

Практическое занятие 5. Непрерывная случайная величина.

Плотность распределения $f(x)$	
Основное свойство: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$	Площадь фигуры, ограниченной графиком функции плотности распределения, равна 1
Функция распределения $F(x) = P(\xi < x)$:	
$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$ $f(x) = F'(x)$	$F(x)$ - непрерывная функция
Числовые характеристики	
Математическое ожидание	$M(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
Дисперсия	$D(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - M^2(\xi)$
Среднеквадратическое отклонение (СКО)	$\sigma = \sqrt{D(\xi)}$
Вероятность	
Если известна функция распределения, то $P(a \leq \xi < b) = F(b) - F(a)$ Если известна функция плотности распределения, то $P(a \leq \xi < b) = \int_a^b f(x)dx.$!!!для НСВ $P(a \leq \xi < b) = P(a < \xi < b) =$ $= P(a < \xi \leq b) = P(a \leq \xi \leq b)$

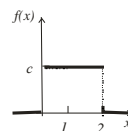
Задачи для самостоятельного решения:

- 5.1.** Задана функция распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq A, \\ 0,25x^2 & \text{при } A < x \leq B, \\ 1 & \text{при } x > B. \end{cases}$

Найти А, В, плотность распределения, математическое ожидание и СКО, определить вероятность попадания СВ в интервал (1;3)

- 5.2.** Задана функция распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ cx^4 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$

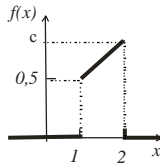
Найти с, плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию, определить вероятность попадания СВ в интервал (0,5;2,5)



- 5.3.** Задан график функции плотности распределения

Найти: 1) с, 2) функцию распределения, 3) $P(-1 \leq \xi < 1)$ 4) числовые характеристики

5.4. Задан график функции плотности распределения. Найти: 1) c , 2) функцию распределения, 3)



$$P(1 \leq \xi < 5).$$

5.5. СВ задана плотностью распределения: $f(x) = \begin{cases} cx, & x \in (1; 2] \\ 0, & x \notin (1; 2] \end{cases}$.

Найти c , функцию распределения, числовые характеристики, определить вероятность попадания в интервал $[-1; 1]$

5.6. СВ задана плотностью распределения: $f(x) = \begin{cases} c \cdot \cos x, & x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}$. Найти c , математическое ожидание и дисперсию, определить вероятность попадания в интервал $\left[\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$.

5.7. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x^2 - a}{b}, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} \text{ Найти } a + b.$$

5.8. Плотность вероятности НСВ X задана формулой $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}(5 - x), & x \in [-2; 2], \\ 0, & x \notin [-2; 2]. \end{cases}$

Найдите $45M(X)$, вероятность $P(-3 \leq X < 1)$.

5.9. Функция плотности вероятности случайной величины ξ имеет вид $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 4, \\ \frac{c}{x^3}, & x \geq 4 \end{cases}$. Найдите константу C и вероятность $P(\xi < 5)$.

5.10. Случайная величина ξ задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$

Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины ξ , $M(\xi)$ и $P(2 \leq \xi < 4)$.

5.11. Случайная величина ξ задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ kx & \text{при } 0 < x \leq a, \\ 0 & \text{при } x > a. \end{cases} \text{ Найдите } k, \text{ функцию распределения } F(x) \text{ и } M(\xi).$$

5.12. Случайная величина ξ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{c}{1+81x^2}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Найдите c и $P(\xi > \frac{1}{9})$.

5.13. Случайная величина ξ задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{18}x^2, & \text{если } |x| < a, \\ 0, & \text{если } |x| > a. \end{cases} \text{ Найдите } a \text{ и } P(-\frac{a}{2} < \xi < \frac{a}{2}).$$