

Formelsamling i Energiteknik

Version 2025-02-20

Olof Björkqvist och Marcus Eriksson

Formler och beteckningar utgående från Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

Korrekturfel och förbättringsförslag kan rapporteras till Olof Björkqvist <olof.bjorkqvist@miun.se>
Detta verk är publicerat under en Creative Commons Erkännande-DelaLika 4.0 Internationell Licens (CC BY-SA 4.0)

Institutionen för naturvetenskap, design och hållbar utveckling (NDH)
Mittuniversitetet

Innehåll

1	Generella formler	2
2	Värmelära	4
3	Värmeöverföring	6
4	Strömningslära	9
5	Pumpsystem	11
6	Värmeväxlare	14
7	Kraft- och kylprocesser	16
8	Vindenergi	18
9	Ekonomi	19
10	Underhållsteknik	21
11	Fysikaliska data för några viktiga ämnen	26
	Symboler	27
	Referenser	29

Kapitel 1

Generella formler

Beteckningar

Acceleration, m/s^2 (a)
Arbete, J (W)
Area m^2 (A)
Densitet, kg/m^3 (ρ)
Effekt, generellt, W (P)
Energi, J (E)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Höjd, m (kan även betecknas z) (h)
Kraft, N (F)
Längd, m (L)
Massa, kg (m)
Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})
Sträcka, m (s)
Tid, s (t)
Tryck, Pa (p)
Tyngdacceleration, m/s^2 (g)
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (η)
Volym, m^3 (V)
Volymitet, specifik volym, m^3/kg (v)

Formler och samband

Area: $A = L \cdot L$ (m^2)

Volym: $V = L \cdot L \cdot L$ (m^3)

Massflöde: $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$ (kg/s)

Hastighet: $v = \frac{dL}{dt}$ (m/s)

Acceleration: $a = \frac{dv}{dt}$ (m/s^2)

Newtons andra lag: $F = m \cdot a$ (N)

Arbete: $dW = F \cdot ds$ (J, Nm)

Arbete vid konstant kraft: $W = F \cdot s$ (J, Nm)

Lägesenergi: $E = m \cdot g \cdot h$ (J, Nm)

Rörelseenergi $E = \frac{m \cdot v^2}{2}$ (J, Nm)

Effekt: $P = \frac{dW}{dt}$ (W, Watt)

Densitet: $\varrho = \frac{m}{V}$ (kg/m³)

Volymitet: $v = \frac{V}{m}$ (m³/kg)

Tryck: $p = \frac{F}{A}$ (Pa, Pascal, N/m²)

Verkningsgrad: $\eta = \frac{\text{Nyttig avgiven energi}}{\text{Tillförd energi}}$

Kapitel 2

Värmelära

Beteckningar

Allmänna, universella gaskonstanten $8,314, \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ (R_u)

Antal mol (n)

Entropi, J/K (S)

Exergi, J (X)

Gibbs fria energi, J (G)

Isobar specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ (c_p)

Isokor specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ (c_v)

Specifik värmemängd, J (q)

Massa, kg (m)

Specifik entropi, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ (s)

Specifik gaskonstant, J/K (R)

Specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ (c)

Sträcka, m (s)

Temperatur, K eller $^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{C}$ (kan även betecknas t) (T)

Tryck, Pa (p)

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (η)

Volym, m^3 (V)

Värmemängd, J (Q)

Grundläggande formler och definitioner

Allmänna gaslagen: $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$, eller $p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$

där R_u = Allmänna gaskonstanten och n = antal mol

Värme vid konstant tryck:

$dQ = m \cdot c_p \cdot dt$. $Q \approx m \cdot \overline{c_p} \cdot \Delta T$ då c_p varierar lite.

Värme vid konstant volym:

$dQ = m \cdot c_v \cdot dt$. $Q \approx m \cdot \overline{c_v} \cdot \Delta T$ då c_v varierar lite.

Samband mellan c_p , c_v och R för ideala gaser:

$c_p - c_v = R$ samt $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$.

Volymändringsarbete: $dW = F \cdot ds = p \cdot A \cdot ds = p \cdot dV$

Tekniskt arbete: $dW_t = -p \cdot dV$; $dw_t = -p \cdot dv$

Miunustecknet definierat att avgivet arbete vid expansion är >0

Entalpi: $h = u + p \cdot v$

$$dq = dh - v \cdot dp$$

Entropi: $ds = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{rev}$

Gibbs fria energi: $G = H - T \cdot S$

$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$ för en isoterm process.

Exergi: $X_{\text{värme}} = \left(1 - \frac{T_{\text{omgivning}}}{T_{\text{källa}}} \right) \cdot Q$

$$X_{\text{arbete}} = W_t = W - p \cdot (V_2 - V_1)$$

Termodynamiska processer

Isokor process: $V = \text{konstant}$

$$Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$w = v \cdot \Delta p \dots$$

Isobar process: $p = \text{konstant}$

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$w = 0$$

Isoterm process: $T = \text{konstant}$

$$Q = W = m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} =$$

$$= m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = T \cdot (s_2 - s_1) \text{ för en ideal gas.}$$

Adiabat och isentrop process:

$$\Delta Q = 0 \text{ och } \Delta s = 0$$

$$q = 0$$

$$w_t = i_2 - i_1$$

Carnotprocess: $\eta_c = \frac{\Delta s \cdot (T_1 - T_2)}{\Delta s \cdot (T_1 - 0)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Kapitel 3

Värmeöverföring

Beteckningar

Area m^2 (A)
Termisk diffusivitet, m^2/s (α)
Diameter, m (kan även betecknas d) (D)
Diameter, m (kan även betecknas d) (D)
Frekvens, Hz (f)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Ljusets hastighet, m/s (c)
Ljusets hastighet i vacuum $2,998 \cdot 10^8$, m/s (c_0)
Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K (c_p)
Kinematisk viskositet, m^2/s (ν)
Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})
Nusselts tal, dimensionslöst (Nu)
Prandtls tal, dimensionslöst (Pr)
Reynolds tal, dimensionslöst (Re)
Svartkropps strålningseffekt, W/m^2 (E_b)
Stefan-Boltzmanns konstant $5,67 \cdot 10^{-8}$ ($W/(m^2 \cdot K)$) (σ)
Våglängd, m (λ)
Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m (O)
Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas t) (T)
Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m (δ)
Värmeeffekt, W (\dot{Q})
Värmeledningstal, $W/(m^2 \cdot K)$ (kan även betecknas k) (U)
Värmeledningstal, värmekonduktivitet, $W/(m \cdot K)$ (λ)
Värmemotstånd, K/W (R)
Värmeövergångstal, $W/(m^2 \cdot K)$ (α)

Värmeledning

Värmeledning genom plan vägg:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} = \lambda \cdot A \frac{T_1 - T_2}{\delta} = \\ &= \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{\delta}{\lambda \cdot A}\right)} = \left| \frac{\delta}{\lambda \cdot A} = R \right| = \frac{T_1 - T_2}{R}\end{aligned}$$

där T_1 och T_2 är temperaturena på väggens varma respektive kalla yta.

Värmeledning genom kompositvägg med konvektionsöverföring:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= U \cdot A \cdot (T_i - T_u) = \\ &= \frac{(T_i - T_u) \cdot A}{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_u} \right)} = \\ &= \frac{(T_i - T_u)}{\left(\frac{1}{\alpha_i \cdot A} + \frac{\delta_1}{\lambda_1 \cdot A} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 \cdot A} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n \cdot A} + \frac{1}{\alpha_u \cdot A} \right)} = \\ &= \frac{(T_i - T_u)}{R_{tot}} \\ U \cdot A &= \frac{1}{R_{tot}}\end{aligned}$$

där T_i och T_u är temperaturena i väggens varma respektive kalla omgivning, långt från väggen.

Termisk diffusivitet

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \text{ m}^2/\text{s}$$

Konvektion

Dimensionslösa tal

$$\begin{aligned}\text{Reynolds tal: } Re &= \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} \\ &= \left| \mu = \frac{\nu}{\rho} \right| = \frac{v_m \cdot d_h \cdot \rho}{\mu}\end{aligned}$$

$$d_h \text{ (hydrauliska diametern) } = \frac{4 \cdot \text{tvärsnittsarean}}{\text{våt omkrets}} = \frac{4 \cdot A}{O}$$

$$v_m \text{ (medelhastigheten) } = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A}$$

$$\text{Prandtls tal: } Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{c_p \cdot \nu \cdot \rho}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

där α i uttrycket $\frac{\nu}{\alpha}$ är ämnets termiska diffusivitet.

$$\text{Nusselts tal: } Nu = \frac{\alpha \cdot d_h}{\lambda}$$

Korrelationer för Nusselts tal, dimensionslöst (Nu) finns till exempel i Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

Samband mellan tryckfall och värmeöverföringskoefficient för cirkuära rör

Konstanta röregenskaper, variabelt volymflöde

<i>Laminärt flöde</i>	<i>Turbulent flöde</i>
$P_f \propto v \propto \dot{V}$	$p_f \propto v^{1,75} \text{ till } 2$
$\alpha \propto v^0 \text{ till } 0,3$	$\alpha \propto v^{0,8}$

Konstant volymflöde, variabel rördiameter

Laminärt flöde

$$p_f \propto d^{-4}$$

$$\alpha \propto d^{-1}$$

Turbulent flöde

$$p_f \propto d^{-(4,75 \text{ till } 5)}$$

$$\alpha \propto d^{-1,8}$$

Strålning

Våglängd

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$c = \frac{c_0}{n} \text{ där } n = \text{index}$$

Svartkroppsstrålning

$$E_b(T) = \sigma \cdot T^4$$

Kapitel 4

Strömningslära

Beteckningar

Area m^2 (A)

Densitet, kg/m^3 (ϱ)

Dynamisk viskositet, $\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ eller $\text{Pa}\cdot\text{s}$ eller $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ (μ)

Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst (ξ)

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)

Höjd, m (kan även betecknas z) (h)

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)

Kinematisk viskositet, m^2/s (ν)

Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})

Omkrets, m (O)

Sträcka, m (s)

Tryck, Pa (p)

Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f) (λ)

Tyngdacceleration, m/s^2 (g)

Formler och samband

Kontinuitetsekvationen för endimensionell stationär strömning

$$\varrho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \varrho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

Kontinuitetsekvationen vid konstant densitet:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

Bernoullis ekvation

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\varrho} = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\varrho} \quad (\text{J/kg})$$

$$\frac{v_1^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_1 + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_2 + p_2 \quad (\text{Pa})$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h_1 + \frac{p_1}{\varrho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_2 + \frac{p_2}{\varrho \cdot g} \quad (\text{m})$$

där uttrycken $p \cdot A \cdot ds = p \cdot dV$ är volymändringsarbete eller tryckenergi (J) och

$$\frac{p \cdot A \cdot ds}{m} = \frac{p \cdot dV}{m} = \frac{p}{\varrho} \quad \text{är volymändringsarbete eller tryckenergi per kg (J/kg)}$$

Toricellis teorem. Utströmning ur vätskebehållare

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Utströmning från behållare under tryck:

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho} \cdot 2 \cdot g \cdot h}$$

Stagnationstryck, dynamiskt tryck och statiskt tryck

$$\text{Stagnationstryck: } p_{stat} + \frac{\rho \cdot v_c^2}{2}$$

$$\text{Dynamiskt tryck: } p_{dyn} = \frac{\rho \cdot v_c^2}{2}$$

$$\text{Statiskt tryck: } p_{stat} = \rho \cdot g \cdot h \text{ (tryck över atmosfärsstryck)}$$

$$\text{Statiskt tryck: } p_{stat} = \rho \cdot g \cdot h + p_{atm} \text{ (absoluttryck)}$$

$$\text{Totalt tryck: } p_{stat} + p_{dyn}$$

Laminär eller turbulent strömning

$$Re = \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} = \frac{(v_m \cdot d_h)}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$$

$$d_h \text{ (hydraulisk diameter)} = \frac{4 \cdot A}{O}$$

Tryckförluster vid friktion i rör

$$p_f = \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \frac{\rho \cdot v_m^2}{2}$$

Kapitel 5

Pumpsystem

Beteckningar

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Arbete, J (W)
Arbetseffekt, W (\dot{W})
Area m² (A)
Densitet, kg/m³ (ρ)
Diameter, m (kan även betecknas d) (D)
Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst (ξ)
Höjd, m (kan även betecknas z) (h)
Längd, m (L)
Massa, kg (m)
Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})
Maximal sughöjd (*net positive suction head*) ($NPSH$)
Strömningsförlust, m (h_f)
Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas t) (T)
Tryck, Pa (p)
Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f) (λ)
Tyngdacceleration, m/s² (g)
Varvtal (n)
Volym, m³ (V)
Volymitet, specifik volym, m³/kg (v)
Volymflöde, m³/s (\dot{V})
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (η)
Uppfordringshöjd, m (H)

Formler och samband

Teoretiskt pumparbete vid en isokor process: $w = v \cdot \Delta p$

Energiekvationen för pumpar och fläktar

$$\begin{aligned} p_1 + \varrho \cdot g \cdot h_1 + \frac{v_1^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{pump} &= \\ &= p_2 + \varrho \cdot g \cdot h_2 + \frac{v_2^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{f12} \\ \Delta p_{flakt} &= (p_2 - p_1) + \varrho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{f12} \approx \\ &\approx p_2 - p_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{f12} \\ &\text{om } \varrho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \text{ är litet} \end{aligned}$$

Uppfordringshöjd:

$$\begin{aligned} H_{pump} &= \frac{p_{ut} - p_{in}}{\varrho \cdot g} + \frac{v_{ut}^2 - v_{in}^2}{2 \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f = \\ &= \frac{p_{0,ut} - p_{0,in}}{\varrho \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f \end{aligned}$$

där $p_{ut} - p_{in}$ = ökningen av det statiska trycket i pumpen, $p_{0,ut} - p_{0,in}$ = ökningen av totaltrycket i pumpen och Δh_f = friktionsförluster i rörsystemet.

Kavitation och NPSH

$$\begin{aligned} NPSH &= \frac{p_{0,s} - p_{\ddot{a}}}{\varrho \cdot g} = \frac{p_a - p_{\ddot{a}}}{\varrho \cdot g} - h_s - h_{fs} \\ NPSH &\geq NPSH_{erf} \end{aligned}$$

$p_{0,s}$ = absoluta totaltrycket vid pumpinloppet, $p_{\ddot{a}}$ = vätskans ångbildningstryck vid aktuell temperatur, p_a = lufttryck vid en öppen vätskeyta, h_s = höjdskillnad mellan vätskeyta och pumpinlopp, samt h_{fs} = strömningsförluster i sugledningen. $NPSH_{erf}$ är pumpens minsta NPSH vid ett givet driftfall.

Pumparbete:

$$\dot{W} = \frac{\dot{W}_n}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \varrho \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{m} \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p_t}{\eta_{tot}}$$

där Δp_t är totala tryckökningen i pumpen.

Likformighetslagar

$$\begin{aligned} \dot{V} &\propto n \cdot D^3 \\ \dot{m} &\propto n \cdot \varrho \cdot D^3 \\ H &\propto n^2 \cdot D^2 \\ \dot{W} &\propto n^3 \cdot \varrho \cdot D^5 \end{aligned}$$

Strömningshastighet för inkompressibla medier:

$$v_m = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A}$$

där v_m är fluidens medelhastighet och A rörets tvärsnittsarea.

Driftfall vid parallell- och seriekopplade pumpar

Kopplingsfall	Pump 1	Pump 2	Kombinerat fall
Parallellkoppling	$H_1 = H_{tot}$ $\dot{V}_1 = \dot{V}_{tot} - \dot{V}_2$	$H_2 = H_{tot}$ $\dot{V}_2 = \dot{V}_{tot} - \dot{V}_1$	$H_{tot} = H_1 = H_2$ $\dot{V}_{tot} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$
Seriekoppling	$H_1 = H_{tot} - H_2$ $\dot{V}_1 = \dot{V}_{tot}$	$H_2 = H_{tot} - H_1$ $\dot{V}_2 = \dot{V}_{tot}$	$H_{tot} = H_1 + H_2$ $\dot{V}_{tot} = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$

Strömningsförluster:

$$h_f \approx konst \cdot \dot{V}^2$$

Strömningsförluster som beror på friktion i cirkulära rör:

$$h_f = \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d \cdot g} = \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^5 \cdot g}$$

$$p_f = \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d} = \rho \cdot \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^5}$$

där v_m är fluidens medelhastighet

Strömningsförluster som beror på engångsförluster i ventiler, rörböjar etc:

$$h_f = \frac{\sum \xi \cdot v_m^2}{2 \cdot g}$$

$$p_f = \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\sum \xi \cdot v_m^2}{2}$$

där $\sum \xi$ är summan av engångsförlustkoefficienterna för systemet.

Strömningsförluster i cirkulära rör som beror på både friktions- och engångsförluster:

$$h_f = \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g} = \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{8 \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^4 \cdot g}$$

$$p_f = \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{v_m^2}{2} = \rho \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{8 \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^4}$$

Kapitel 6

Värmeväxlare

Beteckningar

Area m^2 (A)

Isobar specifik värmekapacitet, $J/kg \cdot K$ (c_p)

Massa, kg (m)

Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})

Temperatur, K eller $^{\circ}C - ^{\circ}C$ (kan även betecknas t) (T)

Värmeledningstal, $W/(m^2 \cdot K)$ (kan även betecknas k) (U)

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (ε)

Värmekapacitetsflöde $c \cdot \dot{m}$, $J/s \cdot K$ (C)

Värmemängd, J (Q)

Värmeeffekt, W (\dot{Q})

Uppfordringshöjd, m (H)

Värmebalanser

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}_k \cdot c_{p,k} \cdot (T_{k,in} - T_{k,ut}) = \\ &= \dot{m}_v \cdot c_{p,v} \cdot (T_{v,in} - T_{v,ut}) = \\ &= U \cdot A_s \cdot \Delta T_{lm}\end{aligned}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)}$$

Motströmsvärmeväxlare Medströmsvärmeväxlare

$$\Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,ut}$$

$$\Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,in}$$

$$\Delta T_2 = T_{v,ut} - T_{k,in}$$

$$\Delta T_2 = T_{v,ut} - T_{k,ut}$$

NTU-metoden

Temperatureffektivitet, värmeväxlareffektivitet

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\text{Verklig överförd värmeeffekt}}{\text{Teoretiskt maximalt överförd värmeeffekt}}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= C_k \cdot (T_{k_{ut}} - T_{k_{in}}) \\ &= C_v \cdot (T_{v_{ut}} - T_{v_{in}})\end{aligned}$$

$$\dot{Q}_{max} = C_{min} \cdot (T_{v_{in}} - T_{k_{in}}) \text{ där } C_{min} = \min\{C_v, C_k\}$$

$$NTU = \frac{U \cdot A_s}{C_{min}} \text{ där } A_s \text{ är värmeväxlarens värmeöverförande yta.}$$

Kapitel 7

Kraft- och kylprocesser

Beteckningar

Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst (COP)

Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (η)

Volymitet, specifik volym, m^3/kg (v)

Värmeeffekt, W (\dot{Q})

Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknas i) (h)

Specifik entropi, J/(kg·K) (s)

Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas ν) (x)

Ångkraftprocessen

Index

f	fuktig ånga
is	isentrop
$t1$	tillstånd efter kondensor
$t2$	tillstånd efter matarvattenpump
$t3$	tillstånd efter överhettare
$t4$	tillstånd efter turbin
$'$	mättad vätska; ingående flöde
$''$	mättad ånga; utgående flöde

Ånghalt:

$$x = \frac{h_f - h'}{h'' - h'} = \frac{s_f - s'}{s'' - s'} = \frac{v_f - v'}{v'' - v'}$$

Entalpi i fuktiga området:

$$h_f = x \cdot h'' + (1 - x) \cdot h' = x \cdot (h'' - h') + h' = x \cdot r + h'$$

Termisk verkningsgrad:

$$\eta_t = \frac{(h_{t3} - h_{t4}) - (h_{t2} - h_{t1})}{h_{t3} - h_{t2}} = 1 - \frac{h_{t4} - h_{t1}}{h_{t3} - h_{t2}}$$

Turbinens isentropverkningsgrad:

$$\eta_{is} = \frac{h_{t3} - h_{t4}}{h_{t3} - h_{t4,is}}$$

Värmebalans förvärmare:

$$\dot{m}_{1,in} \cdot h_{1,in} + \dot{m}_{2,in} \cdot h_{2,in} = \dot{m}_{1,ut} \cdot h_{1,ut} + \dot{m}_{2,ut} \cdot h_{2,ut}$$

Massbalans blandningsförvärmare:

$$\dot{m}_{1,in} + \dot{m}_{2,in} = \dot{m}_{3,ut}$$

Kylmaskiner och värmepumpar

Index

<i>is</i>	isentrop
<i>t1</i>	tillstånd efter förångare
<i>t2</i>	tillstånd efter kompressor
<i>t3</i>	tillstånd efter kondensor
<i>t4</i>	tillstånd efter ventil
<i>L</i>	Tillfört värme i förångaren
<i>H</i>	Avgivet värme i kondensorn
<i>R</i>	Kylmaskin
<i>HP</i>	Värmepump

Värmebalanser:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_{köldmedium} \cdot (h_{t1} - h_{t4})$$

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_{köldmedium} \cdot (h_{t2} - h_{t3})$$

Köldfaktor och värmefaktor:

$$COP_R = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{kompressor}}$$

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{kompressor}}$$

Kompressorernas isentropverkningsgrad:

$$\eta_{is} = \frac{h_{t2,is} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}}$$

Kapitel 8

Vindenergi

Beteckningar

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (η)

Uppfordringshöjd, m (H) d

Formler och samband

Vindens energiflöde

Vindens momentana effekt

$$P_{kin} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v^3$$

Vindens medeleffekt

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \overline{v^3}$$

Vindens medeleffekt på en plats

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \overline{v^3} \cdot EPF$$

Kubikfaktor (Energy Pattern Factor)

$$EPF = \frac{\overline{v^3}}{\overline{v}^3}$$

Turbulensintensitet (10 minuters mätning, samplingsfrekvens minst 1 Hz)

$$TI = \frac{sd(v)}{\overline{v}}$$

Vindhastighetens höjdberoende

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0} \right)^\alpha$$

$h_0 =$ nollplansförskjutning $\approx 75\%$ av vegetationshöjden

Horisontalaxlade vindturbiner

Vertikalaxlade vindturbiner

Nyckeltal

Kapitel 9

Ekonomi

Beteckningar

Antal år (kan även betecknas x) (n)
Annuitet, kr (A)
Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas a) (f_A)
Grundinvestering, kr (G)
Inflation, % (q)
Livscykelkostnad, kr (LCC)
Intäktsöverskott, kr/år (a)
Intäkt eller kostnad, kr (C)
Nusummeffaktor, dimensionslöst (f_N)
Nuvärde, kr (N)
Restvärde, kr (R)
Ränta, % (r)
Slutvärde, kr (även K_n) (SV)
Återbetalningstid (payback), år (T)

Index

0 Värde vid tidpunkt 0 (idag)
 n Värde vid tidpunkt n
 N Nuvärde

Formler och samband

Nuvärde

$$N = K_n \cdot (1 + r)^{-n} = SN \cdot (1 + r)^{-n}$$

Nuvärdesmetoden

$$N = \sum_{i=1}^n C_i \cdot (1+r)^{-n}$$

$$N = \sum_{i=1}^n a \cdot (1+r)^{-n} = f_N \cdot a$$

om det årliga intäktsöverskottet är konstant.

$$f_N = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} = \frac{1}{f_A}$$

Annuitetsmetoden

$$A = f_A \cdot N$$

$$f_A = \frac{r}{1 - (1+r)^{-n}} = \frac{1}{f_N}$$

Slutvärde

$$K_n = SV = N \cdot (1+r)^n$$

Realränta

$$r_r = \frac{1+r}{1+q} \approx r - q$$

där r är den nominella räntan eller kalkylräntan.

Omvandling från årsränta till annan räntebas

i = andel av år.

$i = 4$ motsvarar t ex omvandling från årsränta till kvartalsränta

r_i = omräknad ränta, t ex kvartalsränta

$$r_i = (1+r)^{\frac{1}{i}} - 1 \approx \frac{r}{i}$$

där r är årsräntan.

Paybackmetoden

$$\text{Generellt: } \sum_{i=0}^T C_i = 0$$

$$\text{Diskonterad paybackmetod: } \sum_{i=0}^T C_i \cdot (1+r)^{-i} = 0$$

$$T = \frac{G}{a} \text{ om det årliga intäktsöverskottet är konstant.}$$

Life Cycle Cost (LCC)

$$LCC = G + \sum_{i=0}^n K_{N,i} - \sum_{i=0}^n I_{N,i} - R_N$$

Kapitel 10

Underhållsteknik

Beteckningar

Anläggningsutnyttjande, h (A)
Felintensitet, h (λ)
Kvalitetsutbytbyte, h (K)
Mean repair time, h (MRT)
Mean waiting time, h (MWT)
Mean down time, h (MDT)
Mean time to failure, h ($MTTF$)
Mean time between failure, h ($MTBF$)
Mean time to repair, h ($MTTR$)
Tillgänglighet, h (T)
Utrustningseffektivitet (TAK)

Definitioner

Begrepp och nyckeltal definieras i svensk standard SS-EN 13306 och SS-EN 15341. Dessa är sammanfattade i SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminologi och nyckeltal".

Formler och beteckningar utgår från Hagberg och Henriksson, 2018, *Underhåll - Underhållsdokumentation*, 2009, *Underhåll - Underhållsterminologi*, 2017 och *Underhåll - Nyckeltal för underhåll*, 2007

Definitioner enligt SS-EN standard

Viktiga definitioner enligt SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminologi och nyckeltal (2015)" är:

- Enhet: Del, komponent, anordning, delsystem, funktionell apparat, utrustning eller system som kan individuellt beskrivas och beaktas.
- Fel: Upphörande av förmågan hos en enhet att utföra en krävd funktion.
- Funktionsfel: Tillstånd hos en enhet karakteriserat av oförmåga att utföra en krävd funktion, exkluderat en oförmåga som kan uppstå vid förebyggande underhåll eller annan planerad åtgärd eller brist på stödfunktioner
- Underhåll: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder under en enhets livstid avsedda att vidmakthålla den i, eller återställa den till, ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.

- Förebyggande underhåll: Underhåll som genomförs vid förutbestämda intervall eller enligt förutbestämda kriterier och i avsikt att minska sannolikheten för fel eller degradering av en enhets funktion.
- Förutbestämt underhåll: Förebyggande underhåll som genomförs i enlighet med bestämda intervaller eller efter en bestämd användning, men utan att föregås av tillståndskontroll.
- Tillståndsbaserat underhåll: Förebyggande underhåll som består av kontroll och övervakning av en enhets tillstånd avseende dess funktion och egenskaper, samt därav föranledda åtgärder
- Förutsägbart underhåll: Tillståndsbaserad underhållsåtgärd som genomförs som följd av en förutsägelse om en enhets försämrade funktion baserad på analys och utvärdering av viktiga egenskaper.
- Förbättring: Kombination av alla tekniska, administrativa samt ledningens åtgärder, avsedda att förbättra en enhets tillförlitlighet, utan att ändra dess krävda funktion.
- Modifiering: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder, avsedda att ändra en enhets funktion.
- Avhjälpande underhåll: Underhåll som genomförs efter det att funktionsfel upptäckts och med avsikt att få enheten i ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.
- Uppskjutet avhjälpande underhåll: Avhjälpande underhåll som inte genomförs omedelbart efter att ett funktionsfel upptäckts utan senareläggs i enlighet med givna underhållsdirektiv.
- Akut avhjälpande underhåll: Underhåll som genomförs omedelbart efter det att funktionsfel upptäckts för att undvika oacceptabla konsekvenser
- Operatörsunderhåll: Underhåll som genomförs av en enhets användare eller operatör

Definitioner från Hagberg och Henriksson "Underhåll i världsklass"

- Stopptid: = Väntetid + reparationstid
- Totalt disponibel tid_x: = Obelagd tid + Totalt disponibel tid_y
- Obelagd tid = planeringsfaktorn
- Totalt disponibel tid_y = Planerad produktionstid
- Tillgänglig tid av planerad produktionstid är Totalt disponibel tid_y - Stopptid
- MRT = Mean repair time: Tid att utföra reparation
- MWT = Mean waiting time: Väntetid fram till reparation
- MDT = Mean down time: Genomsnittligt stopptid

Nyckeltal

Standard SS-EN 15341 beskriver nyckeltalen i tre grupper:

- E - Ekonomiska nyckeltal
- O - Organisatoriska nyckeltal
- T - Tekniska nyckeltal

Nyckeltalen är sedan indelade i olika nivåer.

Ekonomiska nyckeltal

$$\mathbf{E1:} \frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Återanskaffningsvärde}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E3:} \frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Total produktioh}}$$

$$\mathbf{E15:} \frac{\text{Kostnad för avhjälpande underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E16:} \frac{\text{Kostnad för förebyggande underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E17:} \frac{\text{Kostnad för tillståndsbaserat underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E18:} \frac{\text{Kostnad för förutbestämt underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E19:} \frac{\text{Kostnad för förbättring}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

Tekniska nyckeltal

Enligt SS_EN standard

$$\mathbf{T1:} \frac{\text{Total drifttid}}{\text{Total drifttid} + \text{Driftstopp på grund av underhåll}} \cdot 100$$

$$\mathbf{T17:} MTBF = \frac{\text{Total drifttid}}{\text{Totalt antal fel}} = MTTF + MDT$$

$$\mathbf{T21:} MTTR = MDT = \frac{\text{Total tid för återställande}}{\text{Totalt antal fel}} = MRT + MWT$$

Enligt Hagberg och Henriksson, Underhåll i världsklass

Operativ prestation:

$$= \left(\frac{\text{Enheter}}{\text{Maskintimme}} \right) \cdot \left(\frac{\text{Maskintimmar}}{\text{År}} \right) = \text{enheter/år}$$

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt disponibel tid} - \text{Obelagd tid}}{\text{Totalt disponibel tid}}$$

Tillgänglighet i seriekopplade funktioner:

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots \cdot T_n$$

Tillgänglighet i parallellkopplade funktioner:

$$T = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdot \dots \cdot (1 - T_n)$$

Funktionssäkerhet:

$$MTTF = \frac{\text{Verkligt utnyttjad drifttid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållsmässighet:

$$MRT = \frac{\text{Total reparationstid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållssäkerhet:

$$MWT = \frac{\text{Total väntetid}}{\text{Antalet fel}}$$

Genomsnittligt stopptid:

$$MDT = MTTR = MRT + MWT$$

Felintensitet:

$$\lambda = \frac{1}{MTTF}$$

Tillgängligheten:

$$\begin{aligned} T &= \frac{MTTF}{MTTF + MRT + MWT} = \\ &= \frac{1}{1 + MDT \cdot \lambda} = \\ &= \frac{1}{1 + (MRT + MWT) \cdot \lambda} \end{aligned}$$

Genomsnittsproduktion:

$$= \frac{\text{Totalt tillverkad volym under mätperioden}}{\text{Tillgänglig tid under mätperioden}}$$

T.A.K - beräkning

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt tillgänglig tid} - \text{Stopptid}}{\text{Totalt tillgänglig tid}}$$

Anläggningsutnyttjande:

$$A = \frac{\text{Bruttoproduktion}}{\text{Totalt tillgänglig tid} \cdot T \cdot \text{Maximal produktionshastighet}}$$

Kvalitetsutbyte:

$$K = \frac{\text{Bruttoproduktion} - \text{Defekt produktion}}{\text{Bruttoproduktion}}$$

Utrustningseffektivitet:

$$TAK = T \cdot A \cdot K$$

Organisatoriska nyckeltal

Enligt SS_EN standard

$$\text{O4: } \frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av direkt underhållspersonal}} \cdot 100$$

$$\text{O5: } \frac{\text{Planerade och schemalagda arbetstimmar för underhåll}}{\text{Totalt antal tillgängliga timmar}} \cdot 100$$

$$\text{O9: } \frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av produktionsoperatörer}} \cdot 100$$

$$\text{O16: } \frac{\text{Arbetstimmar avhjälpande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O17: } \frac{\text{Arbetstimmar akut avhjälpande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O18: } \frac{\text{Arbetstimmar förebyggande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O19: } \frac{\text{Arbetstimmar tillståndsbaserat underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O20: } \frac{\text{Arbetstimmar förutbestämt underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

Tillgänglighet

Tillgängligheten för en komponent:

$$0 \leq T \leq 1$$

Systemtillgänglighet för seriekopplade komponenter:

$$T_{system} = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n$$

Systemtillgänglighet för parallellkopplade komponenter:

$$T_{system} = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdots (1 - T_n)$$

Kapitel 11

Fysikaliska data för några viktiga ämnen

Fysikaliska data för några viktiga ämnen							
Ämne	p <i>bar</i>	T $^{\circ}C$	M <i>kg/kmol</i>	ρ <i>(kg/m³)</i>	c_p <i>kJ/(kg · K)</i>	λ <i>W/(m · K)</i>	μ <i>Pa · s · 10⁶</i>
Luft	1	20	28,96	1,189	1,005	0,0254	18,1
Vatten	1	20	18,016	988,2	4,181	0,597	1005

Symboler

A	Anläggningsutnyttjande, h.
A	Annuitet, kr.
A	Area m^2 .
C	Intäkt eller kostnad, kr.
C	Värmekapacitetsflöde $c \cdot \dot{m}$, J/s·K.
COP	Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst.
D	Diameter, m (kan även betecknas d).
E	Energi, J.
E_b	Svartkroppsstrålningseffekt, W/m^2 .
F	Kraft, N.
G	Grundinvestering, kr.
G	Gibbs fria energi, J.
H	Uppfordringshöjd, m.
K	Kvalitetsutbytbyte, h.
L	Längd, m.
LCC	Livscykelkostnad, kr.
MDT	Mean down time, h.
MRT	Mean repair time, h.
$MTBF$	Mean time between failure, h.
$MTTF$	Mean time to failure, h.
$MTTR$	Mean time to repair, h.
MWT	Mean waiting time, h.
N	Nuvärde, kr.
$NPSH$	Maximal sughöjd (<i>net positive suction head</i>).
Nu	Nusselts tal, dimensionslöst.
O	Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m.
O	Omkrets, m.
P	Effekt, generellt, W.
Pr	Prandtls tal, dimensionslöst.
Q	Värmemängd, J.
R	Restvärde, kr.
R	Värmemotstånd, K/W.
R	Specifik gaskonstant, J/K.
R_u	Allmänna, universella gaskonstanten 8,314, J/(mol·K).
Re	Reynolds tal, dimensionslöst.
S	Entropi, J/K.
SV	Slutvärde, kr (även K_n).
T	Återbetalningstid (payback), år.

T Tillgänglighet, h.
 T Temperatur, K eller $^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{C}$ (kan även betecknas t).
 TAK Utrustningseffektivitet.
 U Värmeledningstal, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ (kan även betecknas k).
 V Volym, m^3 .
 W Arbete, J.
 X Exergi, J.
 α Termisk diffusivitet, m^2/s .
 α Värmeövergångstal, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.
 δ Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m.
 \dot{Q} Värmeeffekt, W.
 \dot{V} Volymflöde, m^3/s .
 \dot{W} Arbetseffekt, W.
 \dot{m} Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m).
 η Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.
 λ Felintensitet, h.
 λ Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f).
 λ Värmeledningstal, värmekonduktivitet, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$.
 λ Våglängd, m.
 μ Dynamisk viskositet, $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ eller $\text{Pa} \cdot \text{s}$ eller $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$.
 ν Kinematisk viskositet, m^2/s .
 σ Stefan-Boltzmanns konstant $5,67 \cdot 10^{-8} (\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}))$.
 ε Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.
 ρ Densitet, kg/m^3 .
 ξ Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst.
 a Intäktsöverskott, kr/år.
 a Acceleration, m/s^2 .
 c Specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$.
 c Ljusets hastighet, m/s .
 c_0 Ljusets hastighet i vacuum $2,998 \cdot 10^8$, m/s .
 c_p Isobar specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$.
 c_v Isokor specifik värmekapacitet, $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$.
 f Frekvens, Hz.
 f_A Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas a).
 f_N Nusummefaktor, dimensionslöst.
 g Tyngdacceleration, m/s^2 .
 h Höjd, m (kan även betecknas z).
 h Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknas i).
 h_f Strömningsförlust, m.
 m Massa, kg.
 n Antal mol.
 n Varvtal.
 n Antal år (kan även betecknas x).
 p Tryck, Pa.
 q Inflation, %.
 q Specifik värmemängd, J.
 r Ränta, %.
 s Sträcka, m.
 s Specifik entropi, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.
 t Tid, s.
 v Hastighet, m/s (kan även betecknas V).
 v Volymitet, specifik volym, m^3/kg .
 x Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas ν).

Referenser

- Alvarez, H. (2006). *Energiteknik* (3. utg.). Studentlitteratur.
- Hagberg, L., & Henriksson, T. (2018). *Underhåll i världsklass* (Upplaga 2). OEE Consultants AB.
- Soleimani Mohseni, M., Bäckström, L., & Eklund, R. (2018). *Formelsamling i energiteknik*. Studentlitteratur AB.
- Underhåll - Nyckeltal för underhåll* (15341:2007). (2007). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll - Underhållsdokumentation* (13460:2009). (2009). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll - Underhållsterminologi* (13306:2017). (2017). Svenska institutet för Standarder (SIS).