Лабораторная работа №7

1 Влияние степени штрафа на сходимость

Будем рассматривать следующую задачу.

$$S_\gamma(x) = Q(x) + \gamma H(x),$$
$$H(x) = \max\{0, g(x)\}^r,$$
$$Q(x) = (x_1 - 0.1)^2 + 0.1(x_2 - 0.8)^2,$$
$$-1 \le x_1 \le 2,\ -1 \le x_2 \le 2,$$
$$g(x) = -9x_1^2 - x_2^2 + 1,$$
$$x^0 = (0.6, -0.7).$$

Исследуем влияние степени штрафа r на сходимость метод сопряжённых градиентов Флетчера-Ривса. Теория говорит нам, что в случае $r \le 1$ нарушается гладкость. Что препядствует использованию локальных методов первого порядка и выше. В самом деле, запустив метод сопряжённых градиентов на на нашей задаче при $r = 0.5$, получим, что он сойдётся не в точку локального минимума.

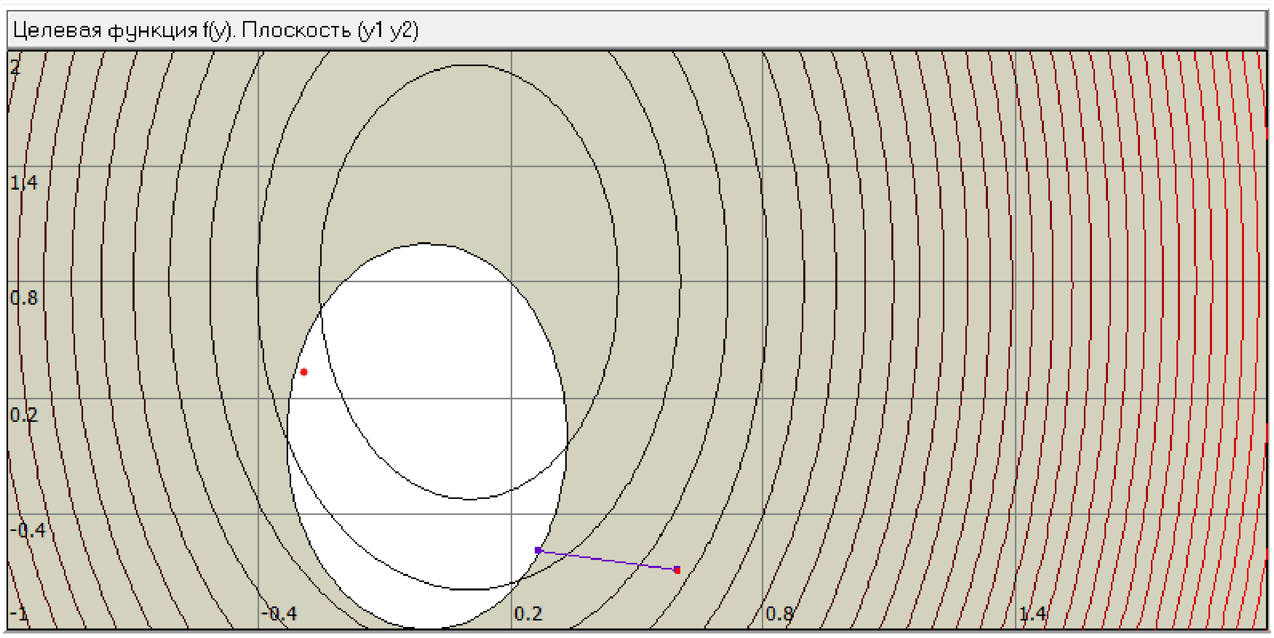

Рис. 1: $r = 0.5$

В случае $r > 1$ появляется гладкость ($r \le 2$ – первого порядка, $r \le 3$ – второго и т.д.) и можем спокойно использовать метод. Так при $r = 2$ наблюдаем, что метод сошёлся в точку минимума за 10 итераций.

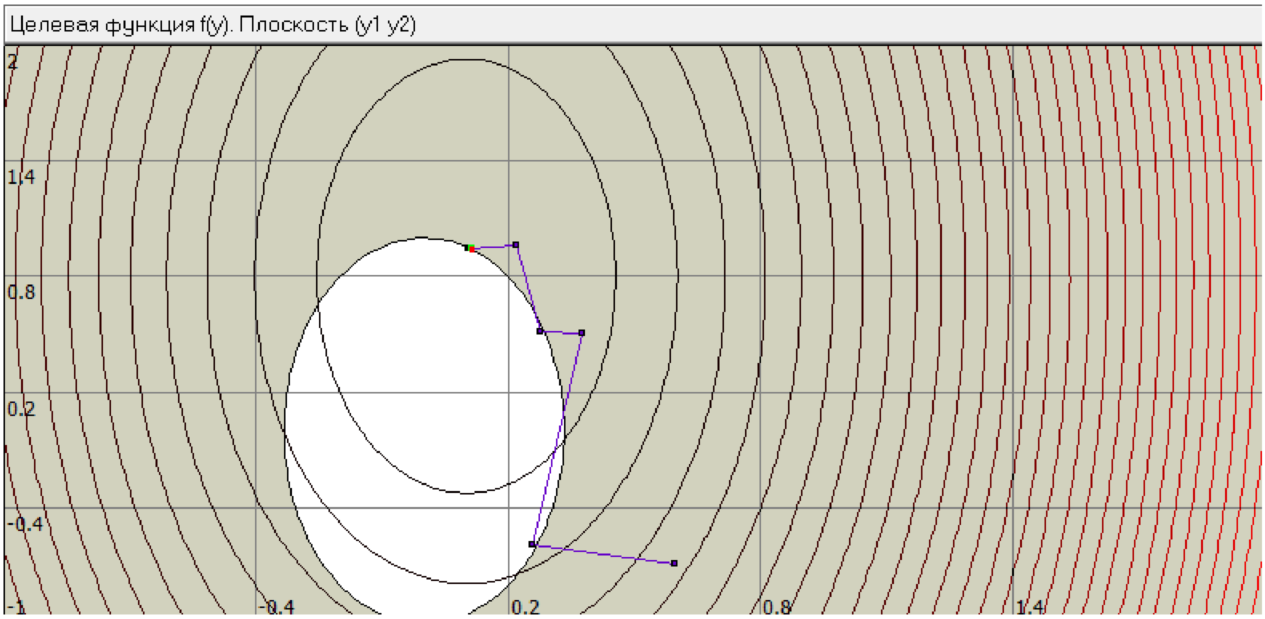

Рис. 2: $r = 2$

При этом для обеспечения высокой точности решения задачи значение коэффициента штрафа должно стать очень большим, но это приводит к плохой обусловленности задачи со штрафом (то есть к её сильной овражности).

Повышая значение r, увеличивается число итераций метода. При $r = 3.5$ оно становится равным 18.

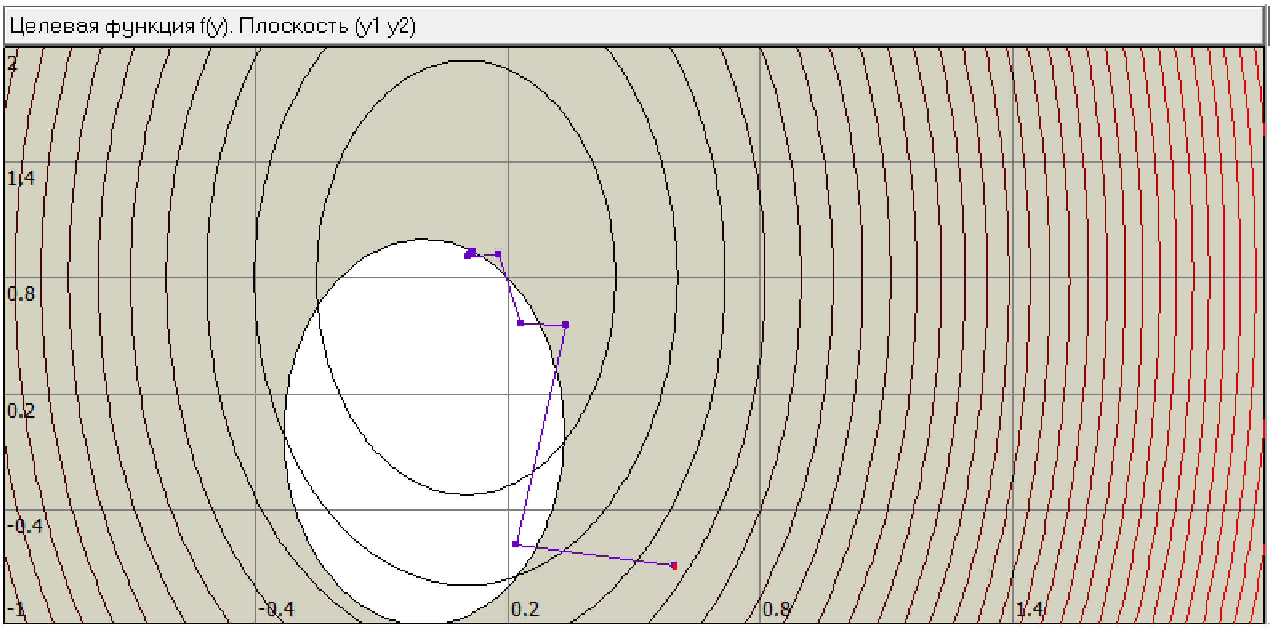

Рис. 3: $r = 3.5$

При $r = 5$ (макс. значение в LocOpt) будет равно 30. Также подход к точке происходит из области недопустимого множества. В окрестности точки производится множество операций на уточнение решения.

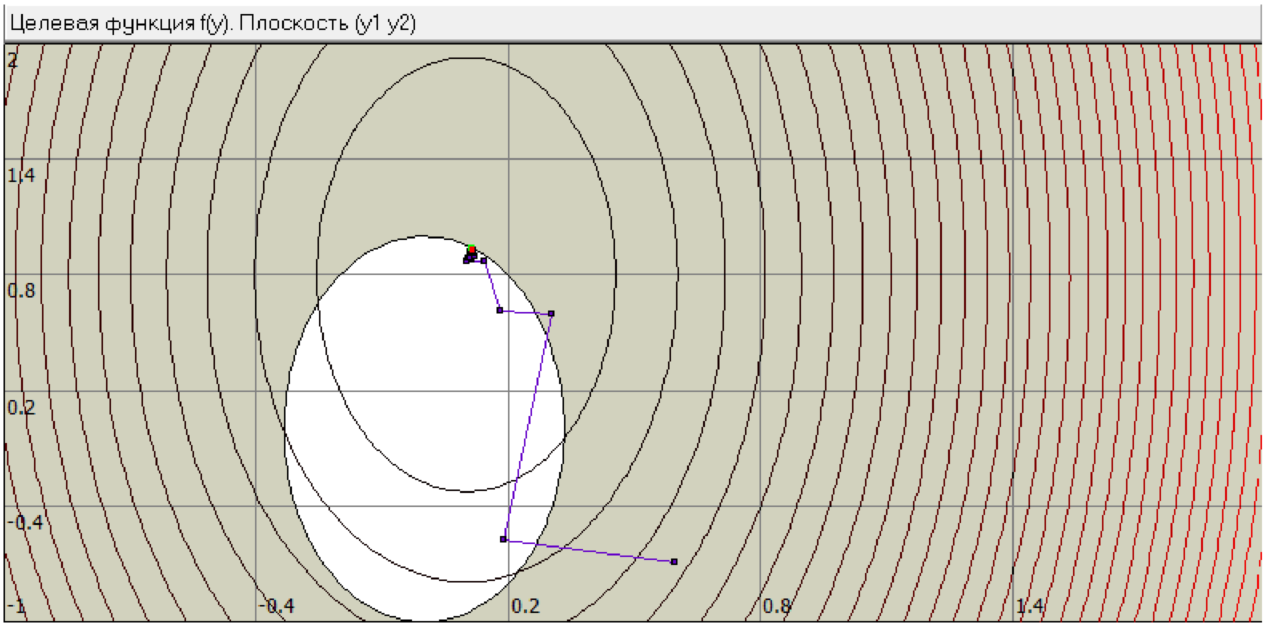

Рис. 4: $r = 5$

2 Метод модифицированной функции Лагранжа

Продемонстрируем превосходсвто метода модифицированной функции Лагранжа на той же задаче.

В методе модифицированной функции Лагранжа коэффициент штрафа γ не обязан стремится в бесконечность, как для метода внешнего штрафа. Он должен быть достаточно большим, но конечным. Взяв $\gamma = 1000$, получим точный результ.