

EŞİTSİZLİKLER ÇÖZÜMLÜ SORULARI

1) $2x - 8 > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, \infty)$ B) $(-\infty, -4)$ C) $(-\infty, 4)$
D) $(4, \infty)$ E) $[4, \infty)$

ÇÖZÜM:

1) $y = ax + b$ nin işareti:

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax + b$			
	a ile ters işaretli		a ile aynı işaretli

$$2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ dür.}$$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$y = 2x - 8$			
	-		+

Çözüm

O halde, $x \in (4, \infty)$ yani $\text{Ç. K} = (4, \infty)$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

2) $-x^2 - 3x + 4 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-4, 1)$ B) $[-4, 1)$
C) $[-4, 1]$ D) $(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$
E) $(-\infty, -4] \cup [1, \infty)$

ÇÖZÜM:

2) $\Delta > 0$ durumunda,

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
	a ile aynı işaretli		a ile ters işaretli	a ile aynı işaretli

$-x^2 - 3x + 4 = 0$ denkleminde, $\Delta > 0$ olup farklı iki kökü vardır.

$$-x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4) \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow x = -4, x = 1 \text{ olur.}$$

Buna göre,

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
	-			-
		+		

Çözüm Çözüm

O halde, çözüm kümesi $\text{Ç. K} = (-\infty, -4] \cup [1, \infty)$

Doğru Cevap: E şıkkı

3) $x^2 - 8x + 16 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{4\}$ B) \emptyset C) $\{1, 4\}$
D) $(4, \infty)$ E) $(-\infty, 4)$

ÇÖZÜM:

3) $\Delta = 0$ durumunda,

x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaretli		a ile aynı işaretli

$x^2 - 8x + 16 \leq 0$ denkleminde, $\Delta = 0$ olup birbirine eşit iki kökü vardır.

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ olur ve } a = 1 > 0 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = 4$	$+\infty$
$y = x^2 - 8x + 16$	+		+

Tabloda negatif bölge yoktur.

\leq , işaretinden dolayı $x = 4$ alınır.

Buna göre, $\text{Ç. K} = \{4\}$ olur.

Doğru Cevap: A şıkkı

4) $2x^2 - 3x + 6 < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $\{1\}$ D) $\{0\}$ E) $\{2\}$

ÇÖZÜM:

4) $\Delta < 0$ durumunda,

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$		
	a ile aynı işaretli	

$2x^2 - 3x + 6 = 0$ denkleminde,

$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = -39 < 0$ olduğundan reel kök yoktur.

$a = 2 > 0$ olup işaret tablosu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = 2x^2 - 3x + 6$	+	+

İşaret tablosunda da görüldüğü gibi $2x^2 - 3x + 6 < 0$ koşulunu sağlayan x değeri yoktur.

Buna göre, $\mathbb{C}. K = \emptyset$ dir.

Doğru Cevap: A şıkkı

5) $(x^2 - 3x) \cdot (-x - 1) < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $(3, \infty)$
C) $(0, 3)$ D) $(-1, 0) \cup (3, \infty)$
E) $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

ÇÖZÜM:

5) Önce eşitsizlikteki bütün çarpanların köklerini bulalım.

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = 3$$

$$-x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$x^2 - 3x$ ifadesinde x^2 nin işareti (+)

$-x - 1$ ifadesinde x in işareti (-)

Bu durumda işaret tablosunun en sağındaki bölüme yazılacak işaret $(+) \cdot (-) = -$ dir.

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$(x^2 - 3x) \cdot (-x - 1)$	+	-	+	-	
		Çözüm		Çözüm	

Buna göre, çözüm kümesi $\mathbb{C}. K = (-1, 0) \cup (3, \infty)$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

6) $\frac{x+1}{x-1} < 2$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $(1, 3)$ B) $(1, \infty)$
C) $(-\infty, 3)$ D) $(-\infty, 3) \cup (4, \infty)$
E) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

ÇÖZÜM:

6) Bu tip eşitsizliklerde sağ taraf sıfır yapıldıktan sonra çözüm yapılır.

$$\frac{x+1}{x-1} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x+1-2x+2}{x-1} < 0 \Rightarrow \frac{-x+3}{x-1} < 0$$

$$-x+3=0 \Rightarrow x=3, \quad x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$-x+3$ ifadesinde x in işareti (-)

$x-1$ ifadesinde x in işareti (+)

Bu durumda işaret tablosunun en sağındaki bölüme yazılacak işaret $(-) \div (+) = -$ dir.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$\frac{-x+3}{x-1}$	-	+	-	

Buna göre, çözüm kümesi $\mathbb{C}. K = (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ olur.

Doğru Cevap: E şıkkı

7)
$$\frac{(x-1) \cdot (x^2 - 2x - 3)}{-x+1} \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $[-1, 3] - \{1\}$ B) $(-1, 3)$
 C) $[-1, 3]$ D) $[-1, 1]$
 E) $[1, 3]$

ÇÖZÜM:

7) $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -1$$

$$-x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x - 1$ ifadesinde x in işareti (+)

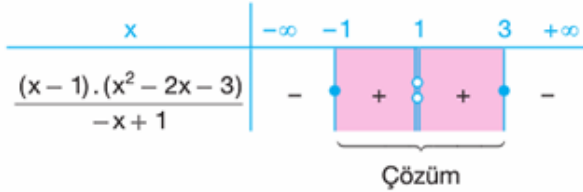
$x^2 - 2x - 3$ ifadesinde x^2 nin işareti (+)

$-x + 1$ ifadesinde x in işareti (-)

Bu durumda işaret tablosunun en sağındaki bölüme

yazılacak işaret $\frac{(+).(+)}{(-)} = -$ dir.

$x = 1$ çift kat kök olduğu için bu kökün sağında ve solunda işaret değişmez.



$x = 1$ değeri paydayı sıfır yaptığı için çözüm kümesine dahil edilmez.

Buna göre, Ç. K = $[-1, 3] - \{1\}$ olur.

Doğru Cevap: A şıkkı

8)
$$\frac{|x-4| \cdot (x+1)}{(x+2)^6 \cdot (x-3)^7} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

ÇÖZÜM:

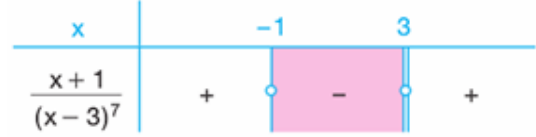
8) $|x-4| \geq 0$ ve $(x+2)^6 \geq 0$ olduğundan, bu çarpanlar yokmuş gibi çözüm yapılabilir. Fakat $|x-4|$ çarpanının kökü $x = 4$ çözüm kümesinde olmalıdır. Ayrıca paydayı sıfır yapan $x = -2$ çözüm olmamalıdır. Bunları dikkate alırsak eşitliğimiz, $\frac{x+1}{(x-3)^7} \leq 0$ olur.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, (x - 3)^7 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$x + 1$ ifadesinde x in işareti (+),

$x - 3$ ifadesinde x in işareti (+) dir.

$$\frac{(+)}{(+)} = + \text{ dir.}$$



$\frac{x+1}{(x-3)^7}$ nin çözüm kümesi $[-1, 3)$ tür.

Bu aralıktaki tam sayılar ve $|x-4|$ ün kökü olan $x = 4$ istenilen çözüm kümesidir.

Buna göre, Ç. K = $\{-1, 0, 1, 2, 4\}$ olur.

Yani 5 farklı tam sayı değeri vardır.

Doğru Cevap: A şıkkı

9)
$$\frac{x-1}{2-x} > 0$$

$$\frac{1}{x^2-9} < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-3, 2)$ B) $(1, 2)$ C) $(2, \infty)$
 D) $(-\infty, -1)$ E) $(-\infty, 2)$

ÇÖZÜM:

9) Her iki eşitsizlikteki çarpanların köklerini bulalım.

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2-x} \text{ ve } g(x) = \frac{1}{x^2-9} \text{ olmak üzere,}$$

x	$-\infty$	-3	1	2	3	$+\infty$
f(x)	-	-	+	+	-	-
g(x)	+	-	-	-	+	+
Kesişim						

Çözüm

Çözüm kümesi, Ç. K = (1, 2) olur.

Doğru Cevap: B şıkkı

10) $x^2 + 1 < x + 3 < x^2 - 3$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

- A) \emptyset B) R
C) $(-\infty, -1)$ D) $(-1, 2)$
E) $(-2, -1) \cup (3, \infty)$

ÇÖZÜM:

10) $x^2 + 1 < x + 3 < x^2 - 3$ ise,

$$x^2 + 1 < x + 3 \text{ ve } x + 3 < x^2 - 3$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \text{ ve } 0 < x^2 - x - 6 \text{ olur.}$$

Bu iki eşitsizlikten oluşan eşitsizlik sistemini çözelim.

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2, x = -1 \text{ dir.}$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3) \cdot (x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3, x = -2 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	-2	-1	2	3	$+\infty$
$x^2 - x - 2$	+	+	-	+	+	+
$x^2 - x - 6$	+	-	-	-	+	+
Kesişim						

İşaret tablosundan görüldüğü gibi kesişen bir bölge yoktur. Dolayısıyla, Ç. K = \emptyset dir.

Doğru Cevap: A şıkkı

11) $(m + 1)x^2 - (2 - m)x + 1 > 0$

eşitsizliği $\forall x \in \mathbb{R}$ için sağlanıyorsa, m hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $(-1, 0)$ B) $(0, 8)$ C) $(-1, 8)$
D) $(-\infty, -1)$ E) $(0, \infty)$

ÇÖZÜM:

11) $(m + 1)x^2 - (2 - m)x + 1 > 0$ eşitsizliği $\forall x \in \mathbb{R}$ için sağlanıyorsa,

$$\left. \begin{array}{l} m + 1 > 0 \\ \Delta < 0 \end{array} \right\} \text{ eşitsizlik sistemi sağlanmalıdır.}$$

$$\Delta = (2 - m)^2 - 4 \cdot (m + 1) \cdot 1$$

$$\Delta = 4 - 4m + m^2 - 4m - 4$$

$$\Delta = m^2 - 8m$$

$$\left. \begin{array}{l} m + 1 > 0 \\ m^2 - 8m < 0 \end{array} \right\} \text{ eşitsizlik sistemini çözelim.}$$

m	$-\infty$	-1	0	8	$+\infty$
m + 1	-	+	+	+	+
$m^2 - 8m$	+	+	-	+	+
Kesişim					

Çözüm

Öyleyse, $m \in (0, 8)$ olmalıdır.

Doğru Cevap: B şıkkı

12) $(m - 1)x^2 + (m - 3)x - m + 2 = 0$

denkleminin kökleri arasında $x_1 < 0 < x_2$ ve $x_2 < |x_1|$ koşulları sağlandığına göre, m hangi aralıkta değer alır?

- A) $(1, 3)$ B) $(1, 2)$
C) $(2, 3)$ D) $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$
E) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

ÇÖZÜM:

12) $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0$ dir.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-m+2}{m-1} < 0 \quad \dots A$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \\ x_2 < |x_1| \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 < 0 \text{ dir.}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-m+3}{m-1} < 0 \quad \dots B$$

A ve B eşitsizliklerinin işaret tablosunu yapalım.

A ... $-m+2=0 \Rightarrow m=2$, $m-1=0 \Rightarrow m=1$

B ... $-m+3=0 \Rightarrow m=3$, $m-1=0 \Rightarrow m=1$

m	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
A	-	0	+	0	-
B	-	0	+	0	-
Kesişim					
	Çözüm			Çözüm	

O halde, Ç. K = $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ olur.

Doğru Cevap: E şıkkı

13) $(m+2)x^2 + (m-1)x + 1 = 0$

denkleminin pozitif iki farklı kökü olduğuna göre, m nin değeri hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $(-2, 1)$ B) $(1, 7)$ C) $(1, \infty)$
D) $(-2, -1)$ E) $(-\infty, -2)$

ÇÖZÜM:

13) $(m+2)x^2 + (m-1)x + 1 = 0$

Denkleminin pozitif iki farklı kökünün olması için,

$\Delta > 0$, $\frac{c}{a} > 0$, $-\frac{b}{a} > 0$ eşitsizliklerinin birlikte sağlanması gerekir.

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(m+2) \cdot 1 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m - 8 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m - 7 > 0$$

$$\Rightarrow (m-7)(m+1) > 0$$

$$\Rightarrow m = 7, m = -1$$

$$\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{1}{m+2} > 0 \Rightarrow m = -2$$

$$-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-m+1}{m+2} > 0 \Rightarrow m = 1, m = -2$$

m	$-\infty$	-2	-1	1	7	$+\infty$
Δ	+	0	+	-	0	+
$\frac{c}{a}$	-	0	+	+	+	+
$-\frac{b}{a}$	-	0	+	+	0	-
Kesişim						
	Çözüm					

Buna göre, $m \in (-2, -1)$ dir.

Doğru Cevap: D şıkkı