

MODÜLER ARİTMETİK ÇÖZÜMLÜ SORULARI

SORU:

- 1) Sabah 8 de evden çıkan bir öğrenci, 9 saat sonra eve dönüyor.

Buna göre, öğrenci eve döndüğünde saat kaç gösterir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM:

- 1) $8 + 9 = 17$



Saat üzerinde 17 sayısı yoktur. Saat üzerinde 1 den 12 ye kadar 12 eşit dilim olduğundan 17 sayısını 12 ye böleriz. **Kalan** sorumuzun cevabı olur. Burada 12 sayısına **saat arit-**

metiğinin modülü ya da kısaca **modu** denir.

$$\begin{array}{r|l} 17 & 12 \rightarrow \text{modül} \\ -12 & 1 \\ \hline & 5 \rightarrow \text{kalan} \end{array}$$

Buna göre, öğrenci eve döndüğünde saat 5 i gösterir.

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

- 2) SERAPSERAPSERAP...

Yukarıdaki dizide 73. harf nedir?

- A) S B) E C) R D) A E) P

ÇÖZÜM:

2) S E R A P S E R A P S E R A P ...
5 harf 5 harf 5 harf

Yukarıda verilen dizinin modülü 5 tir.

Çünkü her 5 harfte bir tekrar başlamaktadır.

$\begin{array}{r} 73 \\ 5 \overline{) 14} \\ \underline{5} \\ 23 \\ \underline{20} \\ 3 \end{array}$	$5 \rightarrow \text{modül}$ 14 $3 \rightarrow \text{kalan}$	<p>S E R A P S E R A P ...</p> <p>↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓</p> <p>1 2 3 4 5 1 2 3 4 5</p> <p>Dizideki harfleri bu şekilde numaralandırırsak bölme işleminden elde ettiğimiz kalana karşılık gelen harf bize cevabı verir. 3 e karşılık gelen harf R olduğundan cevap R dir.</p>
--	--	--

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

3) $\mathbb{Z}/6$ da 32 sayısı aşağıdaki denklik sınıflarından hangisine aittir?

- A) $\bar{1}$ B) $\bar{2}$ C) $\bar{3}$ D) $\bar{4}$ E) $\bar{5}$

ÇÖZÜM:

3) 32 sayısının 6 ile bölümünden kalan 2 olduğundan 32 sayısı 2 nin denklik sınıfına aittir.

Bu ifade, 32 sayısının $\mathbb{Z}/6$ da denklik sınıfı 2 ise

$$32 \equiv 2 \pmod{6}$$

şeklinde yazılır.

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

4) $2x \equiv 3 \pmod{5}$

denkliğini sağlayan x in en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

$$4) 2x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 2x = 5 \cdot k + 3, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{aligned} k = 1 \text{ için,} \quad 2x &= 5 \cdot 1 + 3 \\ \Rightarrow 2x &= 8 \\ \Rightarrow x &= 4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

$$5) m \in \mathbb{Z}^+ \text{ olmak üzere,}$$

$$123 \equiv 3 \pmod{m}$$

olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 20 B) 16 C) 10 D) 8 E) 4

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 5) 123 \equiv 3 \pmod{m} &\Rightarrow \frac{123 - 3}{m} \in \mathbb{Z} \\ &\Rightarrow \frac{120}{m} \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Burada 120 sayısının pozitif tam sayı bölenlerinin sayısı m nin alacağı değerlerdir.

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

Pozitif tam sayı bölenleri sayısı

$$\begin{aligned} &= (3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) \\ &= 4 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 16 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

$$6) x > 5 \text{ olmak üzere,}$$

$$x - 5 \equiv 4 \pmod{(x - 2)}$$

olduğuna göre, x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

6) $x - 5 \equiv 4 \pmod{(x - 2)}$

$$\Rightarrow \frac{x - 5 - 4}{x - 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x - 9}{x - 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 - \frac{7}{x - 2} \in \mathbb{Z}$$

$$x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$x - 2 = 7 \Rightarrow x = 9$$

$$x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$x - 2 = -7 \Rightarrow x = -5$$

$x > 5$ olduğundan $x = 9$ olur. Buna göre, x in alabileceği 1 değer vardır.

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

7) 3^{45} sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

7) $3^1 \equiv 3 \pmod{5}$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3^5 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$\vdots$$

Dördüncü adımdan sonra kalanlar tekrarlamaya başlıyor.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 4 \\ \hline 44 & 11 \\ \hline \end{array}$$

1 \rightarrow 1. adım cevaptır.

$$3^{45} \equiv 3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

8) $16^{24} \equiv x \pmod{5}$

$$30^{15} \equiv y \pmod{4}$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

8) $16^{24} \equiv x \pmod{5}$

$$16^1 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$16^2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$16^3 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\vdots$$

$$16^{24} \equiv 1 \pmod{5} \text{ olur.}$$

Yani $x = 1$ dir.

$30^{15} \equiv y \pmod{4}$

$$30^1 \equiv 2 \pmod{4}$$

$$30^2 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$30^3 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\vdots$$

$$30^{15} \equiv 0 \pmod{4} \text{ olur. Buna göre, } y = 0 \text{ dir.}$$

$$x + y = 1 + 0 = 1 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

9) 18^{146} sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

ÇÖZÜM:

18^{146} sayısının birler basamağındaki rakamı bulmak için, sayının 10 ile bölümünden kalanı bulmalıyız.

$$18^{146} \equiv x \pmod{10} \quad (x \text{ i bulmalıyız.})$$

$$18^1 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$18^2 \equiv 4 \pmod{10}$$

$$18^3 \equiv 2 \pmod{10}$$

$$18^4 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$18^5 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$\vdots$$

Dördüncü adımdan sonra kalanlar tekrarlamaya başlıyor.

$$\begin{array}{r|l} 146 & 4 \\ \hline 12 & 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{\quad} 26$$

$$\underline{\quad} 24$$

2 \rightarrow 2. adım cevaptır.

$$18^{146} \equiv 18^2 \equiv 4 \pmod{10}$$

Buna göre, 18^{146} sayısının birler basamağındaki rakam 4 bulunur.

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

$$10) \quad 12^{4k+13} \equiv x \pmod{5}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

10) $12^1 \equiv 2 \pmod{5}$

$12^2 \equiv 4 \pmod{5}$

$12^3 \equiv 3 \pmod{5}$

$12^4 \equiv 1 \pmod{5}$

$12^5 \equiv 2 \pmod{5}$

\vdots

Dördüncü adımdan sonra başa dönüyor. $4k + 13$ ün 4 ile bölümünden kalan 1 dir. Dolayısıyla 1. adım-daki sonuç sorumuzun cevabıdır.

$12^{4k+13} \equiv 12^1 \equiv 2 \pmod{5}$

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

11) $\mathbb{Z}/5$ te

$2x + 3 = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0\}$ B) $\{1\}$ C) $\{2\}$ D) $\{3\}$ E) $\{4\}$

ÇÖZÜM:

11) $2x + 3 = 1$

$\Rightarrow 2x + 3 + 2 = 1 + 2$ $\mathbb{Z}/5$ te $3 + 2 = 0$

$\Rightarrow 2x = 3$

$\Rightarrow 3 \cdot 2x = 3 \cdot 3$ $\mathbb{Z}/5$ te $3 \cdot 2 = 1$

$\Rightarrow x = 9$

$\Rightarrow x = 4$

Ç. K. = $\{4\}$ olur.

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

12) $\mathbb{Z}/4$ te karekökü olan sayılar aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) 0 ve 1 B) 1 ve 2 C) 3

- D) 2 E) 1

ÇÖZÜM:

- 12) $b \in \mathbb{Z} / 4$ için $a \cdot a = b$ şartını sağlayan bir $a \in \mathbb{Z} / 4$ varsa $a = \sqrt{b}$ denir. Buna göre,

$\mathbb{Z} / 5$ te

$$\overline{0} \cdot \overline{0} = \overline{0} \Rightarrow \sqrt{\overline{0}} = \overline{0}$$

$$\overline{1} \cdot \overline{1} = \overline{1} \Rightarrow \sqrt{\overline{1}} = \overline{1}$$

$$\overline{2} \cdot \overline{2} = \overline{4} \Rightarrow \sqrt{\overline{4}} = \overline{2}$$

$$\overline{3} \cdot \overline{3} = \overline{4} \Rightarrow \sqrt{\overline{4}} = \overline{3}$$

$$\overline{4} \cdot \overline{4} = \overline{1} \Rightarrow \sqrt{\overline{1}} = \overline{4}$$

Buna göre, $\mathbb{Z} / 4$ te karekökü olan sayılar

$\overline{0}$ ve $\overline{1}$ dir.

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

- 13) $\mathbb{Z} / 5$ te

$$x^2 + \overline{4} = \overline{3}$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{\overline{1}\}$ B) $\{\overline{2}\}$ C) $\{\overline{4}\}$
D) $\{\overline{2}, \overline{3}\}$ E) $\{\overline{1}, \overline{2}, \overline{4}\}$

ÇÖZÜM:

- 13) $x^2 + \overline{4} = \overline{3}$

$$\Rightarrow x^2 + \overline{4} + \overline{1} = \overline{3} + \overline{1} \quad (\mathbb{Z} / 5 \text{ te } \overline{4} + \overline{1} = \overline{0})$$

$$\Rightarrow x^2 = \overline{4}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\overline{4}}$$

$\Rightarrow \mathbb{Z} / 5$ te $\overline{4}$ ün karekökü $\overline{2}$ ve $\overline{3}$ tür.

Buna göre, Ç. K. = $\{\overline{2}, \overline{3}\}$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

14) $\mathbb{Z} / 7$ de $x^2 + \overline{4}x + \overline{3} = \overline{0}$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{\overline{4}, \overline{6}\}$ B) $\{\overline{1}\}$ C) $\{\overline{0}, \overline{1}\}$
D) $\{\overline{1}, \overline{2}\}$ E) $\{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}\}$

ÇÖZÜM:

14) $x^2 + \overline{4}x + \overline{3} = \overline{0}$

$$\Rightarrow (x + \overline{3}) \cdot (x + \overline{1}) = \overline{0}$$

$$\Rightarrow x = -\overline{3} \text{ ve } x = -\overline{1}$$

$$x = -3 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$x = -1 \equiv 6 \pmod{7}$$

Buna göre, Ç. K. = $\{\overline{4}, \overline{6}\}$ olur.

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

15) $\mathbb{Z} / 7$ de $f(x) = 3x + 2$ ise, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 2$ B) $5x + 4$ C) $2x + 4$
D) $3x + 2$ E) $3x + 3$

ÇÖZÜM:

15) $f(x) = 3x + 2$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x - 2)}{3} \quad (-2 \equiv 5 \pmod{7})$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x + 5) \cdot 5}{3 \cdot 5} \quad (15 \equiv 1 \pmod{7})$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 5x + 25 \quad (25 \equiv 4 \pmod{7})$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 5x + 4 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

16) Bugün günlerden perşembe olduğuna göre,
226 gün sonra hangi gün olur?

- A) Cumartesi B) Pazar C) Pazartesi
D) Salı E) Çarşamba

ÇÖZÜM:

16)

Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
0	1	2	3

Bir haftada 7 gün olduğuna göre, 7 günde bir aynı gün olur. Dolayısıyla mod 7 ye göre işlem yaparız.

$$\begin{array}{r|l} 226 & 7 \\ \hline & 2 \end{array} \quad 226 = 2 \pmod{7}$$

2 → Kalan

2 cumartesi gününe denk gelmektedir.

Dolayısıyla 226 gün sonra cumartesi günüdür.

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

17) Bugün günlerden cuma olduğuna göre, 186 gün
önce hangi gündü?

- A) Çarşamba B) Perşembe C) Cuma
D) Cumartesi E) Pazartesi

ÇÖZÜM:

17)	Cuma	Perşembe	Çarşamba	Salı	Pazartesi
	0	1	2	3	4

$$\begin{array}{r} 186 \div 7 \\ \underline{140} \\ 46 \\ \underline{42} \\ 4 \end{array}$$

$186 = 4 \pmod{7}$

4 → Kalan

4 pazartesi gününe denk gelmektedir.

Dolayısıyla 186 gün önce pazartesi günüdür.

0	1	2	3	4
---	---	---	---	---

$$\begin{array}{r} 186 \div 7 \\ \underline{140} \\ 46 \\ \underline{42} \\ 4 \end{array}$$

$186 = 4 \pmod{7}$

4 → Kalan

4 pazartesi gününe denk gelmektedir.

Dolayısıyla 186 gün önce pazartesi günüdür.

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

18) Bir asker 15 günde bir nöbet tutmaktadır.

Bu asker 20. nöbetini çarşamba günü tuttuğuna göre, 8. nöbetini hangi gün tutmuştur?

- A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba
D) Perşembe E) Cuma

ÇÖZÜM:

18)	Çarşamba	Salı	Pazartesi	Pazar	Cumartesi	Cuma
	0	1	2	3	4	5

Asker 20. nöbetini çarşamba günü tuttuğuna göre,

$20 - 8 = 12$ nöbet öncesini bulmalıyız.

O halde $15 \cdot 12 = 180$ gün öncesini bulmalıyız.

$$\begin{array}{r} 180 \div 7 \\ \underline{0} \\ 5 \end{array} \quad 180 = 5 \pmod{7}$$

5 cuma gününe denk gelmektedir. Dolayısıyla 180 gün önce cuma günü olur. Buna göre, 8. nöbetini cuma günü tutmuştur.

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

- 19) Bir hastanede bir hemşire 4 günde, bir doktor 5 günde bir nöbet tutmaktadır. İkisi birlikte ilk nöbetlerini salı günü tuttuklarına göre, bu hemşire ile doktor 6. kez birlikte hangi gün nöbet tutarlar?

- A) Çarşamba B) Perşembe C) Cuma
D) Cumartesi E) Pazar

ÇÖZÜM:

19)	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi
	0	1	2	3	4

$(4, 5)_{\text{OKEK}} = 20$ günde bir birlikte nöbet tutarlar.

6. kez birlikte nöbet tuttıkları gün sorulduğuna göre,

$(6 - 1) = 5$ nöbet sonrası sorulmaktadır.

$20 \cdot 5 = 100$ gün sonra 6. kez birlikte nöbet tutarlar.

$$\begin{array}{r} 100 \div 7 \\ \underline{0} \\ 2 \end{array} \quad 100 = 2 \pmod{7}$$

2 perşembe gününe denk gelmektedir. Yani 6. kez birlikte perşembe günü nöbet tutarlar.

Doğru Cevap: B şıkkı