

# Formelsamling i Energiteknik

Version 2023-03-14

Olof Björkqvist och Marcus Eriksson

Formler och beteckningar utgående från Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

Korrekturfel och förbättringsförslag kan rapporteras till Olof Björkqvist <olof.bjorkqvist@miun.se>  
Detta verk är publicerat under en Creative Commons Erkännande-DelaLika 4.0 Internationell Licens (CC BY-SA 4.0)

Institutionen för naturvetenskap, design och hållbar utveckling (NDH)  
Mittuniversitetet

# Innehåll

1	Generella formler	2
2	Värmelära	4
3	Värmeöverföring	6
4	Strömningslära	9
5	Pumpsystem	11
6	Värmeväxlare	13
7	Kraft- och kylprocesser	15
8	Vindenergi	17
9	Ekonomi	18
10	Underhållsteknik	20
	Symboler	25
	Referenser	28

# Kapitel 1

## Generella formler

### Beteckningar

Arbete, J ( $W$ )

Area  $\text{m}^2$  ( $A$ )

Densitet,  $\text{kg}/\text{m}^3$  ( $\rho$ )

Effekt, generellt, W ( $P$ )

Energi, J ( $E$ )

Hastighet,  $\text{m}/\text{s}$  (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )

Höjd, m ( $h$ )

Kraft, N ( $F$ )

Längd, m ( $L$ )

Massa, kg ( $m$ )

Massflöde,  $\text{kg}/\text{s}$  (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )

Tid, s ( $t$ )

Tryck, Pa ( $p$ )

Tyngdacceleration,  $\text{m}/\text{s}^2$  ( $g$ )

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\eta$ )

Volym,  $\text{m}^3$  ( $V$ )

Volymitet, specifik volym,  $\text{m}^3/\text{kg}$  ( $v$ )

### Formler och samband

**Area:**  $A = L \cdot L$  ( $\text{m}^2$ )

**Volym:**  $V = L \cdot L \cdot L$  ( $\text{m}^3$ )

**Massflöde:**  $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$  ( $\text{kg}/\text{s}$ )

**Hastighet:**  $v = \frac{dL}{dt}$  ( $\text{m}/\text{s}$ )

**Acceleration:**  $a = \frac{dc}{dt}$  ( $\text{m}/\text{s}^2$ )

**Arbete:**  $dW = F \cdot dL$  (J, Nm)

**Arbete vid konstant kraft:**  $W = F \cdot L$  (J, Nm)

**Effekt:**  $P = \frac{dW}{dt}$  (W, Watt)

**Densitet:**  $\varrho = \frac{m}{V}$  (kg/m<sup>3</sup>)

**Volymitet:**  $v = \frac{V}{m}$  (m<sup>3</sup>/kg)

**Tryck:**  $p = \frac{F}{A}$  (Pa, Pascal, N/m<sup>2</sup>)

**Verkningsgrad:**  $\eta = \frac{\text{Nyttig avgiven energi}}{\text{Tillförd energi}}$

# Kapitel 2

## Värmelära

### Beteckningar

Allmänna, universella gaskonstanten  $8,314, \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  ( $R_u$ )  
Antal mol ( $n$ )  
Entropi,  $\text{J}/\text{K}$  ( $S$ )  
Exergi,  $\text{J}$  ( $X$ )  
Gibbs fria energi,  $\text{J}$  ( $G$ )  
Isobar specifik värmekapacitet,  $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$  ( $c_p$ )  
Isokor specifik värmekapacitet,  $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$  ( $c_v$ )  
Specifik värmemängd,  $\text{J}$  ( $q$ )  
Massa,  $\text{kg}$  ( $m$ )  
Specifik entropi,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  ( $s$ )  
Specifik gaskonstant,  $\text{J}/\text{K}$  ( $R$ )  
Specifik värmekapacitet,  $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$  ( $c$ )  
Temperatur,  $\text{K}$  eller  $^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{C}$  (kan även betecknas  $t$ ) ( $T$ )  
Tryck,  $\text{Pa}$  ( $p$ )  
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\eta$ )  
Volym,  $\text{m}^3$  ( $V$ )  
Värmemängd,  $\text{J}$  ( $Q$ )

### Grundläggande formler och definitioner

**Allmänna gaslagen:**  $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$ , eller  $p \cdot V = n \cdot R_u \cdot T$   
där  $R_u$  = Allmänna gaskonstanten och  $n$  = antal mol

**Värme vid konstant tryck:**

$dQ = m \cdot c_p \cdot dt$ .  $Q \approx m \cdot \overline{c_p} \cdot \Delta t$  då  $c_p$  varierar lite.

**Värme vid konstant volym:**

$dQ = m \cdot c_v \cdot dt$ .  $Q \approx m \cdot \overline{c_v} \cdot \Delta t$  då  $c_v$  varierar lite.

**Samband mellan  $c_p$ ,  $c_v$  och  $R$  för ideala gaser:**

$$c_p - c_v = R \text{ samt } \frac{c_p}{c_v} = \kappa.$$

**Volymändringsarbete:**  $dW = F \cdot ds = p \cdot A \cdot ds = p \cdot dV$

**Tekniskt arbete:**  $dW_t = -p \cdot dV$ ;  $dw_t = -p \cdot dv$

Minustecknet definierat att avgivet arbete vid expansion är  $>0$

**Entalpi:**  $h = u + p \cdot v$

$$dq = dh - v \cdot dp$$

**Entropi:**  $ds = \left( \frac{dq}{dT} \right)_{rev}$

**Gibbs fria energi:**  $G = H - T \cdot S$

$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$  för en isoterm process.

**Exergi:**  $X_{\text{värme}} = \left( 1 - \frac{T_{\text{omgivning}}}{T_{\text{källa}}} \right) \cdot Q$

$$X_{\text{arbete}} = W_t = W - p \cdot (V_2 - V_1)$$

## Termodynamiska processer

**Isokor process:**  $V = \text{konstant}$

$$Q = m \cdot c_v \cdot \Delta t$$

$$w = v \cdot \Delta p \dots$$

**Isobar process:**  $p = \text{konstant}$

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta t$$

$$w = 0$$

**Isoterm process:**  $T = \text{konstant}$

$$Q = W = m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} =$$

$$= m \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = T \cdot (s_2 - s_1) \text{ för en ideal gas.}$$

**Adiabat och isentrop process:**

$$\Delta Q = 0 \text{ och } \Delta s = 0$$

$$q = 0$$

$$w_t = i_2 - i_1$$

**Carnotprocess:**  $\eta_c = \frac{\Delta s \cdot (T_1 - T_2)}{\Delta s \cdot (T_1 - 0)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

## Kapitel 3

# Värmeöverföring

### Beteckningar

Area  $\text{m}^2$  ( $A$ )  
Diameter, m (kan även betecknas  $d$ ) ( $D$ )  
Diameter, m (kan även betecknas  $d$ ) ( $D$ )  
Frekvens, Hz ( $f$ )  
Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )  
Ljusets hastighet, m/s ( $c$ )  
Ljusets hastighet i vaccum  $2,998 \cdot 10^8$ , m/s ( $c_0$ )  
Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K ( $c_p$ )  
Kinematisk viskositet,  $\text{m}^2/\text{s}$  ( $\nu$ )  
Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )  
Nusselts tal, dimensionslöst ( $Nu$ )  
Prandtls tal, dimensionslöst ( $Pr$ )  
Reynolds tal, dimensionslöst ( $Re$ )  
Svartkropps strålningseffekt,  $\text{W}/\text{m}^2$  ( $E_b$ )  
Stefan-Boltzmanns konstant  $5,67 \cdot 10^{-8}$  ( $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  ( $\sigma$ )  
Våglängd, m ( $\lambda$ )  
Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m ( $O$ )  
Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas  $t$ ) ( $T$ )  
Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m ( $\delta$ )  
värmeeffekt, W ( $\dot{Q}$ )  
Värmeledningstal,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  (kan även betecknas  $k$ ) ( $U$ )  
Värmeledningstal, värmekonduktivitet,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  ( $\lambda$ )  
Värmemotstånd,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  ( $R$ )  
Värmeövergångstal,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  ( $\alpha$ )

### Värmeledning

Värmeledning genom plan vägg:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} = \lambda \cdot A \frac{T_1 - T_2}{\delta} = \\ &= \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{\delta}{\lambda \cdot A}\right)} = \left| \frac{\delta}{\lambda \cdot A} = R \right| = \frac{T_1 - T_2}{R}\end{aligned}$$

där  $T_1$  och  $T_2$  är temperaturena på väggens varma respektive kalla yta.

**Värmeledning genom kompositvägg med konvektionsöverföring:**

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= U \cdot A \cdot (T_i - T_u) = \\ &= \frac{(T_i - T_u) \cdot A}{\left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_u} \right)} = \\ &= \frac{(T_i - T_u)}{\left( \frac{1}{\alpha_i \cdot A} + \frac{\delta_1}{\lambda_1 \cdot A} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 \cdot A} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n \cdot A} + \frac{1}{\alpha_u \cdot A} \right)} = \\ &= \frac{(T_i - T_u)}{R_{tot}} \\ U &= \frac{1}{R_{tot}}\end{aligned}$$

där  $T_i$  och  $T_u$  är temperaturena i väggens varma respektive kalla omgivning, långt från väggen.

## Konvektion

**Dimensionslösa tal**

$$\begin{aligned}\text{Reynolds tal: } Re &= \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} = \\ &= \left| \mu = \frac{\nu}{\varrho} \right| = \frac{v_m \cdot d_h \cdot \varrho}{\mu}\end{aligned}$$

$$d_h \text{ (hydrauliska diametern) } = \frac{4 \cdot \text{tvärsnittsarean}}{\text{våt omkrets}} = \frac{4 \cdot A}{O}$$

$$v_m \text{ (medelhastigheten) } = \frac{\dot{m}}{\varrho \cdot A}$$

$$\text{Prandtls tal: } Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{c_p \cdot \nu \cdot \varrho}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Nusselts tal: } Nu = \frac{\alpha \cdot d_h}{\lambda}$$

Korrelationer för Nusselts tal, dimensionslöst ( $Nu$ ) finns till exempel i Soleimani Mohseni m. fl., 2018 och Alvarez, 2006

**Samband mellan tryckfall och värmeöverföringskoefficient för cirkuära rör**

**Konstanta röregenskaper, variabelt volymflöde**

<i>Laminärt flöde</i>	<i>Turbulent flöde</i>
$p_f \propto v \propto \dot{V}$	$p_f \propto v^{1,75} \text{ till } 2$
$\alpha \propto v^0 \text{ till } 0,3$	$\alpha \propto v^{0,8}$

**Konstant volymflöde, variabel rördiameter**

<i>Laminärt flöde</i>	<i>Turbulent flöde</i>
$p_f \propto d^{-4}$	$p_f \propto d^{-(4,75 \text{ till } 5)}$
$\alpha \propto d^{-1}$	$\alpha \propto d^{-1,8}$



## Strålning

### Våglängd

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$c = \frac{c_0}{n} \text{ där } n = \text{index}$$

### Svartkroppsstrålning

$$E_b(T) = \sigma \cdot T^4$$

# Kapitel 4

## Strömningslära

### Beteckningar

Area  $m^2$  ( $A$ )

Densitet,  $kg/m^3$  ( $\varrho$ )

Dynamisk viskositet,  $kg/(m \cdot s)$  eller  $Pa \cdot s$  eller  $N \cdot m^{-2}$  ( $\mu$ )

Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst ( $\xi$ )

Hastighet,  $m/s$  (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )

Höjd,  $m$  ( $h$ )

Hastighet,  $m/s$  (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )

Kinematisk viskositet,  $m^2/s$  ( $\nu$ )

Massflöde,  $kg/s$  (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )

Omkrets,  $m$  ( $O$ )

Tryck,  $Pa$  ( $p$ )

Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas  $f$ ) ( $\lambda$ )

Tyngdacceleration,  $m/s^2$  ( $g$ )

### Formler och samband

**Kontinuitetsekvationen för endimensionell stationär strömning**

$$\varrho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \varrho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

**Kontinuitetsekvationen vid konstant densitet:**

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \triangleq \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

**Bernoullis ekvation**

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\varrho} = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\varrho} \quad (J/kg)$$

$$\frac{v_1^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_1 + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \varrho}{2} + \varrho \cdot g \cdot h_2 + p_2 \quad (Pa)$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h_1 + \frac{p_1}{\varrho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_2 + \frac{p_2}{\varrho \cdot g} \quad (m)$$

**Toricellis teorem. Utströmning ur vätskebehållare**

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Utströmning från behållare under tryck:

$$v_{ut} = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho} \cdot 2 \cdot g \cdot h}$$

**Stagnationstryck, dynamiskt tryck och statiskt tryck**

$$\text{Stagnationstryck: } p_{stat} + \frac{\rho \cdot v_c^2}{2}$$

$$\text{Dynamiskt tryck: } p_{dyn} = \frac{\rho \cdot v_c^2}{2}$$

$$\text{Statiskt tryck: } p_{stat} = \rho \cdot g \cdot h \text{ (tryck över atmosfärsstryck)}$$

$$\text{Statiskt tryck: } p_{stat} = \rho \cdot g \cdot h + p_{atm} \text{ (absoluttryck)}$$

$$\text{Totalt tryck: } p_{stat} + p_{dyn}$$

**Laminär eller turbulent strömning**

$$Re = \frac{v_m \cdot d_h}{\nu} = \frac{(v_m \cdot d_h)}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$$

$$d_h \text{ (hydraulisk diameter)} = \frac{4 \cdot A}{O}$$

**Tryckförluster vid friktion i rör**

$$p_f = \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \frac{\rho \cdot v_m^2}{2}$$

# Kapitel 5

## Pumpsystem

### Beteckningar

Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )  
Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )  
Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )  
Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ) ( $v$ )  
Arbete, J ( $W$ )  
Arbetseffekt, W ( $\dot{W}$ )  
Area m<sup>2</sup> ( $A$ )  
Densitet, kg/m<sup>3</sup> ( $\rho$ )  
Diameter, m (kan även betecknas  $d$ ) ( $D$ )  
Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst ( $\xi$ )  
Höjd, m ( $h$ )  
Längd, m ( $L$ )  
Massa, kg ( $m$ )  
Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )  
Maximal sughöjd (*net positive suction head*) ( $NPSH$ )  
Strömningsförlust, m ( $h_f$ )  
Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas  $t$ ) ( $T$ )  
Tryck, Pa ( $p$ )  
Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas  $f$ ) ( $\lambda$ )  
Tyngdacceleration, m/s<sup>2</sup> ( $g$ )  
Varvtal ( $n$ )  
Volym, m<sup>3</sup> ( $V$ )  
Volymitet, specifik volym, m<sup>3</sup>/kg ( $v$ )  
Volymflöde, m<sup>3</sup>/s ( $\dot{V}$ )  
Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\eta$ )  
Uppfordringshöjd, m ( $H$ )

### Formler och samband

Teoretiskt pumparbete vid en isokor process:  $w = v \cdot \Delta p$

### Energiekvationen

$$\begin{aligned} p_1 + \varrho \cdot g \cdot h_1 + \frac{v_1^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{pump} &= \\ &= p_2 + \varrho \cdot g \cdot h_2 + \frac{v_2^2}{2} \cdot \rho + \Delta p_{f12} \end{aligned}$$

### Uppfordringshöjd:

$$\begin{aligned} H_{pump} &= \frac{p_{ut} - p_{in}}{\varrho \cdot g} + \frac{v_{ut}^2 - v_{in}^2}{2 \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f = \\ &= \frac{p_{0,ut} - p_{0,in}}{\varrho \cdot g} + h_{ut} - h_{in} + \Delta h_f \end{aligned}$$

$p_{ut} - p_{in}$  = ökningen av det statiska trycket,  $p_{0,ut} - p_{0,in}$  = ökningen av totaltrycket i pumpen.  $\Delta h_f$  = friktionsförluster i rörsystemet.

### Kavitation och NPSH

$$\begin{aligned} NPSH &= \frac{p_{0,s} - p_{\ddot{a}}}{\varrho \cdot g} = \frac{p_a - p_{\ddot{a}}}{\varrho \cdot g} - h_s - h_{fs} \\ NPSH &\geq NPSH_{erf} \end{aligned}$$

$p_{0,s}$  = absoluta totaltrycket vid pumpinloppet,  $p_{\ddot{a}}$  = vätskans ångbildningstryck vid aktuell temperatur,  $p_a$  = lufttryck vid en öppen vätskeyta,  $h_s$  = höjdskillnad mellan vätskeyta och pumpinlopp, samt  $h_{fs}$  = strömningsförluster i sugledningen.  $NPSH_{erf}$  är pumpens minsta NPSH vid ett givet driftfall.

### Pumparbete:

$$\dot{W} = \frac{\dot{W}_n}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \varrho \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{m} \cdot g \cdot H}{\eta_{tot}} = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p_t}{\eta_{tot}}$$

där  $\Delta p_t$  är totala tryckökningen i pumpen.

### Likformighetslagar

$$\begin{aligned} \dot{V} &\propto n \cdot D^3 \\ \dot{m} &\propto n \cdot \varrho \cdot D^3 \\ H &\propto n^2 \cdot D^2 \\ \dot{W} &\propto n^3 \cdot \varrho \cdot D^5 \end{aligned}$$

### Strömningsförluster:

$$h_f \approx konst \cdot \dot{V}^2$$

*Strömningsförluster som beror på friktion i cirkulära rör:*

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d \cdot g} = \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^5 \cdot g} \\ p_f &= \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\lambda \cdot L \cdot v_m^2}{2 \cdot d} = \rho \cdot \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \dot{V}^2}{\pi^2 \cdot d^5} \end{aligned}$$

där  $v_m$  är fluidens medelhastighet

*Strömningsförluster som beror på engångsförluster i ventiler, rörböjor etc:*

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\xi \cdot v_m^2}{2 \cdot g} \\ p_f &= \rho \cdot g \cdot h_f = \rho \cdot \frac{\xi \cdot v_m^2}{2} \end{aligned}$$

där  $\xi$  är summan av engångsförlustkoefficienterna för systemet.

# Kapitel 6

## Värmeväxlare

### Beteckningar

Area  $m^2$  ( $A$ )

Isobar specifik värmekapacitet,  $J/kg \cdot K$  ( $c_p$ )

Massa,  $kg$  ( $m$ )

Massflöde,  $kg/s$  (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )

Temperatur,  $K$  eller  $^{\circ}C - ^{\circ}C$  (kan även betecknas  $t$ ) ( $T$ )

Värmeledningstal,  $W/(m^2 \cdot K)$  (kan även betecknas  $k$ ) ( $U$ )

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\varepsilon$ )

Värmekapacitetsflöde  $c \cdot \dot{m}$ ,  $J/s \cdot K$  ( $C$ )

Värmemängd,  $J$  ( $Q$ )

värmeeffekt,  $W$  ( $\dot{Q}$ )

Uppfordringshöjd,  $m$  ( $H$ )

### Värmebalanser

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}_k \cdot c_{p,k} \cdot (T_{k,in} - T_{k,ut}) = \\ &= \dot{m}_v \cdot c_{p,v} \cdot (T_{v,in} - T_{v,ut}) = \\ &= U \cdot A_s \cdot \Delta T_{lm}\end{aligned}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)}$$

*Motströmsvärmeväxlare      Medströmsvärmeväxlare*

$$\Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,ut} \qquad \Delta T_1 = T_{v,in} - T_{k,in}$$

$$\Delta T_2 = T_{v,ut} - T_{k,in} \qquad \Delta T_2 = T_{v,ut} - T_{k,ut}$$

### NTU-metoden

Temperatureffektivitet, värmeväxlareffektivitet

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\text{Verklig överförd värmeeffekt}}{\text{Teoretiskt maximalt överförd värmeeffekt}}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= C_k \cdot (T_{k_{ut}} - T_{k_{in}}) \\ &= C_v \cdot (T_{v_{ut}} - T_{v_{in}})\end{aligned}$$

$$\dot{Q}_{max} = C_{min} \cdot (T_{v_{in}} - T_{k_{in}}) \text{ där } C_{min} = \min\{C_v, C_k\}$$

$$NTU = \frac{U \cdot A_s}{C_{min}} \text{ där } A_s \text{ är värmeväxlarens värmeöverförande yta.}$$

# Kapitel 7

## Kraft- och kylprocesser

### Beteckningar

Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst ( $COP$ )

Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ) ( $\dot{m}$ )

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\eta$ )

Volymitet, specifik volym,  $m^3/kg$  ( $v$ )

värmeeffekt, W ( $\dot{Q}$ )

Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknas  $i$ ) ( $h$ )

Specifik entropi, J/(kg·K) ( $s$ )

Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas  $\nu$ ) ( $x$ )

### Ångkraftprocessen

#### Index

$f$	fuktig ånga
$is$	isentrop
$t1$	tillstånd efter kondensor
$t2$	tillstånd efter matarvattenpump
$t3$	tillstånd efter överhettare
$t4$	tillstånd efter turbin
$'$	mättad vätska; ingående flöde
$''$	mättad ånga; utgående flöde

#### Ånghalt:

$$x = \frac{h_f - h'}{h'' - h'} = \frac{s_f - s'}{s'' - s'} = \frac{v_f - v'}{v'' - v'}$$

#### Entalpi i fuktiga området:

$$h_f = x \cdot h'' + (1 - x) \cdot h' = x \cdot (h'' - h') + h' = x \cdot r + h'$$

#### Termisk verkningsgrad:

$$\eta_t = \frac{(h_{t3} - h_{t4}) - (h_{t2} - h_{t1})}{h_{t3} - h_{t2}} = 1 - \frac{h_{t4} - h_{t1}}{h_{t3} - h_{t2}}$$



**Turbinens isentropverkningsgrad:**

$$\eta_{is} = \frac{h_{t3} - h_{t4}}{h_{t3} - h_{t4,is}}$$

**Värmebalans förvärmare:**

$$\dot{m}_{1,in} \cdot h_{1,in} + \dot{m}_{2,in} \cdot h_{2,in} = \dot{m}_{1,ut} \cdot h_{1,ut} + \dot{m}_{2,ut} \cdot h_{2,ut}$$

**Massbalans blandningsförvärmare:**

$$\dot{m}_{1,in} + \dot{m}_{2,in} = \dot{m}_{3,ut}$$

## Kylmaskiner och värmepumpar

### Index

<i>is</i>	isentrop
<i>t1</i>	tillstånd efter förångare
<i>t2</i>	tillstånd efter kompressor
<i>t3</i>	tillstånd efter kondensor
<i>t4</i>	tillstånd efter ventil
<i>L</i>	Tillfört värme i förångaren
<i>H</i>	Avgivet värme i kondensorn
<i>R</i>	Kylmaskin
<i>HP</i>	Värmepump

**Värmebalanser:**

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_{köldmedium} \cdot (h_{t1} - h_{t4})$$

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_{köldmedium} \cdot (h_{t2} - h_{t3})$$

**Värmefaktor:**

$$COP_R = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{kompressor}}$$

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{kompressor}}$$

**Kompressorernas isentropverkningsgrad:**

$$\eta_{is} = \frac{h_{t2,is} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}}$$

# Kapitel 8

## Vindenergi

### Beteckningar

Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst ( $\eta$ )

Uppfordringshöjd, m ( $H$ ) d

### Formler och samband

#### Vindens energiflöde

*Vindens momentana effekt*

$$P_{kin} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v^3$$

*Vindens medeleffekt*

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \overline{v^3}$$

*Vindens medeleffekt på en plats*

$$\overline{P_{kin}} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \overline{v^3} \cdot EPF$$

*Kubikfaktor (Energy Pattern Factor)*

$$EPF = \frac{\overline{v^3}}{\overline{v}^3}$$

*Turbulensintensitet (10 minuters mätning, samplingsfrekvens minst 1 Hz)*

$$TI = \frac{sd(v)}{\overline{v}}$$

#### Vindhastighetens höjdberoende

$$v_2 = v_1 \cdot \left( \frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0} \right)^\alpha$$

$h_0 =$  nollplansförskjutning  $\approx 75\%$  av vegetationshöjden

#### Horisontalaxlade vindturbiner

#### Vertikalaxlade vindturbiner

#### Nyckeltal

# Kapitel 9

## Ekonomi

### Beteckningar

Antal år (kan även betecknas  $x$ ) ( $n$ )  
Annuitet, kr ( $A$ )  
Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas  $a$ ) ( $f_A$ )  
Grundinvestering, kr ( $G$ )  
Inflation, % ( $q$ )  
Livscykelkostnad, kr ( $LCC$ )  
Intäktsöverskott, kr/år ( $a$ )  
Intäkt eller kostnad, kr ( $C$ )  
Nusummeffaktor, dimensionslöst ( $f_N$ )  
Nuvärde, kr ( $N$ )  
Restvärde, kr ( $R$ )  
Ränta, % ( $r$ )  
Slutvärde, kr (även  $K_n$ ) ( $SV$ )  
Återbetalningstid (payback), år ( $T$ )

### Index

$0$     Värde vid tidpunkt 0 (idag)  
 $n$     Värde vid tidpunkt  $n$   
 $N$     Nuvärde

### Formler och samband

#### Nuvärde

$$N = K_n \cdot (1 + r)^{-n} = SN \cdot (1 + r)^{-n}$$

### Nuvärdesmetoden

$$N = \sum_{i=1}^n C_i \cdot (1+r)^{-i}$$

$$N = \sum_{i=1}^n a \cdot (1+r)^{-i} = f_N \cdot a$$

om det årliga intäktsöverskottet är konstant.

$$f_N = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} = \frac{1}{f_A}$$

### Annuitetsmetoden

$$A = f_A \cdot N$$

$$f_A = \frac{r}{1 - (1+r)^{-n}} = \frac{1}{f_N}$$

### Slutvärde

$$K_n = SV = N \cdot (1+r)^n$$

### Realränta

$$r_r = \frac{1+r}{1+q} \approx r - q$$

där  $r$  är den nominella räntan eller kalkylräntan.

### Paybackmetoden

$$\text{Generellt: } \sum_{i=0}^T C_i = 0$$

$$\text{Diskonterad paybackmetod: } \sum_{i=0}^T C_i \cdot (1+r)^{-i} = 0$$

$$T = \frac{G}{a} \text{ om det årliga intäktsöverskottet är konstant.}$$

### Life Cycle Cost (LCC)

$$LCC = G + \sum_{i=0}^n K_{N,i} - \sum_{i=0}^n I_{N,i} - R_N$$

# Kapitel 10

## Underhållsteknik

### Beteckningar

Anläggningsutnyttjande, h ( $A$ )  
Felintensitet, h ( $\lambda$ )  
Kvalitetsutbytbyte, h ( $K$ )  
Mean repair time, h ( $MRT$ )  
Mean waiting time, h ( $MWT$ )  
Mean down time, h ( $MDT$ )  
Mean time to failure, h ( $MTTF$ )  
Mean time between failure, h ( $MTBF$ )  
Mean time to repair, h ( $MTTR$ )  
Tillgänglighet, h ( $T$ )  
Utrustningseffektivitet ( $TAK$ )

### Definitioner

Begrepp och nyckeltal definieras i svensk standard SS-EN 13306 och SS-EN 15341. Dessa är sammanfattade i SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminologi och nyckeltal".

Formler och beteckningar utgår från Hagberg och Henriksson, 2018, *Underhåll - Underhållsdokumentation*, 2009, *Underhåll - Underhållsterminologi*, 2017 och *Underhåll - Nyckeltal för underhåll*, 2007

### Definitioner enligt SS-EN standard

Viktiga definitioner enligt SSG rapport "Underhållseffektivitet, terminologi och nyckeltal (2015) är:

- Enhet: Del, komponent, anordning, delsystem, funktionell apparat, utrustning eller system som kan individuellt beskrivas och beaktas.
- Fel: Upphörande av förmågan hos en enhet att utföra en krävd funktion.
- Funktionsfel: Tillstånd hos en enhet karakteriserat av oförmåga att utföra en krävd funktion, exkluderat en oförmåga som kan uppstå vid förebyggande underhåll eller annan planerad åtgärd eller brist på stödfunktioner
- Underhåll: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder under en enhets livstid avsedda att vidmakthålla den i, eller återställa den till, ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.

- Förebyggande underhåll: Underhåll som genomförs vid förutbestämda intervall eller enligt förutbestämda kriterier och i avsikt att minska sannolikheten för fel eller degradering av en enhets funktion.
- Förutbestämt underhåll: Förebyggande underhåll som genomförs i enlighet med bestämda intervaller eller efter en bestämd användning, men utan att föregås av tillståndskontroll.
- Tillståndsbaserat underhåll: Förebyggande underhåll som består av kontroll och övervakning av en enhets tillstånd avseende dess funktion och egenskaper, samt därav föranledda åtgärder
- Förutsägbart underhåll: Tillståndsbaserad underhållsåtgärd som genomförs som följd av en förutsägelse om en enhets försämrade funktion baserad på analys och utvärdering av viktiga egenskaper.
- Förbättring: Kombination av alla tekniska, administrativa samt ledningens åtgärder, avsedda att förbättra en enhets tillförlitlighet, utan att ändra dess krävda funktion.
- Modifiering: Kombination av alla tekniska, administrativa och ledningens åtgärder, avsedda att ändra en enhets funktion.
- Avhjälpande underhåll: Underhåll som genomförs efter det att funktionsfel upptäckts och med avsikt att få enheten i ett sådant tillstånd att den kan utföra krävd funktion.
- Uppskjutet avhjälpande underhåll: Avhjälpande underhåll som inte genomförs omedelbart efter att ett funktionsfel upptäckts utan senareläggs i enlighet med givna underhållsdirektiv.
- Akut avhjälpande underhåll: Underhåll som genomförs omedelbart efter det att funktionsfel upptäckts för att undvika oacceptabla konsekvenser
- Operatörsunderhåll: Underhåll som genomförs av en enhets användare eller operatör

### Definitioner från Hagberg och Henriksson "Underhåll i världsklass"

- Stopptid: = Väntetid + reparationstid
- Totalt disponibel tid<sub>x</sub>: = Obelagd tid + Totalt disponibel tid<sub>y</sub>
- Obelagd tid = planeringsfaktorn
- Totalt disponibel tid<sub>y</sub> = Planerad produktionstid
- Tillgänglig tid av planerad produktionstid är Totalt disponibel tid<sub>y</sub> - Stopptid
- MRT = Mean repair time: Tid att utföra reparation
- MWT = Mean waiting time: Väntetid fram till reparation
- MDT = Mean down time: Genomsnittligt stopptid

### Nyckeltal

Standard SS-EN 15341 beskriver nyckeltalen i tre grupper:

- E - Ekonomiska nyckeltal
- O - Organisatoriska nyckeltal
- T - Tekniska nyckeltal

Nyckeltalen är sedan indelade i olika nivåer.

### Ekonomiska nyckeltal

$$\mathbf{E1:} \frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Återanskaffningsvärde}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E3:} \frac{\text{Total underhållskostnad}}{\text{Total produktioh}}$$

$$\mathbf{E15:} \frac{\text{Kostnad för avhjälpande underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E16:} \frac{\text{Kostnad för förebyggande underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E17:} \frac{\text{Kostnad för tillståndsbaserat underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E18:} \frac{\text{Kostnad för förutbestämt underhåll}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

$$\mathbf{E19:} \frac{\text{Kostnad för förbättring}}{\text{Total underhållskostnad}} \cdot 100$$

### Tekniska nyckeltal

#### Enligt SS\_EN standard

$$\mathbf{T1:} \frac{\text{Total drifttid}}{\text{Total drifttid} + \text{Driftstopp på grund av underhåll}} \cdot 100$$

$$\mathbf{T17:} MTBF = \frac{\text{Total drifttid}}{\text{Totalt antal fel}} = MTTF + MDT$$

$$\mathbf{T21:} MTTR = MDT = \frac{\text{Total tid för återställande}}{\text{Totalt antal fel}} = MRT + MWT$$

#### Enligt Hagberg och Henriksson, Underhåll i världsklass

Operativ prestation:

$$= \left( \frac{\text{Enheter}}{\text{Maskintimme}} \right) \cdot \left( \frac{\text{Maskintimmar}}{\text{År}} \right) = \text{enheter/år}$$

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt disponibel tid} - \text{Obelagd tid}}{\text{Totalt disponibel tid}}$$

Tillgänglighet i seriekopplade funktioner:

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots \cdot T_n$$

Tillgänglighet i parallellkopplade funktioner:

$$T = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdot \dots \cdot (1 - T_n)$$

Funktionssäkerhet:

$$MTTF = \frac{\text{Verkligt utnyttjad drifttid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållsmässighet:

$$MRT = \frac{\text{Total reparationstid}}{\text{Antalet fel}}$$

Underhållssäkerhet:

$$MWT = \frac{\text{Total väntetid}}{\text{Antalet fel}}$$

Tillgängligheten:

$$T = \frac{MTTF}{MTTF + MRT + MWT}$$

Genomsnittligt stopptid:

$$MDT = MTTR = MRT + MWT$$

Felintensitet:

$$\lambda = \frac{1}{MTTF}$$

textbfTillgängligheten:

$$\lambda = \frac{1}{1 + MDT \cdot \lambda}$$

Genomsnittsproduktion:

$$= \frac{\text{Totalt tillverkad volym under mätperioden}}{\text{Tillgänglig tid under mätperioden}}$$

### **T.A.K - beräkning**

Tillgänglighet:

$$T = \frac{\text{Totalt tillgängligt tid} - \text{Stopptid}}{\text{Totalt tillgänglig tid}}$$

Anläggningsutnyttjande:

$$A = \frac{\text{Bruttoproduktion}}{\text{Totalt tillgänglig tid} \cdot T \cdot \text{Maximal produktionshastighet}}$$

Kvalitetsutbyte:

$$K = \frac{\text{Bruttoproduktion} - \text{Defekt produktion}}{\text{Bruttoproduktion}}$$

Utrustningseffektivitet:

$$TAK = T \cdot A \cdot K$$



## Organisatoriska nyckeltal

### Enligt SS\_EN standard

$$\text{O4: } \frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av direkt underhållspersonal}} \cdot 100$$

$$\text{O5: } \frac{\text{Planerade och schemalagda arbetstimmar för underhåll}}{\text{Totalt antal tillgängliga timmar}} \cdot 100$$

$$\text{O9: } \frac{\text{Arbetstimmar underhåll som utförs av produktionsoperatör}}{\text{Totalt antal arbetstimmar som utförs av produktionsoperatörer}} \cdot 100$$

$$\text{O16: } \frac{\text{Arbetstimmar avhjälpande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O17: } \frac{\text{Arbetstimmar akut avhjälpande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O18: } \frac{\text{Arbetstimmar förebyggande underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O19: } \frac{\text{Arbetstimmar tillståndsbaserat underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

$$\text{O20: } \frac{\text{Arbetstimmar förutbestämt underhåll}}{\text{Totalt antal arbetstimmar för underhåll}} \cdot 100$$

## Tillgänglighet

Tillgängligheten för en komponent:

$$0 \leq T \leq 1$$

Systemtillgänglighet för seriekopplade komponenter:

$$T_{system} = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n$$

Systemtillgänglighet för parallellkopplade komponenter:

$$T_{system} = 1 - (1 - T_1) \cdot (1 - T_2) \cdot (1 - T_3) \cdots (1 - T_n)$$

# Symboler

$A$  Anläggningsutnyttjande, h.

$A$  Annuitet, kr.

$A$  Area  $\text{m}^2$ .

$C$  Intäkt eller kostnad, kr.

$C$  Värmekapacitetsflöde  $c \cdot \dot{m}$ , J/s·K.

$COP$  Kyl- eller värmefaktor, dimensionslöst.

$D$  Diameter, m (kan även betecknas  $d$ ).

$E$  Energi, J.

$E_b$  Svartkropps strålningseffekt,  $\text{W}/\text{m}^2$ .

$F$  Kraft, N.

$G$  Grundinvestering, kr.

$G$  Gibbs fria energi, J.

$H$  Uppfordringshöjd, m.

$K$  Kvalitetsutbytyte, h.

$L$  Längd, m.

$LCC$  Livscykelkostnad, kr.

$MDT$  Mean down time, h.

$MRT$  Mean repair time, h.

$MTBF$  Mean time between failure, h.

$MTTF$  Mean time to failure, h.

$MTTR$  Mean time to repair, h.

$MWT$  Mean waiting time, h.

$N$  Nuvärde, kr.

$NPSH$  Maximal sughöjd (*net positive suction head*).

$Nu$  Nusselts tal, dimensionslöst.

$O$  Våt omkrets (fluidberörd omkrets), m.

$O$  Omkrets, m.

$P$  Effekt, generellt, W.  
 $Pr$  Prandtls tal, dimensionslöst.  
 $Q$  Värmemängd, J.  
 $R$  Restvärde, kr.  
 $R$  Värmemotstånd,  $W/(m^2 \cdot K)$ .  
 $R$  Specifik gaskonstant, J/K.  
 $R_u$  Allmänna, universella gaskonstanten 8,314, J/(mol·K).  
 $Re$  Reynolds tal, dimensionslöst.  
 $S$  Entropi, J/K.  
 $SV$  Slutvärde, kr (även  $K_n$ ).  
 $T$  Återbetalningstid (payback), år.  
 $T$  Tillgänglighet, h.  
 $T$  Temperatur, K eller °C – °C (kan även betecknas t).  
 $TAK$  Utrustningseffektivitet.  
 $U$  Värmeledningstal,  $W/(m^2 \cdot K)$  (kan även betecknas k).  
 $V$  Volym,  $m^3$ .  
 $W$  Arbete, J.  
 $X$  Exergi, J.  
 $\alpha$  Värmeövergångstal,  $W/(m^2 \cdot K)$ .  
 $\delta$  Tjocklek, gränsskiktstjocklek, m.  
 $\dot{Q}$  värmeeffekt, W.  
 $\dot{V}$  Volymflöde,  $m^3/s$ .  
 $\dot{W}$  Arbetseffekt, W.  
 $\dot{m}$  Massflöde, kg/s (kan även betecknas  $q_m$ ).  
 $\eta$  Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.  
 $\lambda$  Felintensitet, h.  
 $\lambda$  Tryckfallskoefficient, friktionsfaktor (kan även betecknas f).  
 $\lambda$  Värmeledningstal, värmekonduktivitet,  $W/(m \cdot K)$ .  
 $\lambda$  Våglängd, m.  
 $\mu$  Dynamisk viskositet, kg/(m·kg eller Pa·s eller N·m<sup>-2</sup>).  
 $\nu$  Kinematisk viskositet, m<sup>2</sup>/s.  
 $\sigma$  Stefan-Boltzmanns konstant  $5,67 \cdot 10^{-8} (W/(m^2 \cdot K))$ .  
 $\varepsilon$  Verkningsgrad eller effektivitet, dimensionslöst.  
 $\varrho$  Densitet, kg/m<sup>3</sup>.

$\xi$  Engångsförlustkoefficient, motståndstal, dimensionslöst.  
 $a$  Intäktsöverskott, kr/år.  
 $a$  Acceleration, m/s<sup>2</sup>.  
 $c$  Specifik värmekapacitet, J/kg·K.  
 $c$  Ljusets hastighet, m/s.  
 $c_0$  Ljusets hastighet i vaccum  $2,998 \cdot 10^8$ , m/s.  
 $c_p$  Isobar specifik värmekapacitet, J/kg·K.  
 $c_v$  Isokor specifik värmekapacitet, J/kg·K.  
 $f$  Frekvens, Hz.  
 $f_A$  Annuitetsfaktor, dimensionslöst (kan även betecknas  $a$ ).  
 $f_N$  Nusummefaktor, dimensionslöst.  
 $g$  Tyngdacceleration, m/s<sup>2</sup>.  
 $h$  Höjd, m.  
 $h$  Specifik entalpi, J/kg (kan även betecknas  $i$ ).  
 $h_f$  Strömningsförlust, m.  
 $m$  Massa, kg.  
 $n$  Antal mol.  
 $n$  Varvtal.  
 $n$  Antal år (kan även betecknas  $x$ ).  
 $p$  Tryck, Pa.  
 $q$  Inflation, %.  
 $q$  Specifik värmemängd, J.  
 $r$  Ränta, %.  
 $s$  Specifik entropi, J/(kg·K).  
 $t$  Tid, s.  
 $v$  Hastighet, m/s (kan även betecknas  $V$ ).  
 $v$  Volymitet, specifik volym, m<sup>3</sup>/kg.  
 $x$  Ånghalt kg ånga / kg vatten, dimensionslöst (kan även betecknas  $\nu$ ).

# Referenser

- Alvarez, H. (2006). *Energiteknik* (3. utg.). Studentlitteratur.
- Hagberg, L., & Henriksson, T. (2018). *Underhåll i världsklass* (Upplaga 2). OEE Consultants AB.
- Soleimani Mohseni, M., Bäckström, L., & Eklund, R. (2018). *Formelsamling i energiteknik*. Studentlitteratur AB.
- Underhåll - Nyckeltal för underhåll* (15341:2007). (2007). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll - Underhållsdokumentation* (13460:2009). (2009). Svenska institutet för Standarder (SIS).
- Underhåll - Underhållsterminologi* (13306:2017). (2017). Svenska institutet för Standarder (SIS).