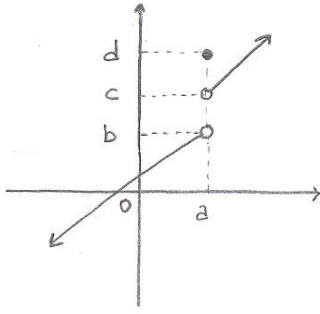


Limit

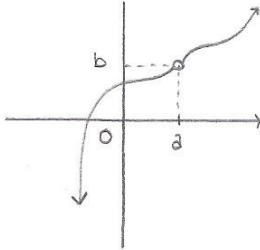


$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

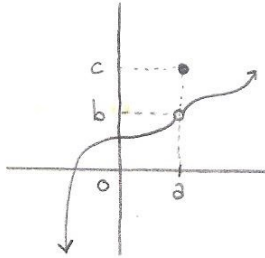
olduğundan $x=a$ da limit yoktur.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$$

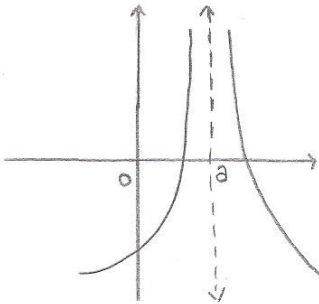
$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ olduğundan $x=a$ da limit vardır ve değeri b dir.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$$

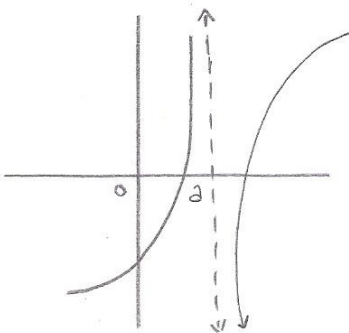
olduğundan $x=a$ da limit vardır ve değeri b dir.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

olduğundan $x=a$ da limit vardır ve değeri $+\infty$ dur.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

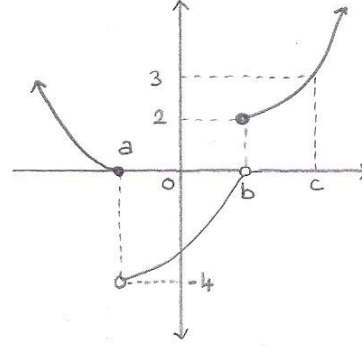
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

olduğundan $x=a$ da limit yoktur.

$$f: A \rightarrow R$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \text{ ve } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \text{ oluyorsa yani}$$

sağdan ve soldan limitler birbirine eşit oluyorsa $x=x_0$ da limit vardır ve değeri L ye eşittir.

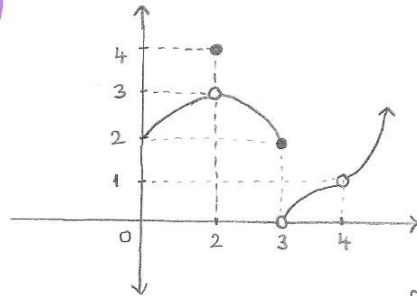


Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ toplamı nedir?

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -4 \\ \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = 3 \end{array} \right\} -4 + 0 + 3 = -1$$

2)



Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Bu fonksiyonun x in 2, 3, 4 değerlerinden bazıları için var olan limitleri toplamı nedir?

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \end{array} \right\} x=2 \text{ de limitin değeri } 3 \text{ tür.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \end{array} \right\} x=3 \text{ te limit yoktur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1 \end{array} \right\} x=4 \text{ te limit vardır ve değeri } 1 \text{ dir.}$$

$$3 + 1 = 4$$

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x+a, & x > 3 \end{cases} \text{ ile tanımlanan } f \text{ fonksiyonu}$$

nun $x=3$ te limitinin olabilmesi için a kaç olmalıdır?

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

$$3+a = 9 \Rightarrow a = 6$$

4) $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ nedir?

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

5) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

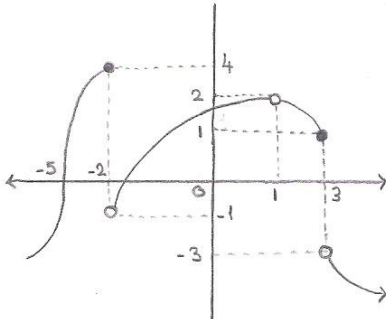
$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + 3, & x < 1 \\ 3b+4, & x = 1 \\ 7x+3a, & x > 1 \end{cases} \text{ fonksiyonunun } x=1 \text{ de}$$

bir limitinin olabilmesi için a kaç olmalıdır?

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$7+3a = 2+a+3 \Rightarrow 7+3a = a+5 \\ 2a = -2 \\ a = -1$$

6)



Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu fonksiyonun $[-5, 5]$ aralığında kaç tane tam sayı değeri için limiti vardır?

$\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

9 tane noktada limiti vardır.

• Limitin Özellikleri:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \log(f(x)) = \log\left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} b^{f(x)} = b^{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

$$n \text{ çift ve } f(x) \geq 0 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

$$n \text{ tek ise } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x}{x+5}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x}{x+5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

8) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x + 1}{4 \cdot \cos 2x + 2}$ nedir?

$$= \frac{\sin 30 + 1}{4 \cdot \cos 60 + 2} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{4 \cdot \frac{1}{2} + 2} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8}$$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x + \cos x}{\frac{\pi}{3} - x}$ değeri nedir?

$$= \frac{\sin 30 + \cos 30}{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}} \\ = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{6}{\pi} \\ = \frac{3 \cdot (1 + \sqrt{3})}{\pi}$$

• Mutlak değer fonksiyonun limiti:

Mutlak değer in içini sıfır yapan noktalar kritik noktalardır. Kritik noktalarda mutlak sağdan ve soldan limitlere bakılır. Eğer verilen nokta kritik nokta değilse yerine yazılması yeterlidir.

10) $\lim_{x \rightarrow 2} (|x+1| + |x^2-1| + 3)$ nedir?

$$= 3 + 3 + 3$$

$$= 9$$

11) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|x-5|}{x-5}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-5}{x-5} = 1$$

12) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x-5|}{x-5}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{-x+5}{x-5} = -1$$

13) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x-5|}{x-5}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|x-5|}{x-5} \neq \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x-5|}{x-5} \text{ olduğundan } x=5 \text{ te}$$

limiti yoktur.

14) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{|1-x|}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1-x) \cdot (1+x)}{-(1-x)} = -2$$

15) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1-x}{1-x} + x \right)$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left[\frac{1-x}{1-x} + x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x)$$

$$= 1+1$$

$$= 2$$

• Genişletilmiş reel sayılarda limit:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

• $-1 < a < 1$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$ dir.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^\infty = 0$$

$$3^{-\infty} = \left(\frac{1}{3}\right)^\infty = 0$$

16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1 \right)$ nedir?

$$= 7^{\frac{1}{-\infty}} + 5^{-\infty} + 1 = 1 + 0 + 1 = 2$$

17) $x \in (-\infty, 0]$ olduğuna göre $x \rightarrow 0$ için $\frac{1}{3+2^{1/x}}$ in limiti nedir?

$$x \rightarrow 0^- \text{ için } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{3+2^{1/x}} = \frac{1}{3+2^{-\infty}} = \frac{1}{3}$$

18) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3+2^{1/x}}$ nedir?

$$= \frac{1}{3+2^\infty} = \frac{1}{3+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{x} + 3^{\frac{5}{x}} + 1 \right)$ nedir?

$$= \frac{4}{\infty} + 3^{\frac{5}{\infty}} + 1$$

$$= 0 + 1 + 1$$

$$= 2$$



$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{a \cdot x^n + \dots}{b \cdot x^k + \dots} \right)$ ifadesinde

$n = k$ ise limitin değeri $\frac{a}{b}$ dir

$n < k$ ise limitin değeri sıfırdır

$n > k$ ise limitin değeri $\pm\infty$ dur.

20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{3x-1}$ nedir?

$$= \frac{4}{3}$$

21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x^2+4}$ nedir?

$$= 0$$

22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4+3x+1}{3x+1}$ nedir?

$$= \infty$$

23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+3)x^2+bx+1}{2x+5} = 3$ olduğuna göre a, b nedir?

$$\begin{cases} a+3=0 \Rightarrow a=-3 \\ \frac{b}{2}=3 \Rightarrow b=6 \end{cases} \quad a \cdot b = -18$$

24) m ve n birer reel sayı ve $m=6n$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2n-10)x^3+(m-3)x^2+2x-3}{mx^3-nx^2+7x+5} = 2 \text{ olduğuna}$$

göre $m+n$ toplamı nedir?

$$\frac{2n-10}{m} = 2 \Rightarrow 2n-10 = 2m$$

$$2n-10 = 12n$$

$$-10 = 10n$$

$$\Rightarrow n = -1$$

$$m = 6n \Rightarrow m = -6$$

$$m+n = -6+(-1)$$

$$= -7$$

• Trigonometrik fonksiyonların limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$$

25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x}$ nedir?

$$= \frac{6}{2} = 3$$

26) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x + \tan 7x}{3x} \right)$ nedir?

$$= \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

27) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x + \sin 4x}{2x + \sin 5x} \right)$ nedir?

$$= \frac{1+4}{2+5} = \frac{5}{7}$$

28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \tan x}{5x^2}$ nedir?

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot 1$$

$$= \frac{3}{5}$$

• Belirsizlik durumları:

• $(\frac{0}{0})$ Belirsizliği:

$(\frac{0}{0})$ Belirsizliği varsa **L'Hospital Kuralı** kullanılır.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

29) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}$ değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5}{1} = 9$$

30) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{x}} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$$

31) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{0 - (-\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin \sqrt{x})}{1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

32) $\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{\sin \pi \alpha}{1 - \alpha^2}$ ifadesinin değeri nedir?

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{\pi \cdot \cos \pi \alpha}{-2\alpha} = \frac{-\pi}{2} \cdot \cos \pi = \frac{\pi}{2}$$

33) $\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{y^2 - x^2}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{3y^2}{2y} = \frac{3x}{2}$$

34) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \cos(\pi x) + 1}{x - 1}$ nedir?

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 \cdot \cos \pi x + (-\pi \cdot \sin \pi x \cdot x)}{1} = -1$$

35) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt{x} - 8}$ nedir?

$$= \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{3 \cdot 16}{1} = \frac{1}{3}$$

36) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16}$ değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x \cdot \cos(x^2 - 4)}{4x^3} = \frac{4 \cdot 1}{32} = \frac{1}{8}$$

37) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 1}}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{0}{1} = 0$$

38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x} = \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\cos x} = 2$$

39) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{a - x}}{x - 2}$ nin var olabilmesi için a'nın değeri kaç olmalıdır?

$x = 2$ için payda sıfır oluyorsa payında $x = 2$ için sıfır olması gerekir.

$$3 - \sqrt{a - 2} = 0$$

$$\sqrt{a - 2} = 3$$

$$a - 2 = 9 \Rightarrow a = 11$$

40) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+3}} - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{1}{0}} = \frac{-\frac{2}{4}}{\infty} = 0$$

41) $\lim_{\alpha \rightarrow x} \frac{x^2 - \alpha^2}{\sin(2x - 2\alpha)}$ limitinin değeri nedir?

$$= \lim_{\alpha \rightarrow x} \frac{-2\alpha}{-2 \cdot \cos(2x - 2\alpha)} = \lim_{\alpha \rightarrow x} \frac{-2x}{-2 \cdot \cos 0} = x$$

• $(\frac{\infty}{\infty})$ Belirsizliği:

42) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 7^x}{5^x + 7^x - 1}$ limitinin değeri nedir?

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 7^x}{5^x + 7^x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x \cdot \left(\left(\frac{2}{7}\right)^x + 1\right)}{7^x \cdot \left(\left(\frac{5}{7}\right)^x + \frac{1}{7}\right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{7}} = 7$$

43) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 5^{x+1}}{2^x - 5^{x-1}}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 5^x \cdot 5}{2^x - \frac{5^x}{5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x \cdot \left[\left(\frac{3}{5}\right)^x + 5\right]}{5^x \cdot \left[\left(\frac{2}{5}\right)^x - \frac{1}{5}\right]} = -25$$

44) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 7x - 1}}{x + \sqrt{x^2 - x + 4}}$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 \cdot \left(1 + \frac{7}{4x} - \frac{1}{4x^2}\right)}}{x + \sqrt{x^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2x}{x + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2}$$

45) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 3x + 1}}{5x + 1}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|3x|}{5x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{5x + 1} = \frac{3}{5}$$

46) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 3x + 1}}{5x + 1}$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x|}{5x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{5x + 1} = -\frac{3}{5}$$

47) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4} + mx}{4 - \sqrt{4x^2 + 1}} = 4$ ise m nin değeri

nedir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + mx}{4 - 2x} = 4 \Rightarrow \frac{m+1}{-2} = 4$$

$$m+1 = -8$$

$$m = -9$$

• $(\infty - \infty)$ Belirsizliği:

48) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2)(x+2)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

49) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right)$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{4}$$



a > 0 için

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} \cdot \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left| x + \frac{b}{2a} \right| \text{ dir.}$$

50) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x)$ limitinin değeri nedir?

$$\sqrt{1} \cdot |x-2| - x = x-2-x = -2$$

$x \rightarrow +\infty$
olduğu için
aynı çıkar

51) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x + 1} - \sqrt{4x^2 - 8x + 1})$ nedir?

$$\sqrt{4} \cdot \left| x - \frac{1}{8} \right| - \sqrt{4} \cdot \left| x - \frac{8}{8} \right|$$

$$= 2 \cdot \left(x - \frac{1}{8} \right) - 2 \cdot (x-1) = 2x - \frac{1}{4} - 2x + 2 = \frac{7}{4}$$

52) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 6x + 10} + x)$ nedir?

$$\sqrt{1} \cdot |x-3| + x = -x+3+x = 3$$

• (0.∞) Belirsizliği:

$(\frac{0}{0})$ ya da $(\frac{\infty}{\infty})$ konumuna getirilir ve L'Hospital kuralı kullanılır.

53) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n-2) \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ kaçtır?

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{3n-2}} = \left(\frac{0}{0}\right) \text{ L'Hospital}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n^{-1})}{(3n-2)^{-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1 \cdot n^{-2} \cdot \cos(n^{-1})}{-1 \cdot (3n-2)^{-2} \cdot 3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} \cdot \cos\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{3}{(3n-2)^2}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^2 - 12n + 4}{3n^2} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) = 3 \cdot 1 = 3$$

54) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)$ limitinin değeri nedir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{0}{0}\right) \text{ L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + 3 \cdot x^{-1})}{x^{-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3 \cdot x^{-2}}{1 + \frac{3}{x}}}{-1 \cdot x^{-2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{x^2} \cdot x^2}{1 + \frac{3}{x} \cdot -1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3}{1 + \frac{3}{x}}$$

$$= \frac{-3}{1+0} = -3$$

55) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) \cdot \ln(x^2-1)$ limitinin değeri nedir?

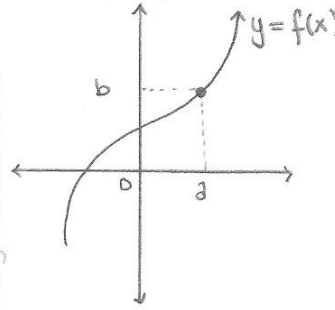
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x^2-1)}{\frac{1}{x-1}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) \text{ L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x^2-1)}{(x-1)^{-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{2x}{x^2-1}}{-1 \cdot (x-1)^{-2}}$$

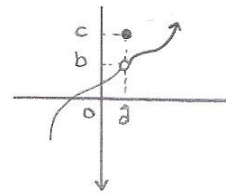
$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x \cdot (x-1)}{x+1} \cdot \frac{1}{-1} = \frac{0}{-2} = 0$$

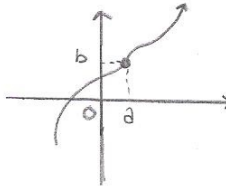
• Fonksiyonların sürekliliği:



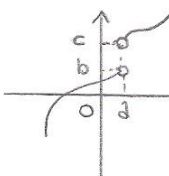
$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ oluyorsa fonksiyon $x=a$ da süreklidir.



$x=a$ da limiti vardır ama sürekli değildir.



$x=a$ da limiti var ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ olduğundan $x=a$ da süreklidir.



$x=a$ da limiti olmadığından sürekli değildir.

56) $f(x) = \begin{cases} mx+n, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ x^2+m, & x < 1 \end{cases}$ ise fonksiyonu \mathbb{R} de

sürekliliği olduğunu göre n kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$m+n = 1+m = 5 \Rightarrow n = 4$$

57) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ 3-ax^2, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunun sürekliliği bir

fonksiyon olması için a nın değeri ne olmalıdır?

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$3-a = 2 \Rightarrow a = 1$$

58) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ x^2+ax+b, & 1 < x < 3 \\ 5, & x \geq 3 \end{cases}$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekliliği olduğunu göre $a-b$ nedir?

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow 1+a+b = 1 \Rightarrow a+b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \Rightarrow 5 = 9+3a+b \Rightarrow 3a+b = -4$$

$$\begin{aligned} -1/3a+b &= -4 \\ a+b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3a-b &= 4 \\ a+b &= 0 \end{aligned}$$

$$+$$

$$\begin{aligned} -2a &= 4 \Rightarrow a = -2 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-b &= -2-2 \\ &= -4 \end{aligned}$$

59) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3}, & x > -1 \\ \frac{1}{x^2-4}, & x \leq -1 \end{cases}$ ise

fonksiyonu hangi x değerinde sürekliliği?

A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

Bu fonksiyonun $x = -1, x = 2, x = -2$ olmak üzere 3 tane kritik değeri vardır.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= -\frac{1}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= -\frac{1}{3} \end{aligned} \right\} x = -1 \text{ de sürekliliği.}$$

$$x = 2 \text{ için } f(2) = \frac{2}{3}$$

$$x = -2 \text{ için } f(-2) = \frac{1}{0} = \text{tanımsız olduğundan}$$

$x = -2$ de sürekliliği.

60) $f(x) = \frac{|x^2-4|}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-1}$ fonksiyonu hangi

noktada sürekliliği?

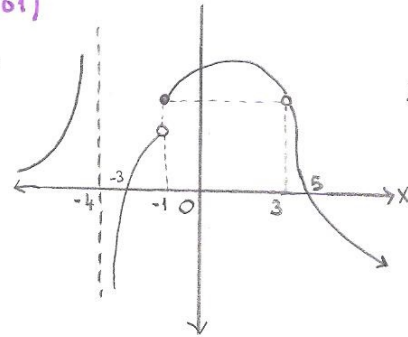
A) 2 B) -2 C) 1 D) 0 E) -1

Fonksiyon $x = 2, x = -2, x = 1$ ve $x = -1$ de sürekliliği değeri.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = -2 \text{ olduğundan}$$

$x = 0$ da sürekliliği.

61)



Yandaki grafik $y=f(x)$ fonksiyonuna aittir. Bu fonksiyon $[-6, 6]$ aralığında kaç tane değerde sürekliliği?

$$\{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

10 tane değerde sürekliliği.