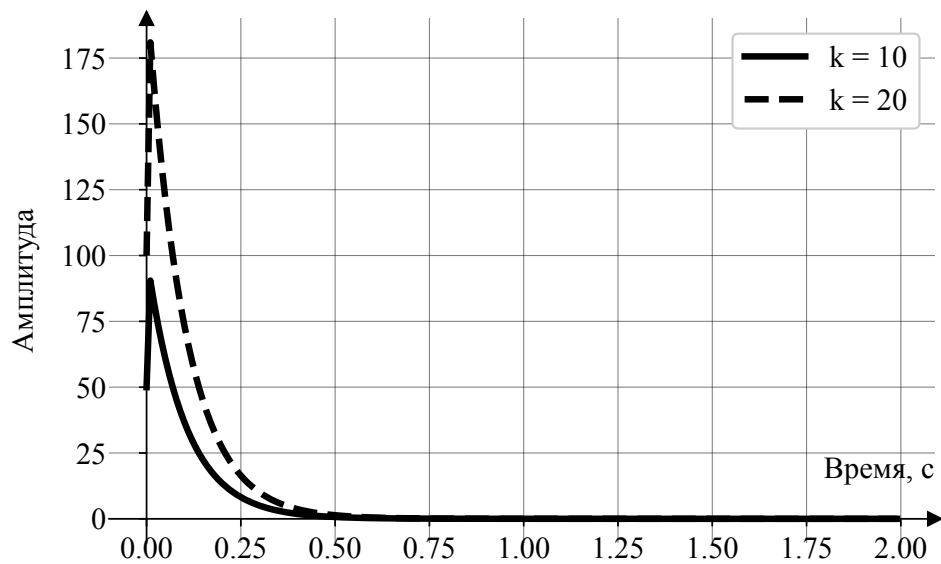


Рисунок 43 – Переходная характеристика. Реальное дифференцирующее звено

График импульсной характеристики показан на рисунке 44. Импульсная характеристика представляет из себя резкий пик амплитуды в отрицательную область и затем постепенный переход к нулевому значению.

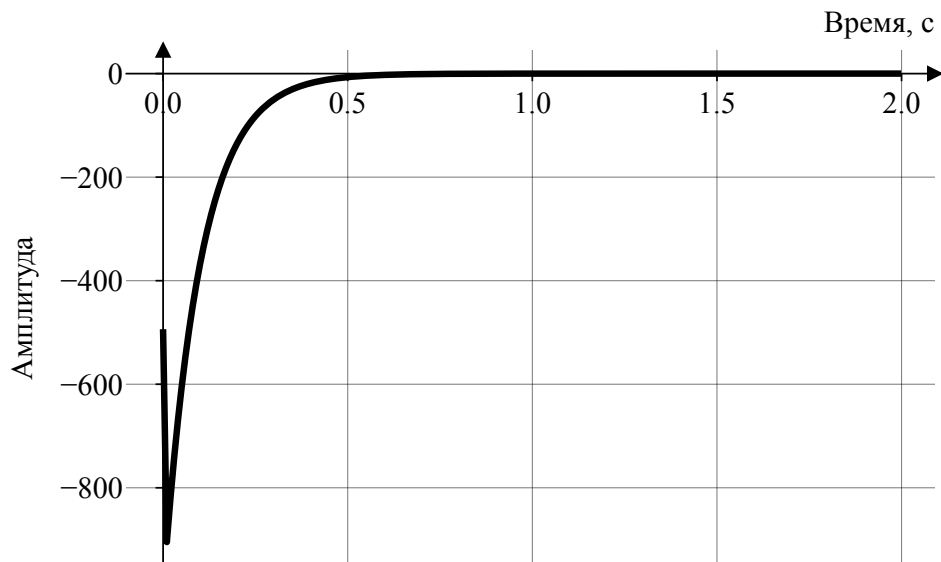


Рисунок 44 – Импульсная характеристика. Реальное дифференцирующее звено

## Частотные характеристики

Рассмотрим частотные характеристики звена. График АФЧХ для исследуемого звена показан на рисунке 45. В данном случае, годограф принимает вид перевернутой параболы, находится в положительной мнимой полуплоскости.

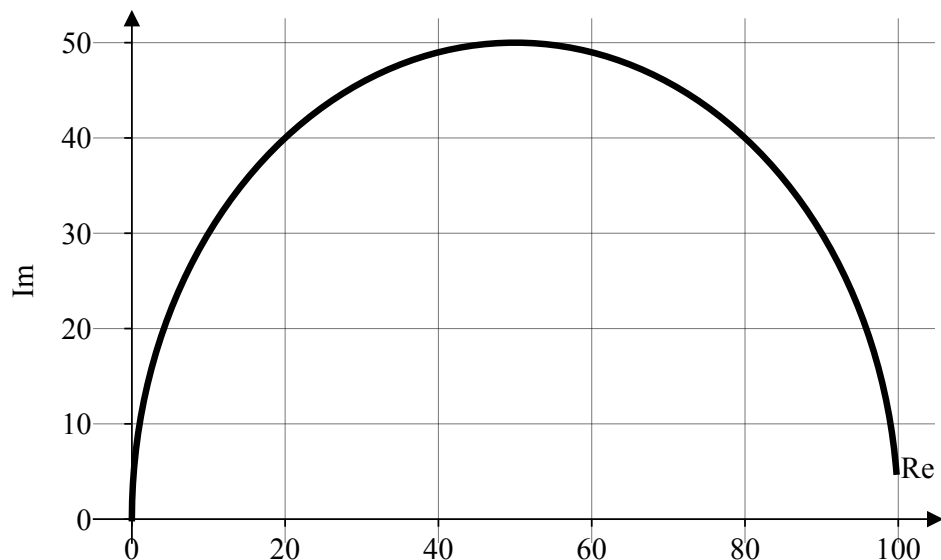


Рисунок 45 – АФЧХ. Реальное дифференцирующее звено

График АЧХ и ФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 46. Из графика видно, что АЧХ растет от нуля к установившемуся значению, а ФЧХ падает с уровня  $\frac{\pi}{2}$  до нуля.

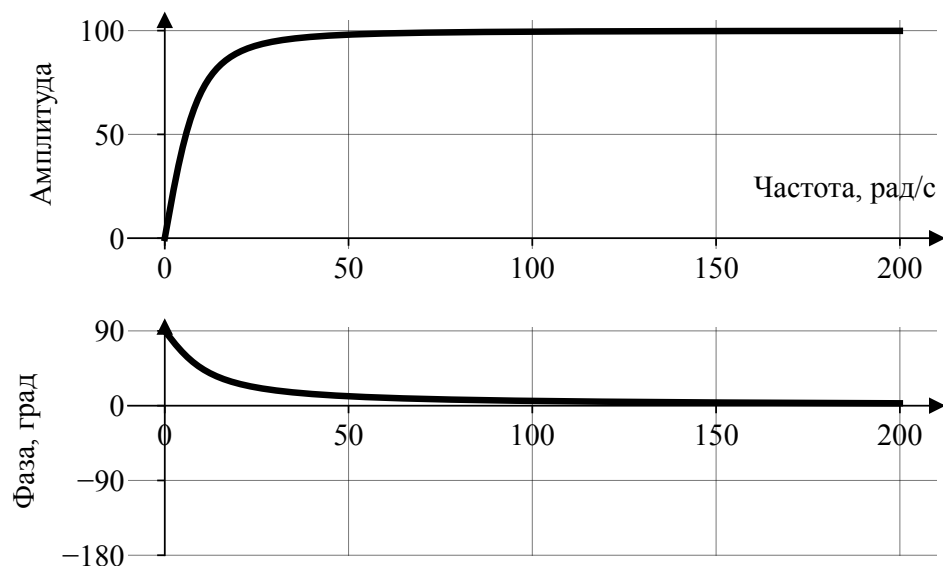


Рисунок 46 – АЧХ и ФЧХ. Реальное дифференцирующее звено

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ для исследуемого звена построены на рисунке 47. Данное звено является инерциальным, определим его характеристики. Частота среза  $\omega_{cp} = 16.82$  рад/с. Частоты сопряжения:  $\omega_{c1} = 10.0$  рад/с. ЛАЧХ постоянно растет до частоты сопряжения, а затем принимает вид прямой линии. ЛФЧХ падает с уровня  $\frac{\pi}{2}$  до нуля.

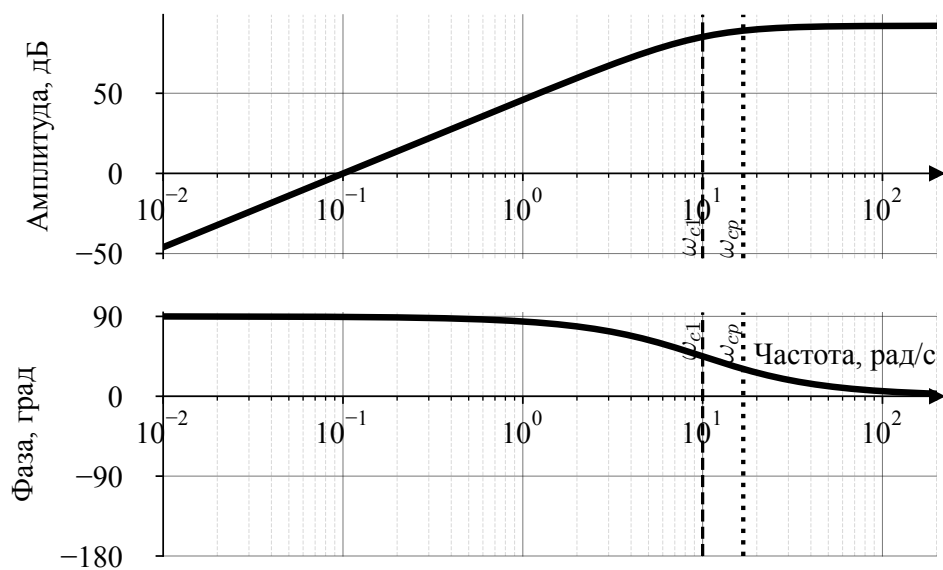


Рисунок 47 – ЛАЧХ и ЛФЧХ. Реальное дифференцирующее звено



## **Заключение**

В ходе работы были изучены основные типы динамических звеньев систем управления. Экспериментальное исследование позволило получить представление о поведении звеньев. При исследовании каждого звена были подчеркнуты характерные ему особенности.