Lister

Hva er en liste?

- Listen er en *lineær* datastruktur
- Hvert element har en *forgjenger*, unntatt *første* element i listen
- Hvert element har en *etterfølger*, unntatt *siste* element i listen
- I motsetning til stack og kø, har vi tilgang til *alle* elementer i en liste
- Vi kan sette inn, fjerne og søke etter elementer i *hele* listen

Tre ulike typer av lister

- **Ordnede** lister
  - Elementene ligger i *sortert* rekkefølge, basert på en innbyrdes sammenligning av elementenes verdi
- **Uordnede** lister
  - Elementene ligger i en eller annen rekkefølge, men denne avhenger *ikke* av elementenes verdi
- **Indekserte** lister
  - Hvert element har et entydig nummer (0, 1, ..., n – 1) som kan brukes til direkte *oppsla*g i listen

Vanlige operasjoner på en liste

`removeFirst`	Fjern første element i listen
`removeLast`	Fjern siste element
`remove`	Fjern et bestemt element
`first`, `last`	Se på første/siste element
`contains`	Søk etter et bestemt element
`isEmpty`	Sjekk om listen er tom
`size`	Antall elementer i listen
`add...`	Innsetting av ny verdi, løses på ulike måter for ordnet og uordnet liste

Grensesnitt for en liste-ADT i Java *

```
public interface ListADT<T> extends Iterable<T>
{
   public T removeFirst();
   public T removeLast();
   public T remove(T element);
   public T first();
   public T last();
   public boolean contains(T target);
   public boolean isEmpty();
   public int size();
   public Iterator<T> iterator();
}
```

* Som i læreboken

Iterator?

- Java-metode som returnerer et `Iterator`-objekt
- Brukes til å gå gjennom en hel datastruktur på *en eller annen* systematisk måte – typisk fra første til siste element for en liste – med *detaljene skjult*
- Viktigste `Iterator` - metoder:

  `hasNext`: Sjekker om det er flere elementer å gå gjennom

  `next`: Returnerer neste element i gjennomgangen
- De fleste Java-collections har en eller flere iterator-metoder implementert – og de *kan* være litt *skumle*
- Se kapittel 7 og koden i læreboka for mer om iteratorer

Typisk bruk av en iterator

```
ArrayList<String> L = new ArrayList<String>();
[ ... ]
Iterator itr = L.iterator();

while( itr.hasNext() )
{
    String S = (String) itr.next();
    System.out.println(S);
}
```

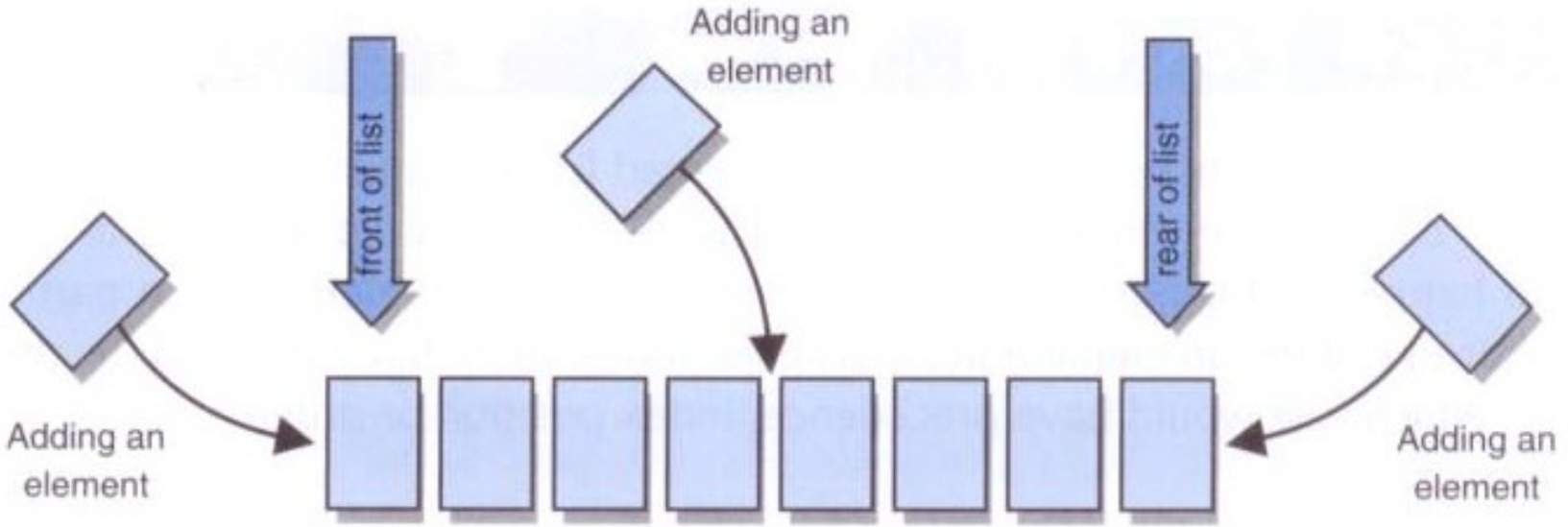
Innsetting av nytt element i *uordnet* liste

- Uordnet:
  - Kan sette inn elementer hvor som helst i listen
- Læreboken implementerer tre metoder for innsetting:

`addToFront`	Legger til nytt element først i listen
`addToRear`	Legger til nytt element sist i listen
`addAfter`	Legger til nytt element etter et bestemt element i listen

ADT for uordnet liste

```
public interface UnorderedListADT<T>
                    extends ListADT<T>
{
   public void addToFront(T element);
   public void addToRear(T element);
   public void addAfter(T element, T target);
}
```

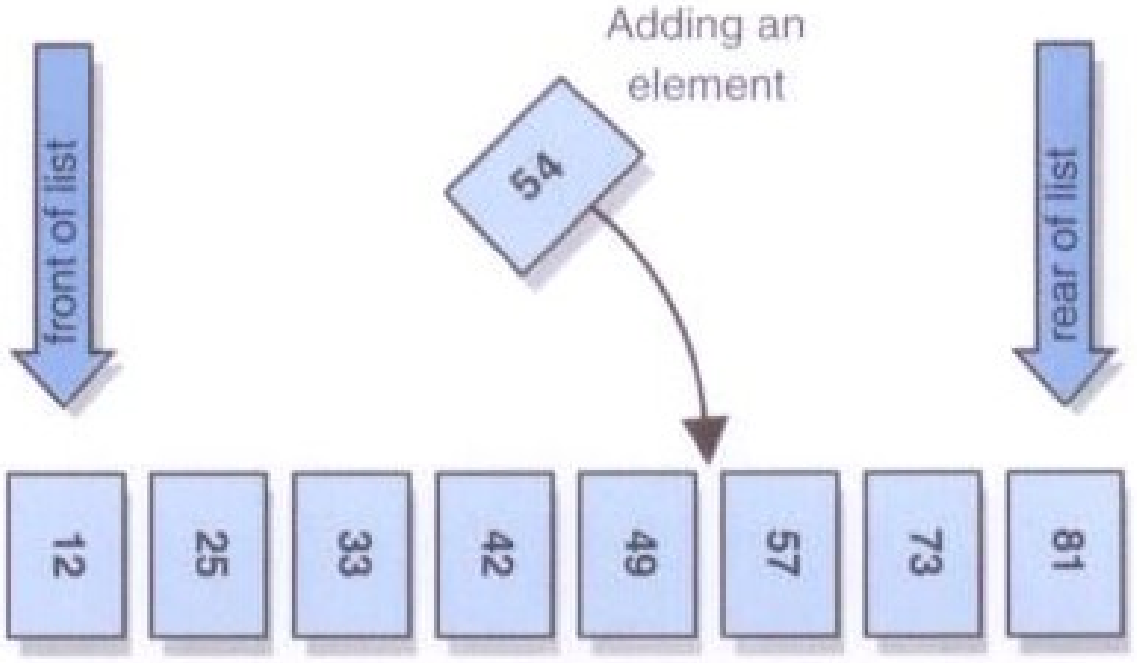


Innsetting nytt element i *ordnet* liste

- Ordnet liste:
  - Kan ikke sette inn slik at sorteringen ødelegges
  - Listen må selv sørge for dette
  - Tilbyr derfor kun én `add` - metode for å sette inn elementer
- Elementene i en ordnet liste må kunne sammenlignes med hverandre for å bestemme sorteringen:
  - I Java løses dette ved å kreve at alle elementer i listen tilhører subklasser av datatypen `Comparable`
  - Dette ligger *ikke* i ADT'en, men sjekkes i stedet av `add` – metoden i de ulike implementasjonene av ordnet liste

ADT for ordnet liste

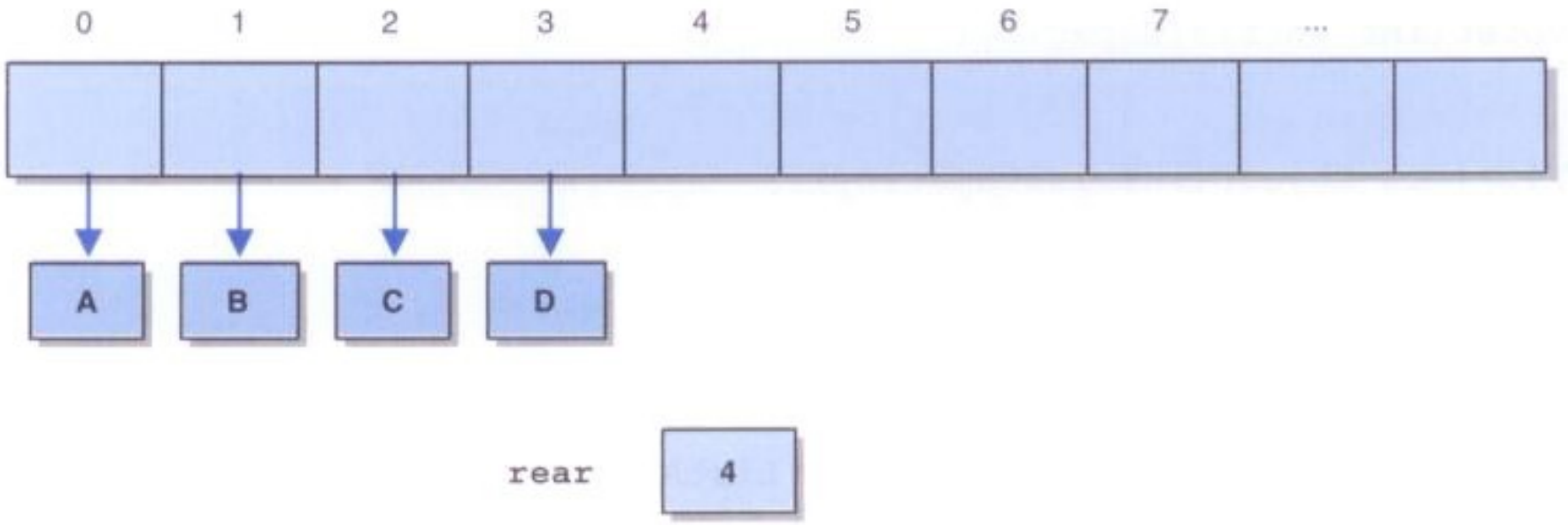
```
public interface OrderedListADT<T>
                    extends ListADT<T>
{
   public void add(T element);
}
```



Lister implementert med array

- Bruker en array av referanser til objekter
- Fast initiell lengde på array, utvider når nødvendig
- Begynnelsen på listen er alltid i indeks 0 (null)
  - Unødvendig å bruke sirkulær array som for køer
  - Vi må *uansett* flytte elementer, fordi fjerning og innsetting *ikke* bare kan skje i endene av listen
- Trenger bare å lagre antall elementer i listen i tillegg til selve arrayen
- Kode fra læreboka: `ArrayList.java`

Lister implementert med array



Liste med array: Fjerning av element

- Tre metoder:

```
public T removeFirst();
public T removeLast();
public T remove(T element);
```

- Fjerning av siste element er trivielt, $O(1)$
- Fjerning av første element eller et element inne i listen krever at alle elementer *etter* det som er fjernet flyttes en plass til venstre for å unngå et "tomt hull" i arrayen
- `remove` krever i tillegg et søk (intern metode `find`)
- Fjerning blir derfor generelt en $O(n)$-operasjon for en array-liste med n elementer

Liste med array: Søke etter element

- Metode:

```
public boolean contains(T target);
```

- Læreboka bruker her samme interne metode `find` som for fjerning av et bestemt element i listen
- Søking er en *O*(*n*)-operasjon for *uordnet* array-liste med *n* elementer, fordi vi i verste fall må gå gjennom hele listen
- Søking kan implementeres som en *O*(log *n*) operasjon for *sorterte* array-lister, hvis vi bruker *binærsøk**

*: Beskrevet i kapittel 9 i læreboka

Liste med array:
Innsetting av element i *uordnet* liste

- Tre metoder:

```
public void addToFront(T element);
public void addToRear(T element);
public void addAfter(T element, T target);
```

- Innsetting sist i listen er trivielt, $O(1)$
- Innsetting først eller inne i listen krever at alle elementer etter det nye først flyttes en plass til høyre
- `addAfter` krever i tillegg et søk for å finne posisjonen
- Innsetting blir generelt en $O(n)$-operasjon
- Kode fra læreboka: `ArrayUnorderedList.java`

Liste med array:
Innsetting av element i *ordnet* liste

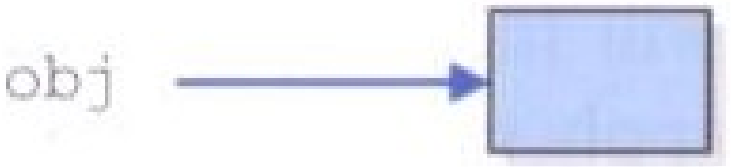
- Metode:

```
public void add(T element);
```

- Må gå gjennom array fra begynnelsen inntil vi finner posisjonen/indeksen der nytt element skal inn
- Deretter må alle elementer etter det nye flyttes en plass til høyre, før nytt element settes inn riktig
- Innsetting er en $O(n)$-operasjon for en ordnet array-liste med n elementer
- Kode fra læreboka: `ArrayOrderedList.java`

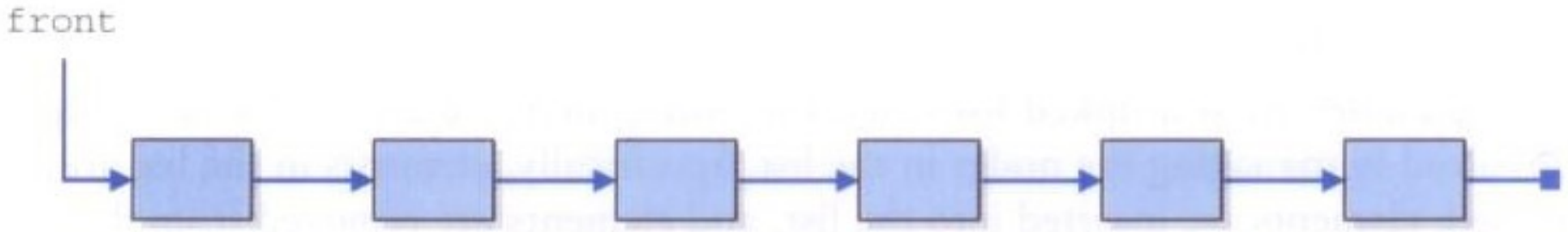
Lenkede datastrukturer

- Et alternativ til array-baserte implementasjoner er å bruke lenkede datastrukturer
- En lenket datastruktur i Java bruker *objektreferanser* til å lage lenker (eller forbindelser) mellom objektene
- Variabler i Java som lagrer referanser til objekter inneholder egentlig *minneadressen* til dataene som utgjør objektet (kalles *pekere* i språk som f.eks. C)



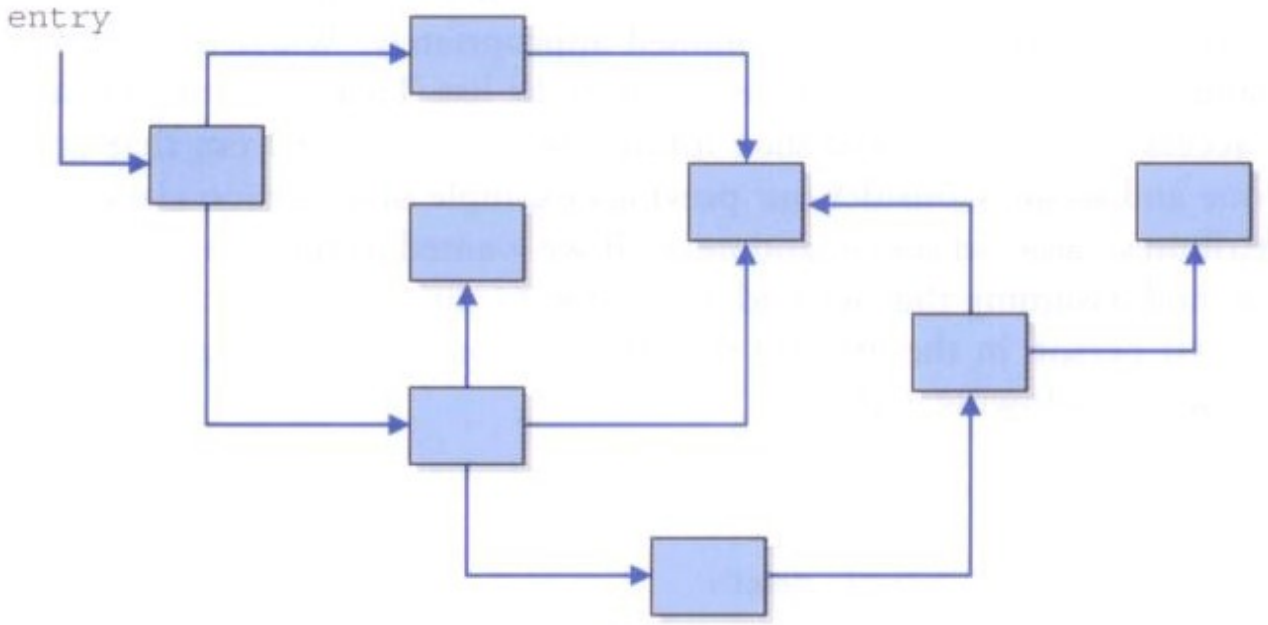
Eksempel: Lenket datastrukturer

- Data om personer lagres i objekter av en Java-klasse `Person`
- Hvert objekt inneholder også en referanse til et annet `Person`-objekt
- En sekvens av Person-objekter kan danne en lineær datastruktur som kalles en *lenket liste*
- Objektene i en slik datastruktur kalles *noder*



Ikke-lineære lenkede datastrukturer

- Hvis hver node inneholder *flere* referanser til andre noder, kan de lenkes sammen til å danne mer kompliserte *ikke-lineære* datastrukturer
- I dette kurset skal vi senere se på de ikke-lineære datastrukturene *trær* og *grafer*



Lenket liste

- Lenkede lister har ingen indekser for direkte oppslag
- Det er bare en referanse til noden i *starten* på listen
- For å aksessere hvert element i listen må vi følge referansene fra en node til neste node:

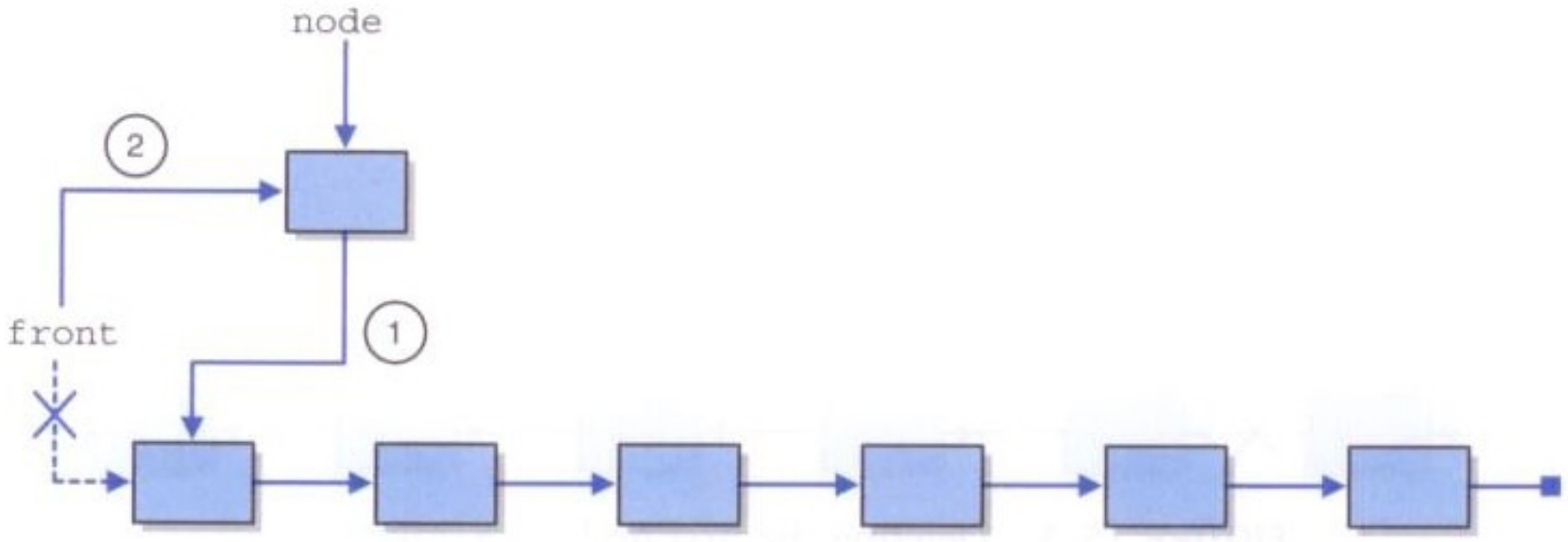
```
Person current = first;
while (current != null)
{
    System.out.println(current);
    current = current.next;
}
```

Håndtering av lenker

- Operasjoner på lenkede lister må være nøyaktige, og sikre at referanser/pekere er korrekte og konsistente

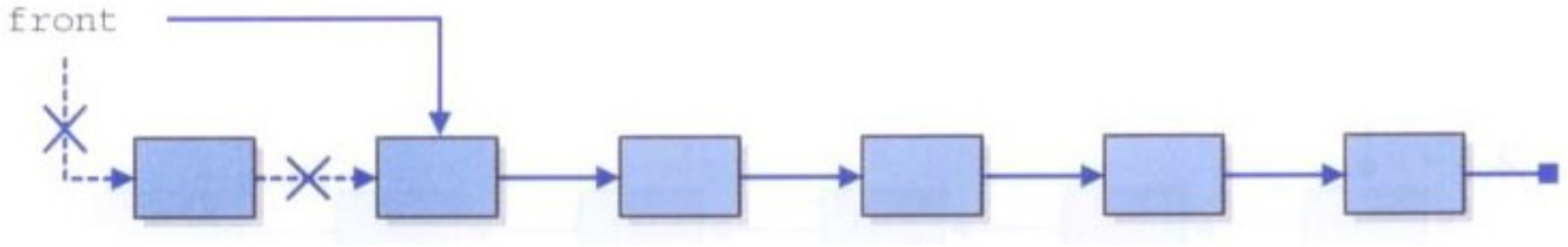
- For f.eks. å sette inn en ny node først i listen:

  1. Sett ny node til å peke på nåværende første node
  2. Sett starten på listen (front) til å peke på den nye noden



Håndtering av lenker forts.

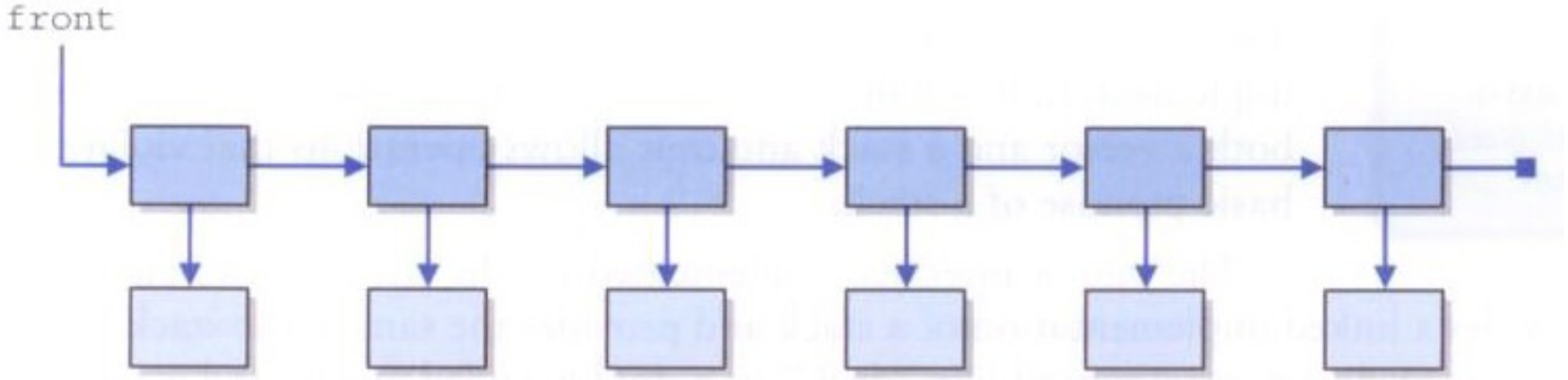
- Tilsvarende, for å fjerne første node:
  - Flytt pekeren til starten på listen (front) til å referere til nåværende første node sin etterfølger / neste.
  - Hvis noden som fjernes skal brukes senere, må det tas vare på en referanse til noden *før* "front"-pekeren flyttes, hvis ikke er den å regne som fjernet fra hukommelsen



I læreboka: Generiske lenkede lister

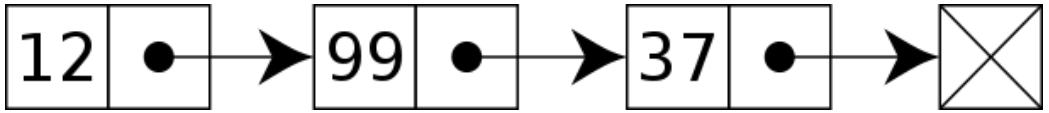
- En generell datastrukturer der koblingene/ referansene mellom nodene er uavhengige av dataene som skal lagres i strukturen
- Løsning: Bruk en egen node-klasse som bare inneholder:
  - En referanse til neste node i listen (null for siste node)
  - En generisk referanse til objektet som er lagret i listen
- Java-kode fra læreboka:

  `LinearNode.java` og `LinkedList.java`



En enklere implementasjon av uordnede lenkede lister

- For å fokusere på metodene og ikke på Java, implementer vi i stedet en uordnet lenket liste som bare kan lagre enkle heltall:



- Klassen som representerer en slik lenket liste inneholder:
  - En indre klasse for nodene: `listNode`
  - Referanse til første node i listen: `head`
  - Antall elementer i listen: `size`
- Implementasjon av lenket liste med heltall: `intList.java`

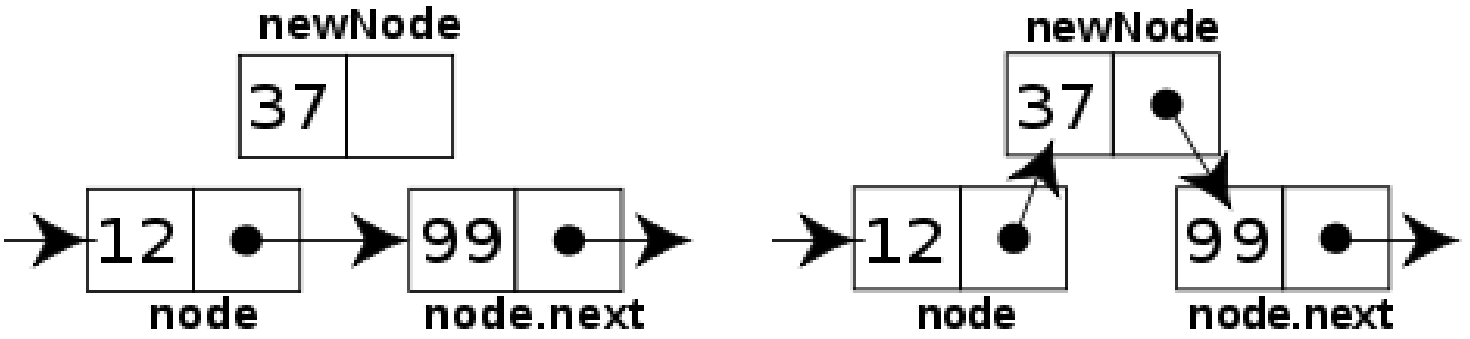
Innsetting av element i lenket liste

- Tre metoder:

```
void    addToFront(int data);
void    addToRear (int data);
boolean addAfter   (int target, int data);
```

- Innsetting først er trivielt, `addToFront` blir $O(1)$
- `addAfter` og `addToRear`:
  - Krever at listen traverseres fra begynnelsen
  - Innsettingen er litt “fiklete”, må oppdatere forgjenger
  - Begge metodene har worst-case som er $O(n)$

Innsetting av element i lenket liste



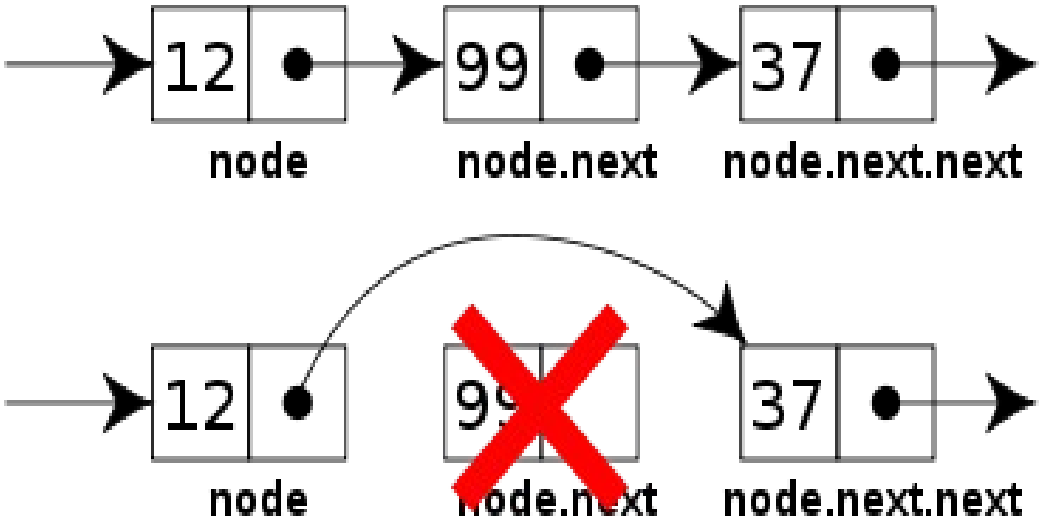
Fjerning av element i lenket liste

- Tre metoder:

```
int  removeFirst();
int  removeLast ();
void remove     (int data);
```

- Fjerning av første element er enkelt, `removeFirst` blir *O*(1)
- Fjerning av siste element eller et element inne i listen:
  - Traversér listen for å finne noden *før* den som skal fjernes
  - Fjern elementet ved å sette neste-pekeren til *forgjenger*-noden til å peke på fjernet node sin *etterfølger*
  - Implementasjon er “fiklete”, må håndtere spesialtilfeller
  - Begge metodene har worst-case som er *O*(*n*)

Fjerning av element i lenket liste



Lenket liste: Søke etter element

- Metode: `boolean contains(int data);`
- Må alltid gå fra begynnelsen av listen og sammenligne med en og en node inntil vi evt. finner verdien
- Verste tilfelle er *n* steg, gjennomsnittlig *n*/2
- Søking i en lenket liste med *n* elementer er *O*(*n*)
- Kan ikke effektiviseres, selv om listen er sortert
- Men: Hvis vi innfører to “neste-pekere” i hver node, kan vi lage en ordnet datastruktur som har *O*(log *n*) oppførsel for innsetting, fjerning og søking(!) – et binært søketre*

* Lærebokas kapittel 11

Lister: Oppsummering av effektivitet

Array-liste:

- Fordeler:
  - Enkel implementasjon
  - Innsetting og fjerning sist i listen er $O(1)$
  - Direkte oppslag, $O(1)$
  - Søking i ordnet liste kan være $O(\log n)$
- Ulemper:
  - Innsetting og fjerning først og inne i liste $O(n)$

Lenket liste:

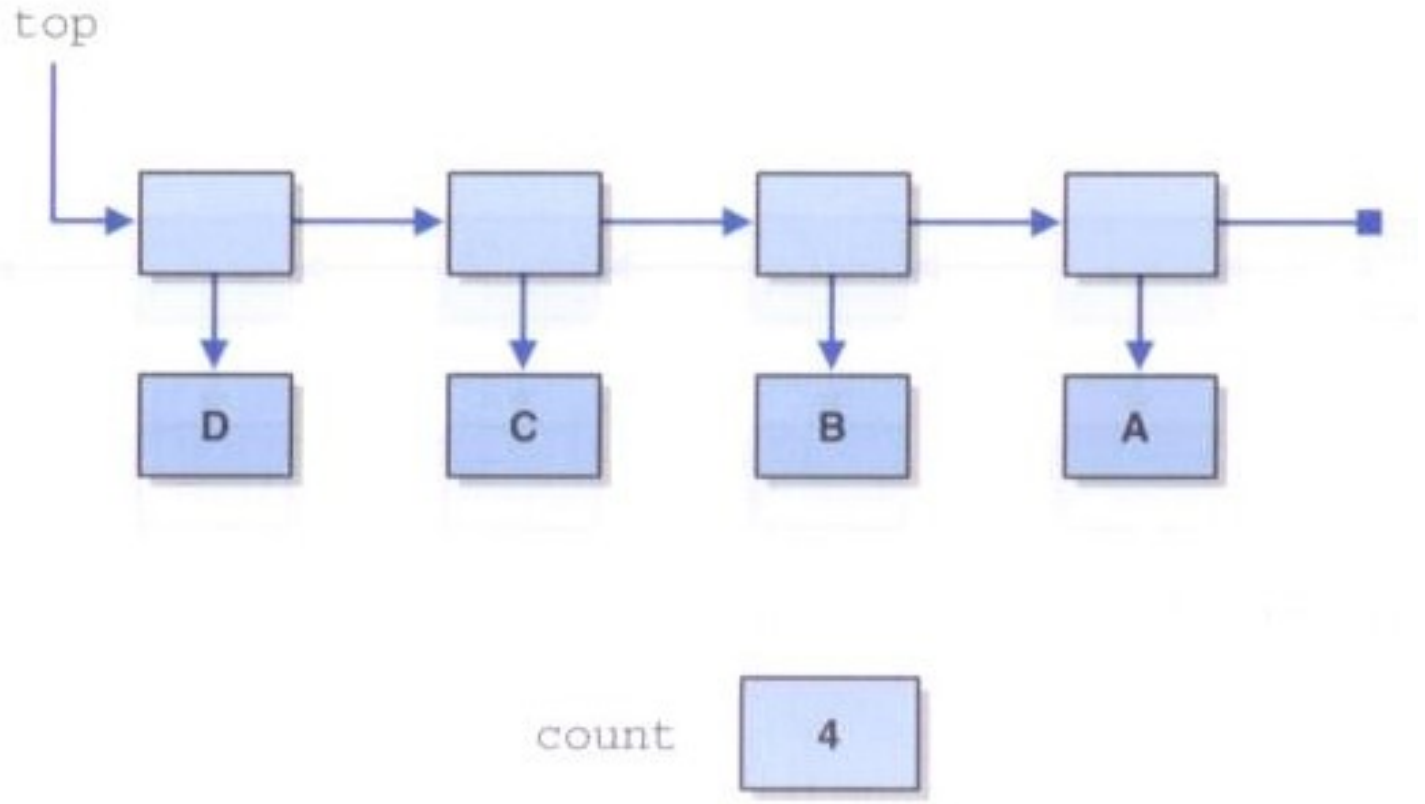
- Fordeler:
  - Innsetting først og sist $O(1)$
  - Fleksibel, flere varianter
- Ulemper:
  - Fiklete implementasjon
  - Ikke direkte oppslag
  - Søking, innsetting og fjerning inne i liste $O(n)$

Stack implementert som lenket liste

- Stacken inneholder:
  - Referanse/peker til noden på toppen av stacken
  - En teller med antall elementer
- Nodene inneholder:
  - Referanse/peker til neste element på stacken
  - Referanse/peker til objektet som inneholder dataene
- Se avsnitt 4.6 og implementasjonen fra læreboka

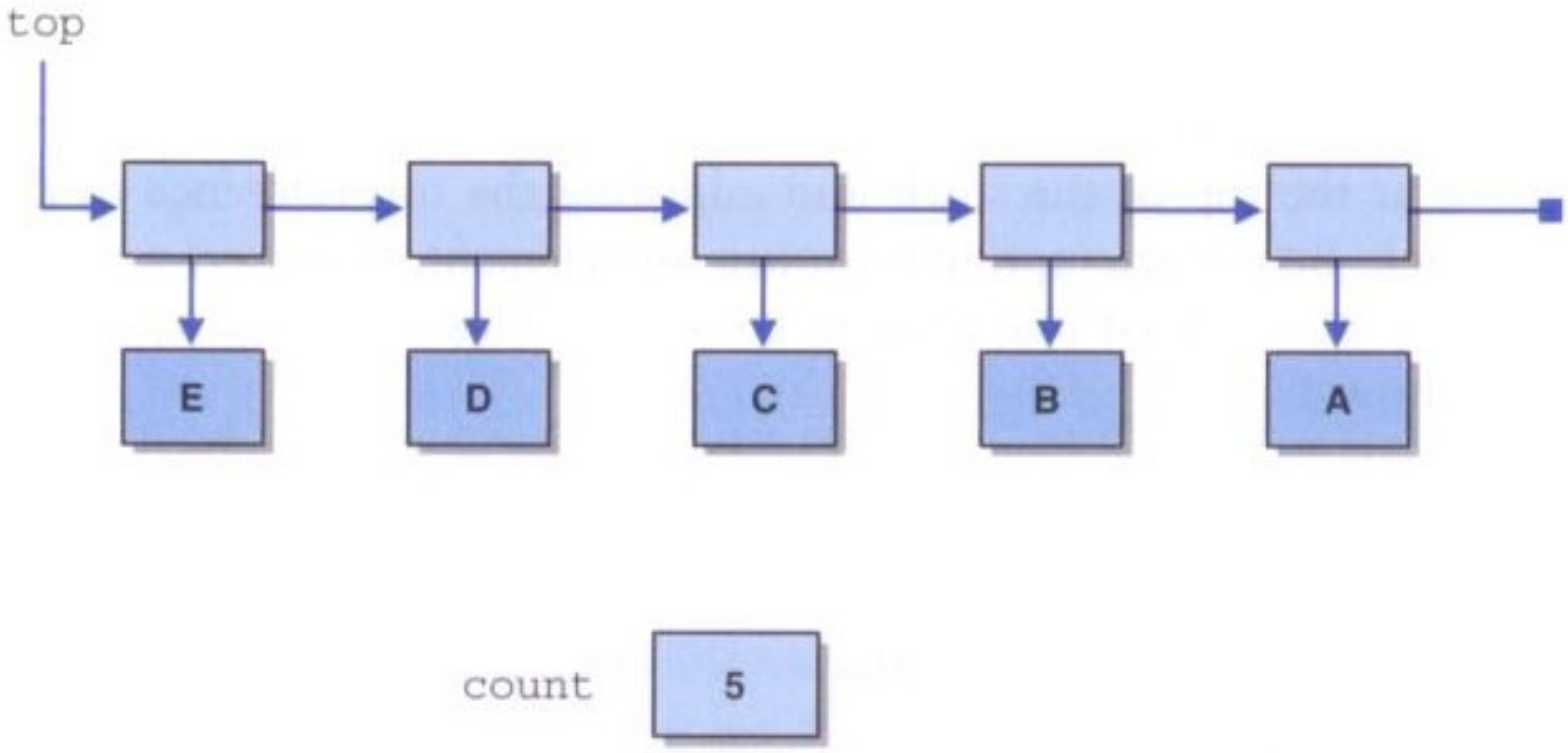
Stack med lenket liste

Etter push av verdiene A, B, C og D i rekkefølge på en stack som initielt er tom:



Stack med lenket liste: push

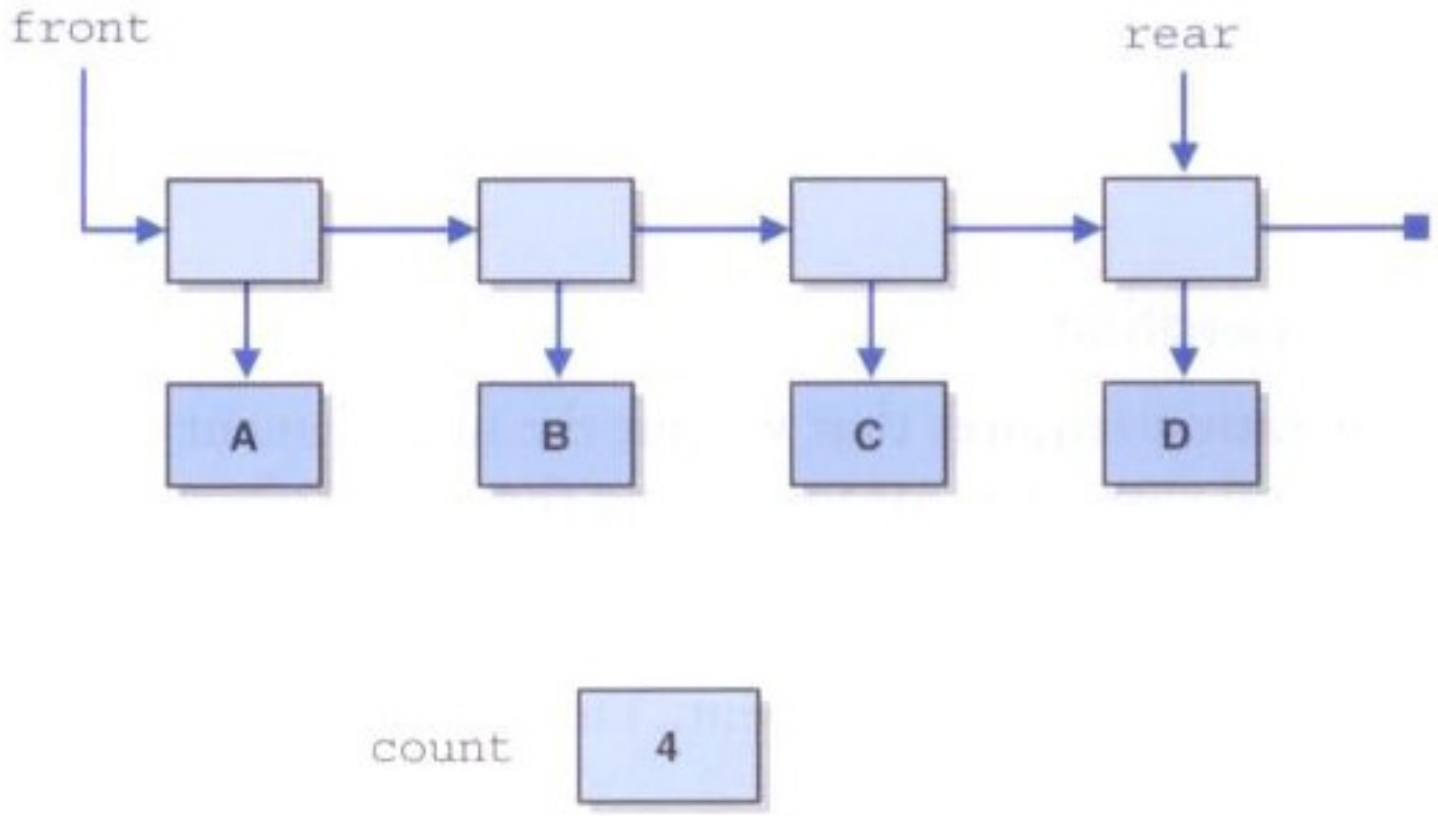
Etter push av verdien E:



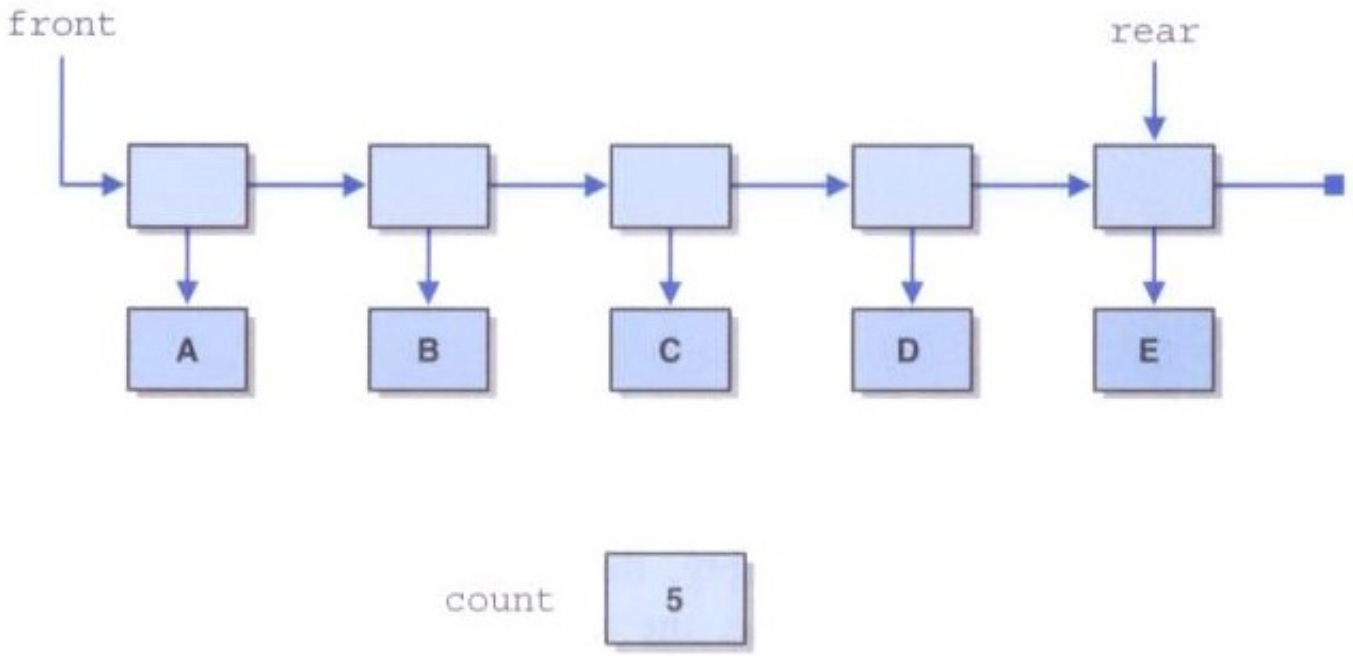
Kø implementert som lenket liste

- Køen har:
  - Referanser til noden først (`front`) og sist (`rear`) i køen
  - En teller (`count`) som inneholder antall elementer i kø
- Hver node i køen har:
  - Referanse/peker til noden som står på neste plass i køen
  - Referanse/peker til et objekt som inneholder dataene
- Alle operasjoner på køen blir *O*(1)
- Se avsnitt 5.6 i læreboka
- Lærebokas Java-kode: LinkedQueue.java

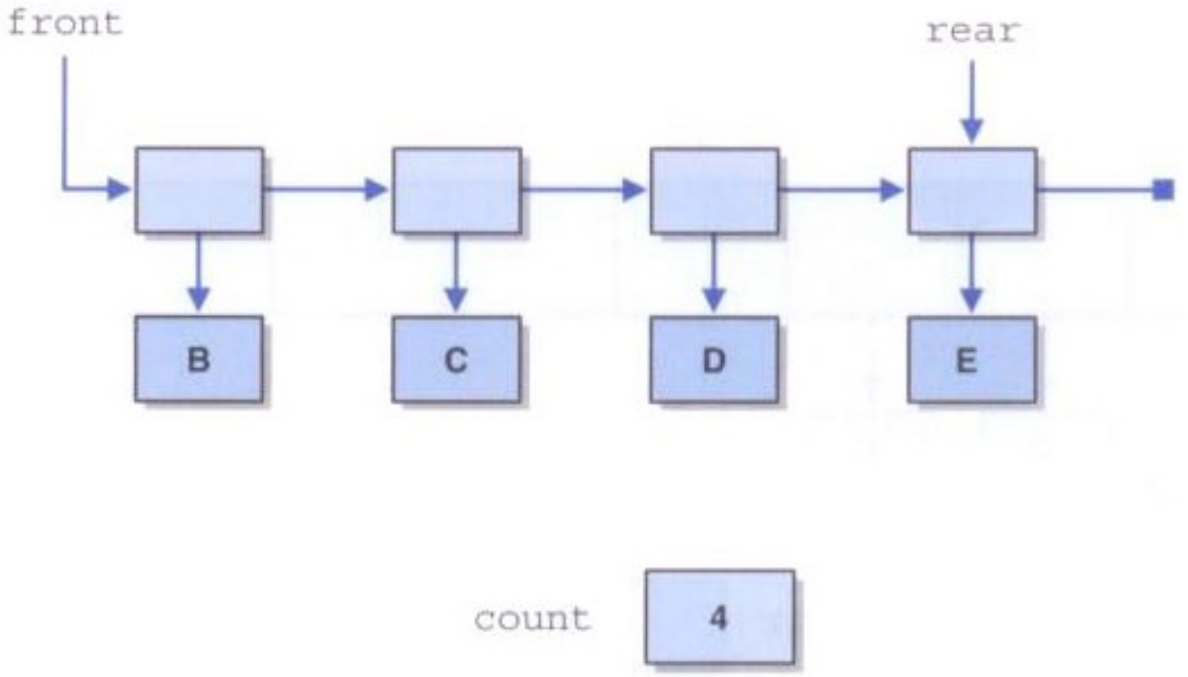
Kø implementert som lenket liste



Etter enqueue(E):



Etter dequeue():



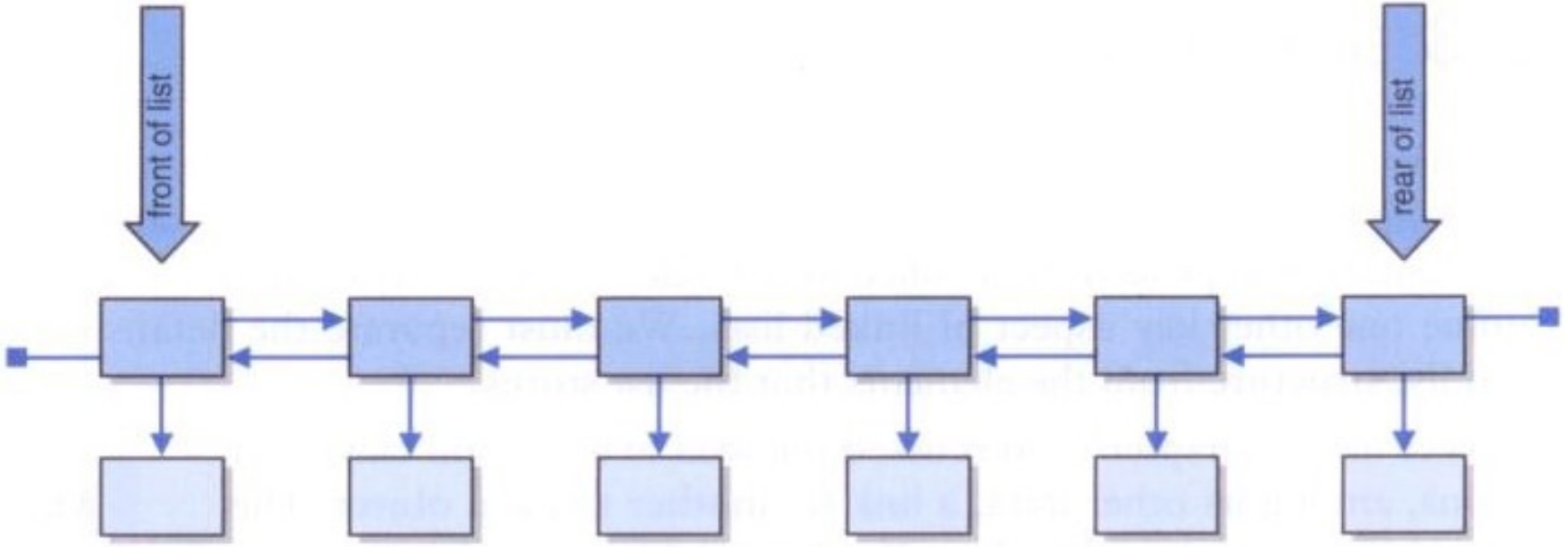
Vanlige varianter av lenket liste

- Liste med “hode” (og “hale”):
  - Egen “dummy” (aka “sentinel” / ”vaktpost”) node for begynnelsen (og evt. slutten av listen)
  - Slipper unna noen spesialtilfeller ved innsetting og fjerning, fordi listen aldri er tom
- Sirkulære lister:
  - Siste node peker til første

Dobbeltlenkede lister

- Hver node har peker både til neste og til forrige node
- Enklere koding av innsetting og fjerning
- Kan traverseres “forlengs og baklengs”
- Typisk anvendelse: Redigering av en linje med tekst
- Implementasjon:
  - `DoubleNode.java`
  - `DoubleList.java`

Dobbeltlenket liste



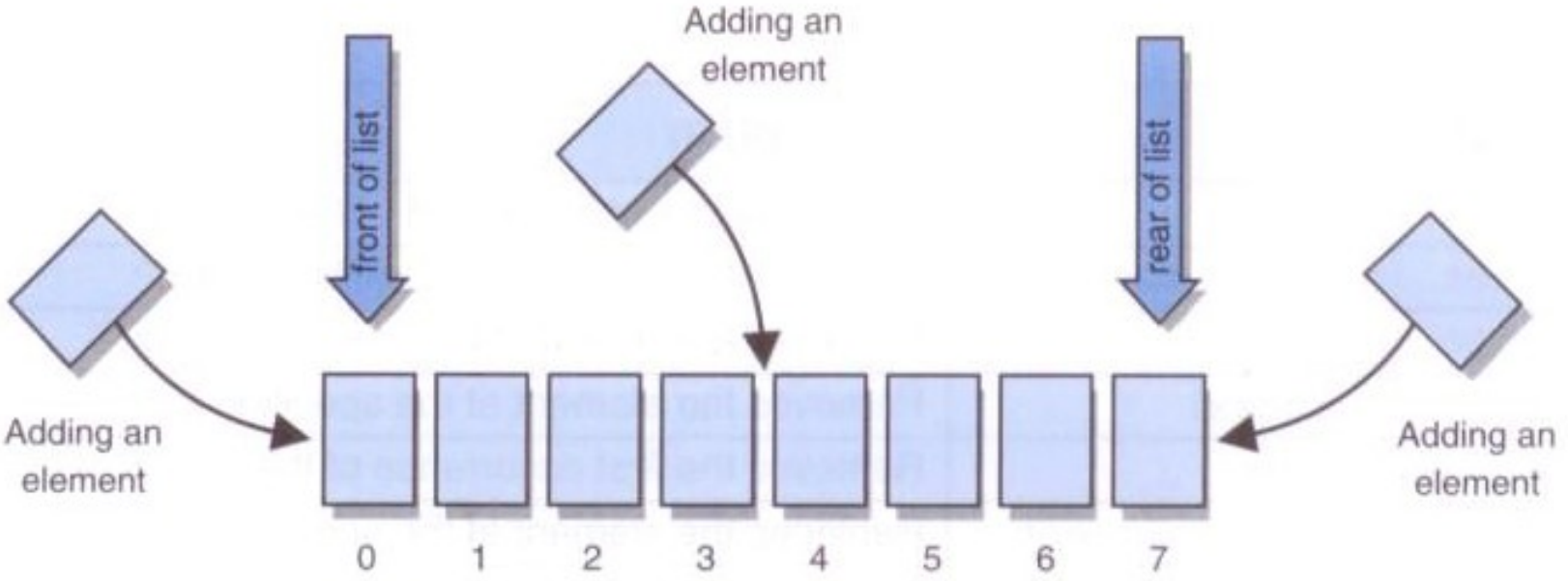
Lister i Java Collections API

- Generell liste-ADT:
  - `java.util.List`
- Tre ulike implementasjoner av lister i Java:
  - Array-liste: `java.util.Vector` (synkronisert)
  - Array-liste: `java.util.ArrayList` (ikke synkronisert)
  - Lenket liste: `java.util.LinkedList` (ikke synkronisert)
- Alle tre implementerer indekserte lister
- Java-listene inneholder også metoder som implementerer stack og ulike typer køer

Indekserte lister

- Har samme metoder som en vanlig liste
- Tilbyr i tillegg metoder for å se på, sette inn og fjerne elementer på en bestemt *posisjon* (eller *indeks*) i listen
- Indeksene til elementer i listen vil oftest endres ved innsetting og fjerning
- En indeksert liste er vanligvis ikke ordnet (hvorfor?)
- Indekserte lister er implementert i Java Collections

Indeksert liste



Noen metoder fra `java.util.List` som implementerer indekserte lister

Metode	Beskrivelse
`add(int index, E element)`	Setter inn element på gitt indeks
`get(int index)`	Returnerer element på gitt indeks
`remove(int index)`	Fjerner element på gitt indeks
`set(int index, E element)`	Erstatter element på gitt indeks

En anvendelse av indekserte lister: Josephus' problem

- 2000 år gammel historie, se Wikipedia
- Animasjon:

Josephus' problem som en liste

- Input: Liste med tallene 1, 2, 3, …, *n*
- Ta ut (f.eks.) hvert tredje element fra en liste, inntil bare ett element står igjen
- Eksempel med *n* = 7:

1 2 **3** 4 5 6 7	1 2 4 5 **6** 7	1 **2** 4 5 7
1 4 5 **7**	1 4 **5**	**1** 4
4		

Implementasjon av Josephus' problem

- Bruker en indeksert liste til å lagre tallene
- Listen behandles som om den var sirkulær – vi går til begynnelsen når vi kommer til slutten av listen ved å bruke enkel modulus-regning
- Vi må ta hensyn til at at listen kollapser mens vi er i gang, og hele tiden holde rede på *indeksen* til *neste* element som skal ut

Algoritme for Josephus' problem*

Input: n Antall elementer
d Avstand mellom elementene som fjernes
f Første element som skal fjernes

1 Legg inn tallene 1,2,3 …,n i en indeksert liste L

2 Sett indeks til første element som fjernes: $p = f - 1$

3 Så lenge $n > 1$

3.1 Fjern elementet på indeks p i listen

3.2 $n = n - 1$

3.3 $p = (p + d - 1) \% n$

- Implementasjon: `Josephus_2.java`

* Litt anderledes enn koden i læreboka