Прізвище: Долінський
Ім'я: Олег
Група: КН-406
Варіант: 8
Кафедра: САПР
Дисципліна: Дискретні моделі в САПР
Прийняв: Кривий Р.З.
Посилання: https://github.com/olehdol/labs.git

ЗВІТ
до лабораторної роботи №5
на тему «**Ізоморфізм графів**»

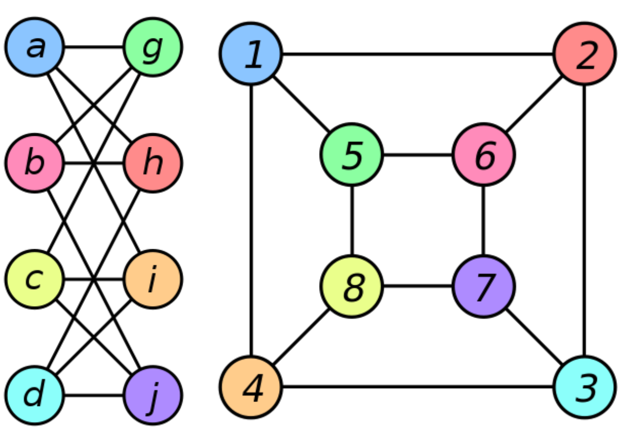
В теорії графів, **ізоморфізмом графів** *G* і *H* є бієкція між множинами вершин *G* і *H*

така, що будь-які дві вершини *u* і *v* графа *G* суміжні в *G* тоді і тільки тоді, коли *ƒ*(*u*) і *ƒ*(*v*) суміжні в *H*. Такий тип бієкції зазвичай зветься «реброзберігальна бієкція», згідно із загальним поняттям ізоморфізму як бієкції зі збереженням структури.

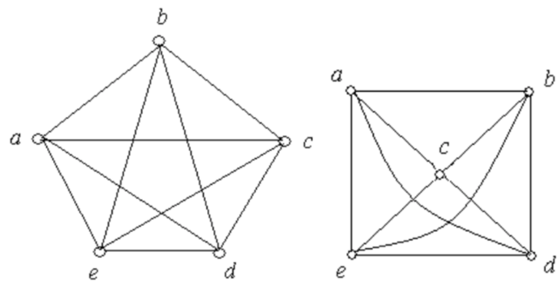
У визначенні поданому вище, під графами ми розуміємо неорієнтовані непозначені незважені графи. Однак, поняття ізоморфізму може бути застосоване до всіх інших різновидів графів. доданням вимог зі збереження відповідних додаткових елементів структури: спрямування ребер, ваги кожного з ребер і т.д., з наступним винятком. Коли йдеться про позначений граф з *унікальними позначками*, зазвичай цілими числами в межах 1,...,*n*, де *n* це кількість вершин в графі, два позначених графи називають ізоморфними, якщо відповідні непозначені графи ізоморфні.

Якщо присутній ізоморфізм між двома графами, тоді графи називають ізоморфними і ми пишемо . У випадку, коли бієкція це відображення графа самого на себе, тобто, коли *G* і *H* це один і той самий граф, бієкція називається автоморфізмом *G*.

Ізоморфізм графів це відношення еквівалентності на графах і ділить всі графи на класи еквівалентності. Множина графів ізоморфних один одному називається класом ізоморфності графів.



ƒ(*a*) = 1
ƒ(*b*) = 6
ƒ(*c*) = 8
ƒ(*d*) = 3
ƒ(*g*) = 5
ƒ(*h*) = 2
ƒ(*i*) = 4
ƒ(*j*) = 7



Приклад ізоморфних графів

Необхідні умови. Алгоритм перевірки графів на ізоморфізм.

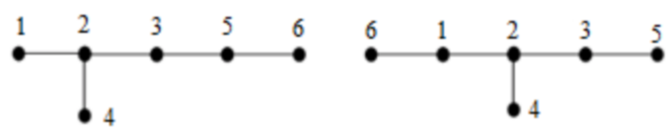
Крок 1: Кількість вершин графа G_1 повинна співпадати з кількістю вершин графа G_2;

Крок 2: Кількість ребер графа G_1 повинна співпадати з кількістю ребер графа G_2;

Крок 3: Степені (півстепені) вершин графа G_1 повинні співпадати з степенями (півстепенями) графа G_2, наприклад якщо у графі є ;

Крок 4: Якщо у графі G_1 існує шлях (v_1, $v_2 \ldots v_n$) ideg(v_1) =k_1,deg(v_2) =k_2, … то і у графі G_2 повинен існувати шлях через вершини з степенямиk_1,k_2, …; Аналогічна умова може бути сформульована і для неорієнтованих графів.

Крок 5: Якщо хоча б одна з цих умов не виконується, то графи не ізоморфні. Але якщо вони всі виконуються, то це не означає, що графи ізоморфні. Тоді потрібно шукати нумерацію вершин таким чином, щоби виконувалось означення 4.1. У загальному випадку таких способів єn!.Отже, кроки 1-4 допомагають швидше відповісти на запитання чи графи ізоморфні.



а) б)

Рис.1 Приклад графа з пронумерованими вершинами

Як видно з рис.1, після нумерації вершин обох графів у графі 4.3,*а* є вершина 2 зі степенем deg(2)=3, сусідами якої є вершини 1, 3 та 4 зі степенями deg(1)=1, deg(3)=2, deg(4)=1 відповідно. У графі 4.3,*б* теж є вершина 2 зі степенем deg(2)=3, сусідами якої є вершини 1, 3 та 4 зі степенями deg(1)=2, deg(3)=2, deg(4)=1 відповідно. Отже, існує однозначної відповідності вершин, тому графи не є ізоморфними.

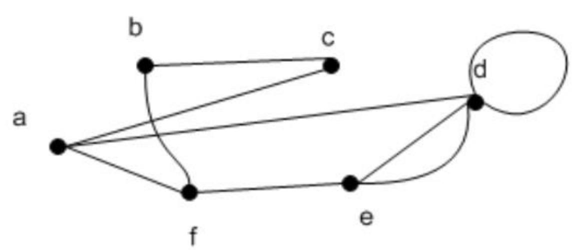
Для того, щоб граф G_1 був ізоморфним графу G_2, необхідно і достатньо існування такої підстановки, яка б встановлювала взаємно однозначну відповідність між вершинами графа, а також між їх ребрами.

Чи можливо встановити, чи є графи ізоморфними за їхніми матрицями інцидентності, суміжності, або списку ребер?

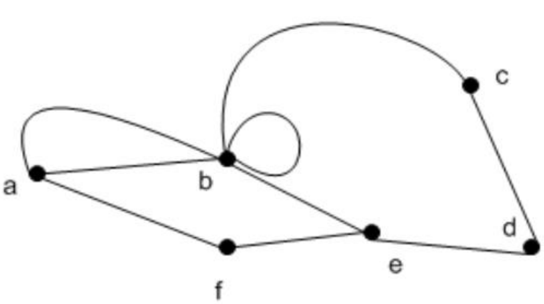
+Для перевірки ізоморфності графів G_1 і G_2 за матрицею суміжності необхідно визначити, чи існує така перестановка рядків і стовпців у матриці суміжності G_1, щоб у результаті вийшла матриця G_2. Із цією метою треба зробити всі можливі перестановки рядків і стовпців (а їхня максимальна кількість дорівнює $n! \cdot n!$) Якщо після однієї із цих перестановок матриці суміжності тотожньо збігаються, то графи ізоморфні.

Для перевірки ізоморфності графів G_1 і G_2 за матрицею інцидентності (і списку ребер) необхідно визначити, чи існує така перестановка рядків і стовпців у матриці інцидентності G_1, щоб у результаті вийшла матриця G_2. Із цією метою треба зробити всі можливі пари перестановок рядків і стовпців (а їхня максимальна кількість дорівнює $n!\,m!$)! Якщо після однієї із цих перестановок матриці інцидентності тотожно збігаються, то графи ізоморфні.

І в першому, і в другому випадку це досить трудомісткі операції, і рішення задачі “вручну” не завжди виправдано. Найчастіше ізоморфність графів простіше встановити з їх графічних подань.



Граф G



Граф H

Графи *G*і*H*– неорієнтовані графи з однаковою кількістю вершин і ребер. Степінь кожної вершини для цих графів опишемо в таблиці

Кратність у графі H	*Назва вершини*	*Кратність у графі G*
3	A	3
6	B	2
2	C	2
2	D	5
3	E	3
2	F	3

Отже, як бачимо з таблиці степінь вершин не співпадає і графи не є ізоморфними.