

## LOGARİTMA

$a \in \mathbb{R}^+$ ,  $a \neq 1$ ,  $b \in \mathbb{R}^+$  ve  $x \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a^x = b$  eşitliğinde  $a$  ve  $b$  belli iken  $x$ 'i bulmaya logaritma işlemi denir.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$\bullet 2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2 3$$

$$\bullet 3^{2x-1} = 2 \Rightarrow 2x-1 = \log_3 2$$

$$x = \frac{\log_3 2 + 1}{2}$$

$$\bullet 4^{x-1} = 7 \Rightarrow x-1 = \log_4 7$$

$$x = \log_4 7 + 1$$

$$\bullet \sqrt{2^{x-1}} = 3 \Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 3$$

$$\frac{x}{2} = \log_2 3 \Rightarrow x = 2 \cdot \log_2 3$$

$$\bullet \log_2 16 = x \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\bullet \log_5 x = -2 \Rightarrow x = 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

• Logaritma fonksiyonunun tanım kümesi:

$f(x) = \log_a x$  fonksiyonunun tanımlı olması için

$$a > 0 \text{ ve } a \neq 1$$

$$x > 0$$

olmalıdır.

1)  $f(x) = \log_5 (x-4) + \log_7 (10-x)$  fonksiyonunun tanımlı olduğu aralık nedir?

$$\begin{cases} x-4 > 0 \Rightarrow x > 4 \\ 10-x > 0 \Rightarrow x < 10 \end{cases} \Rightarrow 4 < x < 10$$

$$(4, 10)$$

2)  $f(x) = \log_{x-4} 5$  fonksiyonunun tanım aralığını bulunuz?

$$x-4 > 0 \text{ ve } x-4 \neq 1$$

$$x > 4 \text{ ve } x \neq 5$$

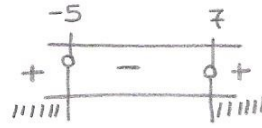
$$(4, +\infty) - \{5\}$$

3)  $f(x) = \log_7 (x^2 - 2x - 35)$  fonksiyonunun tanım aralığı nedir?

$$x^2 - 2x - 35 > 0$$

$$(x-7) \cdot (x+5) > 0$$

$$\Rightarrow x=7 \text{ ya da } x=-5$$

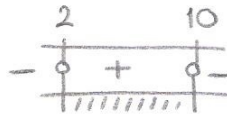


$$(-\infty, -5) \cup (7, +\infty)$$

$$\text{ya da } \mathbb{R} - [-5, 7]$$

4)  $f(x) = \log_5 \left( \frac{10-x}{x-2} \right)$  fonksiyonunun tanım aralığı nedir?

$$\frac{10-x}{x-2} > 0$$



$$(2, 10)$$

5)  $f(x) = \log_{(x-5)} (14-x)$  fonksiyonunun tanımlı olduğu aralık nedir?

$$x-5 > 0 \text{ ve } x-5 \neq 1 \Rightarrow x > 5 \text{ ve } x \neq 6$$

$$14-x > 0 \Rightarrow x < 14$$

$$(5, 14) - \{6\}$$

6)  $f(x) = \log_{(11-x)} (x-3) + \log_7 (x-5)$  fonksiyonunun tanım aralığı nedir?

$$x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$11-x > 0 \text{ ve } 11-x \neq 1 \Rightarrow \boxed{x < 11} \text{ ve } x \neq 10$$

$$x-5 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 5}$$

$$(5, 11) - \{10\}$$

• Logaritma fonksiyonunun tersi:

Verilen fonksiyonda  $x$  yalnız bırakılır ve  $y$  yerine  $x$  yazılarak fonksiyonun tersi bulunur ve  $f^{-1}(x)$  ile ifade edilir.

7)  $f(x) = \log_3(3x+1)$  olduğuna göre  $f^{-1}(x)$  nedir?

$$\begin{aligned} y &= \log_3(3x+1) \Rightarrow 3^y = 3x+1 \\ x &= \frac{3^y - 1}{3} \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \frac{3^x - 1}{3} \end{aligned}$$

8)  $f(x) = 2 \cdot \log_2(x-1)$  olduğuna göre  $f^{-1}(8)$  nedir?

$$\begin{aligned} \frac{y}{2} &= \log_2(x-1) \Rightarrow x-1 = 2^{\frac{y}{2}} \\ x &= 2^{\frac{y}{2}} + 1 \\ f^{-1}(x) &= 2^{\frac{x}{2}} + 1 \\ f^{-1}(8) &= 17 \end{aligned}$$

9)  $f(x) = 2 + \log_3(x-2)$  olduğuna göre  $f^{-1}(x)$  nedir?

$$\begin{aligned} y-2 &= \log_3(x-2) \Rightarrow x-2 = 3^{y-2} \\ x &= 3^{y-2} + 2 \\ f^{-1}(x) &= 3^{x-2} + 2 \end{aligned}$$

10)  $f(x) = 2 \cdot \log_2(x+1) - 3$  olduğuna göre  $f^{-1}(5)$  nedir?

$$\begin{aligned} y+3 &= 2 \cdot \log_2(x+1) \\ \frac{y+3}{2} &= \log_2(x+1) \Rightarrow x+1 = 2^{\frac{y+3}{2}} \\ x &= 2^{\frac{y+3}{2}} - 1 \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= 2^{\frac{x+3}{2}} - 1 \\ f^{-1}(5) &= 15 \end{aligned}$$

😊 Tabanı 10 olan logaritmaya **başyığı logaritma** adını veriyoruz.

$$\log_{10} 3 = \log 3$$

Tabanı  $e$  olan logaritmaya **doğal logaritma** adını veriyoruz.

$$\log_e 3 = \ln 3$$

$$e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3$$

$$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$$

11)  $f(x) = \frac{e^x - 4}{3}$  olduğuna göre  $f^{-1}(x)$  nedir?

$$\begin{aligned} y &= \frac{e^x - 4}{3} \Rightarrow 3y = e^x - 4 \\ e^x &= 3y + 4 \\ x &= \ln(3y + 4) \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \ln(3x + 4)$$

12)  $f(x) = 3 \cdot e^x - 2$  olduğuna göre  $f^{-1}(7)$  nedir?

$$\begin{aligned} y+2 &= 3 \cdot e^x \Rightarrow e^x = \frac{y+2}{3} \\ x &= \ln\left(\frac{y+2}{3}\right) \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) \Rightarrow f^{-1}(7) = \ln 3$$

13)  $f(x) = \ln(3x-2) + 4$  olduğuna göre  $f^{-1}(x)$  nedir?

$$y-4 = \ln(3x-2)$$

$$e^{y-4} = 3x-2$$

$$3x = e^{y-4} + 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{e^{y-4} + 2}{3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{e^{x-4} + 2}{3}$$

• Logaritma fonksiyonunun özellikleri:

- 1 sayısının her tabandaki değeri sıfırdır.

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_3 1 = 0$$

$$\log_7 1 = 0$$

$$\log_7 (x-5) = 0 \Rightarrow x=6$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_2 2 = 1$$

$$\log 10 = 1$$

$$\ln e = 1$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \cdot \log_3 3 = 2$$

$$\log_2 16 = 4$$

$$\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{1/2} = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3$$

$$\log_a x^y = \frac{y}{x} \cdot \log_a b$$

$$\log_4 32 = \log_{2^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_2 2 = \frac{5}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{2^{-1}} 2^3 = -3$$

$$\log_{\sqrt[3]{5}} 125 = \log_5 \frac{1}{3} 5^3 = \frac{3}{\frac{1}{3}} \cdot \log_5 5 = 9$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_5 35 = \log_5 (7 \cdot 5) = \log_5 7 + \log_5 5 = \log_5 7 + 1$$

$$\log_2 5 + \log_2 3 + \log_2 4 = \log_2 60$$

$$\log_{48} 2 + \log_{48} 4 + \log_{48} 6 = \log_{48} (48) = 1$$

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_2 \left( \frac{8}{3} \right) = \log_2 8 - \log_2 3 = 3 - \log_2 3$$

$$\log_6 8 + \log_6 12 - \log_6 24 = \log_6 \left( \frac{8 \cdot 12}{24} \right) = \log_6 4$$

$$\log_b c = \log_b a$$

$$3 \log_3 5 = 5 \log_3 3 = 5$$

$$9 \log_3 2 = 2 \log_3 9 = 2^2 = 4$$

$$16 \log_2 3 = 3 \log_2 16 = 3^4 = 81$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$3^{\log_3 5} = 5$$

$$7^{\log_7 x^2} = x^2$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

😊 İstediğimizi her tabana dönüştürebiliriz.

$$\log_5 9 = \frac{\log_2 9}{\log_2 5}$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\log_5 7 = \frac{\log 7}{\log 5}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_3 5 = \frac{1}{\log_5 3}$$

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d \dots \log_y z = \log_a z$$

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 8 = \log_2 8 = 3$$

14)  $\log_2 (\log_3 (5x+6)) = 2$  olduğuna göre  $x$  nedir?

$$\log_3 (5x+6) = 4$$

$$5x+6 = 81$$

$$5x = 75$$

$$x = 15$$

15)  $\log_2 [2 \log_3 (3 \log_4 (x+2))] = 1$  olduğuna göre  $x$  nedir?

$$2 \cdot \log_3 (3 \log_4 (x+2)) = 2$$

$$\log_3 (3 \log_4 (x+2)) = 1$$

$$3 \log_4 (x+2) = 3$$

$$\log_4 (x+2) = 1$$

$$x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

16)  $\log x + \log 2 = 1$  eşitliğini sağlayan  $x$  değeri nedir?

$$\log(2x) = 1 \Rightarrow 2x = 10$$

$$x = 5$$

17)  $\log 20 - \log(x-1) = 1$  olduğuna göre  $x$  nedir?

$$\log\left(\frac{20}{x-1}\right) = 1 \Rightarrow \frac{20}{x-1} = 10$$

$$10x - 10 = 20$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

18)  $\log_7 (2x-7) - \log_7 (x-2) = 0$  olduğuna göre  $\log_5 x$  in değeri nedir?

$$\log_7 \left(\frac{2x-7}{x-2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2x-7}{x-2} = 1$$

$$2x-7 = x-2$$

$$x = 5$$

$$\log_5 x = \log_5 5$$

$$x = 5$$

19)  $\frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24}$  işleminin sonucu kaçtır?

$$3 \cdot \log_{24} 4 + 6 \cdot \log_{24} \sqrt{2} + 12 \cdot \log_{24} \sqrt[4]{3}$$

$$= \log_{24} 64 + \log_{24} 8 + \log_{24} 27$$

$$= \log_{24} (64 \cdot 8 \cdot 27)$$

$$= \log_{24} (8^3 \cdot 3^3) = \log_{24} 24^3 = 3$$

20)  $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$  ifadesinin değeri nedir?

$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6$$

$$= 1$$

21)  $\log_8 27 \cdot \log_9 32$  işleminin sonucu nedir?

$$\log_2 3^3 \cdot \log_2 2^5 = \log_2 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \log_2 2$$

$$= \frac{5}{2}$$

22)  $\frac{1}{2} \log 16 + \frac{1}{3} \log 27 - \frac{1}{2} \log 4$  işleminin sonucu nedir?

$$\log 16^{1/2} + \log 27^{1/3} - \log 4^{1/2}$$

$$= \log 4 + \log 3 - \log 2$$

$$= \log \left(\frac{4 \cdot 3}{2}\right) = \log 6$$

23)  $\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \log\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \log\left(\frac{9}{10}\right)$  işleminin sonucu nedir?

$$\log\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{9}{10}\right) = \log\left(\frac{1}{10}\right) = -1$$

24)  $f(x) = \log_4 \left(\frac{x+3}{x+2}\right)$  olduğuna göre

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(21)$$
 işleminin sonucu nedir?

$$\log_4 \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \dots \cdot \frac{24}{23}\right)$$

$$= \log_4 \left(\frac{24}{3}\right) = \log_4 8 = \frac{3}{2}$$



- 25)  $\ln(xy) = 2a$  ve  $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 2b$  olduğuna göre  $x$  in pozitif değeri nedir?

$$\begin{aligned}\ln x + \ln y &= 2a \\ \ln x - \ln y &= 2b \\ + & \\ 2 \ln x &= 2a + 2b \Rightarrow \ln x = a + b \\ x &= e^{a+b}\end{aligned}$$

- 26)  $\ln\left(\frac{x^3}{y}\right) = 8$

$$\begin{aligned}\ln(xy^2) &= 5 \text{ olduğuna göre } x \cdot y \text{ nedir?} \\ \frac{2}{3} \ln x - \ln y &= 8 \\ \ln x + 2 \ln y &= 5 \\ + & \\ 7 \ln x &= 21 \Rightarrow \ln x = 3 \Rightarrow x = e^3 \\ \ln y &= 1 \Rightarrow y = e \\ x \cdot y &= e^4\end{aligned}$$

- 27)  $\log_{xy} x = 2$  olduğuna göre  $\log_{xy} x$  in değeri nedir?

$$\log_{xy} x = \frac{1}{\log_x(xy)} = \frac{1}{1 + \log_{xy} x} = \frac{1}{3}$$

- 28)  $\log_5 124! = x$  olduğuna göre  $\log_5 125!$  in  $x$  cinsinden değeri nedir?

$$\log_5 125! = \log_5 (125 \cdot 124!) = \log_5 125 + \log_5 124! = 3 + x$$

- 29)  $\log 7 - \log 3 = \log(x-1) - \log(x-2)$  olduğuna göre  $x$  nedir?

$$\log\left(\frac{7}{3}\right) = \log\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$$

$$\begin{aligned}\frac{7}{3} &= \frac{x-1}{x-2} \Rightarrow 7x-14 = 3x-3 \\ 4x &= 11 \\ x &= \frac{11}{4}\end{aligned}$$

- 30)  $\log_3 5 = a$  olduğuna göre  $\log_5 15$  in  $a$  cinsinden değeri nedir?

$$\log_5 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 5} = \frac{1 + \log_3 5}{\log_3 5} = \frac{1+a}{a}$$

- 31)  $\log_2 3 = a$  olduğuna göre  $\log_{27} 24$  ifadesinin  $a$  cinsinden değeri nedir?

$$\log_{27} 24 = \frac{\log_2 24}{\log_2 27} = \frac{3 + \log_2 3}{3 \cdot \log_2 3} = \frac{3+a}{3a}$$

- 32)  $\log_2 3 = m$

$\log_5 2 = n$  olduğuna göre  $\log_{40} 12$  in  $m$  ve  $n$  cinsinden değeri nedir?

$$\begin{aligned}\log_{40} 12 &= \frac{\log_2 12}{\log_2 40} \\ &= \frac{\log_2 4 + \log_2 3}{\log_2 8 + \log_2 5} = \frac{2+m}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{2+m}{\frac{3n+1}{n}} \\ &\Rightarrow \frac{2n+m}{3n+1}\end{aligned}$$

- 33)  $\log_3 5 = m$

$\log_5 11 = n$  olduğuna göre  $\log_{55} 15$  in  $m$  ve  $n$  cinsinden değeri nedir?

$$\begin{aligned}\log_{55} 15 &= \frac{\log_5 15}{\log_5 55} = \frac{1 + \log_5 3}{1 + \log_5 11} \\ &= \frac{1 + 1/m}{1 + n} = \frac{m+1}{m+mn}\end{aligned}$$

- 34)  $\log 3 = m$

$\log 2 = n$  olduğuna göre  $\log 108$  in  $m$  ve  $n$  cinsinden değeri nedir?

$$\begin{aligned}\log 108 &= \log(3^3 \cdot 2^2) \\ &= 3 \cdot \underbrace{\log 3}_m + 2 \cdot \underbrace{\log 2}_n \\ &= 3m + 2n\end{aligned}$$

- 35)  $\log_2 = a$  olduğuna göre  $\log_5$  in  $a$  cinsinden değeri nedir?

$$\log_2 + \log_5 = \log_{10} = 1$$

$$\log_2 + \log_5 = 1 \Rightarrow a + \log_5 = 1$$

$$\log_5 = 1 - a$$

- 36)  $\log_5 = a$  olduğuna göre  $\log_{32}$  nin  $a$  cinsinden değeri nedir?

$$\log_{32} = 5 \cdot \log_2 = 5 \cdot (1 - a)$$

$$= 5 - 5a$$

- 37)  $5^{\log_2 x} + x^{\log_2 5} = 50$  olduğuna göre  $x$  nedir?

$$5^{\log_2 x} + 5^{\log_2 x} = 50$$

$$2 \cdot (5^{\log_2 x}) = 50$$

$$5^{\log_2 x} = 25 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x = 4$$

- 38)  $25^x - 5^x - 12 = 0$  denkleminin çözümleri kümesi nedir?

$$5^x = m \Rightarrow m^2 - m - 12 = 0$$

$$(m - 4) \cdot (m + 3) = 0$$

$$m = 4 \Rightarrow 5^x = 4 \Rightarrow x = \log_5 4$$

$$m = -3 \Rightarrow 5^x = -3 \Rightarrow x \neq \log_5 (-3)$$

$$\{\log_5 4\}$$

- 39)  $\log_2 x - 15 \cdot \log_x 2 - 2 = 0$  denkleminin çözümleri kümesi nedir?

$$\log_2 x = m \text{ olsun}$$

$$m - \frac{15}{m} - 2 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$(m - 5) \cdot (m + 3) = 0$$

$$m = 5 \Rightarrow \log_2 x = 5 \Rightarrow x = 32$$

$$m = -3 \Rightarrow \log_2 x = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

$$\{32, \frac{1}{8}\}$$

- 40)  $\log_3 x + 6 \cdot \log_x 3 - 5 = 0$  denkleminin çözümleri kümesi nedir?

$$\log_3 x = m$$

$$m + \frac{6}{m} - 5 = 0$$

$$m^2 - 5m + 6 = 0$$

$$(m - 3) \cdot (m - 2) = 0$$

$$m = 3 \Rightarrow \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 27$$

$$m = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$$

$$\{27, 9\}$$

- 41)  $x^{\log_3 x} = 9x$  denkleminin köklerini bulunuz?

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 (9x)$$

$$(\log_3 x)^2 = \log_3 9 + \log_3 x$$

$$(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$$

$$\log_3 x = m$$

$$m^2 - m - 2 = 0$$

$$(m - 2) \cdot (m + 1) = 0$$

$$m = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$$

$$m = -1 \Rightarrow \log_3 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\left\{ 9, \frac{1}{3} \right\}$$

- 42)  $x^{\log_5 x} = 125x^2$  denkleminin köklerini bulunuz?

$$\log_5 x^{\log_5 x} = \log_5 (125x^2)$$

$$(\log_5 x)^2 = \log_5 125 + \log_5 x^2$$

$$(\log_5 x)^2 - 2 \cdot \log_5 x - 3 = 0$$

$$\log_5 x = m$$

$$m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$(m - 3) \cdot (m + 1) = 0 \Rightarrow m = 3 \text{ ya da } m = -1$$

$$m = 3 \Rightarrow \log_5 x = 3 \Rightarrow x = 125$$

$$m = -1 \Rightarrow \log_5 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$\{125, \frac{1}{5}\}$$

• **Logaritmali eşitsizlikler:**

😊 Taban 1 den büyükse eşitsizlik yön değişir.

😊  $0 < \text{taban} < 1$  arasında ise eşitsizlik yön değişir.

• Tanım kümesinde dikkat edilmelidir.

43)  $\log_2(x-3) < 4$  eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

$$\log_2(x-3) < 4 \Rightarrow x-3 < 16$$

$$x < 19$$

$$x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$(3, 19)$$

44)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-8) > -5$  eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-8) > -5 \Rightarrow x-8 < 32 \Rightarrow x < 40$$

$$x-8 > 0 \Rightarrow x > 8$$

$$(8, 40)$$

45)  $0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$  eşitsizliklerini sağlayan kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?

$$1 \leq x-5 \leq 4$$

$$6 \leq x \leq 9$$

$$x-5 > 0 \Rightarrow x > 5 \quad \{6, 7, 8, 9\}$$

46)  $\log_4(\log_3(x-5)) < 1$  eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz?

$$\log_4(\log_3(x-5)) < 1$$

$$\log_3(x-5) < 4 \Rightarrow x-5 < 81$$

$$x < 86$$

$$\log_3(x-5) > 0 \Rightarrow x-5 > 1 \Rightarrow x > 6$$

$$(6, 86)$$

• **Logaritmada sıralama:**

$\log_3 32$  sayısı bir tam sayıya eşit değildir. O yüzden hangi tam sayıların arasındadır bunu tahmin etmeye çalışalım.

$$\log_3 27 < \log_3 32 < \log_3 81$$

$$3 < \log_3 32 < 4$$

47)  $\log_5\left(\frac{1}{250}\right)$  sayısı hangi ardışık iki tam sayı arasındadır?

$$\log_5 \frac{1}{250} = \log_5 250^{-1} = -\log_5 250$$

$$\log_5 125 < \log_5 250 < \log_5 625$$

$$3 < \log_5 250 < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\log_5 250 < -3$$

48)  $a = \log_2 65$

$$b = \log_3 85$$

$c = \log_7 52$  olduğuna göre  $a, b, c$  nin doğru sıralaması nasıl olmalıdır?

$$a = \log_2 65 \Rightarrow 6 < a < 7$$

$$b = \log_3 85 \Rightarrow 4 < b < 5$$

$$c = \log_7 52 \Rightarrow 2 < c < 3$$

$$\Rightarrow a > b > c$$

49)  $a = \log_2 10$

$$b = \log_3 7$$

$c = \log_3 3$  olduğuna göre  $a, b, c$  nin sıralaması nedir?

$$a = \log_2 10 \Rightarrow 3 < a < 4$$

$$b = \log_3 7 \Rightarrow 1 < b < 2$$

$$c = \log_3 3 \Rightarrow 0 < c < 1$$

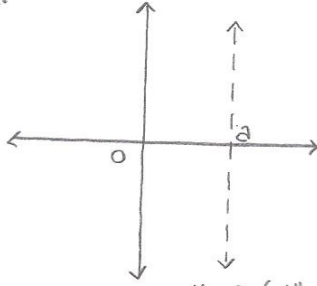
$$\Rightarrow a > b > c$$

• logaritma fonksiyonunun grafiği:

$y = f(x) = \log_a(h(x))$  fonksiyonunun grafiği çizilirken

😊 Tanım kümesi bulunur ( $h(x) > 0$ )

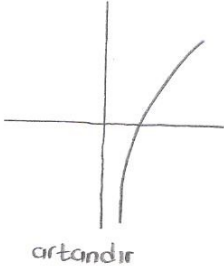
$h(x) = 0$  noktasında fonksiyonun dikey asimptotu vardır. Fonksiyon dikey asimptotu kesmez.



$x=a$  (dikey asimptot)

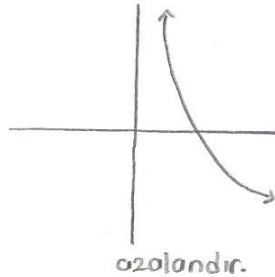
😊  $y=0$  ve  $y=1$  için  $x$  değerleri bulunur ve koordinat düzleminde belirtilir.

😊  $a > 1$  ise



artandır

$0 < a < 1$  ise



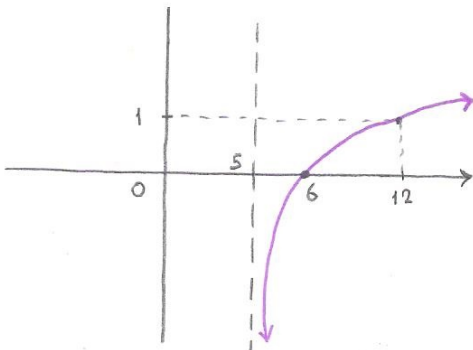
azalandır.

50)  $f(x) = \log_7(x-5)$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

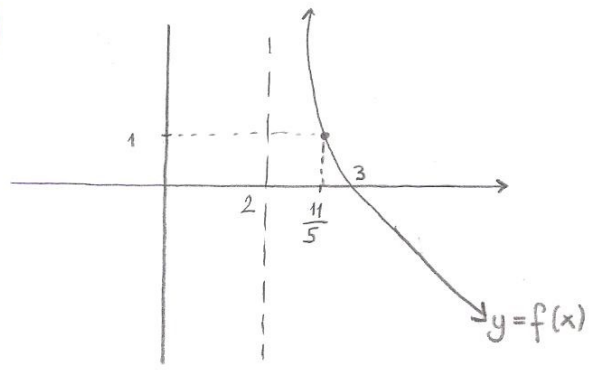
$$x-5 > 0 \Rightarrow x > 5 \quad (x=5 \text{ dikey asimptot})$$

$$y=0 \text{ için } x=6$$

$$y=1 \text{ için } x=12$$



51)



Yukarıda verilen grafik  $y = f(x) = \log_a(x-b)$  fonksiyonuna aittir. Buna göre  $f(27)$  nin değeri nedir?

$x=2$  dikey asimptot olduğundan  $b=2$  dir.

$(\frac{11}{5}, 1)$  noktası fonksiyonu sağlayacağı için yerine yazılır.

$$1 = \log_a\left(\frac{11}{5} - 2\right) \Rightarrow \log_a \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

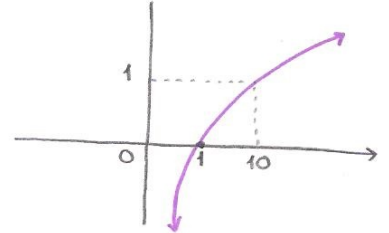
$$f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x-2) \Rightarrow f(27) = \log_{\frac{1}{5}}(25) = -2$$

52)  $f(x) = \log_x$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

$x > 0$  ve  $x \neq 1$  dikey asimptottur.

$$y=0 \text{ için } x=1$$

$$y=1 \text{ için } x=10$$



53)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x+8)$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

$2x+8 > 0 \Rightarrow x > -4$  ve  $x=-4$  dikey asimptot

$$y=0 \text{ için } x = -7/2$$

$$y=1 \text{ için } \frac{1}{2} = 2x+8 \Rightarrow 2x = \frac{1}{2} - 8 \Rightarrow 2x = -\frac{15}{2} \Rightarrow x = -\frac{15}{4}$$

