① Путешествие в страну X

События:
$$\begin{cases} A - \text{выбор тропы } A \\ B - \text{выбор тропы } B \\ C - \text{успешный проход ч/з горы} \end{cases}$$

По условию: $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}6$, $P(C|A) = 0{,}3$, $P(C|B) = 0{,}7$

Найти: $P(C) - ?$, $P(A|C) - ?$, $P(B|C) - ?$

Решение: по формуле полной вероятности

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}7 \cdot 0{,}6 =$$
$$= 0{,}54$$

$$P(C \cap A) = P(C|A) \cdot P(A) = P(A|C) \cdot P(C) \Rightarrow P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)}$$

$$P(A|C) = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}4}{0{,}54} = 0{,}222$$

формула Байеса

$$P(B|C) = \frac{P(C|B) \cdot P(B)}{P(C)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}6}{0{,}54} = 0{,}777$$

② Лабиринт сокровищ

$P(A) = 0{,}6$, $P(\bar{A}) = 0{,}4$

$P(B|A) = 0{,}4$

$P(B|\bar{A}) = 0{,}2$

$P(C|B) = 0{,}7$

$P(C|\bar{B}) = 0{,}3$

$P(C) - ?$

$P(C \cap B \cap A) - ?$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}32$$

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|A) \cdot P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}) P(\bar{A}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}68$$

$$P(C) = P(C|B) \cdot P(B) + P(C|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) =$$
$$= 0{,}7 \cdot 0{,}32 + 0{,}3 \cdot 0{,}68 = 0{,}428$$

$$P(C \cap B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|(B \cap A)) =$$
$$= P(A) P(B|A) \cdot P(C|B) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}168$$

③ Кража в ювелирном магазине

Дано: $P(A) = 0{,}98$ Алексей был на раб. месте, $P(\bar{A}) = 0{,}02$

Событие C - кража была совершена после установки системы

$P(C|A) = 0{,}95$, $P(C|\bar{A}) = 0{,}2$

$P(A|C) - ?$

Решение:

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)\cdot P(A)}{P(C)} \quad \text{(ф-ла Байеса)}$$

$$P(C) = P(C|A)\cdot P(A) + P(C|\bar{A})\cdot P(\bar{A}) \quad \text{(ф-ла полной вер-и)}$$

$$\Rightarrow P(A|C) = \frac{P(C|A)\cdot P(A)}{P(C|A)\cdot P(A) + P(C|\bar{A})\cdot P(\bar{A})} = \frac{0{,}95\cdot 0{,}98}{0{,}95\cdot 0{,}98 + 0{,}2\cdot 0{,}02} =$$

$$= \frac{0{,}931}{0{,}935} = \underline{0{,}9957}$$

④ заболевание и результаты тестирование

$P(B|A) = 0{,}95$ A — есть болезнь у человека, B — тест показал

$P(B|\bar{A}) = 0{,}5 = 0{,}1$

$P(A) = 0{,}01$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(A|B)?$

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) =$$

$$= 0{,}95\cdot 0{,}01 + 0{,}1\cdot 0{,}99 = 0{,}1085$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{0{,}95\cdot 0{,}01}{0{,}1085} = 0{,}087$$

⑤ студенты и предметы

Событие A — студент сдал экзамен, Событие B — студент посещал лекции

$P(A|B) = 0{,}8$

$P(A|\bar{B}) = 0{,}7$

$P(B) = 0{,}7$

$P(\bar{B}) = 0{,}3$

$P(B|A) = ?$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})} = \frac{0{,}8\cdot 0{,}7}{0{,}8\cdot 0{,}7 + 0{,}7\cdot 0{,}3} = \frac{0{,}56}{0{,}77} = 0{,}727$$