

Trabalho T1 EA044 Formulação de Modelos de Otimização

Gabriel Araujo Pinheiro 216073

Gabriel Dante Ferreira Roque 197242

João Pedro Bizzi Velho 218711

Foi dado que a relação entre preço e quantidade é a seguinte: $preço(unidades) = 10 - 0,01 * unidades$, além disto, pelo enunciado podemos inferir que o custo em relação a unidade é dado por: $custo(unidades) = 500 + 5 * unidades$.

Para a venda de n unidades teremos a seguinte receita: $receita = 10n - 0,01n^2$, e portanto, o lucro final é dado pela equação (nossa função-objetivo):

$$lucro = 10n - 0,01n^2 - 500 - 5n \rightarrow lucro = -0,01n^2 + 5n - 500 \quad (1)$$

- (a) Sabemos que o lucro é dado pela equação (1), para encontrar o lucro máximo para a situação imposta, basta encontrar a derivada da equação, igualar a zero para obtermos o número de unidades a serem produzidas e vendidas, e por fim substituir este valor na equação retornando o lucro máximo. Portanto:

$$lucro' = -0,02n + 5 = 0 \rightarrow n = \frac{5}{0,02} = 250$$

$$lucro(250) = -0,01 * 250^2 + 5 * 250 - 500$$

$$lucro(250) = -625 + 1250 - 500$$

$$lucro(250) = 125$$

Portanto, concluímos que o lucro máximo que pode ser obtido com as condições impostas é de \$125, produzindo e vendendo 250 unidades à \$7,50/unidade.

- (b) Se reduzirmos o custo fixo em \$100 teremos agora uma relação de unidades e lucro dada por:

$$lucro = -0,01n^2 + 5n - 400 \quad (2)$$

Porém, o número de unidades a ser produzida para obter lucro máximo ainda é a mesma, isto é $n = 250$, porém, o lucro máximo muda, substituindo o número de unidades em (2):

$$lucro(250) = -625 + 1250 - 400$$

$$lucro(250) = 225$$

Portanto, reduzindo o custo fixo, deve-se produzir o mesmo número de unidades, porém, agora com um lucro maior (\$100).

- (c) Se aumentarmos o custo variável em \$1, teremos uma relação de lucro dada agora por:

$$\text{lucro} = 10n - 0,01n^2 - 500 - 6n \rightarrow \text{lucro} = -0,01n^2 + 4n - 500 \quad (3)$$

Realizando o mesmo procedimento do item (a) para obter o lucro máximo:

$$\text{lucro} = -0,02n + 4 = 0 \rightarrow n = \frac{4}{0,02} \rightarrow n = 200$$

Portanto, para obter o melhor lucro, é necessário produzir 200 unidades do produto, porém, se substituirmos este valor na equação do lucro notamos que o lucro é negativo! Conclui-se, portanto, que não é benéfico aumentar o custo fixo por unidade do produto.

$$\text{lucro}(200) = 0,01 * 200^2 + 800 - 500 = -100$$

- (d) Se o preço diminuir mais lentamente com o número de unidades teremos a seguinte equação de lucro:

$$\text{lucro} = 10n - 0,005n^2 - 500 - 6n \rightarrow \text{lucro} = -0,005n^2 + 5n - 500 \quad (4)$$

Calculando o número de unidades para o lucro máximo:

$$\text{lucro}' = -0,01n + 5 = 0 \rightarrow n = \frac{5}{0,01} \rightarrow n = 500$$

Portanto, com a condição imposta agora, para o lucro máximo devemos produzir 500 unidades, obtendo um lucro de:

$$\text{lucro}(500) = -0,005 * 500^2 + 5 * 500 - 500$$

$$\text{lucro}(500) = 750$$

Portanto, agora teremos um lucro máximo maior, \$750. Além disto, o preço por unidade será dado por \$6,25. Conclui-se, portanto, que apesar de nesta situação imposta para o lucro máximo possível produzir-se mais unidades (500), e o preço de venda por unidade ser menor (\$6,25), ainda tem-se um lucro bruto maior do que nas situações anteriores (\$750), logo, é benéfico para a empresa reduzir mais lentamente o valor por unidade.

(e)

```
import numpy as np
import scipy.optimize as optimize

# definimos aqui a função de lucro a ser utilizada ao chamar a função
minimize

def funcao_objetivo(n):
    lucro = 5*n[0] - 500 - 0.01 * n[0] * n[0] # função do lucro
    return -lucro

# para a função optimize precisamos de um vetor de uma posição apenas, por
isso n[0] e não apenas n
# como a função do optimize é o minimize, e queremos encontrar o lucro
MAXIMO, devemos tornar a função negativa para encontrar o ponto desejado
com a função

shape = np.array([1,0]) # formato da saída
# Encontra o máximo, obtendo o número de unidades a serem produzidas
max = optimize.minimize(funcao_objetivo,shape)

n = max.x[0] # seleciona o resultado que queremos da saída
gasta = 500 + 5*int(n)
ganha = (10 - 0.01*int(n))*int(n)

print("Produzindo",int(n), "unidades")
print("Gastando $",gasta)
print("Fazendo uma venda de $",ganha)
print("O lucro máximo a ser obtido é de $",ganha - gasta)
```

Com isto, temos os seguintes prints:

“Produzindo 250 unidades

Gastando \$ 1750

Fazendo uma venda de \$ 1875.0

O lucro máximo a ser obtido é de \$ 125.0”