Векторы в физике

Содержание

1 Понятие вектора

Точки, которые являются концами произвольного отрезка, называют **граничными точками отрезка**.

Вектор — отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая — концом.

Векторы обозначают двумя заглавными буквами со стрелкой над ними, например $\overrightarrow{AB}$. Первая буква обозначает начало вектора, вторая — конец. Векторы часто обозначают одной строчной буквой со стрелкой над ней, например, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. В книгах векторы обозначаются жирным прямым шрифтом: **a**, **b**, **c**.

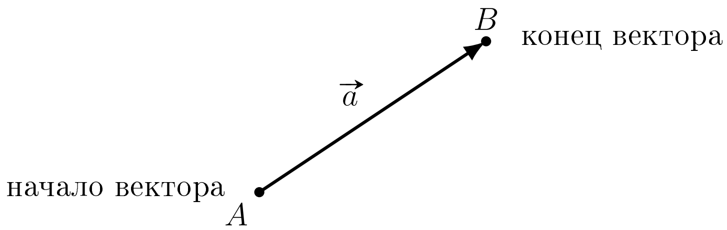

Рис. 1: Вектор.

Любая точка плоскости также является вектором. В этом случае вектор называется **нулевым**. Начало нулевого вектора совпадает с его концом, на рисунке такой вектор изображается точкой. Обозначается нулевой вектор так: $\overrightarrow{MM}$ или $\vec{0}$.

Длиной или **модулем** ненулевого **вектора** $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB. Длина вектора обозначается так: $|\overrightarrow{AB}|$, $|\vec{a}|$ или просто буквой без стрелки a. Длина нулевого вектора равна нулю: $|\vec{0}| = 0$.

В физике в отличие от геометрии модули величин имеют **размерность**. Например, модуль скорости измеряется в метрах в секунду (м/с), модуль силы — в ньютонах (Н), модуль напряжённости электрического поля — в вольтах на метр (В/м), модуль индукции магнитного поля — в теслах (Тл) и т.д.

2 Равенство векторов

Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат или на одной прямой, или на параллельных прямых. Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.

На рисунке векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ коллинеарны, а вектор $\vec{e}$ не коллинеарен ни одному из векторов.

Если два ненулевых вектора коллинеарны, то они могут быть направлены или одинаково, или противоположно. В первом случае векторы называются **сонаправленными**, а во втором — **противоположно направленными**.

На рисунке 2 векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены ($\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$), а векторы $\vec{c}$ и $\vec{d}$ противоположно направлены ($\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$).

Векторы называются **противоположными**, если они противоположно направлены и их длины равны. Вектор, противоположный вектору $\vec{a}$ обозначается $-\vec{a}$.

Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.

Таким образом, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны, если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Равенство векторов обозначается так: $\vec{a} = \vec{b}$.

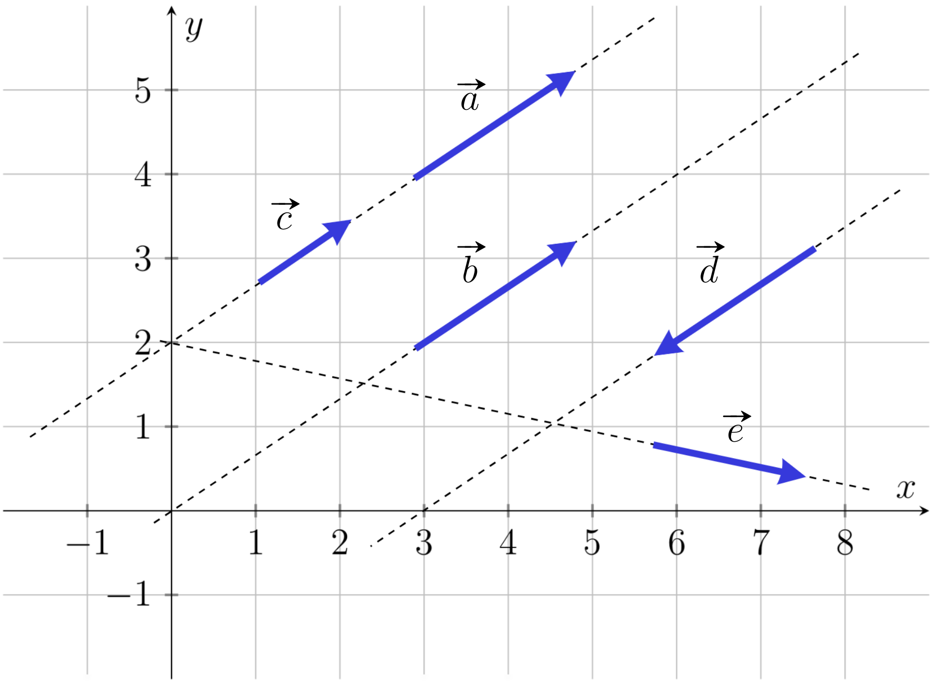

Рис. 2: Коллинеарные и неколлинеарные векторы.

Если точка A — начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ **отложен от точки** A. Верно следующее утверждение: от любой точки M можно отложить вектор, равный данному, и при том только один.

Равные векторы, отложенные от разных точек, часто обозначают одной и той же буквой. Иногда говорят, что это один и тот же вектор, отложенный от разных точек.

Рисунок 3 иллюстрирует направление скоростей автомобилей, когда их скорости сонаправлены, противоположно направлены, равны и противоположны.

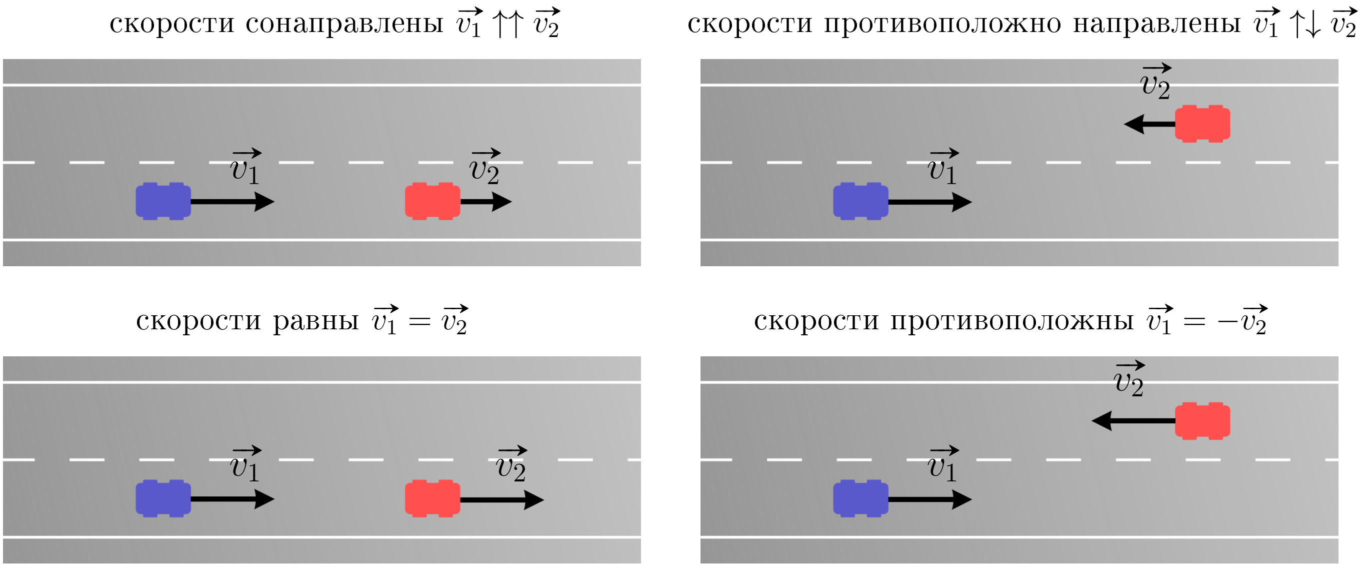

Рис. 3: Сонаправленные, противоположно направленные, равные и противоположные скорости автомобилей.

3 Умножение вектора на число

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причём векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geqslant 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.

Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.

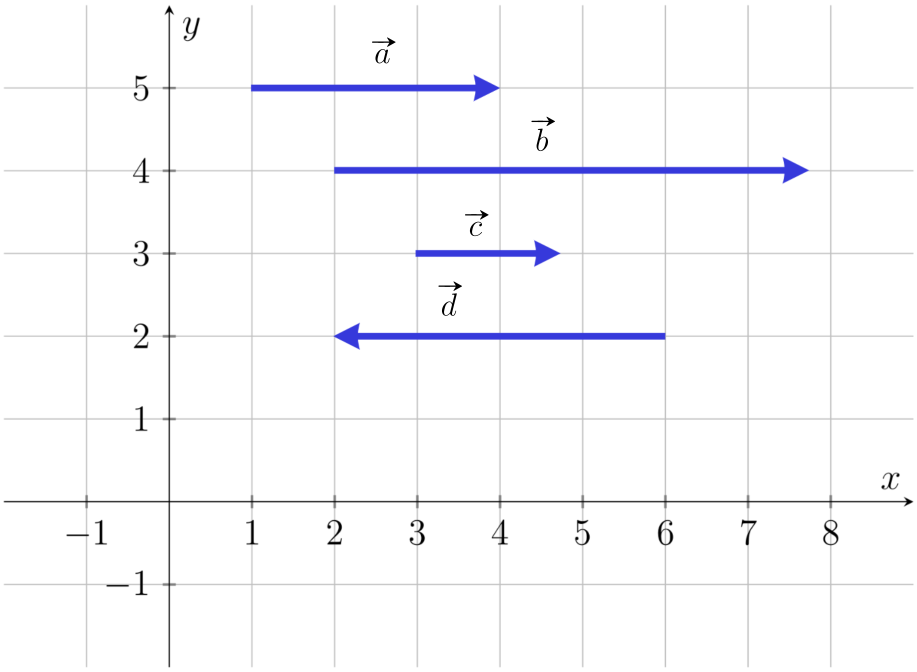

Рис. 4: Умножение вектора на число.

На рисунке 4 изображён вектор $\vec{a}$ и векторы:

- $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$, где $k > 1$. В таком случае вектор $\vec{a}$ удлиняется и сохраняет прежнее направление,
- $\vec{c} = l \cdot \vec{a}$, где $1 > l > 0$. В этом случае вектор $\vec{a}$ укорачивается и также сохраняет прежнее направление,
- $\vec{d} = m \cdot \vec{a}$, где $m < 0$. Вектор $\vec{a}$ меняет направление на противоположное.

Приведём **конкретные примеры**. На рисунке 5 изображён вектор $\vec{a}$ длиной 2 клетки (2 единицы измерения отрезков). А также изображены векторы:

- $\vec{b} = 2\vec{a}$ (удлинённый в 2 раза вектор $\vec{a}$),
- $\vec{c} = 1/2\vec{a}$ (укороченный в 2 раза вектор $\vec{a}$),
- $\vec{d} = -1/2\vec{a}$ (укороченный в 2 раза вектор $\vec{a}$ и противоположно направленный),
- $\vec{e} = -\vec{a}$ (равный по модулю вектору $\vec{a}$ и противоположно направленный),
- $\vec{f} = -3\vec{a}$ (удлинённый в 3 раза вектор $\vec{a}$ и противоположно направленный).

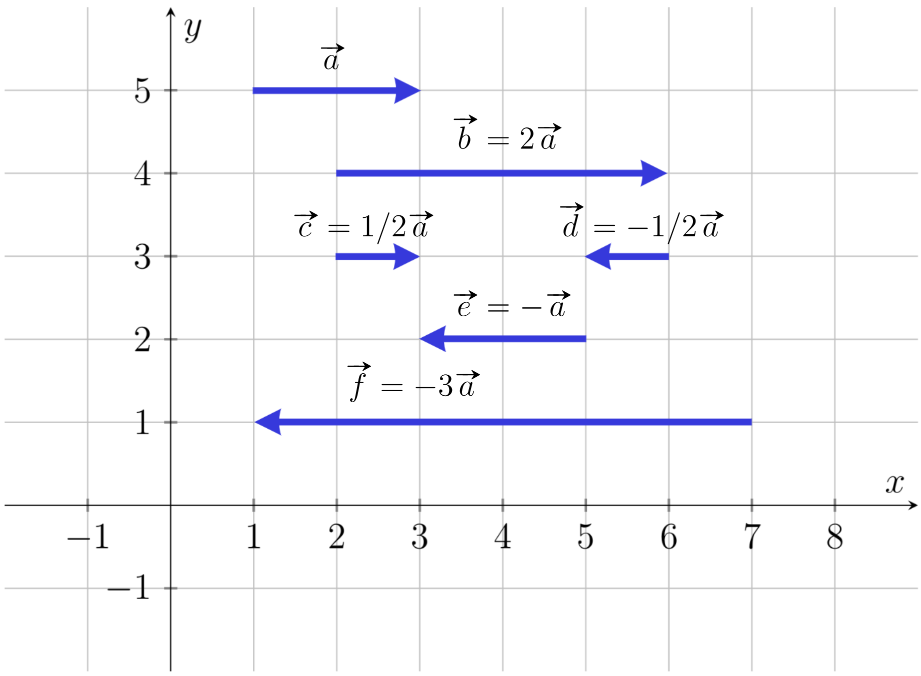

Рис. 5: Умножение вектора на число, примеры.

4 Сложение векторов

4.1 Правило треугольника

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — два вектора. Отметим произвольную точку A и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$. Затем от точки B (конец вектора $\overrightarrow{AB}$) отложим вектор $\overrightarrow{BC}$, равный $\vec{b}$. Вектор $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ называется **суммой векторов** $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Таким образом, при построении суммы двух векторов начало второго вектора примыкает с концу первого, и сумма замыкает образуемый ими треугольник.

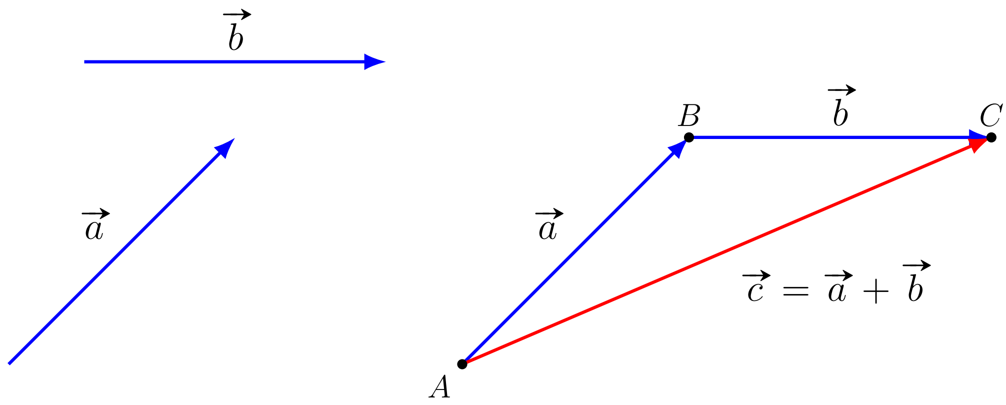

Рис. 6: Сложение векторов по правилу треугольника.

По правилу треугольника **удобно складывать** последовательные или одновременные **перемещения**.

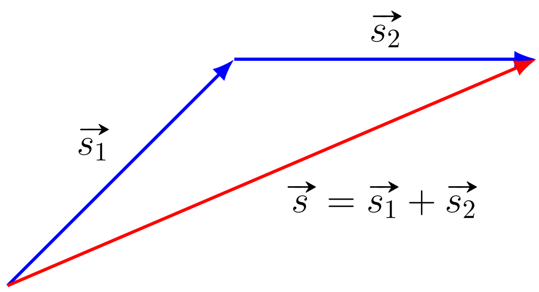

Рис. 7: Сложение перемещений по правилу треугольника.

4.2 Правило параллелограмма

Для построения суммы двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по правилу параллелограмма отметим произвольную точку A и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$. Затем от этой же точки отложим вектор $\overrightarrow{AD}$, равный $\vec{b}$. Вектор $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ называется **суммой векторов** $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Таким образом, при построении суммы двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ начала векторов совмещаются, и на них как на сторонах строится параллелограмм. Диагональ этого параллелограмма, проведённая из общего начала складываемых векторов, называется их суммой.

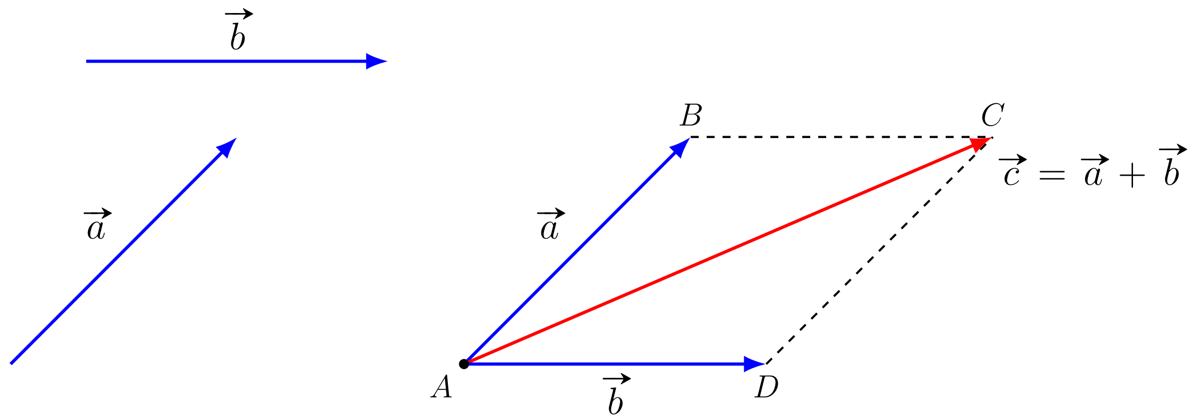

Рис. 8: Сложение векторов по правилу параллелограмма.

По правилу параллелограмма **удобно складывать** приложенные к телу **силы**.

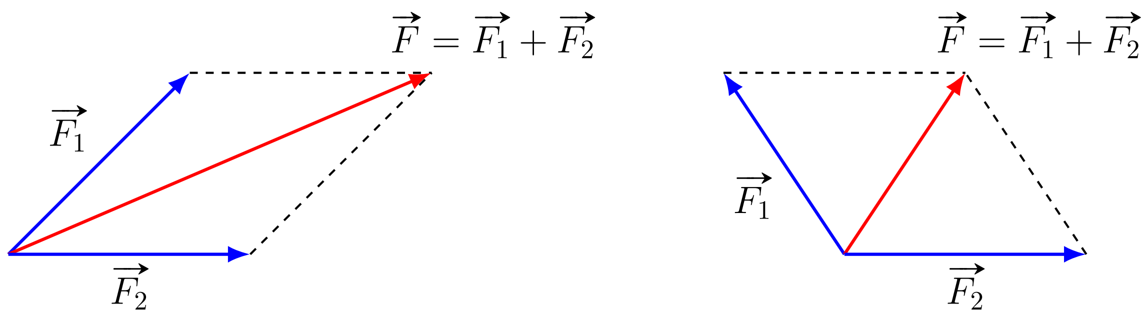

Рис. 9: Сложение сил по правилу параллелограмма.

5 Вычитание векторов

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$. Разность векторов обозначается так: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

Для построения разности (см. рисунок 10) двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ отметим на плоскости произвольную точку O. Отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{OA}$, равный $\vec{a}$. Затем от точки A отложим вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $-\vec{b}$ (то есть противоположный вектору $\vec{b}$). Сумма векторов $\vec{a}$ и $-\vec{b}$ является разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Построим её по правилу треугольника. Таким образом, вектор $\overrightarrow{OB}$ будет искомой разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

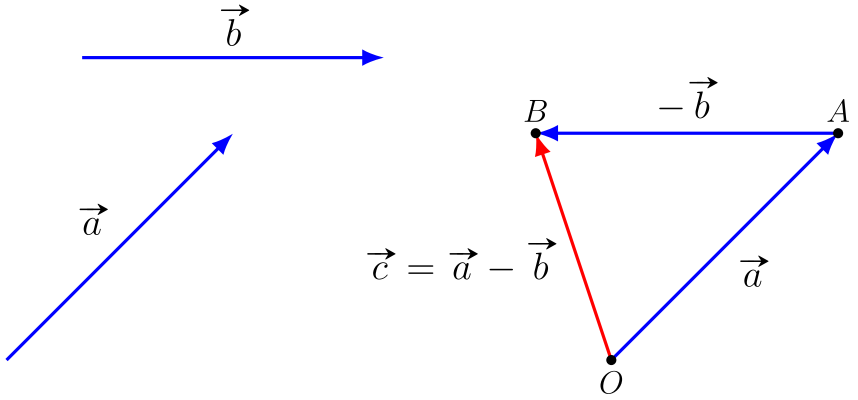

Рис. 10: Разность векторов.

6 Модуль суммы векторов. 4 случая

Нахождение модуля (длины) вектора, как правило, начинается с **построения самого вектора**. Вектор, чей модуль надо найти, в буквальном смысле нужно увидеть, и только потом из геометрических соображений искать его длину.

Например, чтобы найти модуль суммы векторов, надо **сначала построить** сумму векторов и только **потом искать** её модуль.

6.1 Векторы сонаправлены

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — сонаправленные векторы. Сложим их по правилу треугольника. Для этого совместим начало вектора $\vec{b}$ и конец вектора $\vec{a}$. Вектор $\vec{c}$, проведённый из начала $\vec{a}$ в конец $\vec{b}$, является их суммой.

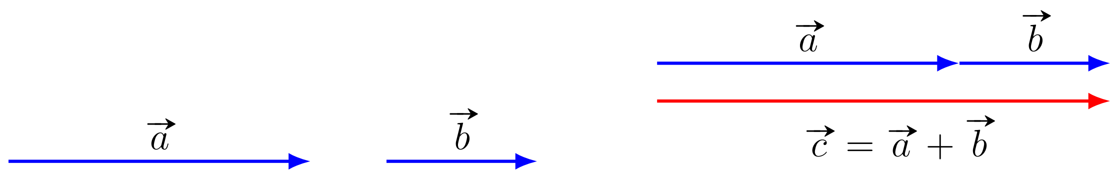

Рис. 11: Сложение сонаправленных векторов.

Как видно из рисунка, модуль суммы сонаправленных векторов равен сумме их модулей:

$$c = a + b. \tag{1}$$

6.2 Векторы противоположно направлены

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — противоположно направленные векторы. Сложим их также по правилу треугольника. Для этого совместим начало вектора $\vec{b}$ и конец вектора $\vec{a}$. Вектор $\vec{c}$, проведённый из начала $\vec{a}$ в конец $\vec{b}$, является их суммой.

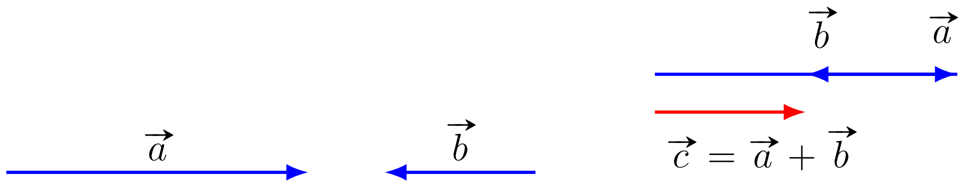

Рис. 12: Сложение противоположно направленных векторов.

Как видно из рисунка, модуль суммы противоположно направленных векторов равен разности их модулей:

$$c = a - b. \tag{2}$$

6.3 Векторы перпендикулярны

Сложим перпендикулярные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по правилу треугольника. Для этого совместим начало вектора $\vec{b}$ и конец вектора $\vec{a}$. Вектор $\vec{c}$, проведённый из начала $\vec{a}$ в конец $\vec{b}$, является их суммой.

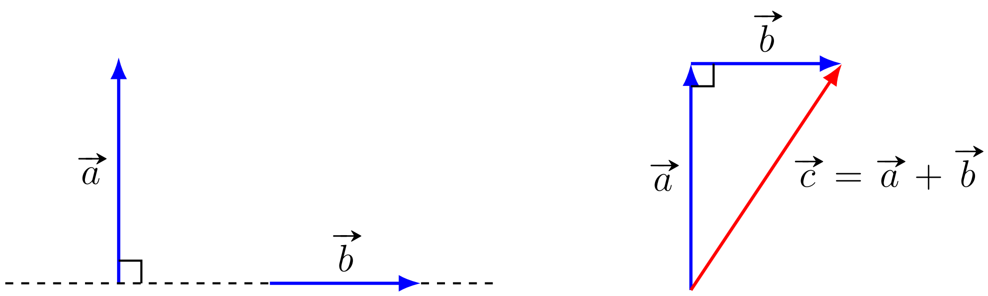

Рис. 13: Сложение перпендикулярных векторов.

Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют прямоугольный треугольник, в котором катеты равны a и b, а гипотенуза — c. Тогда модуль суммы найдём **по теореме Пифагора**:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}. \tag{3}$$

6.4 Векторы направлены под произвольным углом

Перед тем как говорить о нахождении модуля суммы векторов, направленных под произвольным углом, уточним понятие **угла между векторами**.

Приведём произвольные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ к общему началу. В качестве угла между векторами можно взять любой из двух указанных на рисунке 14 углов α_1 и α_2. Из двух углов α_1 и α_2 один не превосходит $\pi = 180°$. На рисунке это угол α_1. В дальнейшем **углом между векторами** будем называть тот угол, который не превосходит π.

Таким образом, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ привести к общему началу, то углом между ними называется **наименьший из двух углов**.

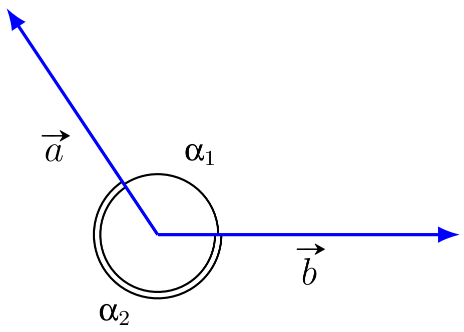

Рис. 14: Угол между векторами.

6.4.1 Острый угол между векторами

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — два вектора, модули которых известны. Совместим векторы началами, острый угол между ними известен и равен α. Найдём модуль суммы этих векторов.

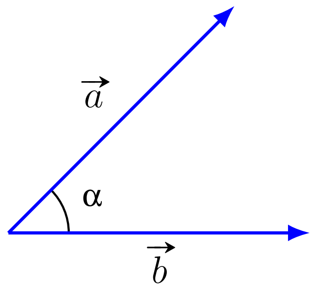

Рис. 15: Острый угол между векторами.

Для этого построим сумму векторов по правилу параллелограмма. В построенном параллелограмме $ABCD$ на рисунке 16 необходимо найти длину диагонали $c = AC$. Рассмотрим треугольник ABC, в котором две стороны a и b известны, а угол между ними будет равен $(\pi - \alpha)$, так как сумма углов в параллелограмме, прилежащих к одной стороне, равна π.

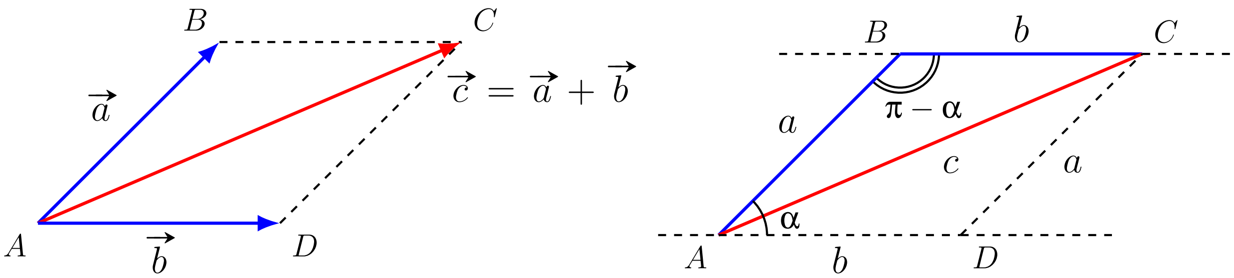

Рис. 16: Сумма векторов с острым углом между ними.

Таким образом в треугольнике ABC известны две стороны и угол между ними. Третью сторону найдём **по теореме косинусов**:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\pi - \alpha)}. \tag{4}$$

Так как $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$, то окончательно:

$$\boxed{c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}.} \tag{5}$$

6.4.2 Тупой угол между векторами

Аналогично построим сумму векторов с тупым углом между ними и найдём её модуль.

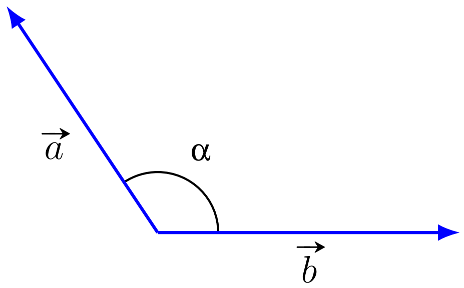

Рис. 17: Тупой угол между векторами.

В построенном параллелограмме $ABCD$ на рисунке 18 рассмотрим треугольник ABC, в котором известны две стороны a, b и угол между ними $(\pi - \alpha)$.

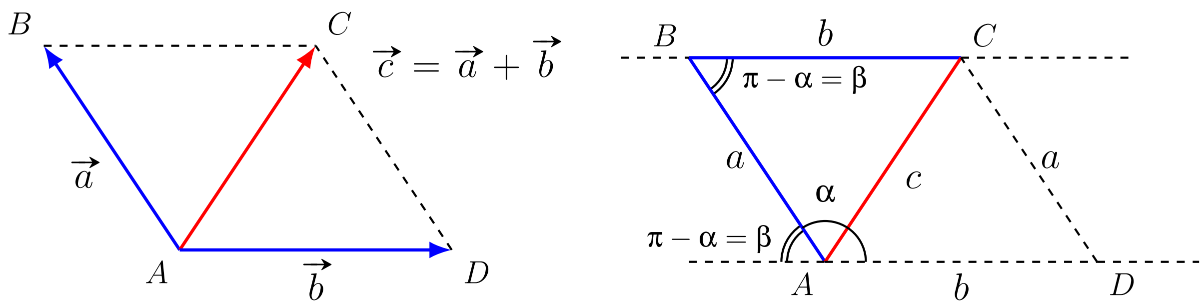

Рис. 18: Сумма векторов с тупым углом между ними.

Так же как в и случае с острым углом третью сторону найдём **по теореме косинусов**:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\pi - \alpha)}. \tag{6}$$

Заметим, что угол $(\pi - \alpha)$ является острым (так как α — тупой), поэтому уместно переобозначить $(\pi - \alpha) = \beta$ и применить теорему косинусов именно для этого угла:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta}. \tag{7}$$

7 Законы сложения векторов и умножения векторов на число

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ справедливы равенства:

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ справедливы равенства:

- $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$.
- $(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$.
- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

8 Координаты (проекции) векторов

8.1 Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца

Рассмотрим произвольный вектор $\vec{a}$ в прямоугольной системе координат. Опустив перпендикуляры из начала и конца вектора на оси системы координат, получим координаты начала и конца вектора: (x_1, y_1) и (x_2, y_2) соответственно.

Говорят, что **каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала**. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$.

Координаты вектора обозначают той же буквой, что и сам вектор, но без стрелки над ней и с нижним индексом, указывающим ось координат. Координаты вектора $\vec{a}$ можно записать как $\{a_x; a_y\}$.

На рисунке 19 определим координаты вектора $\vec{a}$:

$$a_x = x_2 - x_1 = 7 - 1 = 6,$$
$$a_y = y_2 - y_1 = 4 - 1 = 3.$$

То есть координаты вектора $\vec{a}$ $\{6; 3\}$.

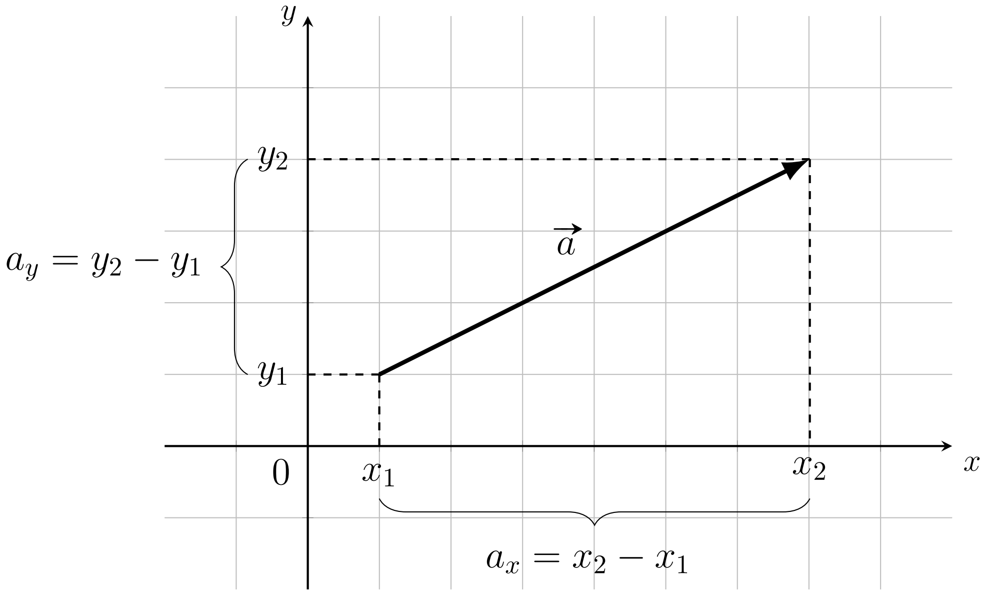

Рис. 19: Координаты вектора.

В физике координаты векторных величин называют проекциями.

Например, v_x — проекция вектора скорости $\vec{v}$ на ось Ox.

Значения проекций векторов могут быть отрицательными, положительными или равными нулю.

8.2 Связь между координатами вектора, его модулем и углом между вектором и одной из осей координат

На практике **при решении задач по физике** возможно определить координаты начала и конца лишь для вектора перемещения. Во всех остальных случаях очень удобно опрелять проекции векторов, зная их модуль и угол, который вектор составляет с одной из осей координат.

8.2.1 Вектор параллелен или перпендикулярен оси координат

Рассмотрим векторы $\vec{a}$ и $\vec{g}$, длины которых известны и равны a и g соответственно, в прямоугольной системе координат (рисунок 20). Пусть вектор $\vec{a}$ параллелен оси Ox и его направление совпадает с направлением оси Ox, вектор $\vec{g}$ параллелен оси Oy и его направление противоположно направлению оси Oy.

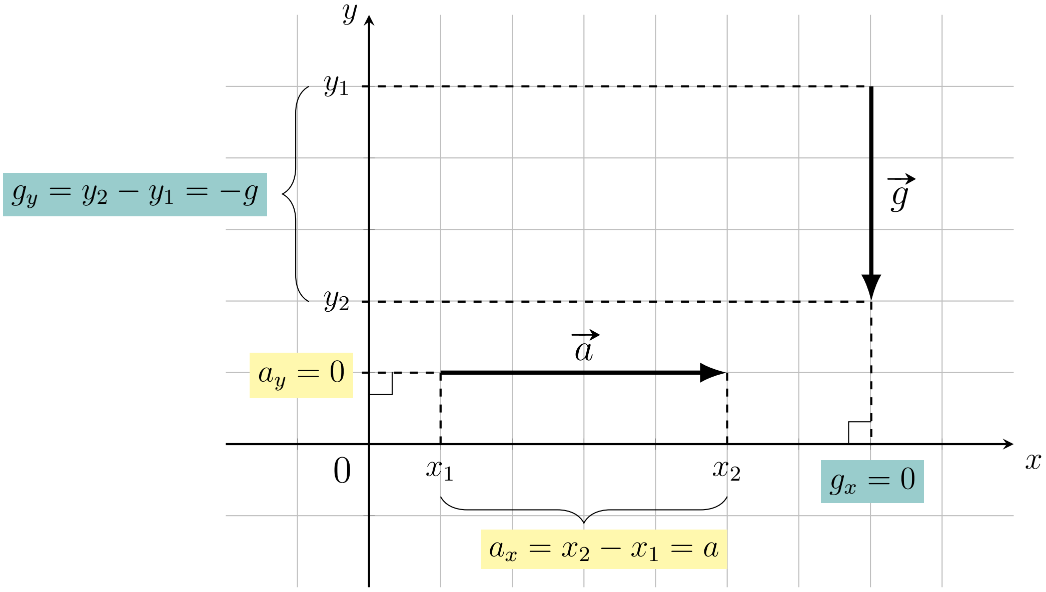

Рис. 20: Определение проекций векторов, параллельного и перпендикулярного оси координат.

Для определения координат вектора $\vec{a}$ опустим перпендикуляры из начала и конца вектора на оси координат и определим разности координат начала и конца вектора. Обратим внимание, что разность координат $x_2 - x_1$ по оси Ox в точности равна длине a вектора. А разность координат по оси Oy равна нулю, так как координаты начала и конца вектора $\vec{a}$ по этой оси совпадают. Итак:

$$a_x = a,$$

$$a_y = 0.$$

Аналогично для определения координат вектора $\vec{g}$ опустим перпендикуляры из начала и конца вектора на оси координат и определим разности координат начала и конца вектора.

Модуль разности координат $|y_2 - y_1|$ по оси Oy в точности равна длине g вектора. У вектора $\vec{g}$ координата конца меньше, чем координата начала $y_2 < y_1$, поэтому координата $g_y = y_2 - y_1$ меньше нуля. А разность координат по оси Ox равна нулю, так как координаты начала и конца вектора $\vec{g}$ по этой оси совпадают. Получаем:

$$g_x = 0,$$
$$g_y = -g.$$

Сделаем **важный вывод**: если направление вектора и оси координат совпадают, то его координата (проекция) на эту ось равна модулю вектора ($a_x = a$). Если же направление вектора и оси координат противоположны, то его координата на эту ось равна модулю вектора, взятому со знаком минус ($g_y = -g$). Если вектор перпендикулярен данной оси координат, то его проекция на эту равна 0.

Запишем **2 шага по определению значения проекции вектора**:

- определяем знак проекции. Если начало вектора расположено ближе к началу координат, проекция больше нуля. Если наоборот, то меньше нуля.
- определяем модуль проекции.

8.2.2 Вектор направлен под произвольным углом к оси координат

1 Положительные проекции

Рассмотрим вектор $\vec{a}$, длина которого известна и равна a, в прямоугольной системе координат (рисунок 21). Пусть угол между вектором $\vec{a}$ и горизонталью известен и равен α. Под таким углом вектор направлен к оси Ox, а также к любой другой прямой, параллельной оси Ox.

Для определения его координат опустим перпендикуляры из начала и конца вектора на оси координат. Продлим перпендикуляр из начала вектора на ось Oy до его пересечения с перпендикуляром из конца на ось Ox в точке B.

В получившимся прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AC = a$, а угол $\angle A = \alpha$. Обратим внимание на катеты в этом треугольнике. Катет AB в точности равен разности координат на ось Ox конца и начала вектора $\vec{a}$, то есть $AB = a_x = x_2 - x_1$. А катет BC равен разности координат конца и начала вектора на ось Oy: $BC = a_y = y_2 - y_1$.

Вспомним соотношения в прямоугольном треугольнике:

- **синус** — отношение противолежащего к углу катета к гипотенузе,
- **косинус** — отношение прилежащего к углу катета к гипотенузе,
- **тангенс** — отношение противолежащего к углу катета к прилежащему.

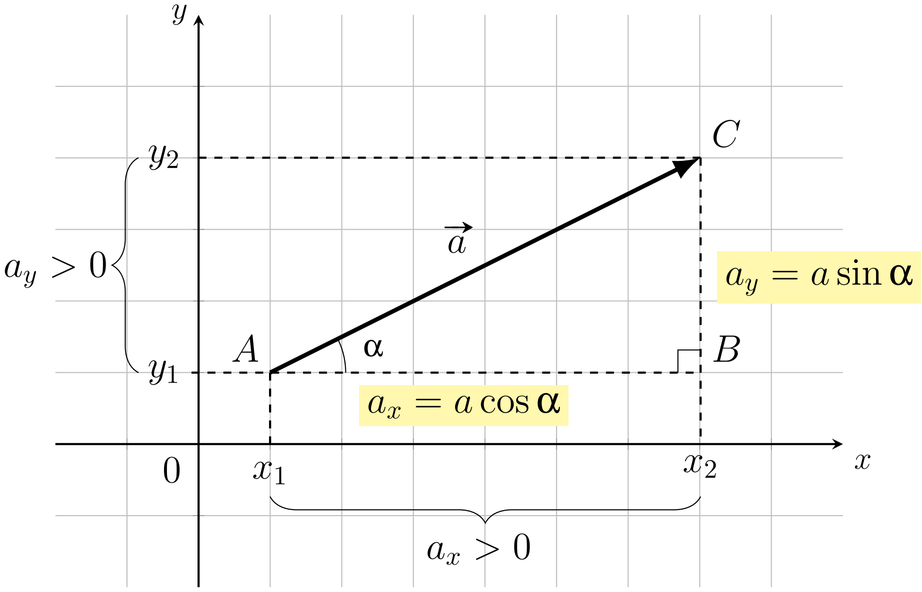

Рис. 21: Определение проекций вектора по его модулю и углу к одной из осей координат. Вектор с положительными проекциями по обеим осям координат.

В нашем примере:

$$\sin\alpha = \frac{a_y}{a}, \quad \cos\alpha = \frac{a_x}{a}, \quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a_y}{a_x}. \tag{8}$$

Таким образом, координаты вектора $\vec{a}$ выражаются через его модуль и угол между вектором $\vec{a}$ и горизонталью через отношения в прямоугольном треугольнике:

$$a_x = a\cos\alpha, \tag{9}$$

$$a_y = a\sin\alpha. \tag{10}$$

Обратим внимание, что проекции на обе оси координат положительны, так как начало вектора расположено ближе к началу координат для обеих осей.

2 Отрицательные проекции

Рассмотрим случай, при котором координата начала вектора расположена дальше от начала координат, чем координата конца, и по оси Ox, и по оси Oy (рисунок 22). В этом случае, обе проекции вектора будут отрицательны. А их модули можно снова определить из прямоугольного треугольника через синус и косинус угла, под которым вектор направлен к горизонтали:

$$a_x = -a\cos\alpha, \tag{11}$$

$$a_y = -a\sin\alpha. \tag{12}$$

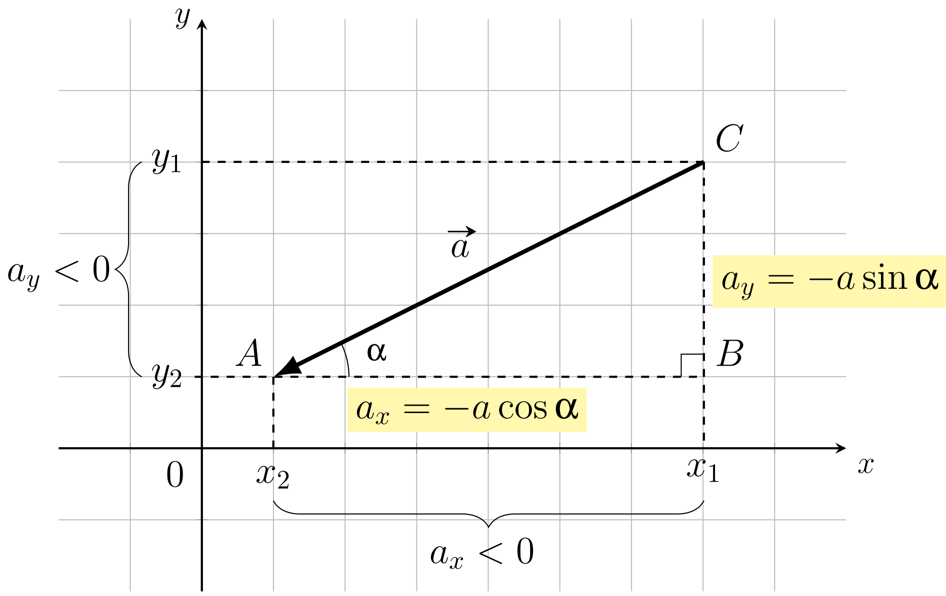

Рис. 22: Вектор с отрицательными проекциями по обеим осям координат.

3 Проекции разных знаков

На рисунке 23 изображён вектор с проекциями разных знаков: с отрицательной проекцией по оси Ox и положительной по оси Oy. Кроме того, в данном случае задан угол между вектором и вертикалью, поэтому в данном случае проекции вектора $\vec{a}$ будут следующие:

$$a_x = -a \sin \alpha, \tag{13}$$

$$a_y = a \cos \alpha. \tag{14}$$

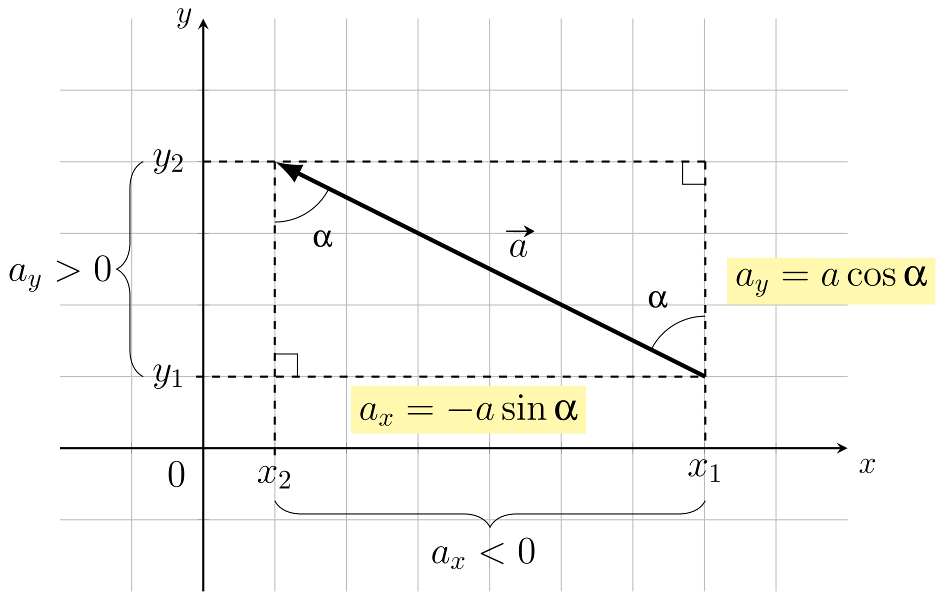

Рис. 23: Вектор с отрицательной проекцией по оси Ox и положительной по оси Oy.

8.3 Проекция суммы векторов и произведения вектора на число

Часто в задачах по физике встречаются векторные уравнения, в которые входят суммы векторов: закон сложения скоростей, второй закон Ньютона, закон сохранения импульса и так далее. Отметим важные свойства проекций векторов, которые используются в таких задачах.

Проекция суммы векторов

Рассмотрим два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в прямоугольной системе координат (рисунок 24). Сложим их по правилу треугольника и проведём сумму $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Покажем, что проекция вектора $\vec{c}$ на ось Ox равна сумме проекций векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на эту ось.

Действительно, по определению проекция вектора $\vec{c}$ равна $c_x = x_3 - x_1$. Добавим в правую часть этого равенства число 0, равенство от этого не изменится. Представим этот ноль в таком виде $0 = x_2 - x_2$. Затем перегруппируем слагаемые:

$$c_x = x_3 - x_1 = x_3 + (x_2 - x_2) - x_1 = (x_3 - x_2) + (x_2 - x_1). \tag{15}$$

Выражения в скобках и есть проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Итак, **проекция суммы векторов равна сумме их проекций**:

$$c_x = a_x + b_x. \tag{16}$$

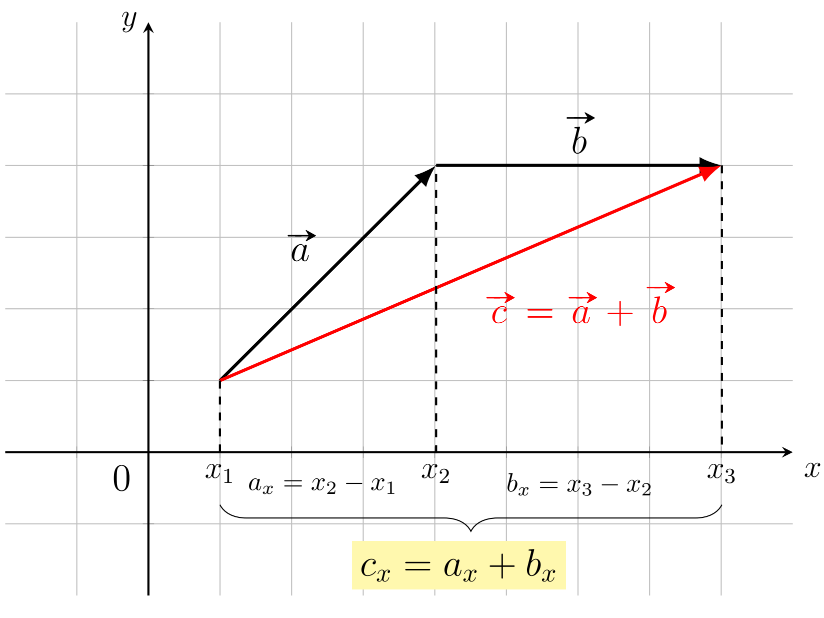

Рис. 24: Проекция суммы векторов.

Проекция произведения вектора на число

Покажем, что **проекция вектора, умноженного на число, равна произведению проекции вектора на это число**.

Рассмотрим вектор $\vec{a}$ в прямоугольной системе координат (рисунок 25). Пусть он направлен под углом α к оси Ox. Для удобства допустим, что α острый. Как мы показали ранее, проекция вектора $\vec{a}$ на ось Ox равна $a_x = a\cos\alpha$.

Умножим вектор $\vec{a}$ на произвольное число C. Пусть $C > 1$. Вектор удлинится в C раз и сохранит прежнее направление. Модуль получившегося в результате вектора $\vec{b} = C \cdot \vec{a}$ станет равен $C \cdot a$. Это значит, что проекция такого вектора на ось Ox равна $b_x = C \cdot a\cos\alpha$ или окончательно:

$$b_x = C \cdot a_x. \tag{17}$$

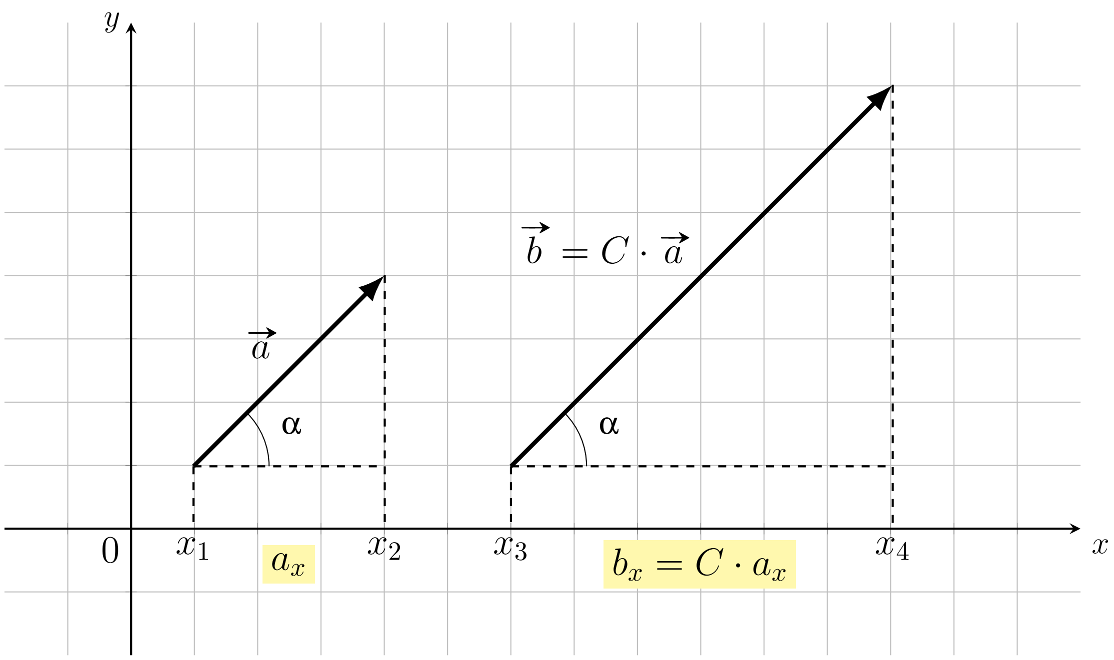

Рис. 25: Проекция вектора, умноженного на число.

Можно показать, что данное утверждение справедливо для произвольного угла наклона α вектора к оси координат, а также для произвольной константы C.

8.4 Вычисление длины вектора по его координатам

Важнейшим следствием связи координат вектора и его модуля является возможность выполнить обратную операцию: вычислить длину вектора по его координатам.

Длину вектора $\vec{a}$, координаты которого в выбранной прямоугольной системе координат равны $\{a_x; a_y\}$, можно найти **по теореме Пифагора** (рисунок 26):

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \tag{18}$$

Так как проеции вектора равны разности координат его конца и начала $a_x = x_2 - x_1$, $a_y = y_2 - y_1$, то:

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \tag{19}$$

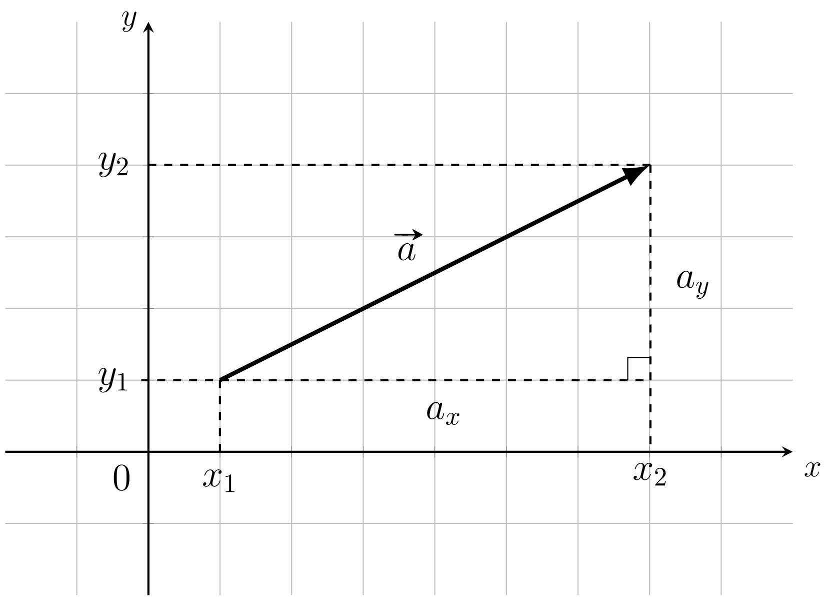

Рис. 26: Вычисление длины вектора по его координатам.

9 Разложение вектора на компоненты

Введём в прямоугольной системе координат векторы единичной длины $\vec{i}$, $\vec{j}$, то есть такие, что их длины равны единице:

$$|\vec{i}| = 1, \quad |\vec{j}| = 1. \tag{20}$$

Их называют **координатными векторами**. Направляют их так, чтобы направление вектора $\vec{i}$ совпало с направлением оси Ox, а направление вектора $\vec{j}$ — с направлением оси Oy (рисунок 27).

Рассмотрим произвольный вектор $\vec{a}$, координаты которого в выбранной прямоугольной системе координат равны $\{a_x; a_y\}$.

Тогда вектор $\vec{a}$ можно представить в виде суммы двух векторов:

$$\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y}. \tag{21}$$

Векторы $\vec{a_x}$ и $\vec{a_y}$ называют **компонентами вектора** $\vec{a}$:

$$\vec{a_x} = a_x \cdot \vec{i}, \tag{22}$$

$$\vec{a_y} = a_y \cdot \vec{j}. \tag{23}$$

Действительно, сложим компоненты вектора $\vec{a}$ по правилу параллелограмма. Для этого совместим их началами, достроим на них как на сторонах параллелограмм (в данном случае он будет являться прямоугольником). Диагональ в этом прямоугольнике совпадает с вектором $\vec{a}$.

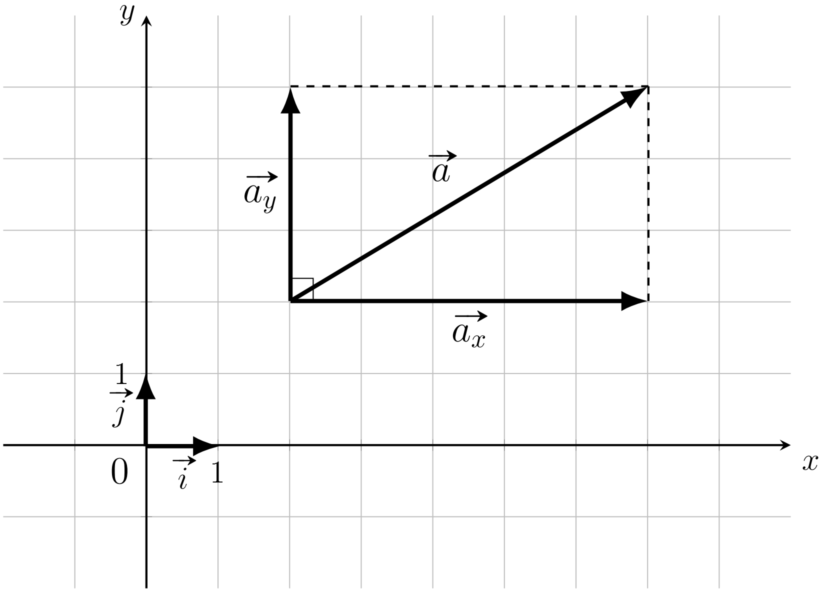

Рис. 27: Координатные векторы и разложение вектора на компоненты.