

# Formelsamling i Energiteknik

Version 2024-12-12

Olof Björkqvist och Marcus Eriksson

Formler och beteckningar utgående från Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

Korrekturfel och förbättringsförslag kan rapporteras till Olof Björkqvist <olof.bjorkqvist@miun.se> Detta verk är publicerat under en Creative Commons Erkännande-DelaLika 4.0 Internationell Licens (CC BY-SA 4.0)

Institutionen för naturvetenskap, design och hållbar utveckling (NDH) Mittuniversitetet

# Innehåll

1	Generella formler	2
2	Värmelära	4
3	Värmeöverföring	6
4	Strömningslära	9
5	Pumpsystem	11
6	Värmeväxlare	14
7	Kraft- och kylprocesser	16
8	Vindenergi	18
9	Ekonomi	19
10	Underhållsteknik	21
11	Fysikaliska data för några viktiga ämnen	26
$\mathbf{S}\mathbf{y}$	mboler	27
R	oferenser	29

# Generella formler

### Beteckningar

```
Acceleration, m/s^2 (a)
Arbete, J(W)
Area m^2(A)
Densitet, kg/m<sup>3</sup> (\varrho)
Effekt, generellt, W (P)
Energi, J(E)
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Höjd, m (h)
Kraft, N (F)
Längd, m (L)
Massa, kg (m)
Massflöde, kg/s (kan även betecknas q_m) (\dot{m})
Tid, s(t)
Tryck, Pa (p)
Tyngdacceleration, m/s^2 (g)
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (\eta)
Volym, m^3 (V)
Volymitet, specifik volym, m^3/kg(v)
```

### Formler och samband

Area:  $A = L \cdot L \text{ (m}^2)$ Volym:  $V = L \cdot L \cdot L \text{ (m}^3)$ Massflöde:  $\dot{m} = \frac{dm}{dt} \text{ (kg/s)}$ Hastighet:  $v = \frac{dL}{dt} \text{ (m/s)}$ Acceleration:  $a = \frac{dc}{dt} \text{ (m/s}^2)$ Newtons andra lag:  $F = \text{m} \cdot \text{a} \text{ (N)}$ Arbete:  $dW = F \cdot dL \text{ (J, Nm)}$ 

Arbete vid konstant kraft:  $W = F \cdot L$  (J, Nm)

Effekt: 
$$P = \frac{dW}{dt}$$
 (W, Watt)

$$\textbf{Densitet:} \ \varrho = \frac{m}{V} \ (\text{kg/m}^3)$$

Volymitet: 
$$v=rac{V}{m}~(\mathrm{m}^3/\mathrm{kg})$$

Tryck: 
$$p = \frac{F}{A}$$
 (Pa, Pascal, N/m<sup>2</sup>)

Verkningsgrad: 
$$\eta = \frac{\text{Nyttig avgiven energi}}{\text{Tillförd energi}}$$

## Värmelära

### Beteckningar

```
Allmänna, universella gaskonstanten 8,314, J/(mol·K (R_u)
Antal mol (n)
Entropi, J/K(S)
Exergi, J(X)
Gibbs fria energi, J(G)
Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K (c_p)
Isokor specifik värmekapacitet, J/kg \cdot K(c_v)
Specifik värmemängd, J(q)
Massa, kg (m)
Specifik entropi, J/(kg \cdot K(s))
Specifik gaskonstant, J/K(R)
Specifik värmekapacitet, J/kg \cdot K(c)
Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas t) (T)
Tryck, Pa (p)
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (\eta)
Volym, m^3 (V)
Värmemängd, J(Q)
```

### Grundläggande formler och definitioner

Allmänna gaslagen:  $p\cdot V=m\cdot R\cdot T$ , eller  $p\cdot V=n\cdot R_u\cdot T$  där  $R_u=$  Almänna gaskonstanten och n= antal mol

Värme vid konstant tryck:

$$dQ = m \cdot c_p \cdot dt$$
.  $Q \approx m \cdot \overline{c_p} \cdot \Delta T$  då  $c_p$  varierar lite.

Värme vid konstant volymitet:

$$dQ = m \cdot c_v \cdot dt.$$
  $Q \approx m \cdot \overline{c_v} \cdot \Delta T$  då  $c_v$  varierar lite.

Samband mellan  $c_{\mathrm{p}},\,c_{\mathrm{v}}$ och R för ideala gaser:

$$c_p - c_v = R \text{ samt } \frac{c_p}{c_v} = \kappa.$$

**Volymändringsarbete:**  $;dW=F\cdot ds=p\cdot A\cdot ds=p\cdot dV$ 

Tekniskt arbete:  $dW_t = -p \cdot dV$ ;  $dw_t = -p \cdot dv$ 

Miunustecknet definierat att avgivet arbete vid expansion är >0

Entalpi: 
$$h = u + p \cdot v$$

$$dq = dh - v \cdot dp$$

Entropi: 
$$ds = \left(\frac{dq}{dT}\right)_{rev}$$

#### Gibbs fria energi: $G = H - T \cdot S$

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$
 för en isoterm process.

Exergi: 
$$X_{\text{värme}} = \left(1 - \frac{T_{\text{omgivning}}}{T_{\text{k\"alla}}}\right) \cdot Q$$

$$X_{\text{arbete}} = W_t = W - p \cdot (V_2 - V_1)$$

### Termodynamiska processer

Isokor process: V = konstant

$$Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$w = v \cdot \Delta p...$$

Isobar process: p = konstant

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$w = 0$$

Isoterm process: T = konstant

$$Q = W = m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} =$$

$$= m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = T \cdot (s_2 - s_1)$$
 för en ideal gas.

#### Adiabat och isentrop process:

$$\Delta Q = 0$$
 och  $\Delta s = 0$ 

$$q = 0$$

$$w_t = i_2 - i_1$$

Carnotprocess: 
$$\eta_c = \frac{\Delta s \cdot (T_1 - T_2)}{\Delta s \cdot (T_1 - 0)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

# Värmeöverföring

### Beteckningar

Area  $m^2$  (A)

Diameter,m (kan även betecknas d) (D)

Diameter,m (kan även betecknas d) (D)

Frekvens, Hz (f)

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)

Ljusets hastighet, m/s (c)

Ljusets hastighet i vaccum  $2,998 \cdot 10^8$ , m/s  $(c_0)$ 

Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K  $(c_p)$ 

Kinematisk viskositet,  $m^2/s$  ( $\nu$ )

Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )

Nusselts tal, dimensionslöst (Nu)

Prandtls tal, dimensionslöst (Pr)

Reynolds tal, dimensionslöst (Re)

Svartkropps strålningseffekt,  $W/m^2$  ( $E_b$ )

Stefan-Boltzmans konstant 5,67 ·  $10^{-8}$  (W/(m<sup>2</sup>·K ( $\sigma$ )

Våglängd, m  $(\lambda)$ 

Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m (O)

Temperatur, K eller  $^{\circ}$ C –  $^{\circ}$ C (kan även betecknas t) (T)

Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m ( $\delta$ )

Värmeeffekt, W  $(\dot{Q})$ 

Värmeledningstal,  $W/(m^2 \cdot K)$  (kan även betecknas k) (U)

Värmeledningstal, värmekonduktivitet,  $W/(m \cdot K)$  ( $\lambda$ )

Värmemotstånd, K/W(R)

Värmeövergångstal, W/( $m^2$ ·K) ( $\alpha$ )

### Värmeledning

Värmeledning genom plan vägg:

$$\begin{split} \dot{Q} &= -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} = \lambda \cdot A \frac{T_1 - T_2}{\delta} = \\ &= \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{\delta}{\lambda \cdot A}\right)} = \left|\frac{\delta}{\lambda \cdot A} = R\right| = \frac{T_1 - T_2}{R} \end{split}$$

där  $T_1$  och  $T_2$  är temperaturena på väggens varma respektive kalla yta.

#### Värmeledning genom kompositvägg med konvektionsöverföring:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot (T_i - T_u) =$$

$$= \frac{(T_i - T_u) \cdot A}{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_u}\right)} =$$

$$= \frac{(T_i - T_u)}{\left(\frac{1}{\alpha_i \cdot A} + \frac{\delta_1}{\lambda_1 \cdot A} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 \cdot A} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n \cdot A} + \frac{1}{\alpha_u \cdot A}\right)} =$$

$$= \frac{(T_i - T_u)}{R_{tot}}$$

$$U \cdot A = \frac{1}{R_{tot}}$$

där  $T_i$  och  $T_u$  är temperaturena i väggens varma respektive kalla omgivning, långt från väggen.

#### Konvektion

#### Dimensionslösa tal

$$\begin{aligned} &Reynolds\ tal:\ Re = \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} = \\ &= \left| \mu = \frac{\nu}{\varrho} \right| = \frac{v_m \cdot d_h \cdot \varrho}{\mu} \\ &d_h\ (\text{hydraliska diametern}\ ) = \frac{4 \cdot tv\ddot{a}rsnittsarean}{v\mathring{a}t\ omkrets} = \frac{4 \cdot A}{O} \\ &v_m\ (\text{medelhastigheten}\ ) = \frac{\dot{m}}{\varrho \cdot A} \\ &Prandtls\ tal:\ Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{c_p \cdot \nu \cdot \varrho}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \\ &Nusselts\ tal:\ Nu = \frac{\alpha \cdot d_h}{\lambda} \end{aligned}$$

Korrelationer för Nusselts tal, dimensionslöst (Nu) finns till exempel i Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

## Samband mellan tryckfall och värmeöverföringskoefficient för cirkuära rör Konstanta röregenskaper, variabelt volymflöde

$$\begin{array}{ll} \textit{Lamin\"{a}rt fl\"{o}de} & \textit{Turbulent fl\"{o}de} \\ P_f \propto v \propto \dot{V} & p_f \propto v^{1,75 \text{ till 2}} \\ \alpha \propto v^{0 \text{ till 0,3}} & \alpha \propto v^{0,8} \end{array}$$

#### Konstant volymflöde, variabel rördiameter

$$\begin{array}{ll} \textit{Lamin\"{a}rt fl\"{o}de} & \textit{Turbulent fl\"{o}de} \\ p_f \propto d^{-4} & p_f \propto d^{-(4,75 \text{ till 5})} \\ \alpha \propto d^{-1} & \alpha \propto d^{-1,8} \end{array}$$

## Strålning

## Våglängd

$$\lambda = \frac{c}{f}$$
 
$$c = \frac{c_0}{n} \text{ där n = index}$$

## Svartkroppsstrålning

$$E_b(T) = \sigma \cdot T^4$$

# Strömningslära

### Beteckningar

Area  $m^2(A)$ 

Densitet, kg/m $^3$  ( $\varrho$ )

Dynamisk viskositet, kg/(m·kg eller Pa·s eller N·m<sup>-2</sup> ( $\mu$ )

Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst  $(\xi)$ 

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)

Höjd, m(h)

Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)

Kinematisk viskositet,  $m^2/s$  ( $\nu$ )

Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $\mathbf{q}_{\mathrm{m}})$   $(\dot{m})$ 

Omkrets, m(O)

Tryck, Pa (p)

Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f)  $(\lambda)$ 

Tyngdacceleration,  $m/s^2$  (q)

#### Formler och samband

Kontinuitetsektvationen för endimensionell stationär strömning

$$\varrho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \varrho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m_1} = \dot{m_2}$$

Kontinuitetsekvationen vid konstant densitet:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m_1} = \dot{m_2}$$

#### Bernoullis ekvation

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\varrho} = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\varrho} (J/kg)$$

$$\frac{v_1^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_1 + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_2 + p_2 (Pa)$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h_1 + \frac{p_1}{\varrho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_2 + \frac{p_2}{\varrho \cdot g} (m)$$

Toricellis teorem. Utströmning ur vätskebehållare

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Utströmning från behållare under tryck:

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\varrho} \cdot 2 \cdot g \cdot h}$$

### Stagnationstryck, dynamiskt tryck och statistist tryck

 $\textit{Stagnationstryck: } p_{stat} + \frac{\varrho \cdot {v_c}^2}{2}$ 

Dynamiskt tryck: 
$$p_{dyn} = \frac{\varrho \cdot v_c^2}{2}$$

 $Statiskt \ tryck: p_{stat} = \varrho \cdot g \cdot h \ (tryck \ \"{o}ver \ atmosf\"{a}rsstryck)$ 

Statiskt tryck:  $p_{stat} = \varrho \cdot g \cdot h + p_{atm}$  (absoluttryck)

Totalt tryck:  $p_{stat} + p_{dyn}$ 

#### Laminär eller turbulent störmning

$$Re = \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} = \frac{(v_m \cdot d_h)}{\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)}$$

 $d_h$  (hydraulisk diamater) =  $\frac{4 \cdot A}{O}$ 

#### Tryckförluster vid friktion i rör

$$p_f = \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \frac{\varrho \cdot v_m^2}{2}$$

# Pumpsystem

### Beteckningar

```
Hastighet, m/s (kan även betecknas V) (v)
Arbete, J(W)
Arbetseffekt, W (W)
Area m^2(A)
Densitet, kg/m<sup>3</sup> (\rho)
Diameter,m (kan även betecknas d) (D)
Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst (\xi)
Höjd, m (h)
Längd, m (L)
Massa, kg (m)
Massflöde, kg/s (kan även betecknas \mathbf{q}_{\mathrm{m}}) (\dot{m})
Maximal sughöjd (net positive suction head) (NPSH)
Strömningsförlust, m(h_f)
Temperatur, K eller ^{\circ}C - ^{\circ}C (kan även betecknas t) (T)
Tryck, Pa (p)
Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f) (\lambda)
Tyngdacceleration, m/s^2 (g)
Varvtal(n)
Volym, m^3 (V)
Volymitet, specifik volym, m^3/kg(v)
Volymflöde, m^3/s (\dot{V})
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst (\eta)
Uppfordringshöjd, m (H)
```

#### Formler och samband

Teoretiskt pumparbete vid en isokor process:  $w = v \cdot \Delta p$ 

#### Energiekvationen

$$p_1 + \varrho \cdot g \cdot h_1 + \frac{v_1^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{pump} =$$

$$= p_2 + \varrho \cdot g \cdot h_2 + \frac{v_2^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{f12}$$

#### Uppfordringshöjd:

$$H_{pump} = \frac{p_{ut} - p_{in}}{\varrho \cdot g} + \frac{v_{ut}^2 - v_{in}^2}{2 \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f =$$

$$= \frac{p_{0,ut} - p_{0,in}}{\varrho \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f$$

 $p_{ut} - p_{in} =$ ökningen av det statiska trycket,  $p_{0,ut} - p_{0,in} =$ ökningen av totaltrycket i pumpen.  $\Delta h_f =$ friktionsförluster i rörsystemet.

#### **Kavitation och NPSH**

$$NPSH = \frac{p_{0,s} - p_{å}}{\varrho \cdot g} = \frac{p_a - p_{å}}{\varrho \cdot g} - h_s - h_{fs}$$

$$NPSH \geqslant NPSH_{erf}$$

 $p_{0,s}$  = absoluta totaltrycket vid pumpinloppet,  $p_{\delta}$  = vätskans ångbildningstryck vid aktuell temperatur,  $p_a$  = lufttryck vid en öppen vätskeyta,  $h_s$  = höjdskillnad mellan vätskeyta och pumpinlopp, samt  $h_{fs}$  = strömningsförluster i sugledningen.  $NPSH_{erf}$  är pumpens minsta NPSH vid ett givet driftfall.

#### Pumparbete:

$$\dot{W} = \frac{\dot{W}_n}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \varrho \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{m} \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p_t}{\eta_{tot}}$$

där  $\Delta p_t$  är totala tryckökningen i pumpen.

#### Likformighetslagar

$$\dot{V} \propto n \cdot D^{3}$$

$$\dot{m} \propto n \cdot \varrho \cdot D^{3}$$

$$H \propto n^{2} \cdot D^{2}$$

$$\dot{W} \propto n^{3} \cdot \varrho \cdot D^{5}$$

#### Strömningshastighet för inkompressibla medier:

$$v_m = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A}$$

där  $v_m$  är fluidens medelhastighet och A rörets tvärsnittsarea.

#### Strömningsförluster:

$$h_f \approx konst \cdot \dot{V}^2$$

Strömingsförluster som beror på friktion i cirkulära rör:

$$\begin{split} h_f &= \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d \cdot g} = \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V^2}}{\pi^2 \cdot d^5 \cdot g} \\ p_f &= \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d} = \rho \cdot \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V^2}}{\pi^2 \cdot d^5} \end{split}$$

där  $\boldsymbol{v}_m$ är fluidens medelhastighet

Strömningsförluster som beror på engångsförluster i ventiler, rörböjar etc:

$$h_f = \frac{\xi \cdot v_m^2}{2 \cdot g}$$
 
$$p_f = \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\xi \cdot v_m^2}{2}$$

där  $\xi$ är summan av engångsförlustkoefficienterna för systemet.

# Värmeväxlare

### Beteckningar

Area  $m^2(A)$ 

Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K  $(c_p)$ 

Massa, kg (m)

Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $\mathbf{q}_{\mathrm{m}})$   $(\dot{m})$ 

Temperatur, K eller  $^{\circ}C - ^{\circ}C$  (kan även betecknas t) (T)

Värmeledningstal, W/(m<sup>2</sup>·K) (kan även betecknas k) (U)

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst  $(\varepsilon)$ 

Värmekapacitetsflöde  $c \cdot \dot{m}$ , J/s·K (C)

Värmemängd, J (Q)

Värmeeffekt, W (Q)

Uppfordringshöjd, m (H)

#### Värmebalanser

$$\dot{Q} = \dot{m}_k \cdot c_{p,k} \cdot (T_{k,in} - T_{k,ut}) =$$

$$= \dot{m}_v \cdot c_{p,v} \cdot (T_{v,in} - T_{v,ut}) =$$

$$= U \cdot A_s \cdot \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)}$$

Motströmsvärmeväxlare Medströmsvärmeväxlare

$$\Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,ut}$$

$$\Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,in}$$

$$\Delta T_2 = T_{v,ut} - T_{k,in}$$

$$\Delta T_1 = T_{v,ut} - T_{k,ut}$$

#### NTU-metoden

Temperatureffektivitet, värmeväxlareffektivtet

$$\varepsilon = \frac{\cdot Q}{\cdot Q_{max}} = \frac{\textit{Verklig \"{o}verf\"{o}rd v\"{a}rmeeffekt}}{\textit{Teoretiskt maximalt \"{o}verf\"{o}rd v\"{a}rmeeffekt}}$$

$$\dot{Q} = C_k \cdot (T_{k_u t} - T_{k_i n})$$
$$= C_v \cdot (T_{v_u t} - T_{v_i n})$$

$$\begin{split} \dot{Q}_{max} &= C_{min} \cdot (T_{v_in} - T_{k_in}) \text{ där } C_{min} = \min\{C_v, C_k\} \\ NTU &= \frac{U \cdot A_s}{C_{min}} \text{ där } A_s \text{ är värmeväxlarens värmeöverförande yta.} \end{split}$$

# Kraft- och kylprocesser

### Beteckningar

Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst (COP)

Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ )  $(\dot{m})$ 

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst  $(\eta)$ 

Volymitet, specifik volym,  $m^3/kg(v)$ 

Värmeeffekt, W (Q)

Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknas i) (h)

Specifik entropi,  $J/(kg \cdot K(s))$ 

Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas  $\nu$ ) (x)

## Ångkraftprocessen

#### Index

- f fuktig ånga
- is isentrop
- t1 tillstånd efter kondensor
- t2 tillstånd efter matarvattenpump
- t3 tillstånd efter överhettare
- t4 tillstånd efter turbin
- ' mättad vätska; ingående flöde
- " mättad ånga; utgående flöde

#### ${f \AA}$ nghalt:

$$x = \frac{h_f - h'}{h'' - h'} = \frac{s_f - s'}{s'' - s'} = \frac{v_f - v'}{v'' - v'}$$

#### Entalpi i fuktiga området:

$$h_f = x \cdot h'' + (1 - x) \cdot h' = x \cdot (h'' - h') + h' = x \cdot r + h'$$

#### Termisk verkniningsgrad:

$$\eta_t = \frac{(h_{t3} - h_{t4}) - (h_{t2} - h_{t1})}{h_{t3} - h_{t2}} = 1 - \frac{h_{t4} - h_{t1}}{h_{t3} - h_{t2}}$$

Turbinens isentropverkningsgrad:

$$\eta_{is} = \frac{h_{t3} - h_{t4}}{h_{t3} - h_{t4,is}}$$

Värmebalans förvärmare:

$$\dot{m}_{1,in} \cdot h_{1,in} + \dot{m}_{2,in} \cdot h_{2,in} = \dot{m}_{1,ut} \cdot h_{1,ut} + \dot{m}_{2,ut} \cdot h_{2,ut}$$

Massbalans blandningsförvärmare:

$$\dot{m}_{1,in} + \dot{m}_{2,in} = \dot{m}_{3,ut}$$

### Kylmaskiner och värmepumpar

Index

- is isentrop
- t1 tillstånd efter förångare
- t2 tillstånd efter kompressor
- t3 tillstånd efter kondensor
- tillstånd efter ventil
- L Tillfört värme i förångaren
- H Avgivet värme i kondensorn
- R Kylmaskin
- HP Värmepump

Värmebalanser:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_{k\ddot{o}ldmedium} \cdot (h_{t1} - h_{h4})$$

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_{k\"{o}ldmedium} \cdot (h_{t2} - h_{h3})$$

Köldfaktor och värmefaktor:

$$COP_R = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{kompressor}}$$

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{kompressor}}$$

Kompressorns isentropverkningsgrad:

$$\eta_i s = \frac{h_{t2,is} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}}$$

# Vindenergi

### Beteckningar

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst  $(\eta)$  Uppfordringshöjd, m(H) d

#### Formler och samband

#### Vindens energiflöde

Vindens momentana effekt

$$P_{kin} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v^3$$

Vindens medeleffekt

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \overline{v^3}$$

Vindens medeleffekt på en plats

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{v}^3 \cdot EPF$$

Kubikfaktor (Energy Pattern Factor)

$$EPF = \frac{\overline{v^3}}{\bar{v}^3}$$

Turbulensintensitet (10 minuters mätning, samplingsfrekvens minst 1 Hz)

$$TI = \frac{sd(v)}{\bar{v}}$$

#### Vindhastighetens höjdberoende

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0}\right)^{\alpha}$$

 $h_0 = nollplansförskjutning \approx 75\%$  av vegetationshöjden

#### Horisontalaxlade vindturbiner

#### Vertikalaxlade vindturbiner

#### Nyckeltal

# Ekonomi

### Beteckningar

Antal år (kan även betecknas x) (n)

Annuitet, kr(A)

Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas a)  $(f_A)$ 

Grundinvestering, kr (G)

Inflation, % (q)

Livscykelkostnad, kr (LCC)

Intäktsöverskott, kr/år (a)

Intäkt eller kostnad, kr(C)

Nusummefaktor, dimensionslöst  $(f_N)$ 

Nuvärde, kr(N)

Restvärde, kr (R)

Ränta, % (r)

Slutvärde, kr (även  $K_n$ ) (SV)

Återbetalningstid (payback), år (T)

#### Index

- 0 Värde vid tidpunkt 0 (idag)
- n Värde vid tidpunkt n
- N Nuvärde

#### Formler och samband

#### Nuvärde

$$N = K_n \cdot (1+r)^{-n} = SN \cdot (1+r)^{-n}$$

#### Nuvärdesmetoden

$$N = \sum_{i=1}^{n} C_i \cdot (1+r)^{-n}$$

$$N = \sum_{i=1}^{n} a \cdot (1+r)^{-n} = f_N \cdot a$$

om det årliga intäktsöverskottet är konstant.

$$f_N = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} = \frac{1}{f_A}$$

#### Annuitetsmetoden

$$A = f_A \cdot N$$

$$f_A = \frac{r}{1 - (1+r)^{-n}} = \frac{1}{f_N}$$

#### Slutvärde

$$K_n = SV = N \cdot (1+r)^n$$

#### Realränta

$$r_r = \frac{1+r}{1+q} \approx r - q$$

där r är den nominella räntan eller kalkylräntan.

#### Omvandling från årsränta till annan räntebas

i =andel av år.

i=4 motsvarar t<br/> ex omvandling från årsränta till kvartalsränta

 $r_i = \text{omräknad ränta}, t ex kvartalsränta$ 

$$r_i = (1+r)^{\frac{1}{i}} - 1 \approx \frac{r}{i}$$

där r är årsräntan.

#### Paybackmetoden

Generellt: 
$$\sum_{i=0}^{T} C_i = 0$$

Diskonterad paybackmetod: 
$$\sum_{i=0}^{T} C_i \cdot (1+r)^{-i} = 0$$

$$T = \frac{G}{a}$$
 om det årliga intäktsöverskottet är konstant.

20

#### Life Cycle Cost (LCC)

$$LCC = G + \sum_{i=0}^{n} K_{N,i} - \sum_{i=0}^{n} I_{N,i} - R_{N}$$

## Underhållsteknik

#### Beteckningar

Anläggningsutnyttjande, h (A)Felintensitet, h  $(\lambda)$ Kvalitetsutbytbyte, h (K)Mean repair time, h (MRT)Mean waiting time, h (MWT)Mean down time, h (MDT)Mean time to failure, h (MTTF)Mean time between failure, h (MTBF)Mean time to repair, h (MTTR)Tillgänglighet, h (T)Utrustningseffektivtet (TAK)

#### Definitioner

Begrepp och nyckeltal definieras i svensk standard SS-EN 13306 och SS-EN 15341. Dessa är sammanfattade i SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminilogi och nyckeltal". Formler och beteckningar utgår från Hagberg och Henriksson, 2018, *Underhåll - Underhållsdokumentation*, 2009, *Underhåll - Underhållsterminologi*, 2017 och *Underhåll - Nyckeltal för underhåll*, 2007

#### Definitioner enlig SS EN standard

Viktiga definioner enlig SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminologi och nyckeltal (2015) är:

- Enhet: Del, komponent, anordning, delsystem, funktionell apparat, utrustning eller system som kan individuellt beskrivas och beaktas.
- Fel: Upphörande av förmågan hos en enhet att utföra en krävd funktion.
- Funktionsfel: Tillstånd hos en enhet karakteriserat av oförmåga att utföra en krävd funktion, exkluderat en oförmåga som kan uppstå vid förebyggande underhåll eller annan planerad åtgärd eller brist på stödfunktioner
- Underhåll: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder under en enhets livstid avsedda att vidmakthålla den i, eller återställa den till, ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.

- Förebyggande underhåll: Underhåll som genomförs vid förutbestämda intervall eller enligt förutbestämda kriterier och i avsikt att minska sannolikheten för fel eller degradering av en enhets funktion.
- Förutbestämt underhåll: Förebyggande underhåll som genomförs i enlighet med bestämda intervaller eller efter en bestämd användning, men utan att föregås av tillståndskontroll.
- Tillståndsbaserat underhåll: Förebyggande underhåll som består av kontroll och övervakning av en enhets tillstånd avseende dess funktion och egenskaper, samt därav föranledda åtgärder
- Förutsägbart underhåll: Tillståndsbaserad underhållsåtgärd som genomförs som följd av en förutsägelse om en enhets försämrade funktion baserad på analys och utvärdering av viktiga egenskaper.
- Förbättring: Kombination av alla tekniska, administrativa samt ledningens åtgärder, avsedda att förbättra en enhets tillförlitlighet, utan att ändra dess krävda funktion.
- Modifiering: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder, avsedda att ändra en enhets funktion.
- Avhjälpande underhåll:Underhåll som genomförs efter det att funktionsfel upptäckts och med avsikt att få enheten i ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.
- Uppskjutet avhjälpande underhåll: Avhjälpande underhåll som inte genomförs omedelbart efter att ett funktionsfel upptäckts utan senareläggs i enlighet med givna underhållsdirektiv.
- Akut avhjälpande underhåll: Underhåll som genomförs omedelbart efter det att funktionsfel upptäckts för att undvika oacceptabla konsekvenser
- Operatörsunderhåll: Underhåll som genomförs av en enhets användare eller operatör

#### Definitioner från Hagberg och Henriksson "Underhåll i världsklass"

- Stopptid: = Väntetid + reparationstid
- Totalt disponibel tid<sub>x</sub>: = Obelagd tid + Totalt disponibel tid<sub>y</sub>
- Obelagd tid = planeringsfaktorn
- Totalt disponibel tidy = Planerad produktionstid
- $\bullet$  Tillgänglig tid av planerad produktionstid är Totalt disponibel tid $_{v}$  Stopptid
- MRT = Mean repair time: Tid att utföra reparation
- MWT = Mean waiting time: Väntetid fram till reparation
- MDT = Mean down time: Genomsnittligt stopptid

### Nyckeltal

Standard SS-EN 15341 beskriver nyckeltalen i tre grupper:

- E Ekonomiska nyckeltal
- O Organisatoriska nyckeltal
- T Tekniska nyckeltal

Nyckeltalen är sedan indelade i olika nivåer.

#### Ekonomiska nyckeltal

- **E1:**  $\frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Återanskaffningsvärde}} \cdot 100$
- E3:  $\frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Total produktioh}}$
- E15:  $\frac{\text{Kostnad f\"{o}r avhj\"{a}lpande underh\"{a}ll}}{\text{Total underh\"{a}llskostnad}} \cdot 100$
- **E16:**  $\frac{\text{Kostnad f\"{o}r f\"{o}rebyggande underh\"{a}ll}}{\text{Total underh\"{a}llskostnad}} \cdot 100$
- **E17:**  $\frac{\text{Kostnad f\"{o}r tillst\"{a}ndsbaserat underh\"{a}ll}}{\text{Total underh\"{a}llskostnad}} \cdot 100$
- **E18:**  $\frac{\text{Kostnad f\"{o}r} \ \text{f\"{o}rutbest\"{a}mt underh\"{a}ll}}{\text{Total underh\"{a}llskostnad}} \cdot 100$
- E19:  $\frac{\text{Kostnad för förbättring}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$

#### Tekniska nyckeltal

#### Enligt SS EN standard

T1: 
$$\frac{\text{Total drifttid}}{\text{Total drifttid} + \text{Driftstopp på grund av underhåll}} \cdot 100$$

T17: 
$$MTBF = \frac{\text{Total drifttid}}{\text{Totalt antal fel}} = MTTF + MDT$$

**T21:** 
$$MTTR = MDT = \frac{\text{Total tid f\"{o}r återst\"{a}llande}}{\text{Totalt antal fel}} = MRT + MWT$$

#### Enligt Hagberg och Henriksson, Underhåll i världsklass

Operativ prestation:

$$= \left(\frac{Enheter}{Maskintimme}\right) \cdot \left(\frac{Maskintimmar}{\mathring{A}r}\right) = \ enheter/\mathring{a}r$$

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt disponibel tid} - \text{Obelagd tid}}{\text{Totalt disponibel tid}}$$

Tillgänglighet i seriekopplade funktioner:

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \ldots \cdot T_n$$

Tillgänglighet i parallellkopplade funktioner:

$$T = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdot \dots \cdot 1 - T_n$$

Funktionssäkerhet:

$$MTTF = \frac{\text{Verkligt utnyttjad drifttid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållsmässighet:

$$MRT = \frac{\text{Total reparationstid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållssäkerhet:

$$MWT = \frac{\text{Total väntetid}}{\text{Antalet fel}}$$

Genomsnittligt stopptid:

$$MDT = MTTR = MRT + MWT$$

Felintensitet:

$$\lambda = \frac{1}{MTTF}$$

Tillgängligheten:

$$T = \frac{MTTF}{MTTF + MRT + MWT} =$$

$$= \frac{1}{1 + MDT \cdot \lambda} =$$

$$= \frac{1}{1 + (MRT + MWT) \cdot \lambda}$$

Genomsnittsproduktion:

$$= \frac{\text{Totalt tillverkad volym under mätperioden}}{\text{Tillgänglig tid under mätperioden}}$$

#### T.A.K - beräkning

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt tillgänligt tid} - \text{Stopptid}}{\text{Totalt tillgänlig tid}}$$

Anläggningsutnyttjande:

$$A = \frac{\text{Bruttoproduktion}}{\text{Totalt tillg\"{a}nlig tid} \cdot T \cdot \text{Maximal produktionshastighet}}$$

Kvalitetsutbyte:

$$K = \frac{\text{Bruttoproduktion} - \text{Defekt produktion}}{\text{Bruttoproduktion}}$$

Utrustningseffektivitet:

$$TAK = T \cdot A \cdot K$$

#### Organisatoriska nyckeltal

#### Enligt SS EN standard

- O4:  $\frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av direkt underhållspersonal}} \cdot 100$
- O5:  $\frac{\text{Planerade och schemalagda arbetstimmar för underhåll}}{\text{Toalt antal tillgängliga timmar}} \cdot 100$
- $\textbf{O9:} \ \frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av produktionsoperatörer}} \cdot 100$
- O16: Arbetstimmar avhjälpande underhåll Totalt antal arbetstimmar för underhåll  $\cdot$  100
- O17:  $\frac{\text{Arbetstimmar akut avhjälpande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$
- $\textbf{O18:} \ \frac{\text{Arbetstimmar förebyggande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$
- O19: Arbetstimmar tillståndsbaserat underhåll
  Totalt antal arbetstimmar för underhåll
- O20:  $\frac{\text{Arbetstimmar förutbestämt underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$

### Tillgänglighet

Tillgängligheten för en komponent:

 $0 \leqslant T \leqslant 1$ 

Systemtillgänglighet för seriekopplade komponenter:

$$T_{system} = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n$$

Systemtillgänglighet för parallellkopplade komponenter:

$$T_{system} = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdot \cdot \cdot (1 - T_n)$$

# Fysikaliska data för några viktiga ämnen

Fysikaliska data för några viktiga ämnen									
Ämne	р	T	M	ρ	$c_{p}$	λ	$\mu$		
	bar	$^{\circ}C$	kg/kmol	$(kg/m^3)$	$kJ/(kg\cdot K)$	$W/(m \cdot K)$	$Pa \cdot s \cdot 10^6$		
Luft	1	20	28,96	1,189	1,005	0,0254	18,1		
Vatten	1	20	18,016	988,2	4,181	0,597	1005		

# Symboler

- A Anläggningsutnyttjande, h.
- A Annuitet, kr.
- A Area  $m^2$ .
- C Intäkt eller kostnad, kr.
- C Värmekapacitetsflöde  $c\cdot \dot{m},\,\mathrm{J/s\cdot K}.$
- COP Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst.
- D Diameter,m (kan även betecknas d).
- E Energi, J.
- $E_b$  Svartkropps strålningseffekt, W/m<sup>2</sup>.
- F Kraft, N.
- G Grundinvestering, kr.
- G Gibbs fria energi, J.
- H Uppfordringshöjd, m.
- K Kvalitetsutbytbyte, h.
- L Längd, m.
- LCC Livscykelkostnad, kr.
- MDT Mean down time, h.
- MRT Mean repair time, h.
- MTBF Mean time between failure, h.
- MTTF Mean time to failure, h.
- MTTR Mean time to repair, h.
- MWT Mean waiting time, h.
- N Nuvärde, kr.
- NPSH Maximal sughöjd (net positive suction head).
- Nu Nusselts tal, dimensionslöst.
- ${\cal O}$  Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m.
- O Omkrets, m.
- P Effekt, generellt, W.
- Pr Prandtls tal, dimensionslöst.
- Q Värmemängd, J.
- R Restvärde, kr.
- R Värmemotstånd, K/W.
- R Specifik gaskonstant, J/K.
- $R_u$  Allmänna, universella gaskonstanten 8,314, J/(mol·K.
- Re Reynolds tal, dimensionslöst.
- S Entropi, J/K.
- SV Slutvärde, kr (även  $K_n$ ).
- T Återbetalningstid (payback), år.

- T Tillgänglighet, h.
- T Temperatur, K eller °C °C (kan även betecknas t).
- TAK Utrustningseffektivtet.
- U Värmeledningstal,  $W/(m^2 \cdot K)$  (kan även betecknas k).
- V Volym, m<sup>3</sup>.
- W Arbete, J.
- X Exergi, J.
- $\alpha$  Värmeövergångstal, W/(m<sup>2</sup>·K).
- $\delta$  Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m.
- $\dot{Q}$  Värmeeffekt, W.
- $\dot{V}$  Volvmflöde, m<sup>3</sup>/s.
- $\dot{W}$  Arbetseffekt, W.
- $\dot{m}$  Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ).
- $\eta$  Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.
- $\lambda$  Felintensitet, h.
- $\lambda$  Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f).
- $\lambda$  Värmeledningstal, värmekonduktivitet, W/(m·K).
- $\lambda$  Våglängd, m.
- $\mu$  Dynamisk viskositet, kg/(m·kg eller Pa·s eller N·m<sup>-2</sup>.
- $\nu$  Kinematisk viskositet, m<sup>2</sup>/s.
- $\sigma$  Stefan-Boltzmans konstant 5,67 · 10<sup>-8</sup> (W/(m<sup>2</sup>·K.
- $\varepsilon$  Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.
- $\varrho$  Densitet, kg/m<sup>3</sup>.
- $\xi$  Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst.
- a Intäktsöverskott, kr/år.
- a Acceleration, m/s<sup>2</sup>.
- c Specifik värmekapacitet, J/kg·K.
- c Ljusets has tighet, m/s.
- $c_0$  Ljusets hastighet i vaccum 2,998 ·  $10^8$ , m/s.
- $c_p$  Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K.
- $c_v$  Isokor specifik värmekapacitet, J/kg·K.
- f Frekvens, Hz.
- $f_A$  Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas a).
- $f_N$  Nusummefaktor, dimensionslöst.
- g Tyngdacceleration, m/s<sup>2</sup>.
- h Höjd, m.
- $h\,$  Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknasi).
- $h_f$  Strömningsförlust, m.
- m Massa, kg.
- n Antal mol.
- n Varvtal.
- n Antal år (kan även betecknas x).
- p Tryck, Pa.
- q Inflation, %.
- q Specifik värmemängd, J.
- r Ränta, %.
- s Specifik entropi,  $J/(kg\cdot K.$
- t Tid, s.
- v Hastighet, m/s (kan även betecknas V).
- v Volymitet, specifik volym,  $m^3/kg$ .
- x Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas  $\nu$ ).

# Referenser

- Alvarez, H. (2006). Energiteknik (3. utg.). Studentlitteratur.
- Hagberg, L., & Henriksson, T. (2018). *Underhåll i världsklass* (Upplaga 2). OEE Consultants AB.
- Soleimani Mohseni, M., Bäckström, L., & Eklund, R. (2018). Formelsamling i energiteknik. Studentlitteratur AB.
- Underhåll Nyckeltal för underhåll (15341:2007). (2007). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll Underhållsdokumentation (13460:2009). (2009). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll Underhållsterminologi (13306:2017). (2017). Svenska institutet för Standarder (SIS).