

图像处理与分析

——图像卷积和滤波

授课教师：孙剑

jiansun@mail.xjtu.edu.cn

<http://jiansun.gr.xjtu.edu.cn>

西安交通大学 数学与统计学院

目录

- 图像卷积操作
- 图像线性滤波
- 图像非线性滤波

图像的卷积操作

- 函数卷积操作

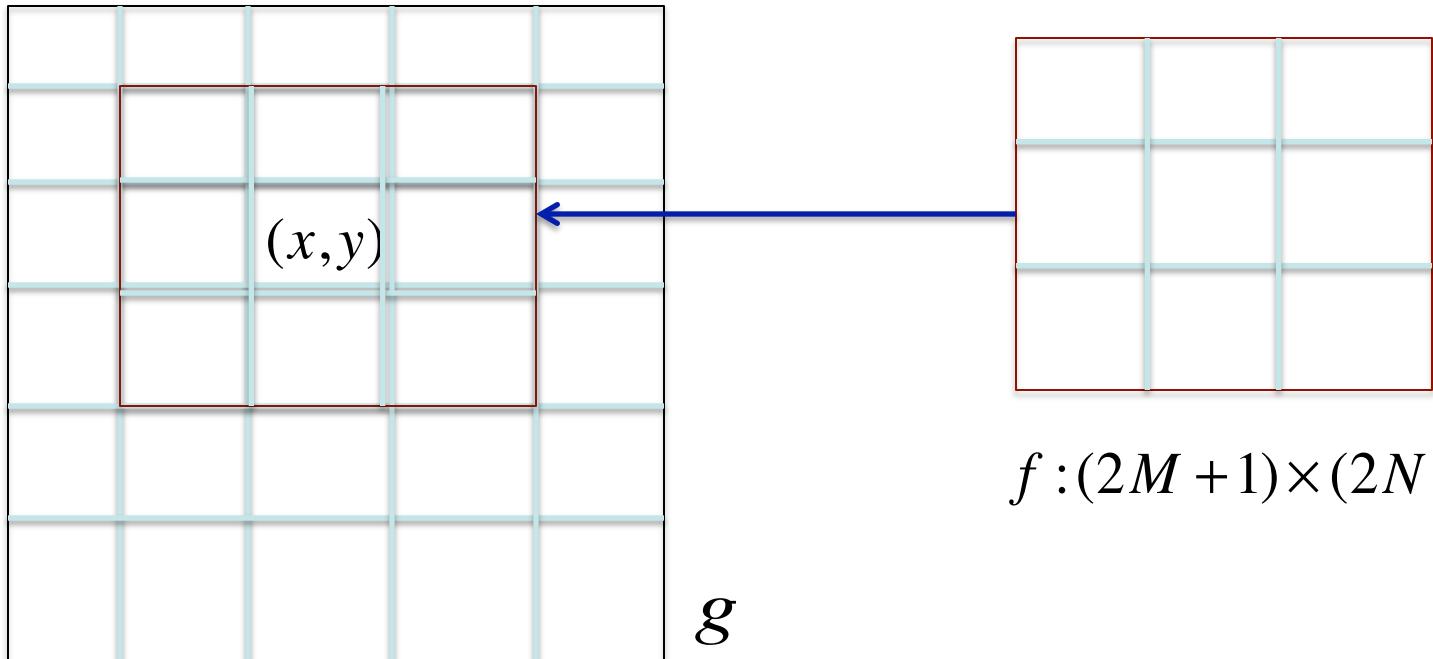
$$(f * g)(x, y) = \int \int f(u, v)g(x - u, y - v) du dv$$

- 离散函数的离散卷积操作

$$(f * g)[x, y] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[m, n]g[x - m, y - n]$$

图像的卷积操作

- 数字图像的卷积操作

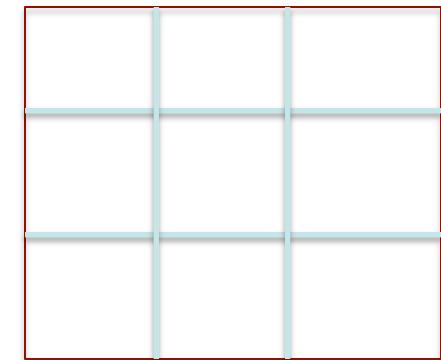


$$(f * g)[x, y] = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N f[m, n]g[x - m, y - n]$$

图像的卷积操作

- 卷积模版：通过与图像进行卷积，提取图像中的特定局部结构特征

- 平均模版、高斯平均模版、微分算子模版
- 小波滤波器模版
- 通过机器学习方法学习到的模版，例如：
滤波器字典（字典学习、Markov随机场）
层次化滤波器组（深度神经网络学习）



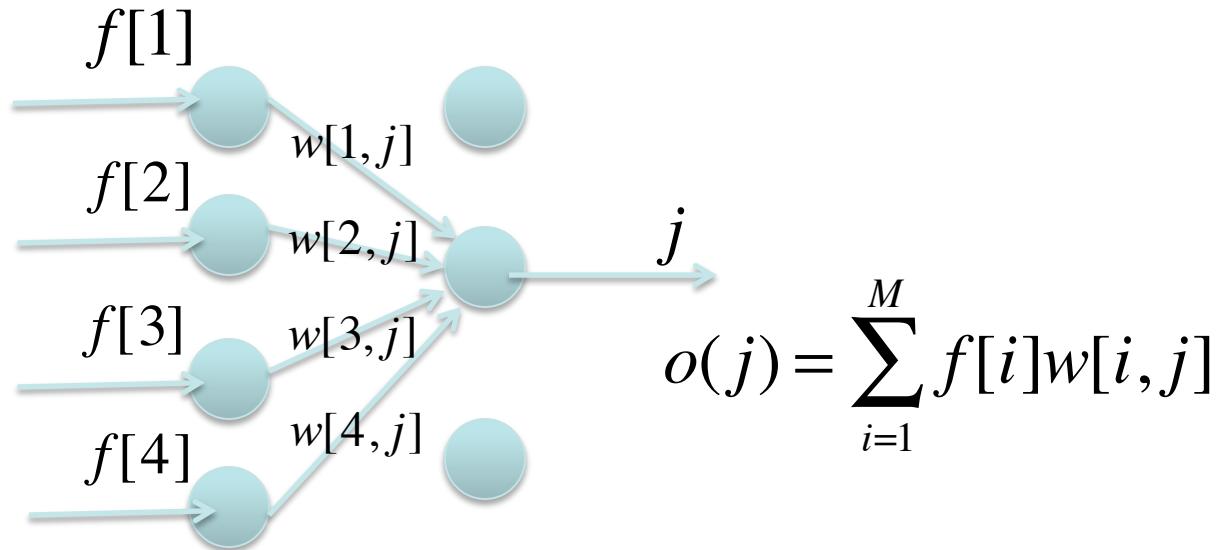
$$f : (2M+1) \times (2N+1)$$

图像卷积模版

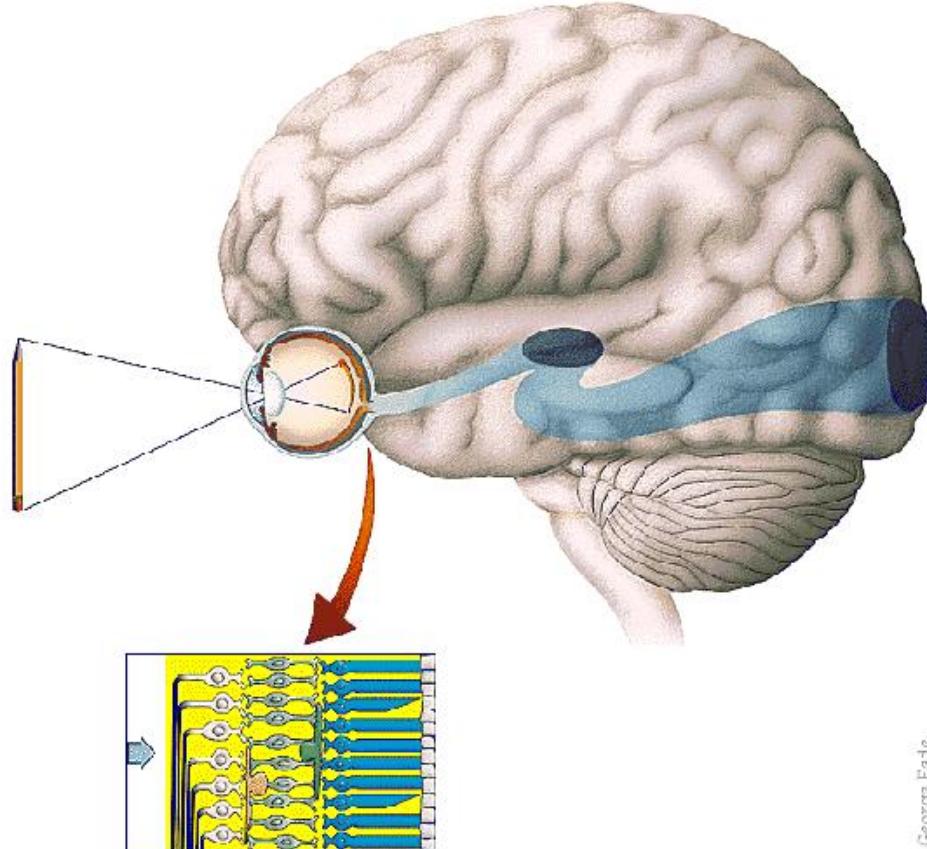
图像的卷积操作

- 为什么要进行图像卷积？

- 计算方面的解释：根据应用问题设计滤波模版，该模版反映了所要提取的局部结构，与模版越匹配的像素响应越大。
- 视觉原理解释：人的生物视觉系统即是一个多层的信号滤波系统，通过该滤波机制实现图像的特征提取。



图像的卷积操作



George Eade

人的生物视觉系统

D.Marr, 《视觉计算理论》, 1986

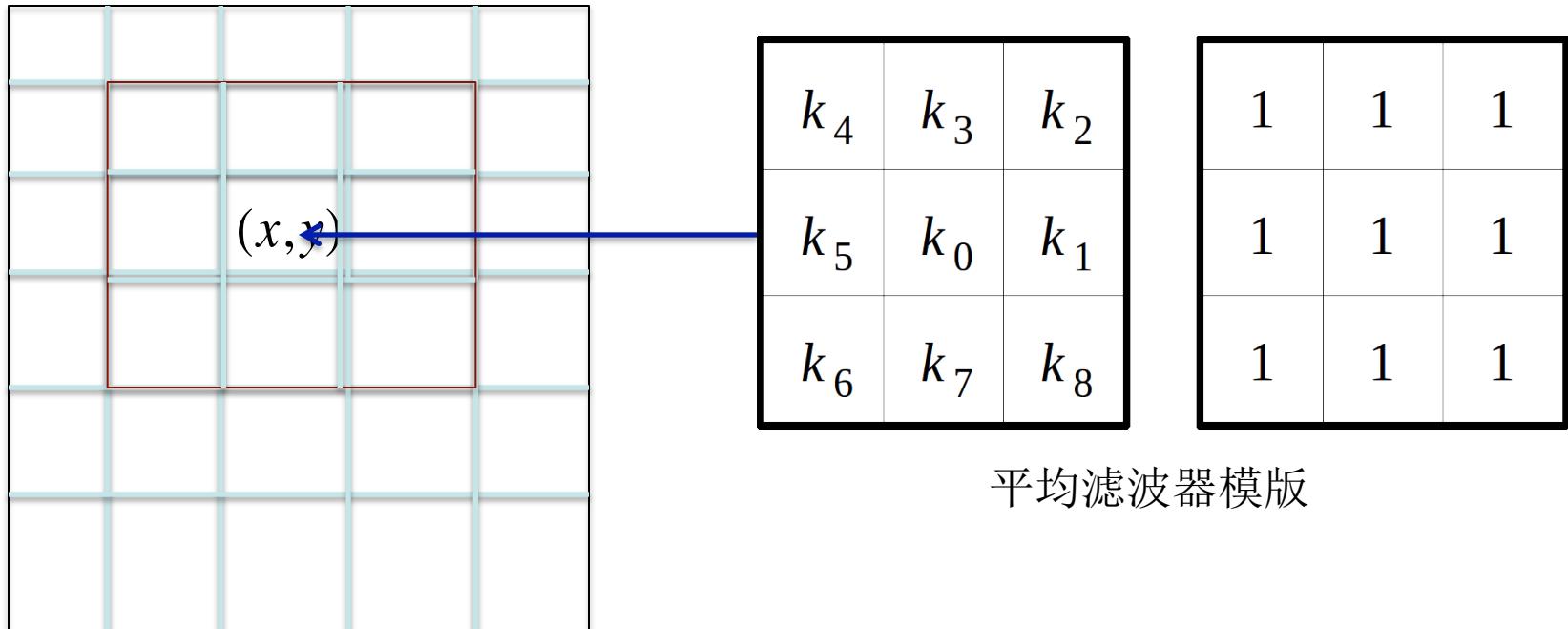
图像的卷积操作

- 图像卷积的应用

- 实现图像滤波：
 - 图像去噪：均值滤波、中值滤波等
 - 实现图像特征提取
 - 图像边缘检测
 - 图像特征提取，用于图像的分类、识别、检测等

图像的卷积操作

● 邻域平均滤波



$$r(x, y) = \frac{1}{(2M+1)(2M+1)} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x-i, y-j) \cdot 1$$

图像的卷积操作

- 高斯滤波：加权平均滤波，权重由高斯函数决定
高斯函数：

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u^2+v^2)}{2\sigma^2}}$$

高斯滤波器模版： $\sigma = 2, M = 2$

0.0232	0.0338	0.0383	0.0338	0.0232
0.0338	0.0492	0.0558	0.0492	0.0338
0.0383	0.0558	0.0632	0.0558	0.0383
0.0338	0.0492	0.0558	0.0492	0.0338
0.0232	0.0338	0.0383	0.0338	0.0232

```
filt = fspecial('gauss', 5, 2)
```

图像的卷积操作

- 高斯滤波结果展示：



$$\sigma = 2, M = 2$$



$$\sigma = 5, M = 11$$

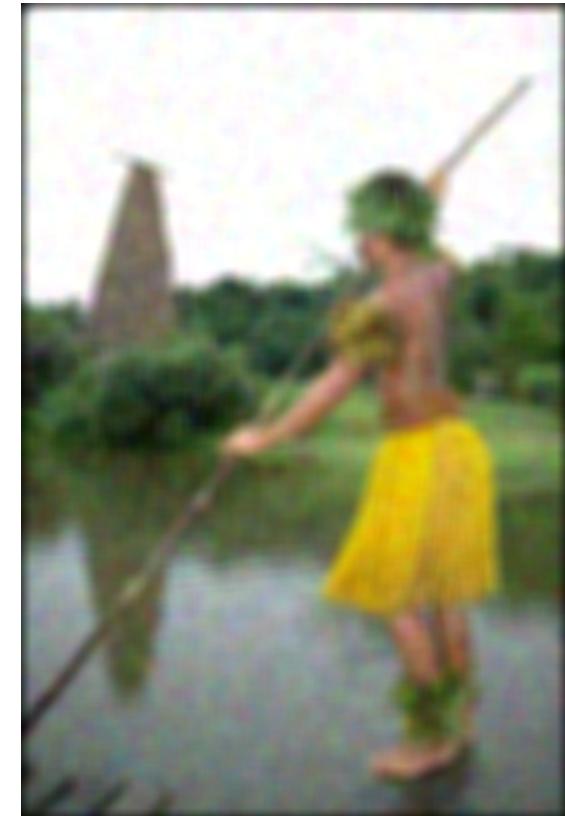
```
filt = fspecial('gauss', 11, 5);  
imf1 = imfilter(double(im), filt,'same');
```

图像的卷积操作

- 高斯滤波用于图像去噪



$$\sigma = 2, M = 2$$



$$\sigma = 5, M = 11$$

```
filt = fspecial('gauss', 11, 5);  
imf1 = imfilter(double(im), filt,'same');
```

图像的卷积操作

● 微分算子滤波器

一阶微分算子：

$$\nabla_x f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \quad \nabla_y f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}$$

二阶微分算子：

$$\nabla_{xx} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \quad \nabla_{yy} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

$$\Delta f(x, y) = \nabla_{xx} f(x, y) + \nabla_{yy} f(x, y)$$

图像的卷积操作

$$\nabla_x f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}$$

0	-1	1
---	----	---

-1	0	1
----	---	---

$$\nabla_y f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}$$

0
-1
1

-1
0
1

$$\nabla_{xx} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)$$

1	-2	1
---	----	---

图像的卷积操作

$$\nabla_{yy} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

1
-2
1

$$\Delta f(x, y) = \nabla_{xx} f(x, y) + \nabla_{yy} f(x, y)$$

	1	
1	-4	1
	1	

图像的线性滤波

- 图像的非锐化掩模滤波器 (unsharp masking)

非锐化掩模 (Unsharp mask)

$$d(x,y) = f(x,y) - (f * g)(x,y)$$



$$e(x,y) = f(x,y) - \gamma \cdot d(x,y)$$



$$\gamma = 2$$



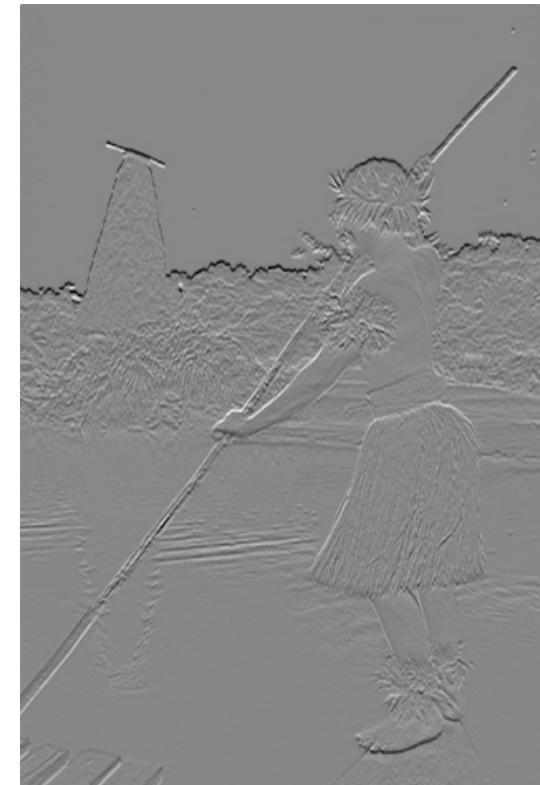
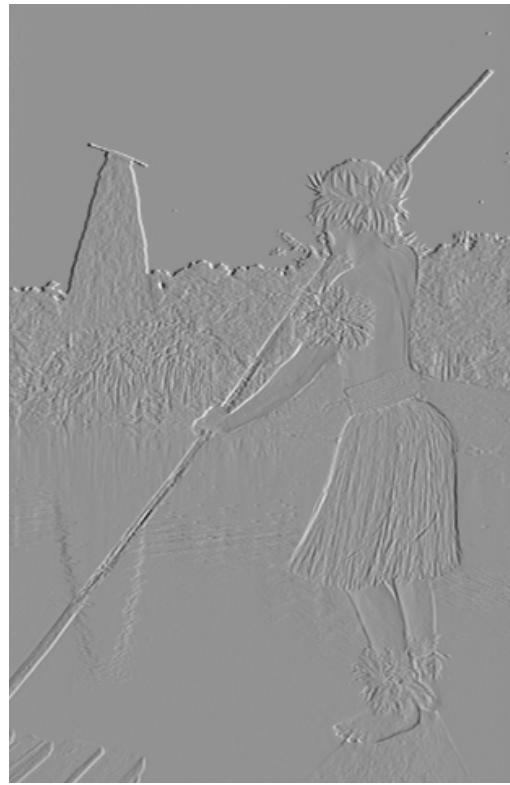
图像的线性滤波

```
imo = double(imread('test.png'));
f1 = fspecial('gauss', 5, 2);
imblur = imfilter(imo, f1);
diff = double(imblur - imo);
imenhance = double(imo) - 2 * diff;
figure,imshow(uint8(imenhance))
```

Photoshop:
Filter -> Sharpen->Unsharp Mask

图像的卷积操作

- 图像的微分算子滤波效果图



-1	0	1
----	---	---

-1
0
1

图像的卷积操作

- 图像的微分算子滤波效果图



	1	
1	-4	1
	1	

图像的卷积操作

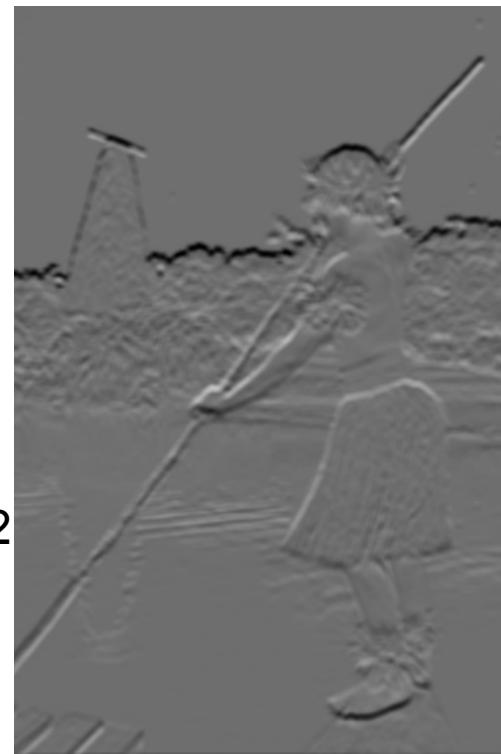
- 图像的微分算子滤波效果图

$$\nabla_y(g * f) = (\nabla_y g) * f \quad g \text{ 为高斯卷积}$$



$$\nabla_y(g * f) =$$

g 为高斯滤波器，方差为2

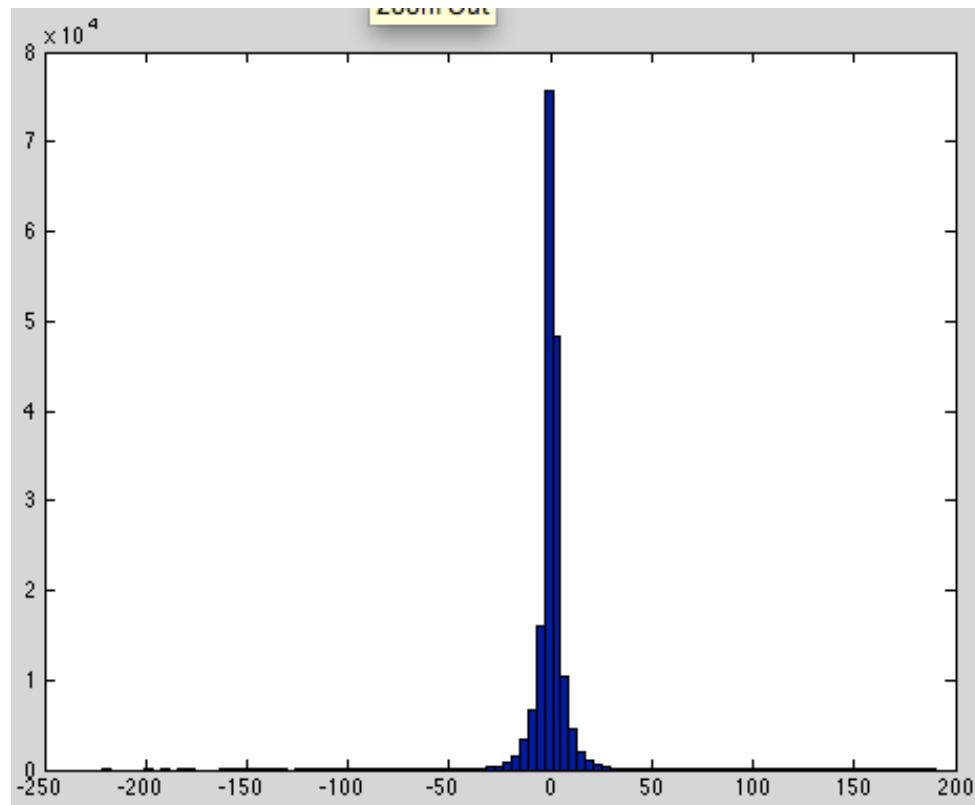


```
filt = fspecial('gaus', 5, 2);
imf1 = imfilter(double(im(:,:,1)), filt,'same');
filt2 = [-1,0,1]'; imf2 = imfilter(double(imf1(:,:,1)), filt2,'same');
figure, imshow(imf2,[]);
```

图像的卷积操作



梯度直方图-(x方向)



图像的非线性滤波

● 中值(median)滤波

中值(median)滤波流程（对每个像素点做如下操作）：

- (1) 将模板中心与象素位置重合
- (2) 读取模板下各对应象素的灰度值
- (3) 将这些灰度值从小到大排成1列
- (4) 找出这些值里排在中间的1个
- (5) 将这个中间值赋给模板中心位置象素

图像的非线性滤波

- 中值(median)滤波应用于椒盐噪声(Pepper)去除



```
imnois = imnoise(im, 'salt & pepper', 0.1);
imdeno(:,:,1)=medfilt2(imnois(:,:,1));
imdeno(:,:,2)=medfilt2(imnois(:,:,2));
imdeno(:,:,3)=medfilt2(imnois(:,:,3));
figure,imshow(uint8(imdeno))
```

图像的非线性滤波



高斯滤波结果

图像的非线性滤波

- 百分比 (percentile) 滤波器

中值滤波器是一个特例

最大值

$$g_{\max}(x, y) = \max_{(s,t) \in N(x,y)} [f(s, t)]$$

最小值

$$g_{\min}(x, y) = \min_{(s,t) \in N(x,y)} [f(s, t)]$$

中值

$$g_{\text{mid}}(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ \max_{(s,t) \in N(x,y)} [f(s, t)] + \min_{(s,t) \in N(x,y)} [f(s, t)] \right\} = \frac{1}{2} \{ g_{\max}(x, y) + g_{\min}(x, y) \}$$

图像卷积和滤波的应用实例

- 授课教师的学术专题报告
 - 基于**Markov**随机场的图像滤波器学习及滤波响应分布参数学习算法
 - 通过**Markov**随机场理论建模图像的分布模型，通过学习算法自动学习模型中的滤波器和滤波响应的分布参数

[1] Jian Sun, Marshall Tappen. Separable Markov Random Field and Its Application in Low Level Vision. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 22, No. 1, Pages:402-408, 2013

[2] Jian Sun, Marshall Tappen. Learning Non-Local Range Markov Random Field for Image Restoration. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Colorado, USA, 2011.

作业和练习

1. 基于Matlab,学习和实践课件中的不同卷积、线性滤波和非线性滤波的效果;
2. 网上搜索了解如下计算机视觉经典教材的内容
D.Marr,《视觉计算理论》,1986

感兴趣的同学可以仔细研读原书。