

LOGARİTMA ÇÖZÜMLÜ SORULARI

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = (2a + 1)^x$

fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğuna göre, a nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, \infty)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right) - \{0\}$
C) $(-1, \infty) - \{0\}$ D) $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
E) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

ÇÖZÜM:

1) $f(x) = (2a + 1)^x$ fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğuna göre,

$$2a + 1 > 0 \text{ ve } 2a + 1 \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow 2a > -1 \text{ ve } 2a \neq 0$$

$$\Rightarrow a > -\frac{1}{2} \text{ ve } a \neq 0 \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } a \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right) - \{0\} \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

2) $f(x) = 3^{x-1}$

olduğuna göre, $f(2) + f(x+2)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 \cdot 3^x$ B) $5 \cdot 3^x$ C) $6 \cdot 3^x$
D) $3(1 + 3^x)$ E) $2(3 + 3^x)$

ÇÖZÜM:

2) $f(x) = 3^{x-1}$

$$f(2) = 3^{2-1} = 3$$

$$f(x+2) = 3^{x+2-1} = 3^{x+1} = 3^x \cdot 3$$

Buna göre,

$$f(2) + f(x+2) = 3 + 3^x \cdot 3$$

$$= 3 \cdot (1 + 3^x) \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

3) $x - 1 > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = a^{x-1} + 2$$

fonksiyonu azalan olduğuna göre, a nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 < a < 1$ B) $0 \leq a \leq 1$ C) $0 < a < 8$
D) $0 \leq a < \infty$ E) $-\infty < a < \infty$

ÇÖZÜM:

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu $a > 1$ için artan fonksiyon
 $0 < a < 1$ için azalan fonksiyondur. ($x > 0$)

Doğru Cevap: A şıkkı

4) $x > 0$ için

$$f(x) = 4^{x+1}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\log_4 x$ B) $1 + \log_4 x$ C) $\log_4 \frac{x}{4}$
D) $\log_4 4x$ E) $1 + \log_4 4x$

ÇÖZÜM:

4) $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$

$x = \log_a y$ ifadesinde a ya logaritma fonksiyonunun tabanı, x e y nin a tabanındaki logaritması denir.

$$f(x) = 4^{x+1} \Rightarrow y = 4^{x+1}$$

$$\Rightarrow y = 4 \cdot 4^x$$

$$\Rightarrow 4^x = \frac{y}{4}$$

$$\Rightarrow x = \log_4 \frac{y}{4}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_4 \frac{x}{4} \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

5) Tanımlı olduğu aralıkta

$$f(x) = 1 + \log_2 x$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{2x-1} B) x^{x-1} C) 2^{x-2}
D) 2^{x-1} E) 2^{x+1}

ÇÖZÜM:

5) Bir fonksiyonun tersi alınırken aşağıdaki adımlar uygulanır.

I. $f(x)$ yerine y yazılır.

II. x yalnız bırakılır.

III. Son olarak y yerine x , x yerine $f^{-1}(x)$ yazılır.

$$\begin{aligned} y &= 1 + \log_2 x \Rightarrow \log_2 x = y - 1 & (\log_a b = c \Rightarrow b = a^c) \\ \Rightarrow x &= 2^{y-1} \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= 2^{x-1} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

6) $3^{x+1} = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\log_4 \frac{4}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\log_3 \frac{3}{4}$ E) $\log_3 \frac{4}{3}$

ÇÖZÜM:

$$6) 3^{x+1} = 4 \Rightarrow 3^x \cdot 3^1 = 4$$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow x = \log_3 \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

7) $\log_3(x-1) = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

ÇÖZÜM:

$$7) \log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\log_3(x-1) = 2 \Rightarrow x-1 = 3^2$$

$$\Rightarrow x-1 = 9$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

8) $\log_3(\log_2(4x-8)) = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

$$8) \log_3(\log_2(4x-8)) = 1 \Rightarrow \log_2(4x-8) = 3^1$$

$$\Rightarrow \log_2(4x-8) = 3$$

$$\Rightarrow 4x-8 = 2^3$$

$$\Rightarrow 4x-8 = 8$$

$$\Rightarrow 4x = 16$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

9) Tanımlı olduğu aralıkta

$$f(x) = \log_2(x-3) + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{x-1} + 3$ B) $2^{x-1} + 9$ C) $2^x + 3$
D) $2^{x+1} + 3$ E) $2^{x+1} + 9$

ÇÖZÜM:

$$9) y = \log_2(x-3) + 1 \Rightarrow y-1 = \log_2(x-3)$$

$$\Rightarrow 2^{y-1} = x-3$$

$$\Rightarrow x = 2^{y-1} + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2^{x-1} + 3 \text{ olur.}$$

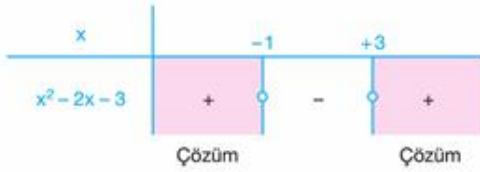
Doğru Cevap: A şıkkı

- 10) $f(x) = \log_4(x^2 - 2x - 3)$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $(3, \infty)$
C) $[-1, 3]$ D) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$
E) $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$

ÇÖZÜM:

- 10) $f(x) = \log_4(x^2 - 2x - 3)$
 $(x^2 - 2x - 3) > 0$ olmalıdır.
 $(x - 3) \cdot (x + 1) > 0$



Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi
 $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

- 11) $f(x) = \log_{2-x}(x^2 - x - 12)$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(-\infty, 2)$
C) $(-3, 2)$ D) $(4, \infty)$
E) $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$

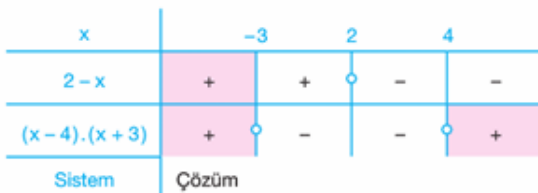
ÇÖZÜM:

- 11) $\left. \begin{array}{l} x^2 - x - 12 > 0 \\ 2 - x > 0 \\ 2 - x \neq 1 \end{array} \right\}$ sistemini sağlayan aralık

$f(x)$ in en geniş tanım aralığıdır.

$$x^2 - x - 12 > 0 \Rightarrow (x - 4) \cdot (x + 3) > 0$$

$$2 - x > 0$$



Buna göre, $f(x)$ in en geniş tanım kümesi,
 $(-\infty, -3)$ tür.

Doğru Cevap: A şıkkı

- 12) Tanımlı olduğu aralıkta

$$f(x) = 3 + \log(2x - 1)$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisi-
dir?

- A) $\frac{-10^{x-3} + 1}{2}$ B) $\frac{-10^{x-3} + 2}{3}$
C) $\frac{10^{x-3} + 1}{3}$ D) $\frac{10^{x-3} + 1}{2}$
E) $10^{x-3} + 1$

ÇÖZÜM:

- 12) $f(x) = 3 + \log(2x - 1) \Rightarrow f(x) = 3 + \log_{10}(2x - 1)$
 $\Rightarrow y = 3 + \log_{10}(2x - 1)$
 $\Rightarrow y - 3 = \log_{10}(2x - 1)$
 $\Rightarrow 2x - 1 = 10^{y-3}$
 $\Rightarrow 2x = 10^{y-3} + 1$
 $\Rightarrow x = \frac{10^{y-3} + 1}{2}$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{10^{x-3} + 1}{2}$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

- 13) Tanımlı olduğu aralıkta

$$f(x) = 4 + \ln(3x + 2)$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisi-
dir?

- A) $\frac{e^{x-4} - 2}{3}$ B) $\frac{e^{x-3} - 4}{3}$ C) $\frac{e^{x-3} - 3}{3}$
D) $\frac{e^{x-2} - 4}{3}$ E) $\frac{e^{x-2} - 2}{3}$

ÇÖZÜM:

- 13) $f(x) = 4 + \ln(3x + 2) \Rightarrow y = 4 + \log_e(3x + 2)$
 $\Rightarrow y - 4 = \log_e(3x + 2)$
 $\Rightarrow 3x + 2 = e^{y-4}$
 $\Rightarrow x = \frac{e^{y-4} - 2}{3}$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{e^{x-4} - 2}{3}$ olur.

Doğru Cevap: A şıkkı

- 14) P_0 : Ana para
 r : Yıllık faiz oranı
 t : Süre (yıl)
 k : Bileşik faiz dönem sayısı olmak üzere,
bankaya yatırılan bir miktar paranın bileşik faiz formülü,

$$P = P_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^t \text{ şeklindedir.}$$

₺2000 yıllık %20 faiz oranı ve 3'er aylık zaman dilimiyle bir bankaya yatırılıyor. Kaç yıl sonra bankadaki para ₺4000 ya ulaşır?

- A) 14,057 B) 14,143 C) 14,586
D) 15,147 E) 15,389

ÇÖZÜM:

- 14) Önce bir zaman dilimindeki faiz oranını bulalım.

$$\frac{r}{k} = \frac{0,20}{4} = 0,05 \text{ tir.} \quad \left(k = \frac{12}{3} = 4\right)$$

$$\begin{aligned} P &= P_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^t \Rightarrow 4000 = 2000 \cdot (1 + 0,05)^t \\ &\Rightarrow 4000 = 2000 \cdot (1,05)^t \\ &\Rightarrow 2 = (1,05)^t \quad (\text{eşitliğin her iki tarafının da doğal logaritmasını alalım.}) \\ &\Rightarrow \ln 2 = \ln(1,05)^t \\ &\Rightarrow \ln 2 = t \cdot \ln(1,05) \\ &\Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\ln 1,05} \cong 14,143 \text{ bulunur.} \\ &\quad (e \cong 2,718) \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

- 15) $x = \log_3 3 + \log_{10} 10 + \log_4 1$
olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

- 15) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$> \log_a a = 1 \text{ dir.}$$

$$> \log_a 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$x = \underbrace{\log_3 3}_1 + \underbrace{\log_{10} 10}_1 + \underbrace{\log_4 1}_0$$

$$x = 1 + 1 + 0 \Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

- 16) $\log_5 25 - \log_{27} 3$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

ÇÖZÜM:

- 16) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x \in \mathbb{R}^+$ ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$> \log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$> \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$\begin{aligned} \log_5 25 - \log_{27} 3 &= \log_5 5^2 - \log_{3^3} 3 \\ &= 2 \cdot \log_5 5 - \frac{1}{3} \cdot \log_3 3 \\ &= 2 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{5}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

- 17) $\log_{3^2} 3^4 - \log_{e^2} e^5$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

ÇÖZÜM:

17) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x \in \mathbb{R}^+$ ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$\log_a x^n = \frac{n}{n} \log_a x$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \log_3 3^4 - \log_e e^5 &= \frac{4}{2} \cdot \log_3 3 - \frac{5}{2} \log_e e \\ &= \frac{4}{2} - \frac{5}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

18) $\log_3 2 = a$

olduğuna göre, $\log_{27} 16$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2a}{3}$ B) a C) $\frac{4a}{3}$ D) $\frac{5a}{3}$ E) $2a$

ÇÖZÜM:

18) $\log_{27} 16 = \log_{3^3} 2^4$

$$\begin{aligned} &= \frac{4}{3} \cdot \log_3 2 \\ &= \frac{4}{3} \cdot a \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

19) $\log 6 = a$

olduğuna göre, $\log 60$ ın a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a$ B) $3a$ C) $4a$
D) $a + 1$ E) $a - 2$

ÇÖZÜM:

19) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \log 60 &= \log (6 \cdot 10) \\ &= \log 6 + \log 10 \\ &= a + 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

20) $1 + \log_5 3 + \log_5 4$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\log_5 120$ B) $\log_5 60$ C) $\log_5 30$
D) $\log_5 15$ E) $\log_5 10 + 1$

ÇÖZÜM:

20) $\log_5 5 = 1$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \log_5 3 + \log_5 4 + 1 &= \log_5 3 + \log_5 4 + \log_5 5 \\ &= \log_5 (3 \cdot 4 \cdot 5) \\ &= \log_5 60 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

21) $\log_2 15! = a$

olduğuna göre, $\log_2 (16!)$ ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 4$ B) $a + 16$ C) $16a$
D) $a! + 4$ E) $a! + 16$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}
21) \log_2(16!) &= \log_2(16 \cdot 15!) \\
&= \log_2 16 + \log_2 15! \\
&\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_a \\
&= \log_2 2^4 + a \\
&= 4 \cdot \log_2 2 + a \\
&= a + 4 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

22) $\log 5 = a$
 olduğuna göre, $\log 2$ nin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - a$ B) $1 + a$ C) $2 - a$
 D) $2 + a$ E) $2 - a^2$

ÇÖZÜM:

22) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\text{> } \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \text{ dir.}$$

$$\log 5 = a$$

$$\begin{aligned}
\log 2 &= \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 \quad (\log 10 = 1) \\
&= 1 - a \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

23) $-1 + \log_4 3 + \log_4 5$
 ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\log_4 60$ B) $\log_4 30$ C) $\log_4 15$
 D) $\log_4 \frac{15}{2}$ E) $\log_4 \frac{15}{4}$

ÇÖZÜM:

23) $\log_4 4 = 1$ dir.

$$\begin{aligned}
\log_4 3 + \log_4 5 - 1 &= \log_4 3 + \log_4 5 - \log_4 4 \\
&= \log_4 (3 \cdot 5) - \log_4 4 \\
&= \log_4 15 - \log_4 4 \\
&= \log_4 \frac{15}{4} \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

24) $\log 5 = x$

olduğuna göre, $\log 200$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $1 - x$ C) $2 - x$
 D) $3 - x$ E) $4 - x$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}
24) \log 200 &= \log (2 \cdot 100) \\
&= \log 2 + \log 100 \\
&= \log \frac{10}{5} + \log 10^2 \\
&= \log 10 - \log 5 + 2 \log 10 \\
&= 3 \log 10 - \log 5 \\
&= 3 - x \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

25) $\log 3 = x$

$$\log 5 = y$$

olduğuna göre, $\log_5 3$ ün x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{2x}{y}$ C) $\frac{x}{2y}$ D) $\frac{y}{x}$ E) $\frac{2y}{x}$

ÇÖZÜM:

25) **Taban Değişirme**

$a, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\text{> } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} \log_5 3 &= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 5} \quad (\text{Taban değişirme}) \\ &= \frac{\log 3}{\log 5} \\ &= \frac{x}{y} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

$$26) \quad \frac{\log 5}{\log 15} + \frac{\ln 3}{\ln 15}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{\log 5 + \ln 3}{\log 15}$ C) 1
D) $\log_{15} 5$ E) $\ln 15$

ÇÖZÜM:

$$26) \quad \frac{\log 5}{\log 15} = \log_{15} 5 \text{ ve } \frac{\ln 3}{\ln 15} = \log_{15} 3 \text{ dir. } (\text{Taban değişirme})$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \frac{\log 5}{\log 15} + \frac{\ln 3}{\ln 15} &= \log_{15} 5 + \log_{15} 3 \\ &= \log_{15} (5 \cdot 3) \\ &= \log_{15} 15 \\ &= 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

$$27) \quad \log_2 3 = x$$

olduğuna göre, $\log_{12} 18$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x-1}{x+2}$ B) $\frac{1-2x}{2-x}$ C) $\frac{1-2x}{2+x}$
D) $\frac{1+2x}{2+x}$ E) $\frac{1+x}{2+x}$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 27) \quad \log_{12} 18 &= \frac{\log_2 18}{\log_2 12} \quad (\text{Taban değişirme}) \\ &= \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{\log_2 2 + \log_2 3^2}{\log_2 2^2 + \log_2 3} \\ &= \frac{\log_2 2 + 2 \cdot \log_2 3}{2 \cdot \log_2 2 + \log_2 3} \\ &= \frac{1+2x}{2+x} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

$$28) \quad \log_5 2 = x$$

olduğuna göre, $\log 2$ nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x}$ C) $\frac{x}{x-1}$
D) $\frac{x-1}{x}$ E) $\frac{x}{1-x}$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}
28) \quad \log 2 &= \log_{10} 2 = \frac{\log_5 2}{\log_5 10} \\
&= \frac{\log_5 2}{\log_5 (2 \cdot 5)} \\
&= \frac{\log_5 2}{\log_5 2 + \log_5 5} \\
&= \frac{x}{x+1} \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

$$\begin{aligned}
29) \quad \log_{12} 36 &= x \\
\text{olduğuna göre, } \log_2 3 &\text{ ifadesinin } x \text{ türünden} \\
\text{eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A) \frac{2-2x}{x-3} \quad B) \frac{2-2x}{x-2} \quad C) \frac{2+2x}{x-2} \\
D) \frac{2+2x}{x+2} \quad E) \frac{2+2x}{x-3}
\end{aligned}$$

çözüm:

$$\begin{aligned}
29) \quad x &= \log_{12} 36 = x \Rightarrow x = \frac{\log_2 36}{\log_2 12} \quad (\text{Taban değiştirme}) \\
\Rightarrow x &= \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} \Rightarrow x = \frac{\log_2 2^2 + \log_2 3^2}{\log_2 2^2 + \log_2 3} \\
\Rightarrow x &= \frac{2 \cdot \log_2 2 + 2 \cdot \log_2 3}{2 \cdot \log_2 2 + \log_2 3} \Rightarrow x = \frac{2 + 2\log_2 3}{2 + \log_2 3} \text{ olur.} \\
\log_2 3 &= a \text{ dersek, } x = \frac{2+2a}{2+a} \Rightarrow 2x + ax = 2 + 2a \\
&\Rightarrow ax - 2a = 2 - 2x \\
&\Rightarrow a(x-2) = 2 - 2x \\
&\Rightarrow a = \frac{2-2x}{x-2} \\
&\Rightarrow \log_2 3 = \frac{2-2x}{x-2}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

$$\begin{aligned}
30) \quad \frac{1}{\log_3 60} + \frac{1}{\log_4 60} + \frac{1}{\log_5 60} \\
\text{ifadesinin değeri kaçtır?}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A) 0 \quad B) \frac{3}{\log 60} \quad C) 1 \\
D) \log 3 + \log 4 + \log 5 \quad E) 3 \log 60
\end{aligned}$$

çözüm:

$$30) \quad a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \text{ olmak üzere,}$$

$$> \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\log_3 60} + \frac{1}{\log_4 60} + \frac{1}{\log_5 60} &= \log_{60} 3 + \log_{60} 4 + \log_{60} 5 \\
&= \log_{60} (3 \cdot 4 \cdot 5) \\
&= 1 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

$$31) \quad \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 27$$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$A) 1 \quad B) 2 \quad C) 3 \quad D) 4 \quad E) 5$$

çözüm:

$$31) \quad \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d \cdot \dots \cdot \log_r s \cdot \log_s t = \log_a t \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned}
\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 27 &= \log_3 27 \\
&= \log_3 3^3 \\
&= 3 \cdot \log_3 3 \\
&= 3 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

32) $\log_3 2 = x$

$\log_2 5 = y$

olduğuna göre, $\log 45$ in x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2+xy}{x+xy}$ B) $\frac{1+xy}{x+xy}$ C) $\frac{2+xy}{x-xy}$
D) $\frac{2-xy}{x+xy}$ E) $\frac{2+x}{x+xy}$

ÇÖZÜM:

32) $\log_3 2 \cdot \log_2 5 = x \cdot y \Rightarrow \log_3 5 = x \cdot y$ dir.

$$\begin{aligned} \log 45 &= \log_{10} 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 10} \\ &= \frac{\log_3 (3^2 \cdot 5)}{\log_3 (2 \cdot 5)} \\ &= \frac{\log_3 (3^2) + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} \\ &= \frac{2 \cdot \log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} \\ &= \frac{2 + x \cdot y}{x + x \cdot y} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

33) $\frac{\log_2 4x}{5^{\log_2 5}} = 3x + 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

33) $a^{\log_a b} = b$

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \frac{\log_2 4x}{5^{\log_2 5}} = 3x + 2 &\Rightarrow 5^{\log_2 4x} = 3x + 2 \\ &\Rightarrow 4x = 3x + 2 \\ &\Rightarrow x = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

34) $\log_3 118$

ifadesinin değeri aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

- A) (1, 2) B) (2, 3) C) (3, 4)
D) (4, 5) E) (5, 6)

ÇÖZÜM:

34) $\log_3 118$

118 in 3 ün hangi kuvvetleri arasında olduğunu bularak soruyu cevaplandırabiliriz.

118, 3^4 ile 3^5 arasındadır.

$$\Rightarrow 3^4 < 118 < 3^5$$

$$\Rightarrow \log_3 3^4 < \log_3 118 < \log_3 3^5$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \log_3 3 < \log_3 118 < 5 \cdot \log_3 3$$

$$\Rightarrow 4 < \log_3 118 < 5 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

35) $a = \log 25$, $b = \log 0,001$ ve $c = \log 3,6$

sayılarının işaretleri aşağıdakilerden hangisinde sırasıyla doğru olarak verilmiştir?

- A) +, -, + B) +, -, - C) +, +, +
D) -, +, - E) -, -, +

çözüm:

35) $x > 1$ iken $\log x > 0$

$0 < x < 1$ iken $\log x < 0$ olduğunu daha önce görmüştük.

Buna göre,

$$a = \log 25 \Rightarrow 25 = 10^a \Rightarrow 10 < 25 < 100$$

$$\Rightarrow 10^1 < 10^a < 10^2$$

$\Rightarrow 1 < a < 2$ olup a pozitif bir gerçekte sayıdır.

$$b = \log 0,001 \Rightarrow b = \log \frac{1}{10^3} \Rightarrow b = -3 \text{ olup } b \text{ negatif bir gerçekte sayıdır.}$$

$$c = \log 3,6 \Rightarrow 3,6 = 10^c \Rightarrow 1 < 3,6 < 10$$

$$\Rightarrow 10^0 < 10^c < 10^1$$

$\Rightarrow 0 < c < 1$ olup c pozitif bir gerçekte sayıdır.

O halde, a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla, $+, -, +$ bulunur.

Doğru Cevap: A şıkkı

36) $\log 2,35 \approx 0,371$

olduğuna göre, $\log 23500$ in yaklaşık değeri kaçtır?

- A) 3,173 B) 3,371 C) 4,137
D) 4,371 E) 5,371

çözüm:

36) $\log 23500 = \log (2,35 \cdot 10^4)$

$$= \log 2,35 + \log 10^4$$

$$= \log 2,35 + 4 \log 10$$

$$= 0,371 + 4$$

$$= 4,371 \text{ olur.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

37) $\log 3,18 \approx 0,502$ olmak üzere,

$\log 0,00318$ in yaklaşık değeri kaçtır?

- A) -2,498 B) -2,198 C) -1,498
D) -1,198 E) 0,198

çözüm:

37) $\log 0,00318 = \log (3,18 \cdot 10^{-3})$

$$= \log 3,18 + \log_{10} 10^{-3}$$

$$= \log 3,18 + (-3) \cdot \log 10$$

$$= 0,502 - 3$$

$$= -2,498$$

Doğru Cevap: A şıkkı

38) $2^x - 3 \cdot 2^{-x} - 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{-1, \log_3 2\}$ C) $\{-1, \log_2 3\}$
D) $\{\log_2 3\}$ E) $\{\log_3 3\}$

çözüm:

38) $2^x = a$ alınırsa $2^{-x} = \frac{1}{a}$ olur.

Bu değerleri verilen denklemde yerine yazalım.

$$2^x - 3 \cdot \frac{1}{2^x} - 2 = 0 \Rightarrow a - \frac{3}{a} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 3 - 2a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 3) \cdot (a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ ve } a = -1$$

$$2^x = 3 \text{ ve } 2^x = -1$$

$2^x = -1$ eşitliğini sağlayan x değeri yoktur.

$$2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2 3 \text{ olur.}$$

Buna göre, çözüm kümesi $\mathcal{C}.K. = \{\log_2 3\}$ olur.

Doğru Cevap: D şıkkı

39) $\log_{x+1} (3x + 1) = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1\}$ B) $\{2\}$ C) $\{3\}$
D) $\{0,1\}$ E) $\{2,3\}$

çözüm:

$$\begin{aligned} 39) \log_{(x+1)}(3x+1) &= 2 \Rightarrow (x+1)^2 = 3x+1 \\ &\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 3x + 1 \\ &\Rightarrow x^2 - x = 0 \\ &\Rightarrow x(x-1) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \quad \text{ve} \quad x = 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$x = 0$ için taban 1 olacağından

$x = 0$ alınmaz (taban 1 olamaz)

Buna göre, $x = 1$ dir.

Ç.K. = {1} olur.

Doğru Cevap: A şıkkı

çözüm:

$$\begin{aligned} 41) \log x - \log(x+1) &= \log(x-1) - \log(x+2) \\ &\Rightarrow \log\left(\frac{x}{x+1}\right) = \log\left(\frac{x-1}{x+2}\right) \\ &\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{x-1}{x+2} \\ &\Rightarrow x^2 - 1 = x^2 + 2x \\ &\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$\log x$ ten dolayı $x > 0$ olmalı.

Dolayısıyla çözüm kümesi, Ç. K. = \emptyset

Doğru Cevap: E şıkkı

$$40) \log_3(x+1) - \log_3(x-2) = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\text{A) } \left\{\frac{3}{2}\right\} \quad \text{B) } \{2\} \quad \text{C) } \left\{\frac{5}{2}\right\} \quad \text{D) } \{3\} \quad \text{E) } \left\{\frac{7}{2}\right\}$$

çözüm:

$$40) \log_3(x+1) - \log_3(x-2) = 1$$

$$\begin{aligned} \log_3\left(\frac{x+1}{x-2}\right) &= 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x-2} = 3 \\ &\Rightarrow x+1 = 3x-6 \\ &\Rightarrow 2x = 7 \\ &\Rightarrow x = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Çözüm kümesi, Ç.K. = $\left\{\frac{7}{2}\right\}$ olur.

Doğru Cevap: E şıkkı

$$41) \log x - \log(x+1) = \log(x-1) - \log(x+2)$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{aligned} \text{A) } \{3, 4\} \quad & \text{B) } \{2, 3\} \quad \text{C) } \{3\} \\ \text{D) } \{2\} \quad & \text{E) } \emptyset \end{aligned}$$

$$42) \log_3(x-1) + \log_{(x-1)}3 = 2$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\text{A) } \{1\} \quad \text{B) } \{2\} \quad \text{C) } \{3\} \quad \text{D) } \{4\} \quad \text{E) } \{5\}$$

çözüm:

$$42) \log_3(x-1) = a \text{ alınırsa}$$

$$\log_{(x-1)}3 = \frac{1}{a} \text{ olur.}$$

$$\log_3(x-1) + \log_{(x-1)}3 = 2$$

$$\Rightarrow a + \frac{1}{a} = 2$$

$$\Rightarrow a^2 + 1 = 2a$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a=1 \text{ olur.}$$

$$a=1 \Rightarrow \log_3(x-1) = 1$$

$$\Rightarrow x-1 = 3$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ olur.}$$

Çözüm kümesi, Ç. K. = {4}

Doğru Cevap: D şıkkı

43) $x^{\ln x} = e^{2 + \ln x}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e}\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{e}, e^2\right\}$ C) $\{e, e^2\}$
D) $\left\{\frac{1}{e^2}, e\right\}$ E) $\{e^2, e^4\}$

ÇÖZÜM:

43) $x^{\ln x} = e^{2 + \ln x} \Rightarrow x^{\ln x} = e^2 \cdot e^{\ln x}$

$\Rightarrow x^{\ln x} = e^2 \cdot e^{\log_e x}$

$\Rightarrow x^{\ln x} = e^2 \cdot x$ olur.

$x^{\ln x} = e^2 \cdot x$ denkleminde her iki tarafın e tabanına göre, logaritmasını alalım.

$x^{\ln x} = e^2 \cdot x \Rightarrow \ln x^{\ln x} = \ln(e^2 \cdot x)$

$\Rightarrow \ln x \cdot \ln x = \ln e^2 + \ln x$

$\Rightarrow (\ln x)^2 = 2 + \ln x$

$\Rightarrow (\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$

$\ln x = a$

$a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2) \cdot (a + 1) = 0$

$\Rightarrow a = 2$ ve $a = -1$ olur.

$\ln x = 2 \Rightarrow \log_e x = 2 \Rightarrow x = e^2$

$\ln x = -1 \Rightarrow \log_e x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$ olur.

Çözüm kümesi, Ç. K. = $\left\{\frac{1}{e}, e^2\right\}$

Doğru Cevap: B şıkkı

ÇÖZÜM:

44) $\left(\frac{5}{6}\right)^{4x-2} > \left(\frac{5}{6}\right)^{2x-1}$ ve

$\frac{5}{6} < 1$ olduğundan

$4x - 2 < 2x - 1 \Rightarrow 2x < 1$

$\Rightarrow x < \frac{1}{2}$ olur.

Ç. K. = $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

Doğru Cevap: D şıkkı

45) $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) > 2$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{9}{10}, 1\right)$ B) $\left(1, \frac{10}{9}\right)$ C) $(1, \infty)$
D) $\left(\frac{10}{9}, \infty\right)$ E) $\left[1, \frac{10}{9}\right)$

ÇÖZÜM:

45) $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) > 2 \Rightarrow (x - 1) < \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$\Rightarrow x - 1 < \frac{1}{9} \Rightarrow x < \frac{10}{9}$... I

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$... II

I ve II den, $1 < x < \frac{10}{9}$ olur.

Çözüm kümesi, Ç. K. = $\left(1, \frac{10}{9}\right)$ olur.

Doğru Cevap: B şıkkı

46) $2 < \log_2(2x - 6) < 3$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 5)$ B) $(5, 7)$ C) $(3, \infty)$
D) $(5, \infty)$ E) $(7, \infty)$

     :

46) $2 < \log_2 (2x - 6) < 3$

$$\Rightarrow 2^2 < 2x - 6 < 2^3$$

$$\Rightarrow 4 < 2x - 6 < 8$$

$$\Rightarrow 10 < 2x < 14$$

$$\Rightarrow 5 < x < 7 \dots\dots I$$

$$2x - 6 > 0 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3 \dots\dots II$$

I ve II den

$5 < x < 7$ olur.       k  mesi,  . K. = (5, 7) olur.

Doğru Cevap: B  ıkkı

- 47) Yarı      10 yıl olan bir radyoaktif maddenin madde miktarındaki yıllık değişim hızı,

$$f(t) = c \cdot e^{kt}$$

 eklinde modellenmiştir.

Buna göre, başlangıçta 200 gram olan maddeden 40 gram kalması için kaç yıl geçmesi gerekir?

- A) $10 \cdot \log_2 5$ B) $\log_5 2$ C) $10 \cdot \log_5 2$
D) $\log 5$ E) $10 \cdot \log 5$

     :

- 47) Başlangıçtaki madde miktarı 200 gram olduğundan,

$t = 0$ için $f(t) = 200$ d r. O halde,

$$t = 0 \Rightarrow f(0) = c \cdot e^0 = 200 \Rightarrow c = 200 \text{ d r.}$$

Maddenin yarı      10 yıl olduğundan, 10 yıl sonra madde miktarı yarıya d  er.

$$t = 10 \Rightarrow f(10) = 100 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow 200 \cdot e^{10k} = 100$$

$$\Rightarrow e^{10k} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow e^k = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}} \text{ bulunur.}$$

t yıl sonra madde miktarı 40 gram ise,

$$f(t) = 40 \Rightarrow 200 \cdot e^{kt} = 40$$

$$\Rightarrow e^{kt} = \frac{40}{200}$$

$$\Rightarrow (e^k)^t = \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}}\right)^t = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{10} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{10} = \log_2 5$$

$$\Rightarrow t = 10 \cdot \log_2 5 \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: A  ıkkı