**Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"им. В. И. Ульянова (Ленина)
(СПБГЭТУ "ЛЭТИ")**

Направление:	**27.04.04** - Управление в технических системах
Профиль:	Управление и информационные технологии в технических системах
Факультет:	Компьютерных технологий и информатики
Кафедра:	Автоматики и процессов управления

К защите допустить
Зав. кафедрой Шестопалов М. Ю.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

Тема: Параметрическое проектирование дельта-робота и решение задачи координатного управления рабочим органом

Студент		____________	О.Е. Медовиков
Руководитель	к. т. н.	____________	С. Е. Абрамкин

Санкт-Петербург
2020

ЗАДАНИЕ НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ

Утверждаю
Заф. кафедры АПУ
____________ Шестопалов М. Ю.
«___»____________2020 г.

Студент Медовиков О. Е. Группа 4391
Тема работы:
Параметрическое проектирование дельта-робота и решение задачи координатного управление рабочим органом.
Исходные данные (технические требования):
1. Написание программы для параметрического моделирования дельта-робота
2. Написание программы для управления дельта-роботом
3. Создание рабочей модели дельта-робота
Содержание ВКР:

Перечень отчетных материалов: пояснительная записка, иллюстративный материал, приложение.
Дополнительные разделы:

Дата выдачи задания
«___»____________2020 г.

Дата предоставления ВКР к защите
«___»____________2020 г.

Студент ____________ О.Е. Медовиков

Руководитель к. т. н. ____________ С. Е. Абрамкин

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАбОТЫ

Утверждаю
Заф. кафедры АПУ
____________ Шестопалов М. Ю.
«___»____________2020 г.

Студент Медовиков О. Е. Группа 4391
Тема работы:
Параметрическое проектирование дельта-робота и решение задачи координатного управление рабочим органом.

№ п/п	Наименование работ	Срок выполнения
1	Обзор литературы по теме работы	10.12-01.02
2	Проектирование виртуальной модели в Zencad	10.12 - 26.03
3	Создание физического прототипа робота	01.02 - 05.04
4	Написание прошивки для микроконтроллера Arduio	
5	Создание интерфейса для управления роботом	

Студент ____________ О.Е. Медовиков

Руководитель к. т. н. ____________ С. Е. Абрамкин

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка 00 стр., 00 рис., 00 табл., 00 ист., 00 прил.
Ключевые слова: параметрическое моделирование, 3д печать, дельта-робот, сортировка.
Объект исследования: кинематика дельта-робота.
Цель работы:
Основное содержание работы.

ABSTRACT

speak from my heart

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Меня зовут дундук

1 Кинематика дельта-робота

1.1 Конструкция и устройство

Основанием робота является база, жёстко фиксируемая в пространстве над рабочем полем. Габариты базы очерчиваются равносторонним треугольником со стороной равной f. Середины сторон треугольника обозначают координаты осей вращения рычагов и таким образом, расстояние от центра базы до оси вращения каждого рычага равно r - радиусу вписанной окружности равностороннего треугольника. Это расстояние легко находится через соотношение:

$$f = \frac{\sqrt{3}}{2}\, r$$

В дальнейшей работе, при описании моделирования, будут использоваться переменные с другими названиями, например, переменная rad соответствует радиусу вписанной окружности. Это связано с удобством написания кода, так как невозможно поиском найти переменную, обозначенную одним символом, а также это неправильно, с точки зрения читаемости кода.

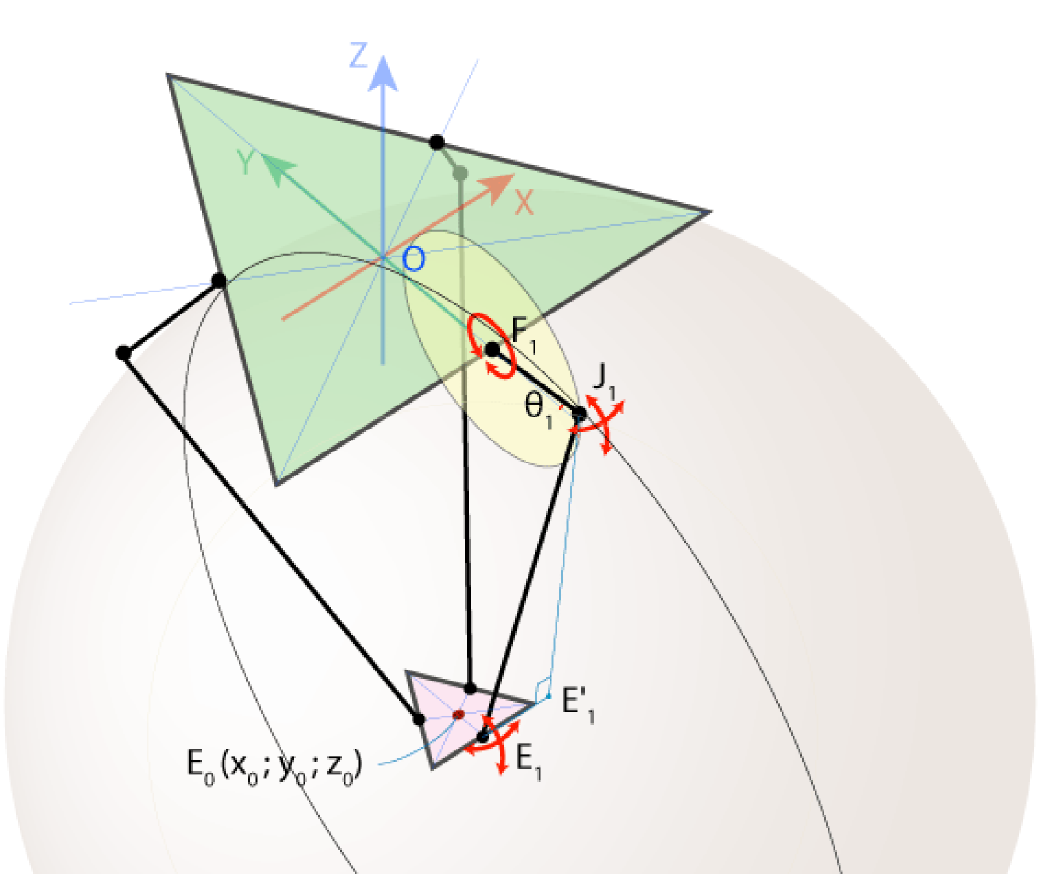

Рис. 1: Схематическое представление Дельта-робота

Начало координат располагается в центре базы, таким образом, чтобы Z координата высоты равнялась нулю для точек осей вращения рычагов, так как конечное расположение рабочего органа робота будет рассчитываться относительно этих координат. Три рычага нумеруются определённым образом. Первый рычаг двигается в плоскости YZ и направлен в противоположную оси Y сторону. Второй рычаг повернут относительно оси Z на 120 градусов, а третий на -120 градусов. Поворот делается по правилу правой руки, где большой палец совпадает с направлением оси Z, а согнутые пальцы показывают направление вращения. Так как робот в целом абсолютно симметричен, ошибки с нумерацией рычагов закономерны, необходимо на всех этапах строго придерживаться единому правилу обозначения рычагов.

Жёстко закреплённые каждый в своей плоскости рычаги обозначаются r_{fi}, а угол на который они поворачиваются обозначают через θ_i. Точка оси вращения рычагов обозначается как F_i, а конечная точка рычага - J_i. На конце рычага находится крепление с двумя карданными шарнирами, которое всегда параллельно стороне равностороннего треугольника, обозначающего габариты рабочего органа. Две взаимно параллельные направляющие соединяются через шарниры с вершинами треугольника, образуя параллелограмм. Из-за этого, данный робот также называют разновидностью параллельного робота.

Для математического описания робота карданные шарниры и параллельные направляющие не нужны, их заменяют рычагами обозначаемыми как r_{ei}. Рычаги r_{ei} крепятся к серединам сторон треугольника, обозначающего габариты каретки, в которой закреплен рабочий орган. Габариты обозначаются, как и в случае с базой, равносторонним треугольником, длина стороны которого обозначается буквой e. Координаты точек крепления карданных шарниров к каретки называют E_i, а точкой E_0 обозначается центр каретки, то-есть координата рабочего органа.

1.2 Задача прямой кинематики дельта-робота

Решение прямой задачи кинематики дельта-робота заключается в определении координаты центра каретки E_0 при известных углах θ_i. Решение данной задачи необходима мне для определения координат расположения различных узлов машины, во время создания компьютерной модели. Сама идея решения достаточна проста. Так как рычаги, соединенные с двигателем, двигаются в одной плоскости, без возможности отклониться, это значит, что можно рассчитать координаты вершины рычага, зная координату оси вращения, длину рычага и угол поворота рычага. Координата конца рычагов обозначается буквой J_i. Подобным образом посчитать угол шарнира, соединяющего конец рычага и сторону каретки не представляется возможным, так как он вращается не вдоль одной плоскости, а в трёх измерениях.

Если допустить, что каретка не имеет размеров и представляет собой точку, то можно представить три сферы с центрами в J_i и радиусами r_{ei}. Сферы показывают область, в которой могут теоретически могут вращаться шарниры, при данных значениях углов θ_i. Если внести поправки на размеры каретки, точка пересечения трех сфер - будет решением, искомой координатой каретки.

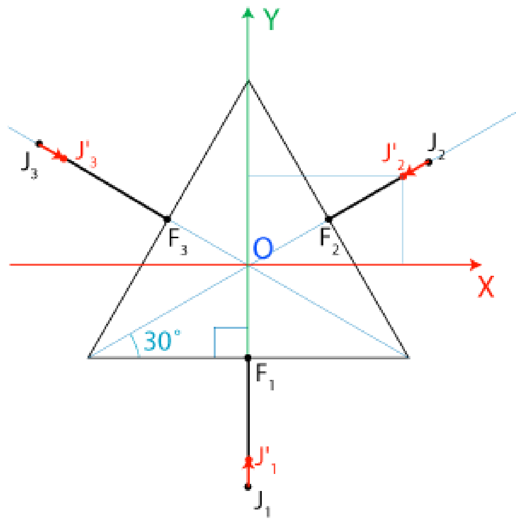

Рис. 2: Схема расчета координат рычагов

Расчет координат J_1 для первого рычага упрощается выбором системы координат. Первый рычаг параллелен оси Y и движется в плоскости YZ, поэтому координата X всегда будет равна 0. При этом Z координата оси вращения тоже равна 0, что было оговорено ранее. Значит координата F_1 будет состоять только из Y и будет равна минус радиус вписанной окружности. В этом месте нужно взять поправку на радиус каретки, и вычесть радиус каретки из радиуса базы. Таким образом, мы сможем рассчитать точки J_i' - центры сфер, с общей точкой в E_0.

$$t = r_{base} - r_{karet}$$
$$J_1' = (x_1; y_1; z_1)$$
$$J_2' = (x_2; y_2; z_2)$$
$$J_3' = (x_3; y_3; z_3)$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -(t - r_f cos(\theta_1)) \\ z_1 = -r_f cos(\theta_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = [t + r_f cos(\theta_2)]cos(30^\circ) \\ y_2 = [t + r_1 cos(\theta_2)]sin(30^\circ) \\ z_2 = -r_f sin(\theta_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = [t + r_f cos(\theta_3)]cos(30^\circ) \\ y_3 = [t + r_1 cos(\theta_3)]sin(30^\circ) \\ z_3 = -r_f sin(\theta_3) \end{cases}$$

Теперь для нахождения координаты каретки, нужно решить систему из трех уравнений сфер с координатами центров в J_i' и радиусами r_e.

$$E_0 = (x, y, z)\ (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 = r_e^2$$

Подставим координаты J_i', полученные ранее и получим систему уравнений вида:

$$\begin{cases} x^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = r_e^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = r_e^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = r_e^2 \end{cases}$$

Теперь раскроем скобки и немного сгруппируем переменные:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2y_1y - 2z_1z = r_e^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x_2x - 2y_2y - 2z_1z = r_e^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x_3x - 2y_3y - 2z_1z = r_e^2 - x_3^2 - y_3^2 - z_3^2 \end{cases}$$

Теперь можно сделать подстановку и формируем новые три уравнения, вычитая из первого сначала второе, потом третье и из второго - третье.

$$\omega_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$$

$$\begin{cases} x_2x + (y_1 - y_2)y + (z_1 - z_2)z = (\omega_1 - \omega_2)/2 \\ x_3x + (y_1 - y_3)y + (z_1 - z_3)z = (\omega_1 - \omega_3)/2 \\ (x_2 - x_3)x + (y_2 - y_3)y + (z_2 - z_3)z = (\omega_2 - \omega_3)/2 \end{cases}$$

Следующим шагом вычитаем второе уравнение из первого, частично сократив y выразив x через z. Аналогично вычитаем из второго третье, частично сокращая x и выражая y через z. Так как выражения получаются очень длинными, для компактной записи вводится подстановка a_i, b_i, d.

$$x = a_1z + b_1 \qquad y = a_2z + b_2$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \tfrac{1}{d}[(z_2 - z_1)(y_3 - y_1) - (z_3 - z_1)(y_2 - y_1)] \\ b_1 &= -\tfrac{1}{2d}[(\omega_2 - \omega_1)(y_3 - y_1) - (\omega_3 - \omega_1)(y_2 - y_1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= -\tfrac{1}{d}[(z_2 - z_1)x_3 - (z_3 - z_1)x_2] \\ b_2 &= \tfrac{1}{2d}[(\omega_2 - \omega_1)x_3 - (\omega_3 - \omega_1)x_2] \end{aligned}$$

$$d = (y_2 - y_1)x_3 - (y_3 - y_1)x_2$$

Теперь, имея x и y, выраженные через z, предстоит подставить их в уравнение сферы (например, первой) с центром в J_1, раскрыть скобки, упростить и получить:

$$(a_1^2 + a_2^2 + 1)z^2 + 2(a_1 + a_2(b_2 - y_1) - z_1)z + (b_1^2 + (b_2 - y_1)^2 + z_1^2 - r_e^2) = 0$$

В конечном итоге задача свелась к решению квадратного уравнения, через дискриминант, корни которого будут равны Z координате каретки. На данном этапе проводится проверка параметров дельта-робота. Человек произвольно задающий радиусы базы и каретки, длины рычагов и шарниров должен подобрать их в определённом соотношении, которое позволит роботу физически функционировать. Иначе, шарниры будут слишком короткими и не дотянутся до каретки. Решение уравнения выше позволяет определить физическую возможность создания робота при данных параметрах. Если дискриминант равен отрицательному числу, значит, что шарниры не дотягиваются до каретки и поэтому выбор параметров робота неверен. Если дискриминант равен 0 в рабочей области робота это приводит к неустойчивому равновесию. Эта координата называется точкой сингулярности параллельного робота, так как в её окрестностях находятся координаты с двумя равнозначными и очень близкими решениями. В окрестностях точки сингулярности управление роботом практически невозможно, так как движение вверх или вниз по оси Z будет случайным. Некоторые конструкции параллельных роботов, проходя точку сингулярности, "защёлкиваются"в положение, из которого не могут выйти самостоятельно. Для правильной работы робота дискриминант должен быть большим числом, в случае моей симуляции числа достигают значений 10^{23} и даже больше.

1.3 Обратная кинематика

Задача обратной кинематики дельта-робота заключается в нахождении углов поворота рычагов θ_i, при известной координате каретки $E_0 = (x_0, y_0, z_0)$. Данное решение основано на нахождении координат деталей первого шарнира и рычага, и вывода решения для угла θ_1 в общем виде для первого рычага с учётом правильного расположения осей координат. Два оставшихся угла будут рассчитаны аналогично, с применением вращения оси координат на $120°$ и $-120°$ соответственно.

Первым шагом необходимо найти координаты крепления шарнира к каретке. Эта точка находится на стороне равностороннего треугольника и смещена от точки E_0 на величину радиуса вписанной окружности.

$$E_1(x_0, y_0 - \frac{e}{2\sqrt{3}}, z_0)$$

Так как в общем виде каретка будет иметь некое смещение по оси X, а это значит, что шарнир и рычаг не будут лежать в одной плоскости YZ. Для решения необходимо найти проекцию шарнира на плоскость YZ. Верхняя точка проекции шарнира совпадает с координатой конца рычага J_1, а нижняя точка обозначается E_0'.

$$E_1'(0, y_0 - \tfrac{e}{2\sqrt{3}}, z_0)$$

Соответственно длинна проекции шарнира находится по теореме Пифагора:

$$E_1'J_1 = \sqrt{(E_1J_1)^2 - (E_1E_1')^2}$$

Так как гипотенуза равна длине шарнира, а меньший катет - смещению каретки по X, то:

$$E_1'J_1 = \sqrt{r_e^2 - x_0^2}$$

Напомню, что координата оси вращения первого рычага F_1 смещена от центра координат на радиус вписанной окружности, таким же образом, как и крепление шарнира каретки.

$$F_1(0, \tfrac{-f}{2\sqrt{3}}, 0)$$

Теперь есть все необходимое, для нахождения координаты соединения рычага с шарниром J_1. Вращаясь рычаг описывает окружность с радиусом r_f и центром в F_1. Проекция шарнира вращаясь описывает окружность с найденным выше радиусом $E_1'J_1$ и центром в E_1'. Найдя точки пересечения этих двух окружностей, мы получим две физически возможные координаты точки соединения рычага и шарнира, одна из которых ложная, а вторая (наименьшая по Y) истинная. Общие точки находятся путём решения решения системы уравнений двух окружностей.

$$\begin{cases} (y_{J_1} - y_{F_1})^2 + (Z_{J_1} - z_{F_1})^2 = r_f^2 \\ (y_{J_1} - y_{E_1'})^2 + (Z_{J_1} - z_{E_1'})^2 = r_e^2 - x_0 \end{cases}$$

Подставляем известные координаты центров окружностей:

$$\begin{cases} (y_{J_1} + \frac{f}{2\sqrt{3}})^2 + z_{J_1}^2 = r_f^2 \\ (y_{J_1} - y_0 + \frac{e}{2\sqrt{3}})^2 + (z_{J_1} - z_0)^2 = r_e^2 - x_0 \end{cases}$$

В данном случае, так как мы работаем с окружностями и игнорируем ось X, получается система из двух уравнений с двумя неизвестными. Если раскрыть скобки и вычесть из первого уравнения второе, то можно выразить z через y и подставить во второе уравнение, получив квадратное уравнение.

$$\frac{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + r_e^2 + r_f^2 - y_{F_1}^2}{2z_0} y^2 - \frac{y_{F_1} - y_0}{z_0} y = 0$$

2 Моделирование робота

2.1 База

бла бла

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Бла-бла-бла просто гений

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. какая-то статья