Bilder

Visual Computing
Winter Semester 2023-2024

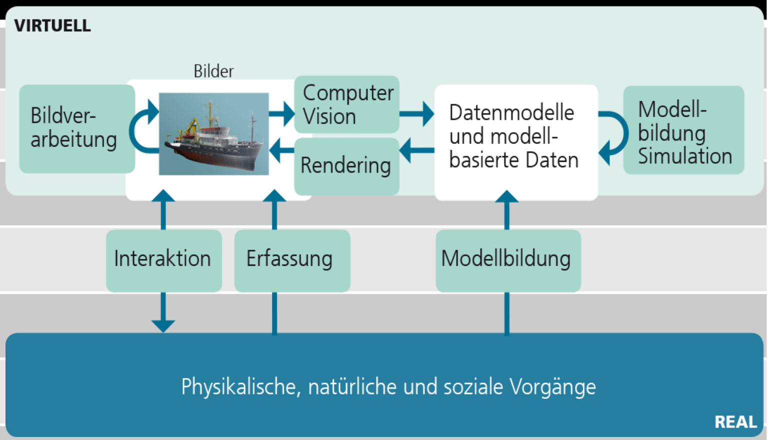
Prof. Dr. A. Kuijper

Mathematical and Applied Visual Computing (MAVC)
Graphisch-Interaktive Systeme (GRIS)
Fraunhofer IGD
Fraunhoferstrasse 5
D - 64283 Darmstadt

E-Mail: office@gris.tu-darmstadt.de
http://www.gris.tu-darmstadt.de
https://www.mavc.tu-darmstadt.de

Semesterplan

Datum	
20. Okt	Einführung + Visual Computing
27. Okt	Wahrnehmung
03. Nov	Objekterkennung und Bayes
10. Nov	Fourier Theorie
17. Nov	Bilder
24. Nov	Bildverarbeitung
01. Dez	Grafikpipeline & Eingabemodalitäten & VR+AR
08. Dez	Transformationen & 2D/3D Ausgabe
15. Dez	3D-Visualisierung
12. Jan	X3D – 3D in HTML
19. Jan	Informationsvisualisierung
26. Jan	Farbe
02. Feb	User Interfaces + Multimedia Retrieval
11. Feb	Biometrie (?)

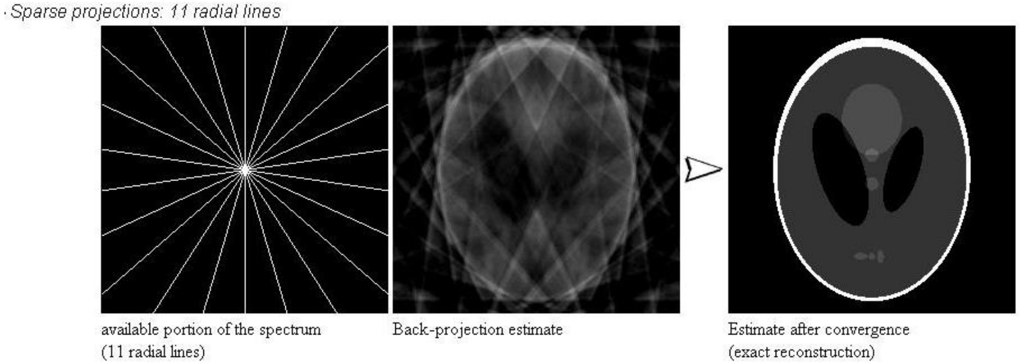


Fouriertheorie

- Darstellung einer Funktion in einem anderen Raum
- Benutze Basisfunktionen -> vereinfachte Darstellung
  - Kartesisches Koordinatensystem: Vektoren für *x*- und *y*-Richtung
  - Polarkoordinaten: Bei konstanter Länge ist nur der Winkel wichtig
  - Fourierraum (Frequenz, Sinus und Kosinus):
    - 1D: Musik, z.B. A = 440 Hz
    - Ähnlich bei Bildern:
      - Grobe Struktur rund um Ursprung
      - Hoch frequentierte Strukturen (Rauschen!) „weiter“ weg, kleine Amplitude
- Vereinfachte Darstellung → wenige Koeffizienten
  - Guter Merkmalsvektor
  - Gute Kompression (Teilthema dieser Vorlesung)
  - Zu wenige Koeffizienten berücksichtigt: Aliasing ☹

Effizienz

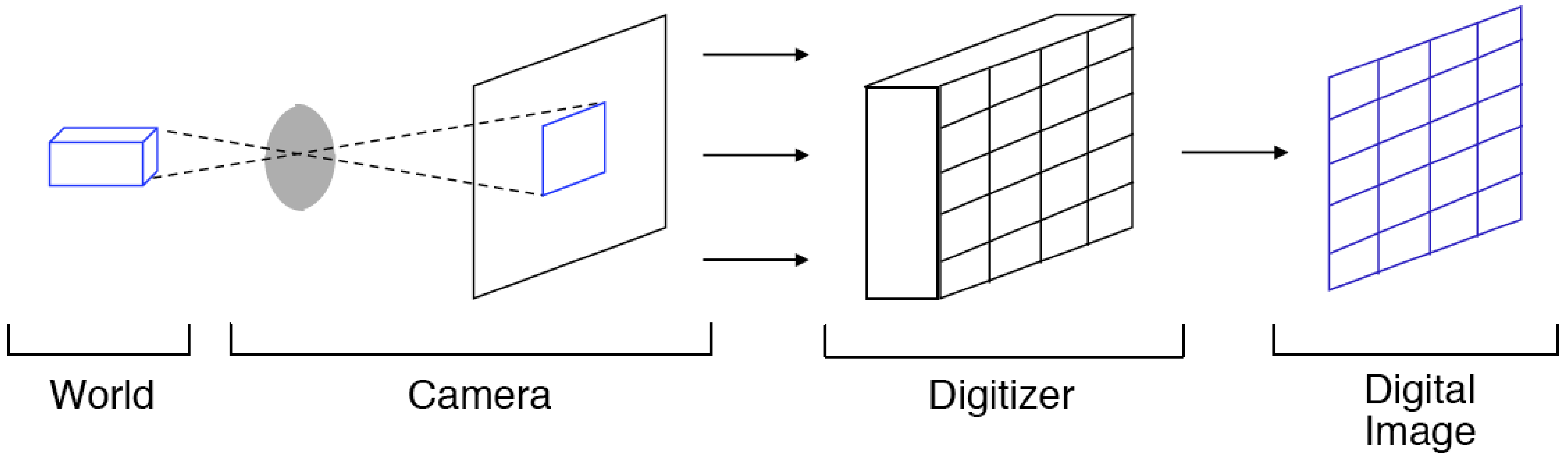
- [Fast Fourier Transform](#)(FFT)
  - Algorithmus zur effizienten Berechnung der Werte einer diskreten Fourier-Transformation (DFT) – O(nlogn)
- [Compressive (sparsity) sampling / sensing](#)
  - Benutzt Vorwissen (zB. wenig Struktur)
  - ***Suche eine geeignete Basis***!
  - Beispiel: MRI Rekonstruktion Shepp-Logan Phantom



Source: http://sunbeam.ece.wisc.edu/csaudio/ http://archive.wired.com/magazine/2010/02/ff_algorithm/

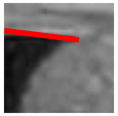
Digitale Kamera

- Bildverarbeitungsprozess:
  - (Loch-) Kameramodell
  - Rasterisierung zur Erzeugung eines digitalen Bildes



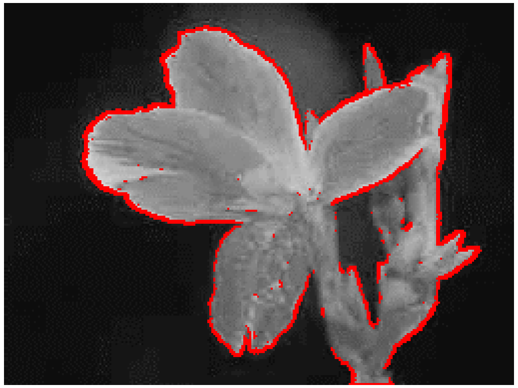
Ein digitales Bild

130	132	133	133	135	140	143	140	138	141	137	133	135	141	149	155	156	154	157	163	166	161	159	165	159	154	161	165	166	168	171	173	174	174	172	167	168	171	167	164	165
131	125	124	129	134	138	138	138	136	135	133	131	129	133	138	141	147	154	153	154	159	159	159	160	152	151	160	162	161	166	168	166	168	169	166	164	164	165	161	160	164
133	123	120	125	130	133	133	135	135	133	129	125	123	115	106	104	115	126	125	130	140	142	140	142	139	138	138	138	140	144	145	143	143	147	149	150	149	149	151	154	157
141	130	125	130	130	131	132	132	132	131	125	122	122	111	98	95	102	110	110	114	121	120	117	119	121	120	115	116	118	117	116	116	114	118	124	125	124	125	132	138	140
152	140	135	139	137	135	135	132	129	129	126	125	125	127	126	123	123	125	124	119	115	114	112	108	108	110	113	113	109	106	102	101	99	101	103	104	104	106	112	117	119
154	149	146	145	146	144	141	138	135	133	134	134	133	140	146	147	144	140	137	133	126	126	125	121	119	118	118	116	110	106	100	96	95	97	97	99	102	103	106	108	109
145	145	141	139	143	143	141	139	138	136	135	135	136	137	140	145	143	137	137	138	137	137	137	137	136	131	124	120	117	113	106	102	104	105	104	108	111	110	110	110	110
135	129	122	122	126	131	132	129	127	130	126	127	133	130	127	134	133	126	131	134	132	132	132	132	134	133	127	125	124	121	117	116	117	116	113	114	115	114	112	111	114
129	117	112	116	120	124	126	123	123	126	126	127	131	130	129	133	131	125	127	129	126	123	122	122	124	129	134	137	136	134	134	133	129	124	120	117	116	115	112	111	114
130	122	120	125	130	132	133	134	135	137	140	141	139	144	151	153	149	144	143	142	141	138	136	136	135	139	144	147	148	148	149	145	136	127	122	116	114	114	111	111	114
132	131	130	132	133	136	140	144	146	147	148	149	151	161	171	172	169	167	168	168	167	166	165	165	166	162	153	150	155	156	155	150	142	131	119	112	111	113	113	113	118
91	90	88	88	88	89	93	100	102	102	101	101	105	114	122	123	125	130	133	137	142	143	144	147	149	146	143	144	148	148	145	140	134	123	113	113	118	122	124	124	127
34	29	26	28	26	26	29	34	36	37	37	37	38	40	42	42	49	58	60	65	78	81	83	89	89	97	117	130	131	132	129	122	116	110	110	119	132	139	142	140	141
19	12	12	17	12	15	21	21	21	25	28	28	26	23	19	19	23	29	29	33	43	50	55	56	56	69	96	112	116	122	119	112	108	106	108	119	137	149	153	151	150
26	26	31	32	26	26	31	31	29	34	34	33	36	32	26	26	29	34	34	36	43	58	68	72	77	85	98	108	113	116	115	113	112	113	115	122	134	143	149	150	152
23	37	43	38	32	26	23	26	31	31	26	23	28	29	28	26	32	38	43	48	60	78	95	106	117	119	115	116	117	111	111	119	120	122	125	131	132	132	136	142	146
23	39	40	31	29	26	19	25	31	29	29	28	23	23	28	29	33	40	49	65	81	96	109	119	130	133	126	123	119	111	113	121	125	127	132	133	133	131	131	133	134
21	31	29	21	23	26	23	23	29	32	36	31	23	23	26	32	37	47	62	81	98	109	115	118	122	127	129	126	121	118	118	121	125	131	135	135	136	137	133	126	126
19	21	21	19	19	23	26	23	26	34	31	23	25	26	28	36	47	62	80	97	108	118	121	121	120	123	127	125	123	124	124	122	124	131	136	137	138	139	133	127	130
19	15	15	19	17	23	32	25	21	31	28	23	28	32	36	45	58	76	100	114	115	122	125	123	117	118	123	123	123	127	126	122	125	130	130	134	138	139	134	132	135
19	12	12	19	21	29	36	29	21	26	26	28	31	41	52	65	76	91	112	122	119	123	125	122	116	115	118	120	122	126	125	122	123	123	121	125	134	136	135	134	137
19	12	12	19	29	37	38	32	26	26	26	29	36	53	74	85	96	108	116	120	121	123	123	121	119	117	116	118	123	124	124	121	118	115	115	119	126	133	134	134	135
19	17	17	25	36	39	34	29	28	26	29	33	43	69	97	106	111	116	117	119	121	121	121	123	122	118	114	118	125	124	120	117	114	111	111	113	120	129	133	132	130
19	17	21	29	37	36	29	26	26	29	36	43	55	85	112	116	114	116	120	123	124	122	123	125	124	117	113	119	127	125	119	116	114	111	107	109	117	126	132	132	129
19	15	19	29	37	36	28	26	29	36	44	55	71	97	115	114	113	120	124	127	131	129	127	126	123	116	113	119	127	127	123	120	116	110	106	108	118	129	133	132	131
17	12	15	23	32	33	29	26	31	40	53	72	91	104	106	106	112	123	129	132	135	135	132	127	124	119	116	119	127	133	133	125	115	108	107	110	122	135	139	136	133
19	12	12	21	26	28	28	29	36	47	67	92	109	108	99	103	113	123	129	130	132	133	130	126	125	124	123	122	126	137	138	127	119	116	116	118	124	133	140	140	137
17	12	15	25	28	26	28	32	43	60	87	109	116	109	102	107	117	123	123	122	123	123	122	121	120	123	129	127	126	132	133	132	136	137	134	130	121	117	125	140	145
19	15	19	29	29	26	29	36	50	74	101	118	119	113	109	111	117	119	118	117	117	117	117	117	116	121	130	131	125	124	127	134	147	153	147	136	119	108	113	131	141
19	19	21	28	29	29	32	39	55	77	102	118	122	118	113	112	114	114	116	118	118	117	118	118	117	120	125	124	120	121	125	134	145	153	149	137	123	114	111	117	126
19	15	19	26	31	31	33	43	58	75	100	118	120	116	113	112	114	115	117	118	118	117	119	124	122	117	117	116	115	119	124	134	141	149	149	139	129	123	112	109	119
17	12	17	25	31	33	36	45	60	78	101	115	116	113	113	114	116	118	118	118	118	119	123	126	125	119	115	112	112	117	124	133	138	145	147	141	132	126	115	114	125
19	19	17	21	29	36	39	48	67	89	104	110	112	113	114	116	118	118	118	117	119	124	125	121	123	124	120	115	114	117	124	130	133	138	142	138	130	122	121	126	135
21	23	21	19	26	37	49	67	84	96	102	107	112	115	116	118	118	118	118	118	120	124	122	116	119	124	125	122	122	123	123	120	120	124	130	130	123	119	123	131	134
21	28	26	23	26	38	58	88	104	101	101	106	112	116	118	118	118	118	117	118	120	120	117	116	118	122	125	125	126	125	119	113	112	114	118	120	120	122	125	126	127
23	33	33	26	26	40	62	96	114	108	104	106	111	116	118	118	118	117	115	116	119	117	116	119	121	121	121	122	121	118	114	112	112	112	114	117	123	129	127	124	124
23	33	36	29	26	41	67	101	117	111	104	105	111	117	119	119	118	115	112	115	120	119	117	118	118	117	114	114	113	112	111	112	110	109	113	118	126	133	132	126	122
21	29	32	29	29	45	71	99	113	109	102	103	109	114	117	117	115	113	113	115	120	121	119	116	116	116	117	118	117	116	115	113	108	107	114	121	129	133	134	131	122
21	26	29	32	38	52	74	93	103	106	103	100	103	109	112	110	110	113	114	115	116	116	118	120	120	124	132	137	134	126	121	117	112	111	117	123	129	132	133	130	124
21	26	29	34	41	55	75	92	103	108	105	99	100	108	113	110	110	113	113	110	109	108	111	118	120	125	137	143	137	129	123	120	115	115	120	124	127	131	131	127	124
23	29	33	34	41	55	74	95	109	112	107	102	104	113	119	116	113	112	108	105	104	103	104	110	112	115	126	131	125	119	118	119	115	117	122	125	130	133	131	125	121

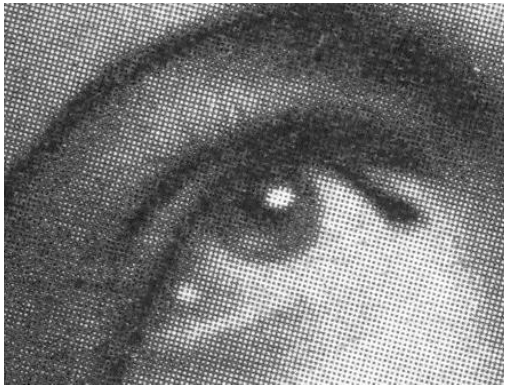


Digitale Bildverarbeitung

Kantenextraktion



Pixelcorrektur



Überblick

- **Bildverbesserung**
  - **Histogramm**

- Bildfilterung
  - Im Ortsraum
  - Im Frequenzraum

- Bildkompression

Bildverbesserung

- Verbesserung und Aufbereitung der Bildinformation <u>für den Betrachter</u>
- Anwendungsspezifisch, keine „allgemeine Theorie“
- Angewendete Methode ist abhängig von Bild und Betrachter

Methoden

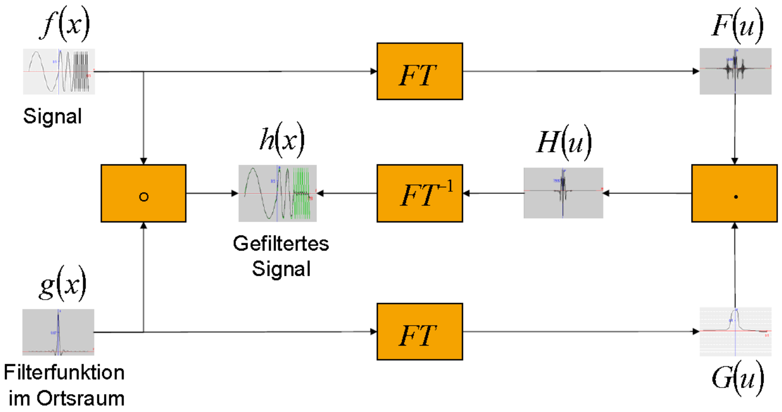
Ortsraum

- Direkte Manipulation der Pixelwerte im Bildbereich
  - Pixeloperationen
  - Filteroperationen

Frequenzraum

- Bildtransformation
  - DFT: Discrete Fourier Transform
  - DCT: Discrete Cosine Transform
  - …
- Manipulation der Transformierten
- Rücktransformation in den Bildbereich

➔ Siehe Vorlesung „Fouriertheorie“



Typische Anwendungen

- Korrektur von Nicht-Linearitäten der Kamera
- Anpassung Helligkeit, Kontrast
- Bildbereiche hervorheben oder unterdrücken
- Bild ausgleichen

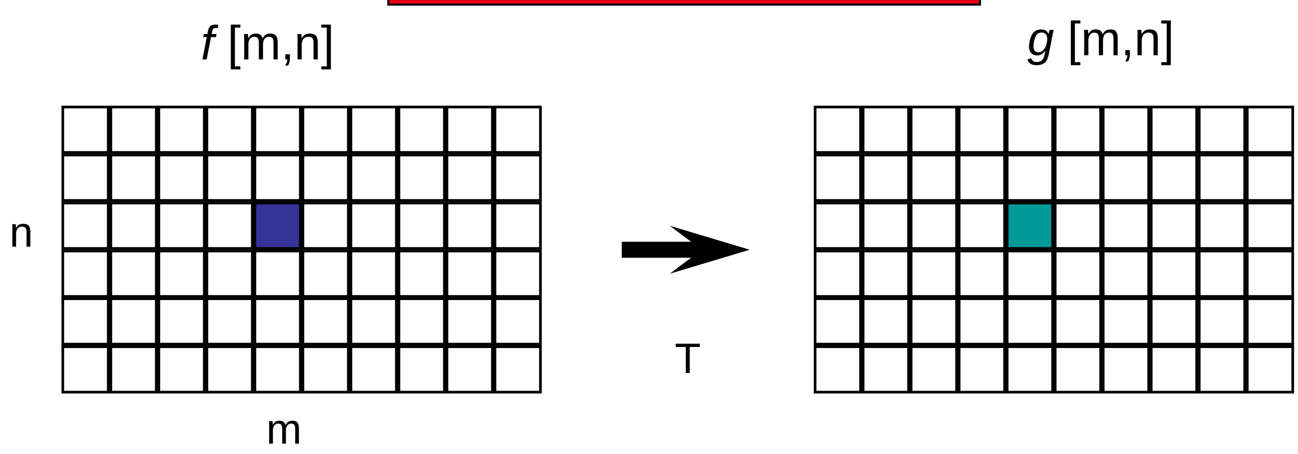
- Oft Lookup-Table-Implementierung

Pixeloperationen

- Manipulation eines Pixels **unabhängig** von seiner Nachbarschaft
- Globaler Kontext

  ➔ ***Grauwert Abbildung (Mapping)***

$$\boxed{g[m,n] = T\big(f[m,n]\big)}$$



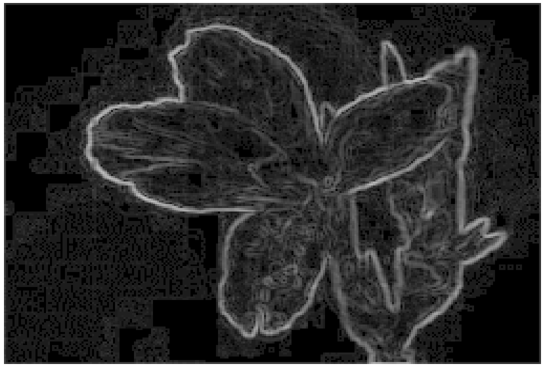
Pixeloperationen

- Manipulation eines Pixels **unabhängig** von seiner Nachbarschaft
- Globaler Kontext

  ➔ ***Grauwert Abbildung (Mapping)***

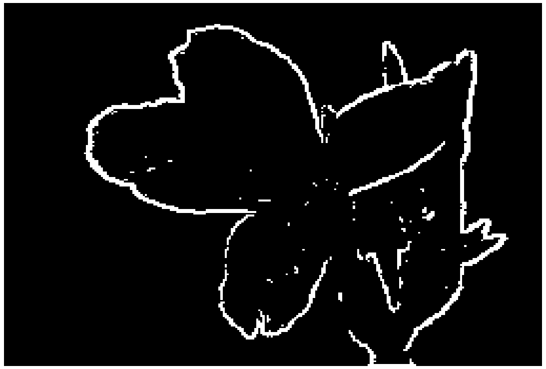
$$\boxed{g[m,n] = T\left(f[m,n]\right)}$$

f [m,n]



T

g [m,n]

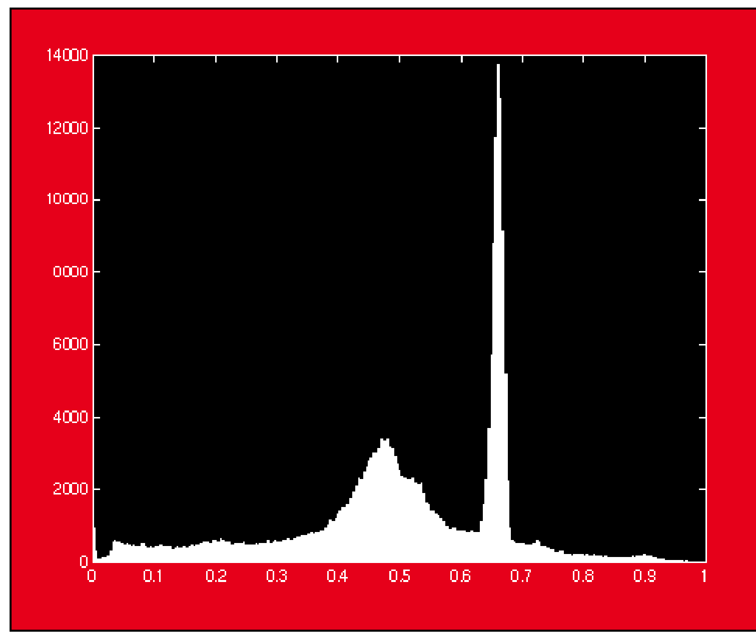


Histogramm

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

➔ Graphische Darstellung der Häufigkeitsverteilung metrisch skalierter Merkmale.

➔ Statistische Verteilung der Grauwerte, zB. Schwarz=0, Weiß=1 oder 255 (=2^8-1)



Kontexte

Bilddynamik

➔ Bereich reeller Lichtintensitäten, der auf die Grauwertskala abgebildet wird

Bildkontrast

➔ Bereich der Grauwertskala, der zur Darstellung der Bildinformation ausgenutzt wird

Bildhelligkeit

➔ Beleuchtungsstärke (Grauwert)

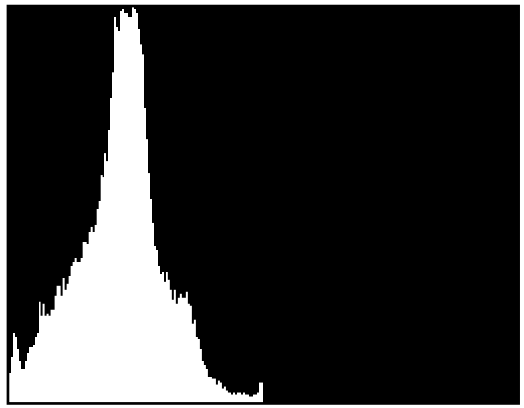
Zusammenhang

➔ Bildhelligkeit eines Grauwertbildes = Mittelwert aller Grauwerte

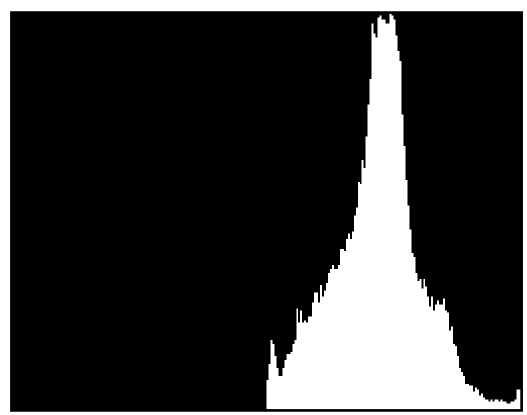
➔ Bildkontrast = Varianz aller Grauwerte.

Bildhelligkeit (Mittelwert aller Grauwerte)

Dunkles Bild

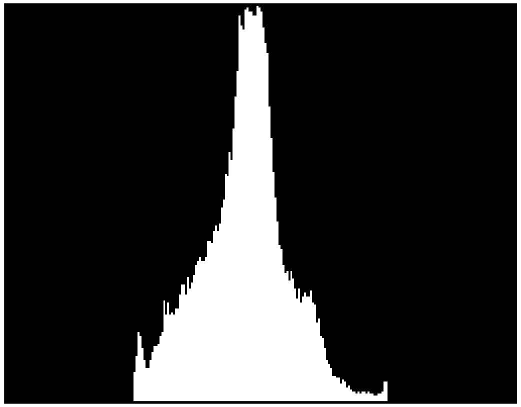


gleicher Kontrast

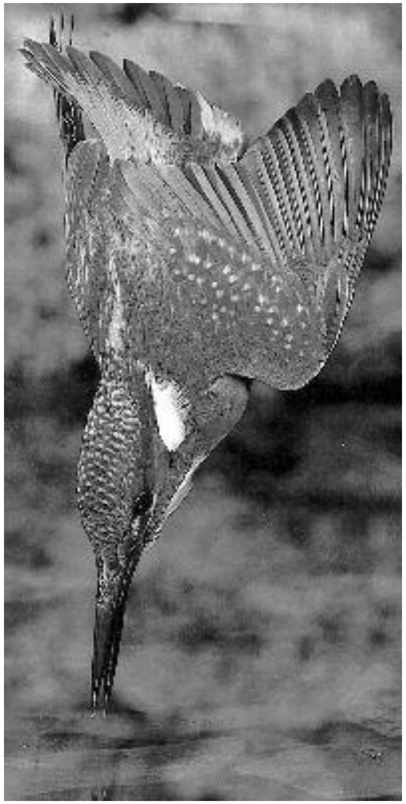


Helles Bild

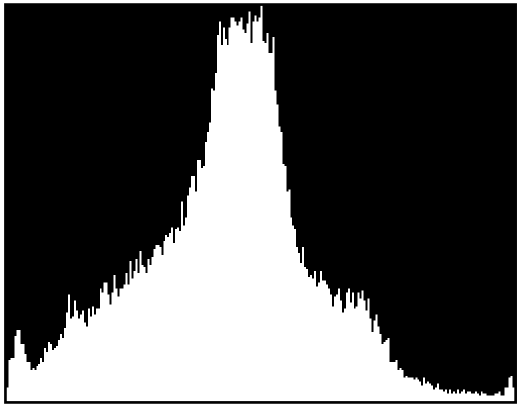
Bildkontrast (Varianz aller Grauwerte)



Kontrastreiches Bild



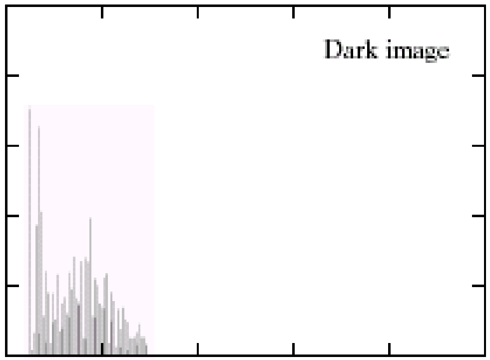
gleiche Helligkeit

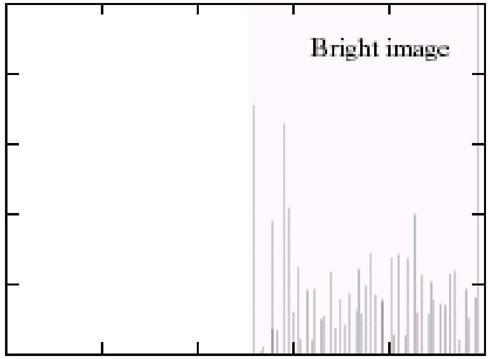


Kontrastarmes Bild

Wichtige Histogramm-Aussagen

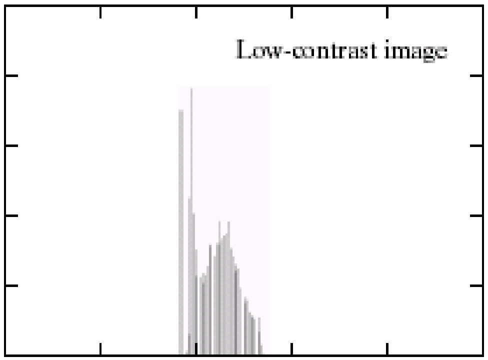
Dunkles Bild

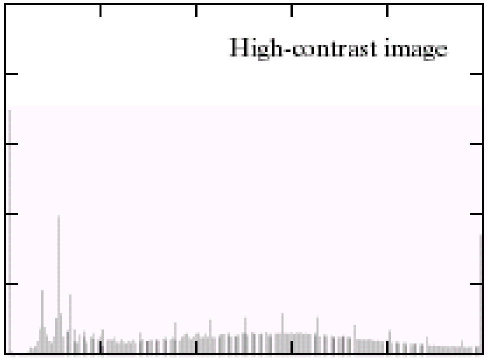




Helles Bild

Kontrastarmes Bild

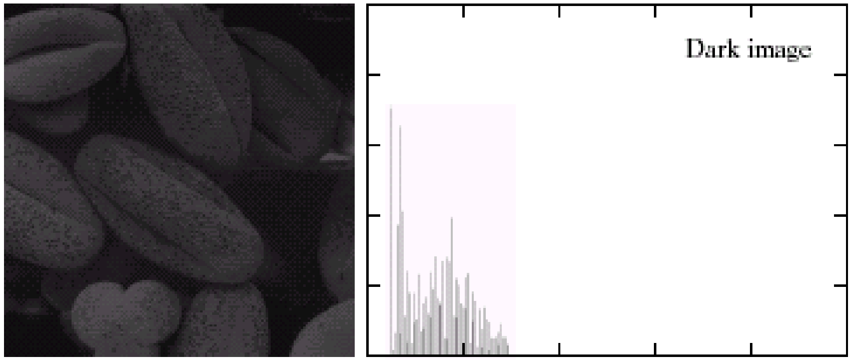


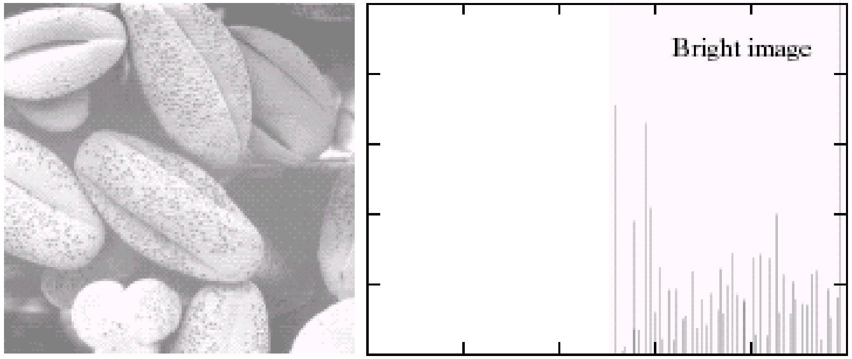


Kontrastreiches Bild

Wichtige Histogramm-Aussagen

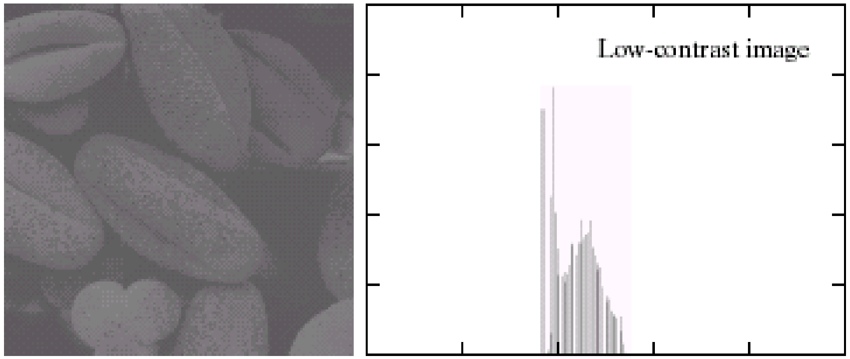
Dunkles Bild

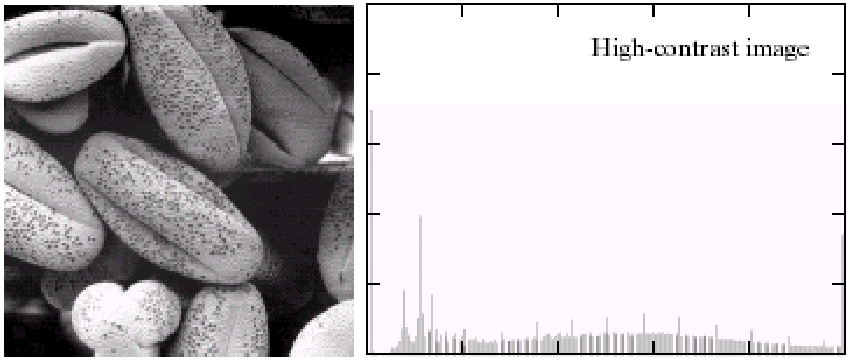




Helles Bild

Kontrastarmes Bild





Kontrastreiches Bild

Pixeloperationen

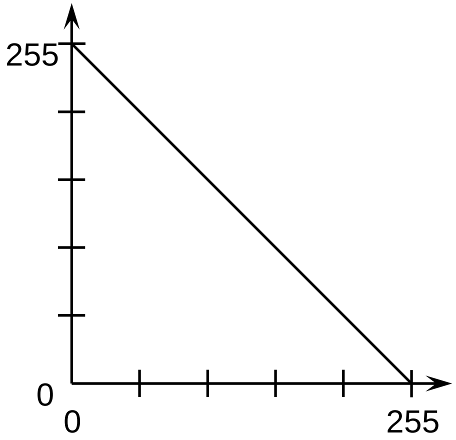
- Negativ
- Binärisierung / Thresholding
- Fensterung
- Kontrastspreizung
- Dynamikkompression
- Gammakorrektur (Bildschirm!)
- Helligkeit
- Histogrammausgleich
- Differenz
- Mittelung

Sehe auch: https://de.wikipedia.org/wiki/Punktoperator_%28Bildverarbeitung%29
https://wwwpub.zih.tu-dresden.de/~photo/teachlets/Histogramme_Punktoperatoren/index.html

Bildnegativ

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$$g[m,n] = f_{\max} - f[m,n]$$

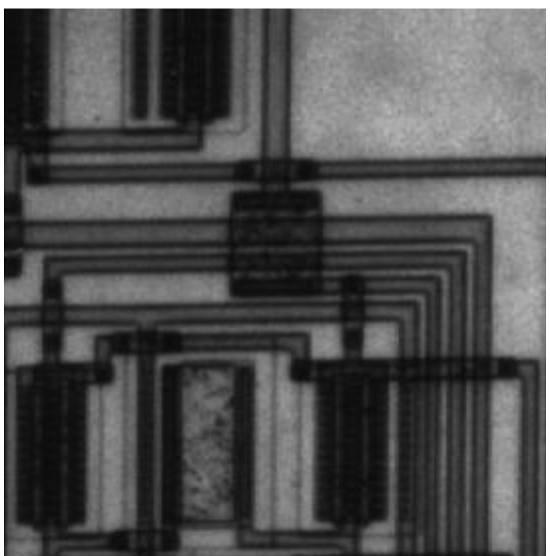


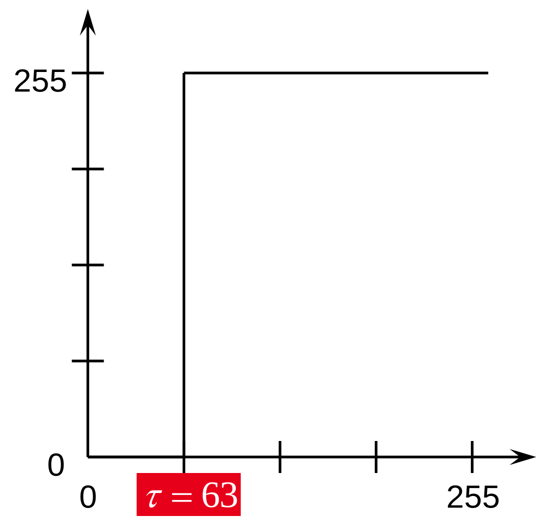
Binärisierung / Thresholding

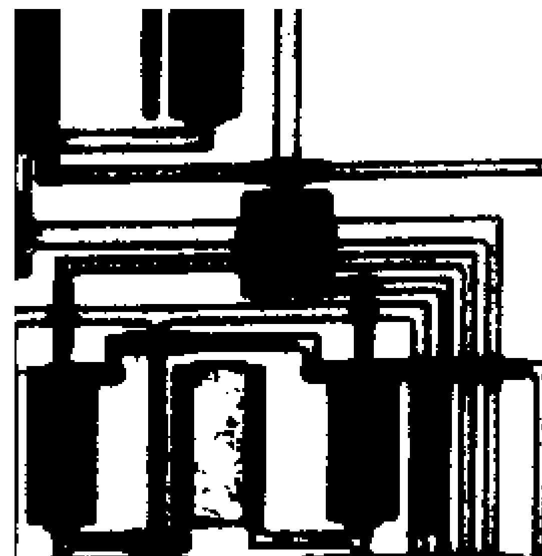
Thresholding der Grauwerte eines Bildes

$$g[m,n] = \begin{cases} f_{\max} & f[m,n] > \tau \\ f_{\min} & f[m,n] \leq \tau \end{cases}$$

Beim Spezialfall Binärisierung gilt f_{max} := 1 und f_{min} := 0

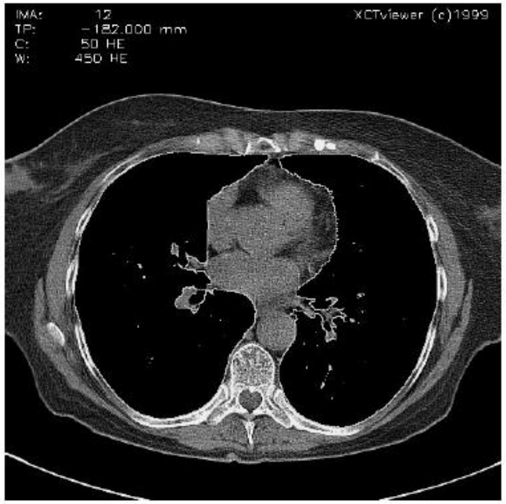


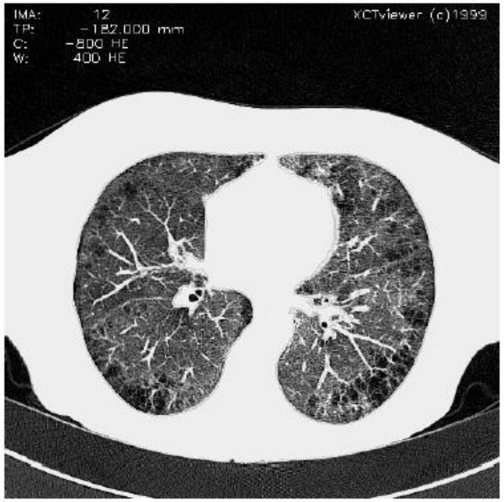


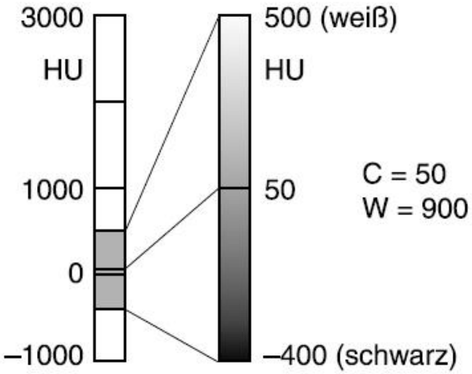


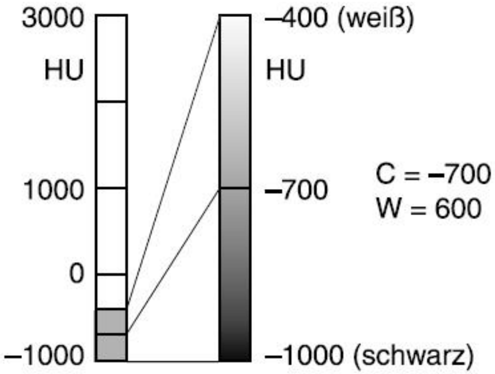
Grauwertfensterung

- Hervorheben eines bestimmten Intensitätsintervals im Bild





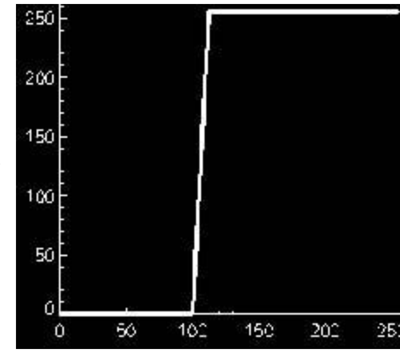


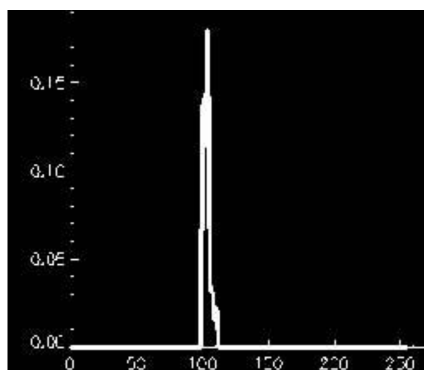


Kontrastspreizung

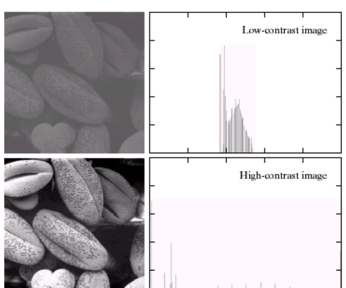
- Abbildung der Grauwerte auf eine neue Grauwertskala anhand einer
  - *einwertigen*
  - *monotonen*

  Funktion





Sehe Folien 19:

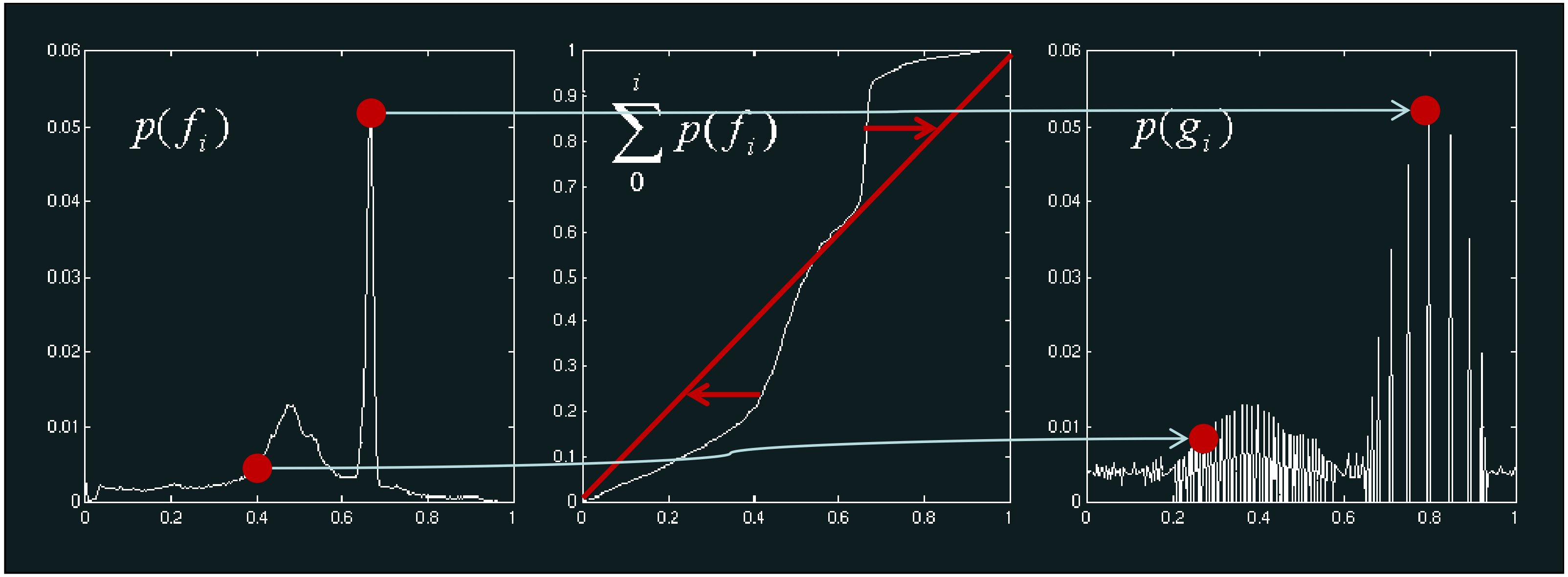


Histogrammausgleich

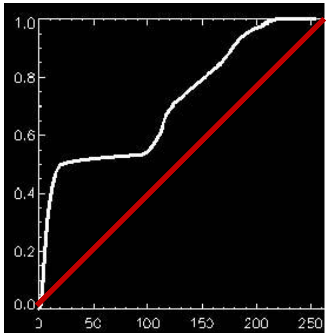
- Transformation der Grauwertskala anhand der Kurve der Summenwahrscheinlichkeit

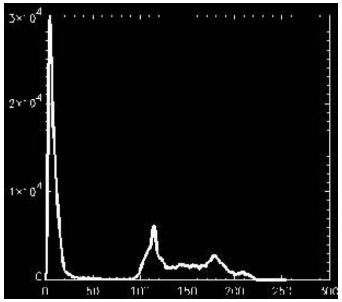
$$p(g) = \max(Intensität) \cdot \sum_{i=0}^{g} p(i)$$

- Verlustbehaftet → nicht umkehrbar!

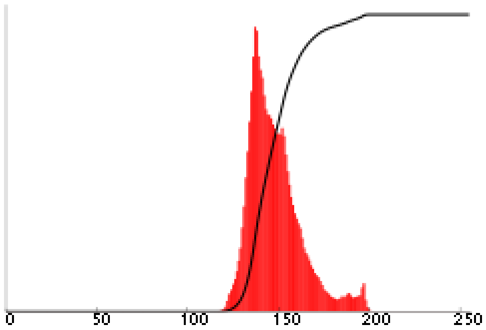


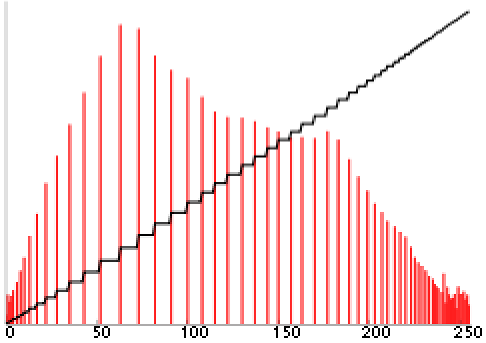
Histogrammausgleich





Histogrammausgleich





- Verteilung der Balken auf der x-Axe ändert sich.
- Sehe auch https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram_equalization

Mittelung

Unterdrückung von unkorreliertem Rauschen durch Mittelung über k Aufnahmen

$$g(m,n) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} f_i(m,n)$$

10 x

50 x

Überblick

- Bildverbesserung
  - Histogramm

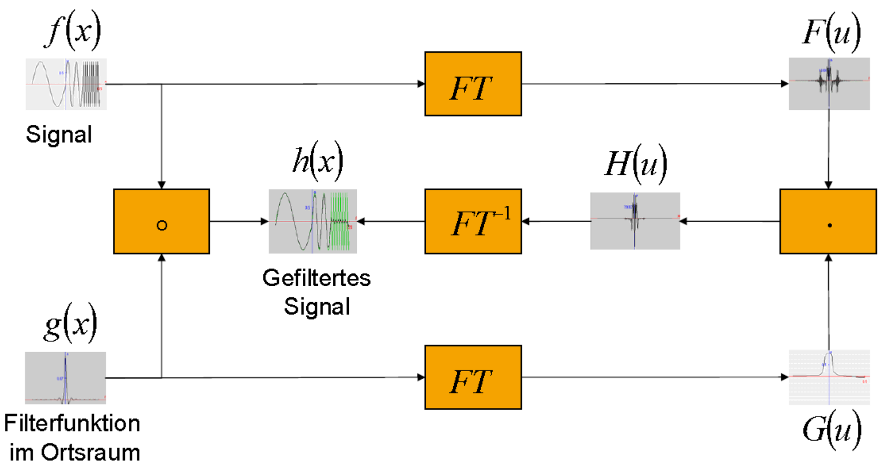
- **Bildfilterung**
  - **Im Ortsraum**
  - **Im Frequenzraum**

- Bildkompression

Filterung

Noch einmal:

- **Ortsraum**
  - Direkte Manipulation der Pixelwerte im Bild
- **Frequenzraum**
  - Bildtransformation
  - Manipulation der Koeffizienten im Frequenzraum
  - Rücktransformation in den Bildbereich

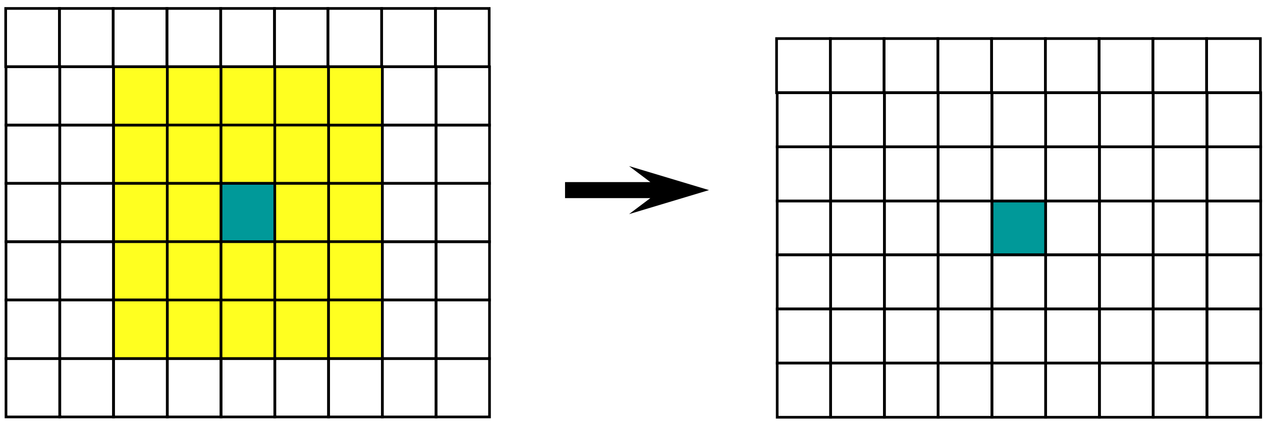


Filtermasken

- Manipulation eines Pixels **abhängig** von seiner Nachbarschaft
- Lokaler Kontext

***Faltung* mit einer k x l Matrix**

(Filter, Maske, Kernel, Template, Fenster, Konvolution...)



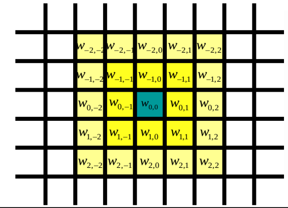
Filtermasken

Lineare Filterung (Faltung)

$$(f * w)(m,n) = \sum_{i=-k/2}^{k/2} \sum_{j=-l/2}^{l/2} w(i,j) \cdot f(m+i, n+j)$$

$w_{-2,-2}$	$w_{-2,-1}$	$w_{-2,0}$	$w_{-2,1}$	$w_{-2,2}$
$w_{-1,-2}$	$w_{-1,-1}$	$w_{-1,0}$	$w_{-1,1}$	$w_{-1,2}$
$w_{0,-2}$	$w_{0,-1}$	$w_{0,0}$	$w_{0,1}$	$w_{0,2}$
$w_{1,-2}$	$w_{1,-1}$	$w_{1,0}$	$w_{1,1}$	$w_{1,2}$
$w_{2,-2}$	$w_{2,-1}$	$w_{2,0}$	$w_{2,1}$	$w_{2,2}$

Tiefpass-Filter (Ortsraum)



- Koeffizienten ausnahmslos positiv
- Koeffizienten normalisiert (Summe aller Koeffizienten ergibt 1)
- Produzieren nur positive Werte
- Randeffekte

- *„averaging filters“(Weichzeichnungsfilter)*
  - Mittelwert Filter
  - Gaussian Filter

Mittelwert Filter

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \boxed{1} & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

3 x 3
„Boxfilter“

$$\frac{1}{25}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & \boxed{1} & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

5 x 5

Mittelwert Filter

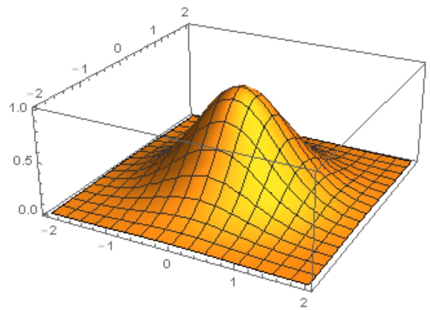
Original

5 x 5

9 x 9

Gauss-Filter

Allgemein



$$G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Diskrete Approximation

$$\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & \boxed{4} & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

3 x 3

„Binomialfilter“

$$\frac{1}{273}\begin{bmatrix}1 & 4 & 7 & 4 & 1\\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4\\ 7 & 26 & \boxed{41} & 26 & 7\\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4\\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

5 x 5

$$\sigma = 1$$

Gauss-Filter

Original

5 x 5

$$\sigma = 1$$

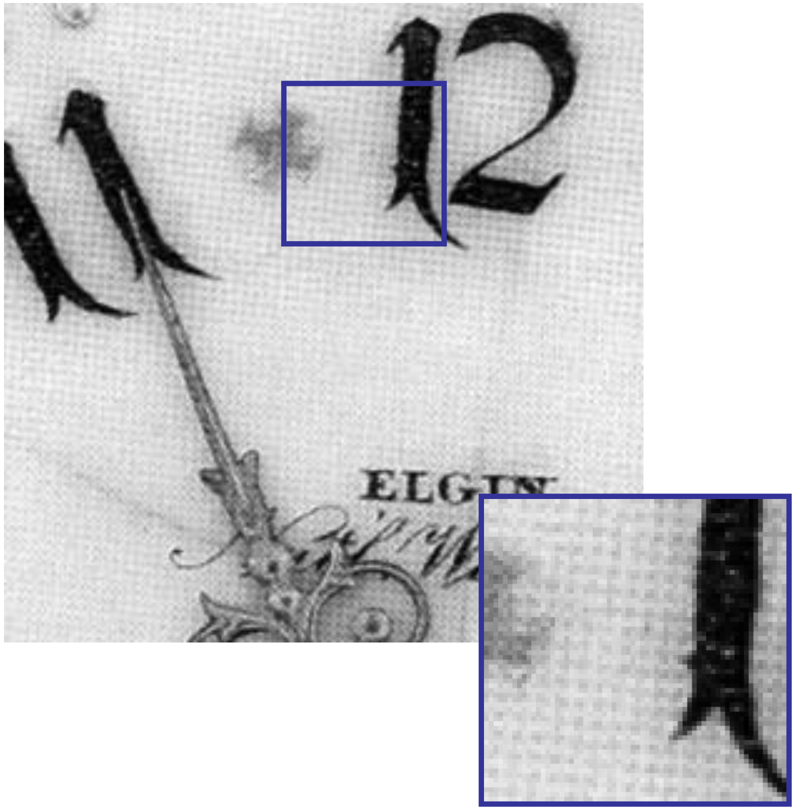
9 x 9

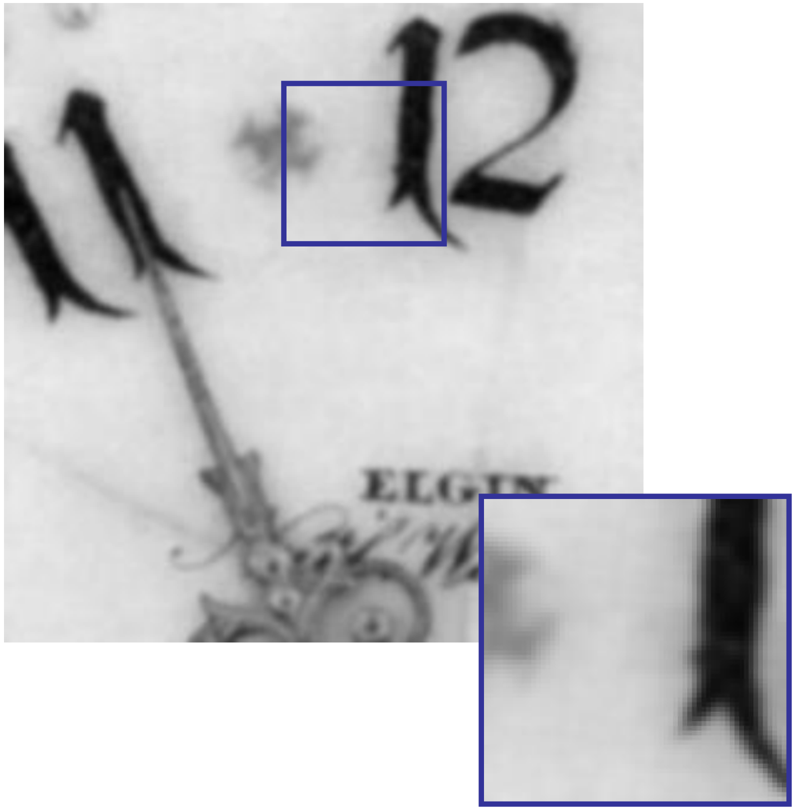
$$\sigma = 2$$

Anwendungsgebiete

Reduktion von periodischem Rauschen

Verringerung eines störenden Druckrasters





Median-Filter

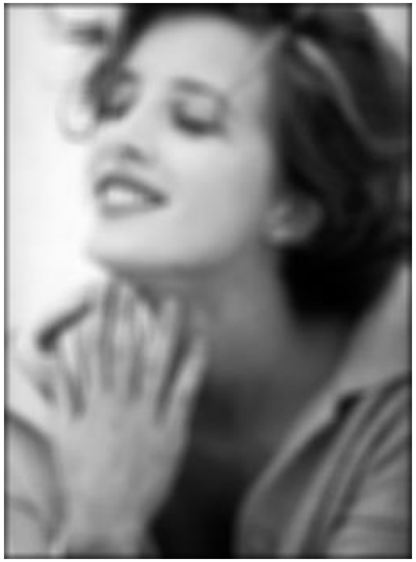
Nichtlinearer Filter!

Kann nicht als Faltung ausgedrückt werden!

- Prinzip: Ersetzt ein Pixel mit dem Medianwert seiner Nachbarschaft
- Grautöne, die im Original erhalten waren (keine Interpolation neuer Werte!)
  → Unterdrückung von isolierten Punkten/Rauschen
  → Schärfe der Kanten bleibt erhalten
- Rechenintensiv (Sortierung)

Vergleich


Original


Mittelwert


Gaussian


Median

Hochpass-Filter (Ortsraum)

- Koeffizienten sowohl negativ als auch positiv
- Koeffizienten normalisiert
  (Summe der Koeffizienten ergibt 0)
- Produzieren positive <u>und negative</u> Werte!

- Erste Ableitung/Differenzfilter (partielle Gradienten)
- Zweite Ableitung

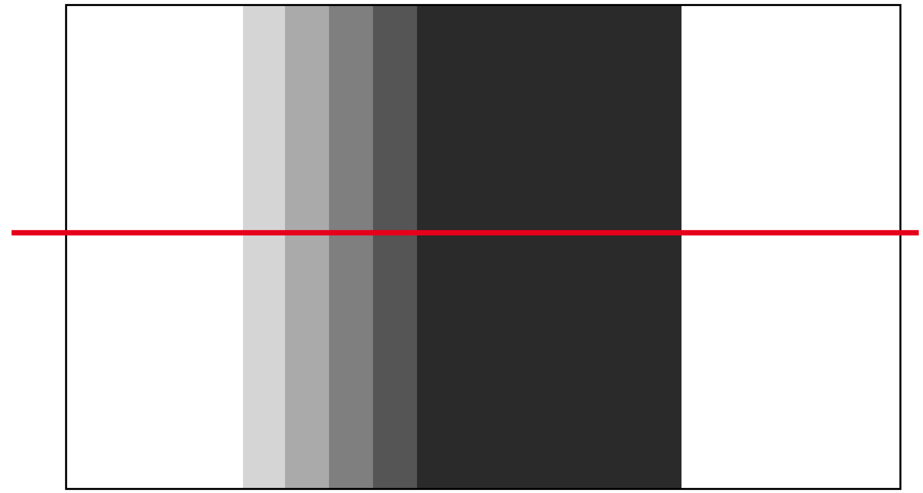
Diskrete Ableitungen

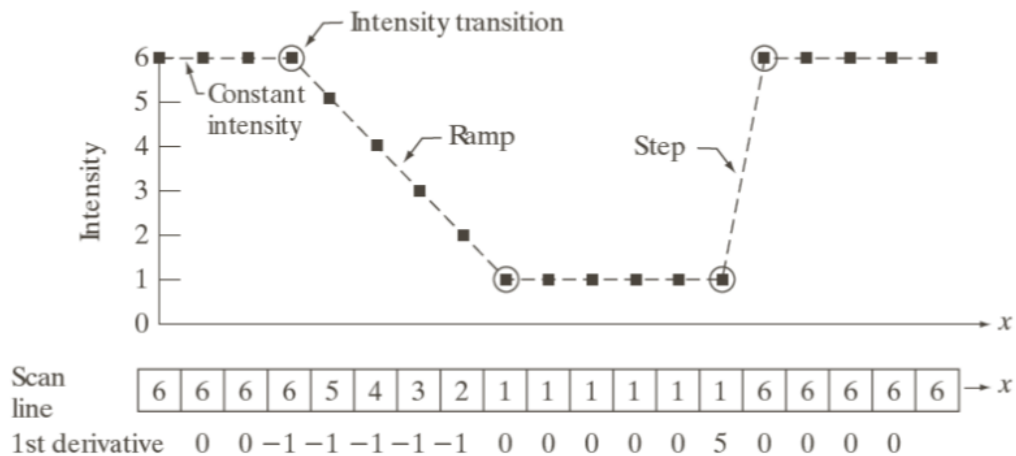
1 dimensional:

$$f'(x+1) = f(x+1) - f(x)$$
$$f'(x) = f(x) - f(x-1)$$

Eigenschaften:

1. Null in homogenen Regionen
2. Nicht-Null an Übergängen
3. Grauton-Rampen: Erste Ableitung Konstant





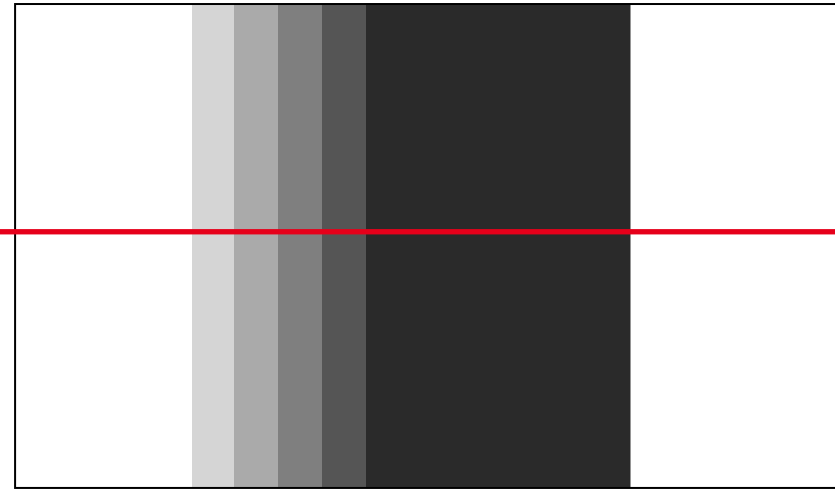
Diskrete zweite Ableitung

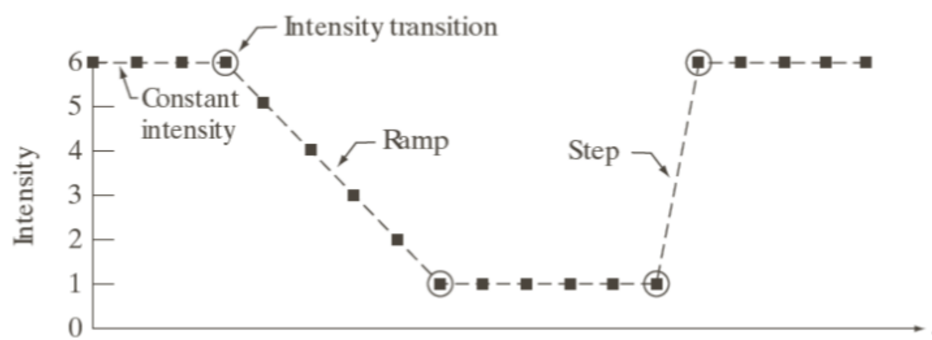
- „Doppelter“ Gradient: „Ableitung der Ableitung“

  $f''(x) = f'(x+1) - f'(x)$

  $= f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$

- Großer Ausschlag bei scharfen Unstetigkeiten, einzelnen Punkten (in 2D: dünnen Linien!)
- Mittlerer Ausschlag bei Übergängen (Stufen)
- Kein Ausschlag bei Rampen und homogenen Flächen





Scan line	6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6
1st derivative		0	0	−1	−1	−1	−1	−1	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	
2nd derivative		0	0	−1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	−5	0	0	0	

In 2D: Laplacian-Filter

Allgemein

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

Diskrete Approximation

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

3 x 3

Laplacian of Gaussian Filter

LoG: Anwendung des Laplace-Operators auf eine Gauß-Funktion

= Marr-Hildreth-Operator

= Laplacian of Gaussian (LoG)

= Mexican Hat filter

= Sombrerofilter

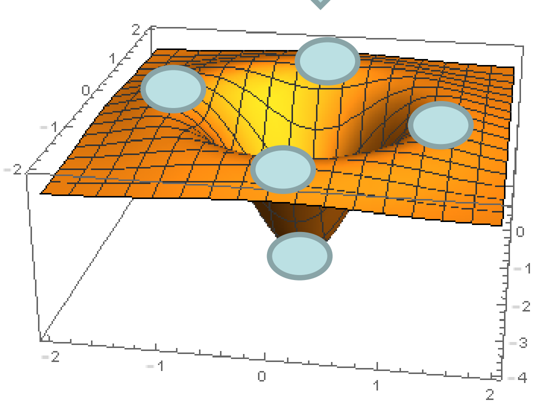
$$LoG = \nabla^2 G(x,y) = \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial y^2}$$

$$\mathrm{G}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Diskrete Approximation

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

3 x 3



Laplacian of Gaussian Filter

Original

5 x 5

$$\sigma = 1$$

9 x 9

$$\sigma = 2$$

Laplacian-Filter - Alternativen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Allgemein

$$L(x,y) = \nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

Zweite Ableitung in x und y Richtung

Diskrete Approximation:

$$\frac{1}{x} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \alpha & 1-\alpha & \alpha \\ \hline 1-\alpha & \boxed{-4} & 1-\alpha \\ \hline \alpha & 1-\alpha & \alpha \\ \hline \end{array}$$

$$1 \geq \alpha \geq -1$$

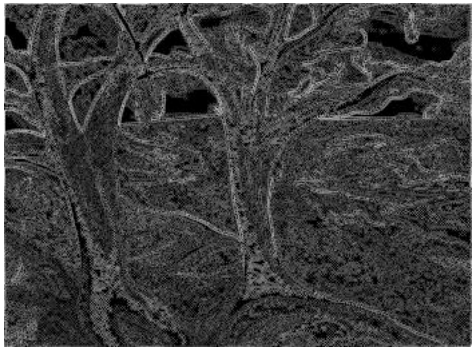
$$x = \begin{cases} 4 & 1 \geq \alpha \geq 0 \\ 4(1-\alpha) & 0 > \alpha \geq -1 \end{cases}$$

Laplacian-Filter

Original

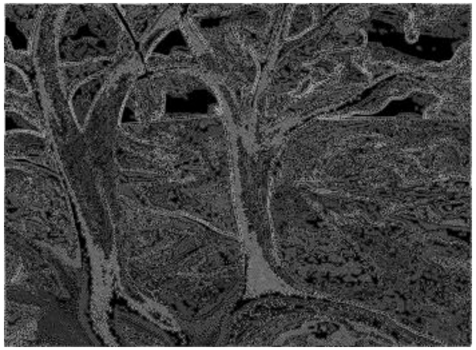
$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 1.0$



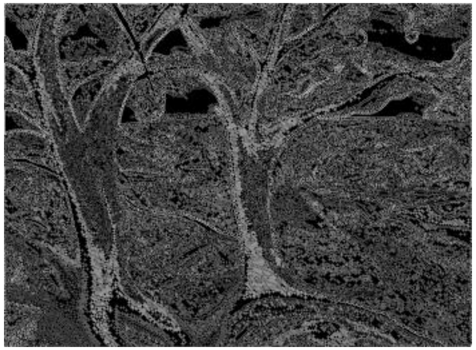
$$\frac{1}{8}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 0.5$



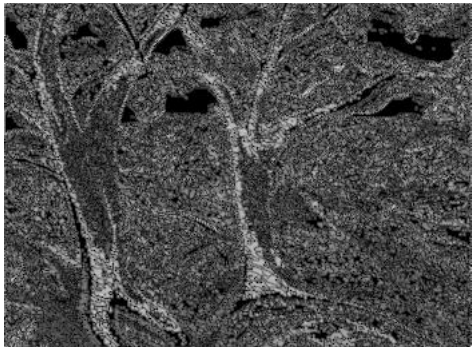
$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 0.0$



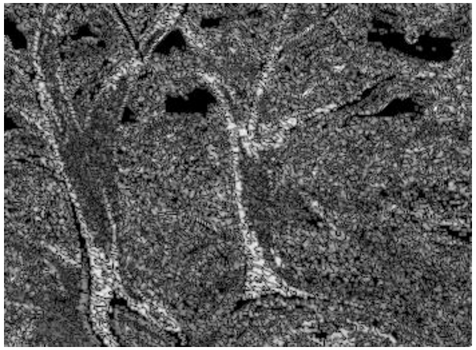
$$\frac{1}{12}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & -8 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = -0.5$



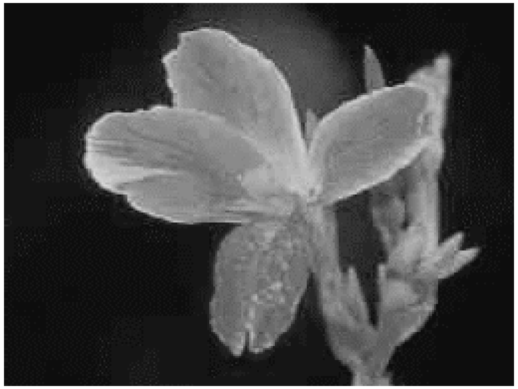
$$\frac{1}{8}\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

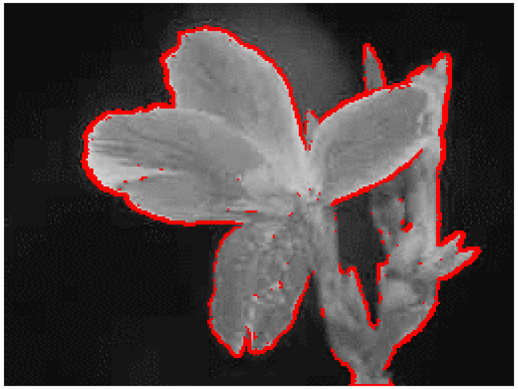
$\alpha = -1.0$

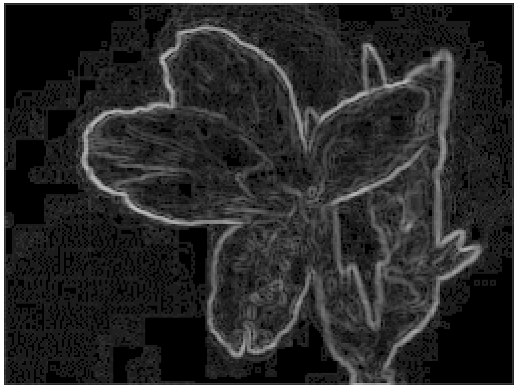


Anwendungsgebiete (2)

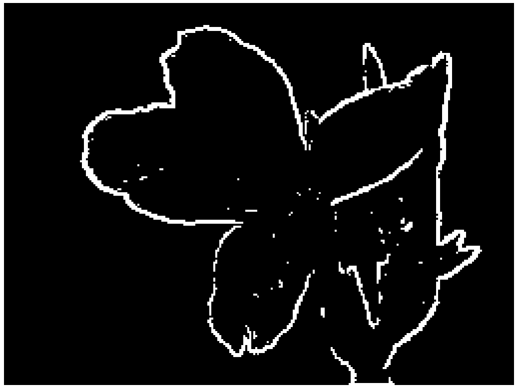
Kantenextraktion







Hochpassfilterung



Binarisierung

Zum Weiterspielen

- http://setosa.io/ev/image-kernels/
  Demonstriert sehr gut das Konzept von Faltungsfilter allgemein.
  Geniale Seite!

- http://www.html5rocks.com/en/tutorials/canvas/imagefilters/
  Ein Beispiel mit Code in javascript

- http://beej.us/blog/data/convolution-image-processing/
  Hier lassen sich vorgefertigte und eigene Filter auf ein Bild anwenden.

Überblick

- Bildverbesserung
  - Histogramm

- **Bildfilterung**
  - **Im Ortsraum**
  - **Im Frequenzraum**

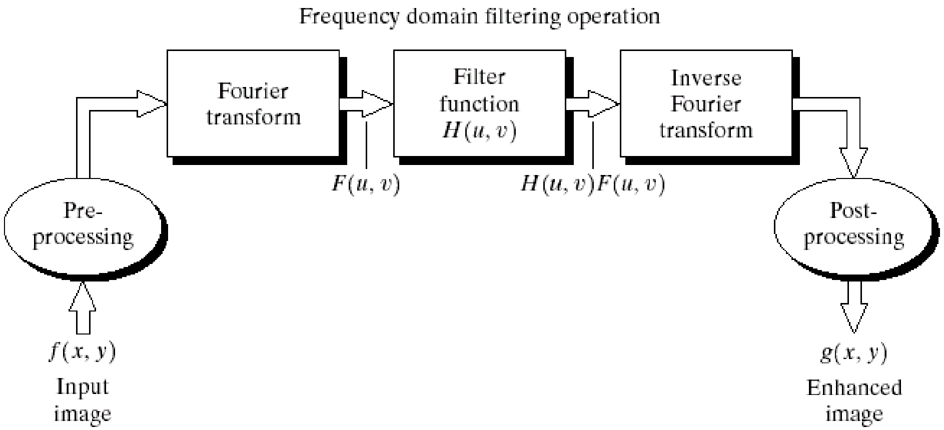
- Bildkompression

Filterung im Frequenzraum

Faltungssatz: Eine Faltung im Ortsraum entspricht einer Multiplikation im Frequenzraum (und umgekehrt)

$$\boxed{f * h = F^{-1}(F(f) \cdot F(h))}$$

- Transformation des Bildes f und des Filterkerns h
- Multiplikation im Frequenzraum
- Rücktransformation des Ergebnisses in den Ortsraum



[Komplexe Zahlen: a & b oder |z| und φ]

- Zwei Komponenten: Real- und Imaginärteil

$$z = a + ib, \quad i = \sqrt{-1}$$

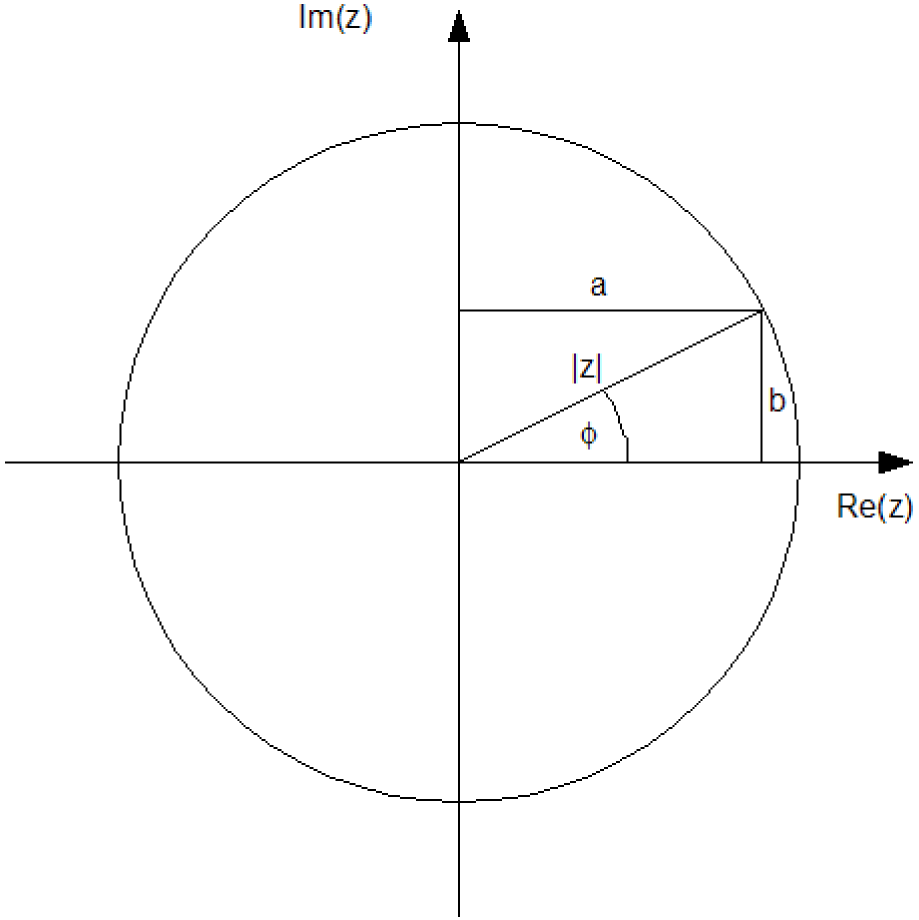
$$z = |z| \cdot e^{i\phi}, \quad \phi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

- Euler-Identität (|z|=1!)

$$e^{i\phi} = \cos(\phi) + i\sin(\phi)$$

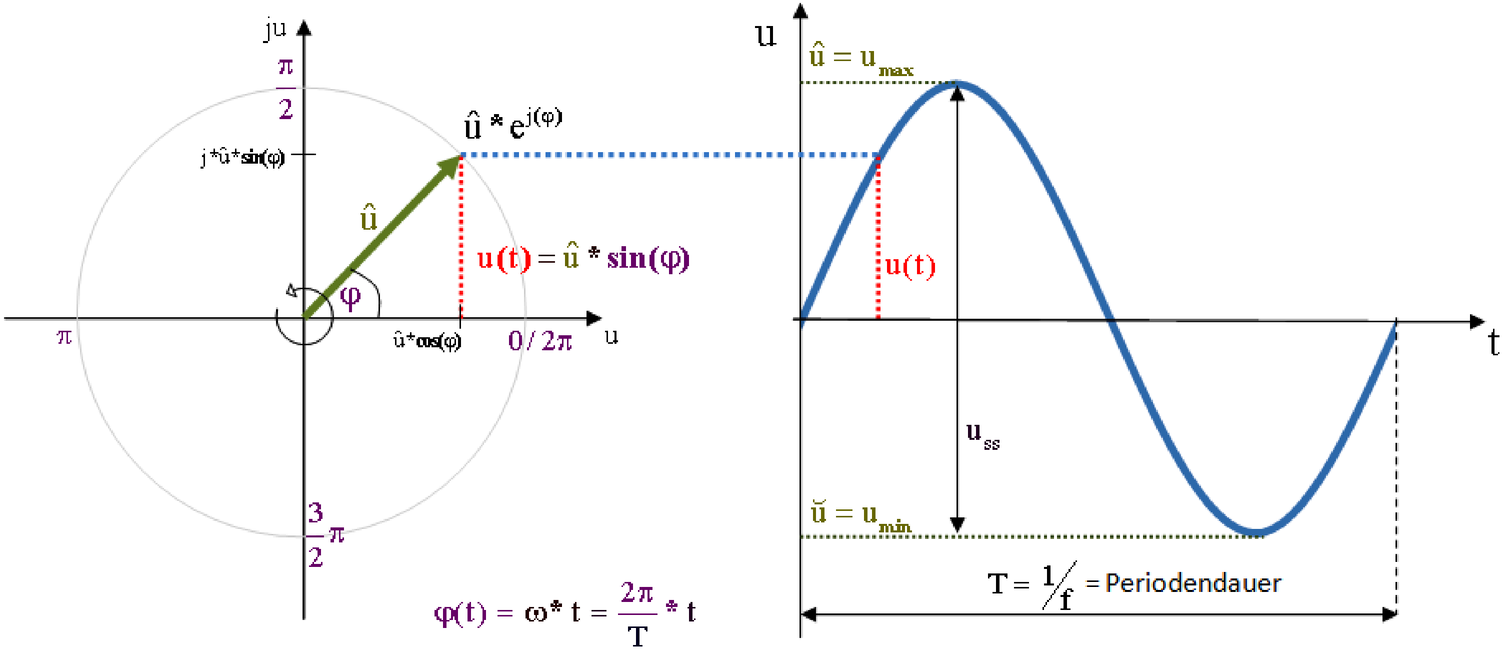
$$a = \cos(\phi) = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2}$$

$$b = \sin(\phi) = \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i}$$



Periodische Funktion

Elektrotechniker benutzen einen *j* statt einen *i*…..



- Sinusförmige Schwingung: $f(t) = u_{\max} \cdot e^{i\varphi(t)}$

u_{max}: **Amplitude**, $\varphi(t)$: **Phase**

Die Fourier-Transformation 1D

- Fouriertransformation

$$f(x) \rightarrow F(u) \qquad F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx$$

- inverse Fouriertransformation

$$F(u) \rightarrow f(x) \qquad f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{+i2\pi ux} du$$

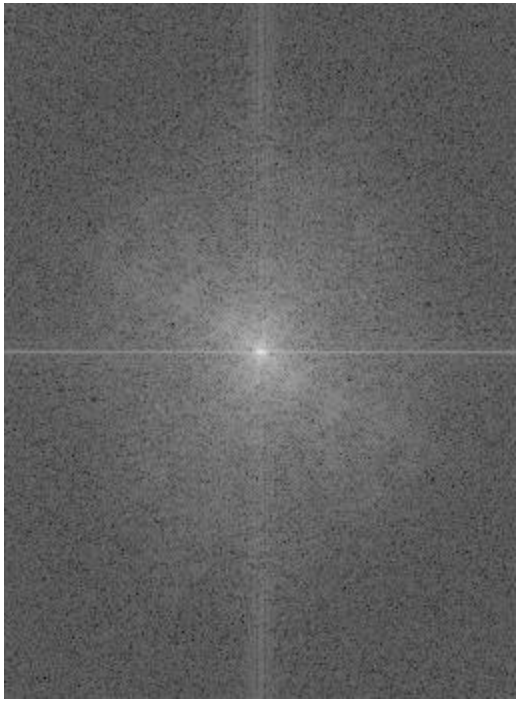
- Oft ist $f(\mathrm{x})$ reell, $F(\mathrm{u})$ ist komplex:

$$F(u) = \mathrm{Re}\big(F(u)\big) + i\,\mathrm{Im}\big(F(u)\big)$$

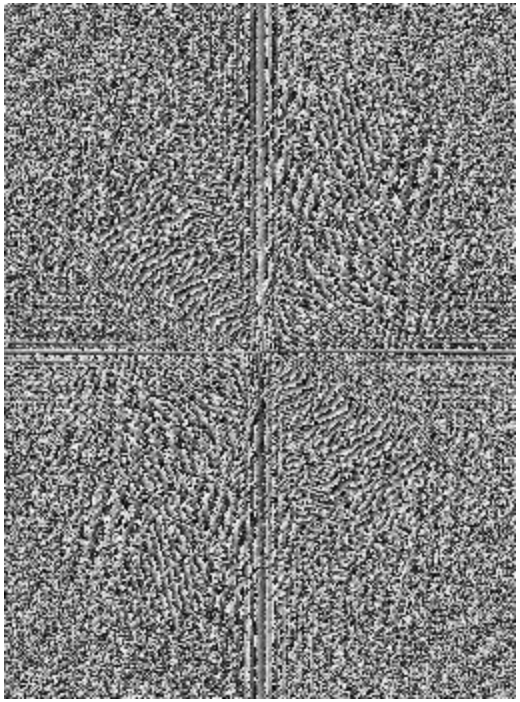
- Fourierraum: Frequenzen mit Amplituden und Phasen

Fouriertransformation 2D

$$F(u,v) = \int\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx\, dy \qquad f(x,y) = \int\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v) e^{j2\pi(ux+vy)} du\, dv$$

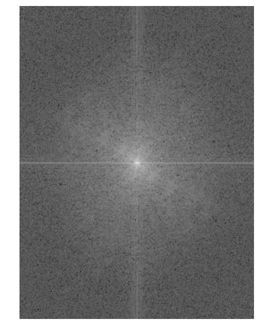


Amplituden Spektrum

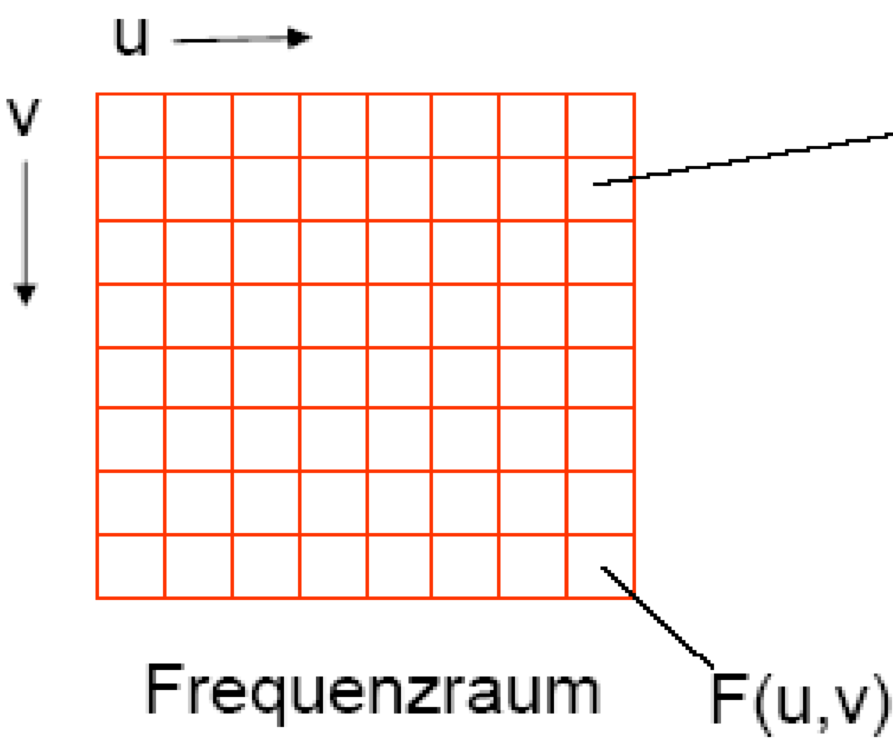


Phasen Spektrum

Amplitudenspektrum im Frequenzraum



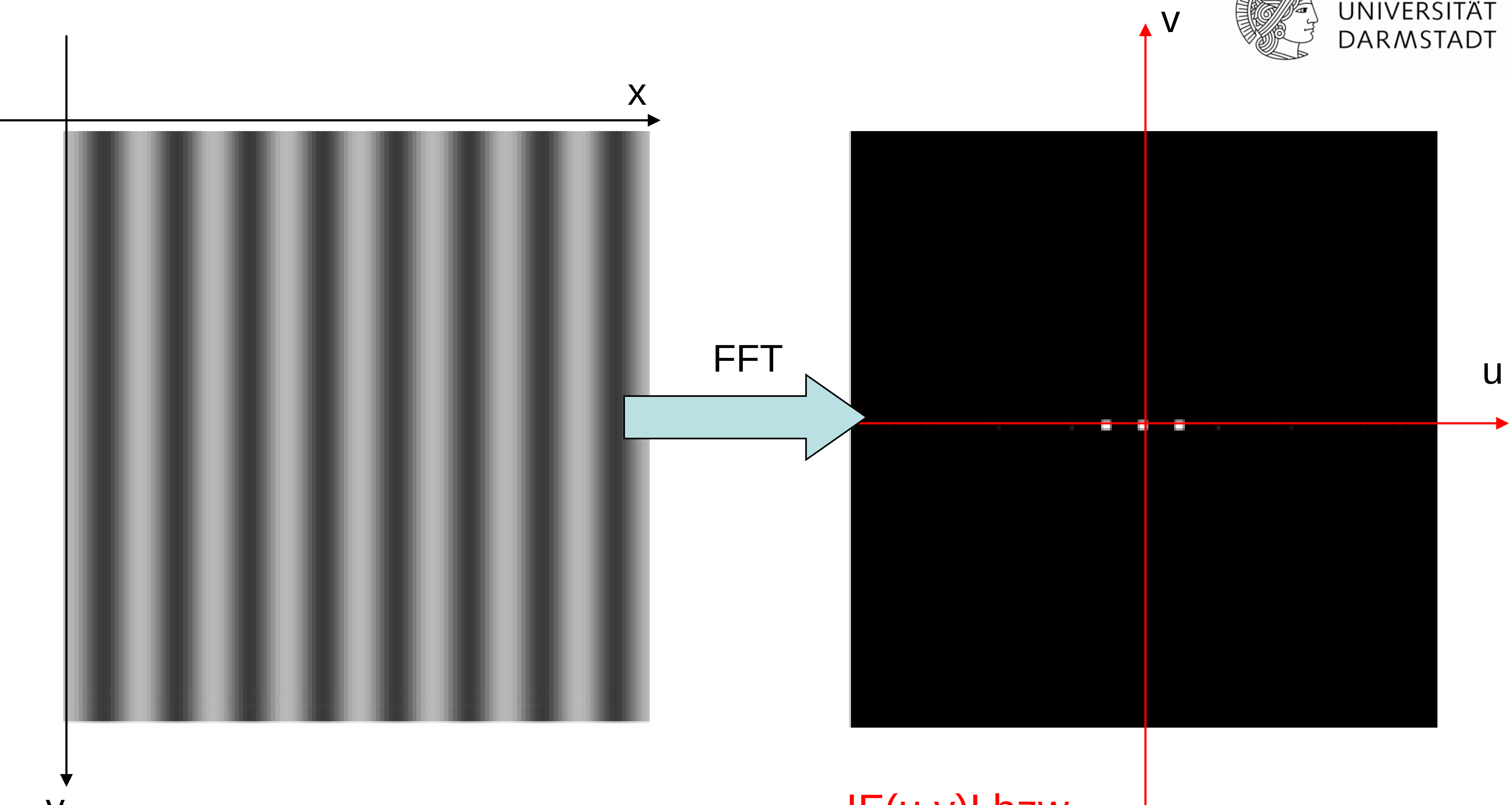
Amplitudenspektrum:
Visualisierung im Frequenzraum der Amplituden (=Beiträge) der periodischen Funktionen verschiedener Frequenzen (u,v)



F(u,v) =
Pixelwert im Frequenzraum =
Amplitude der periodischen Funktion, die die Frequenzen
u (in x-Richtung) und
v (in y-Richtung) besitzt

Weiterlesen:
http://de.wikipedia.org/wiki/Frequenzspektrum

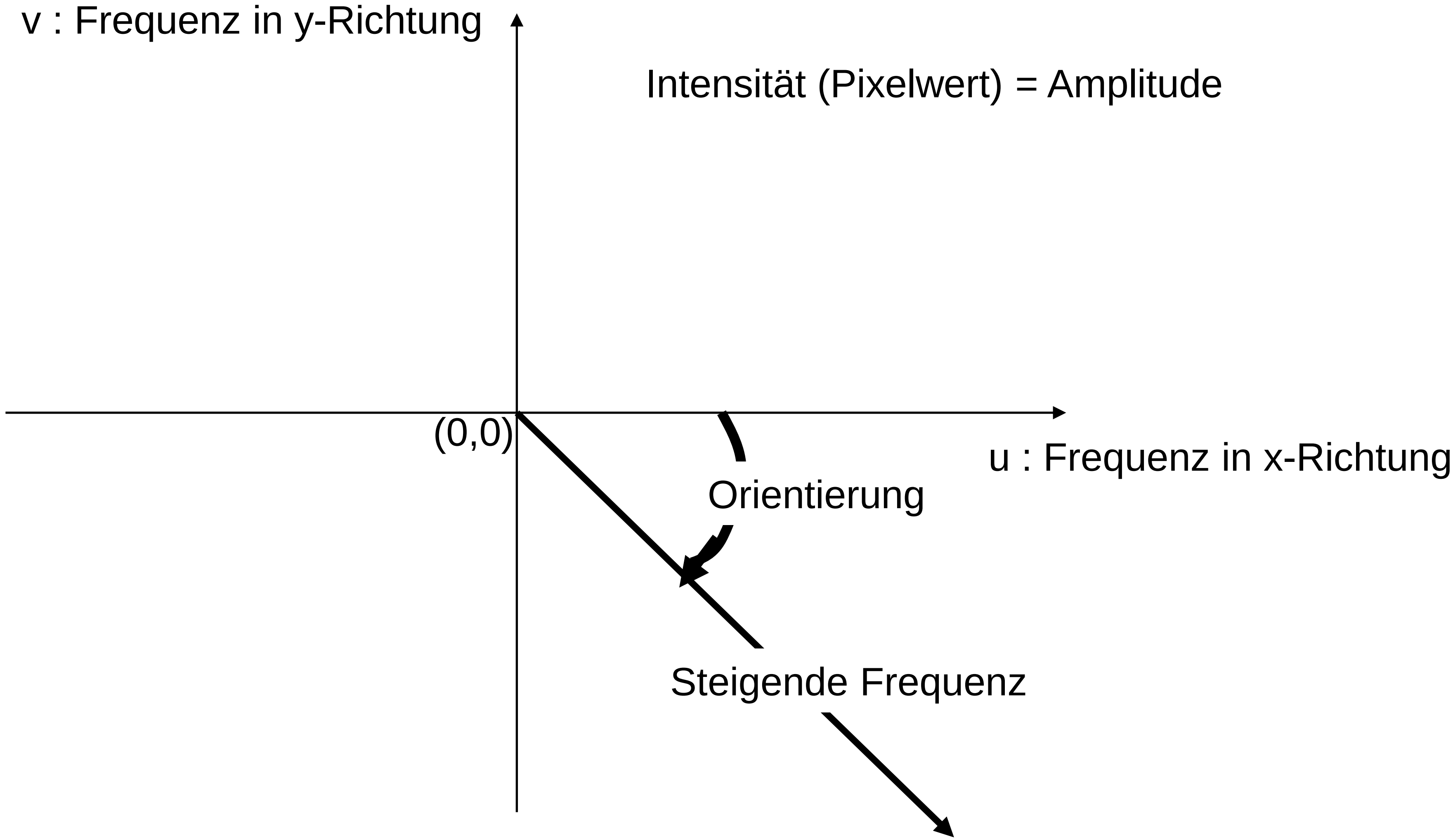
Folien 57-65: S. Bonnet, TU Freiberg

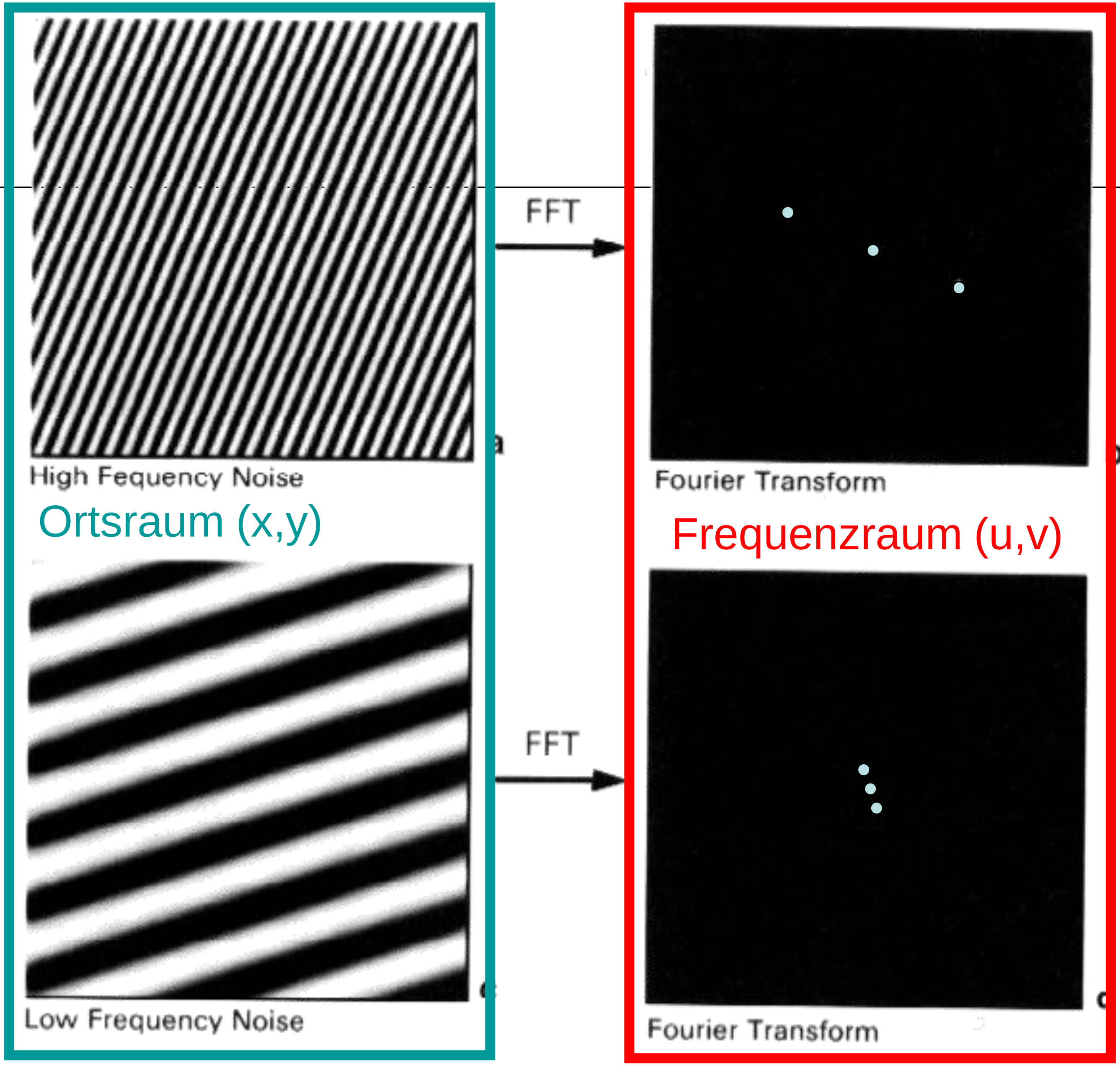


f(x,y) bzw. Ortsraum

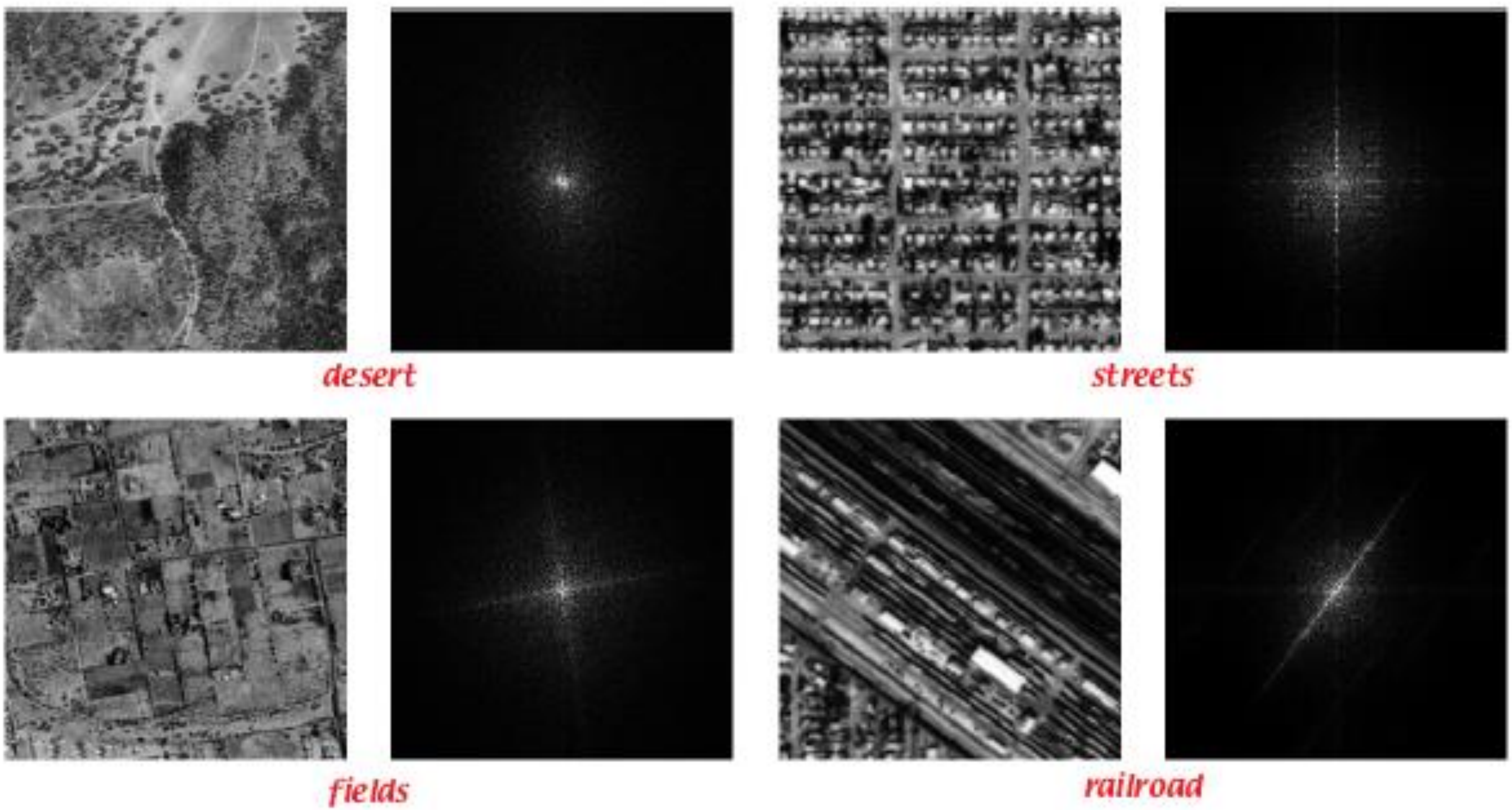
IF(u,v)I bzw. Amplitudenspektrum im Frequenzraum

Amplitudespektrum im Frequenzraum




High Fequency Noise
Ortsraum (x,y)
Low Frequency Noise
FFT
FFT
Fourier Transform
Frequenzraum (u,v)
Fourier Transform

Bilder und dazugehörige Amplitudenspektren



Fourier-Filterung

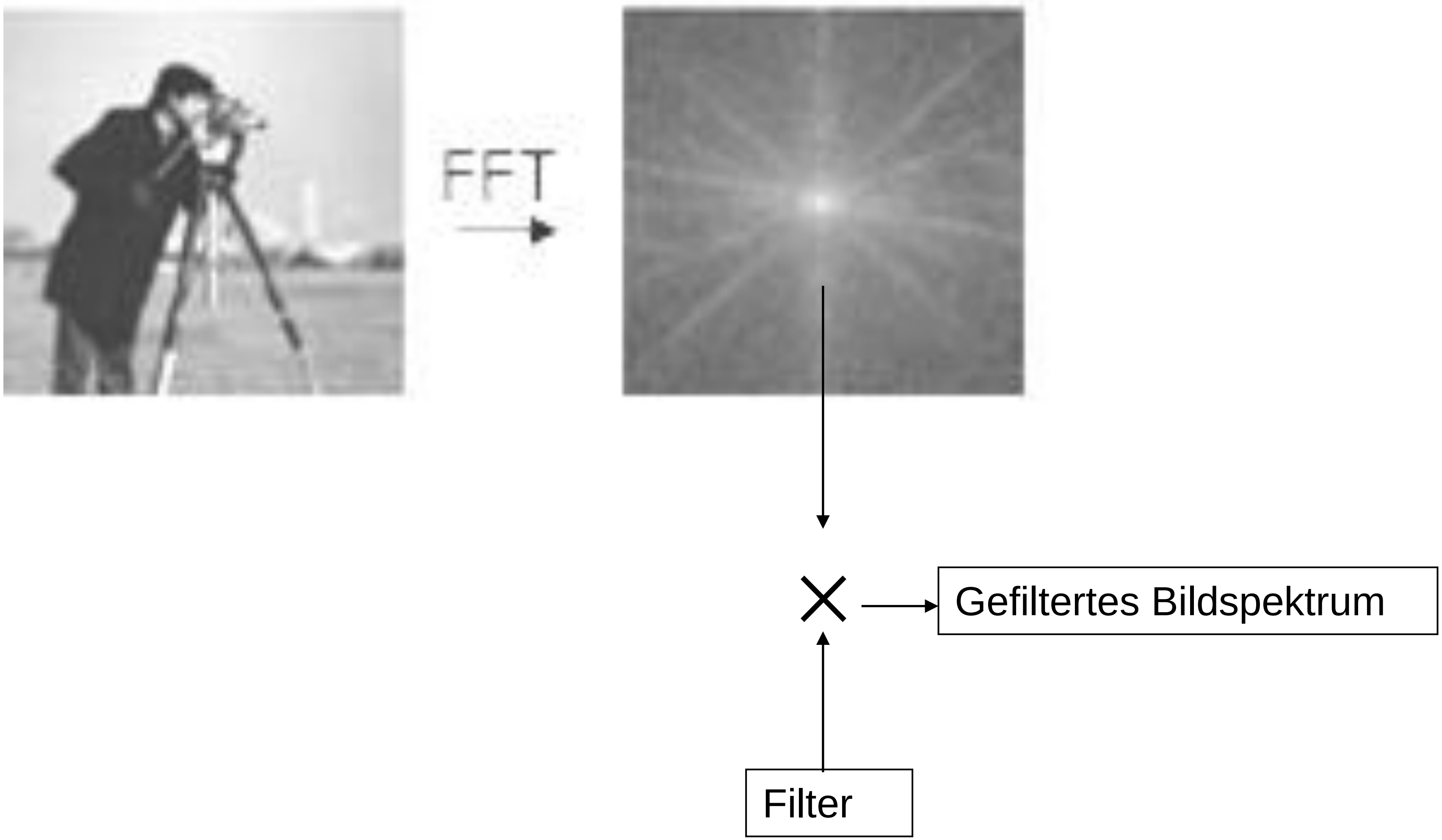
- Durch eine Multiplikation jeder Frequenz-Komponenten F(u,v) eines Bildes anhand einer bestimmten Gewichtungsfunktion (Filter) kann man bestimmte Frequenz-Komponenten erniedrigen und andere erhöhen (Erhöhung der Amplitude)
- Die zugehörigen Veränderungen sind im Ortsraum durch eine Rück-Transformation (FFT^{-1}) sichtbar
- Diese selektive Beseitigung von Frequenz-Komponenten heißt **Fourier-Filterung**

Filterungsart

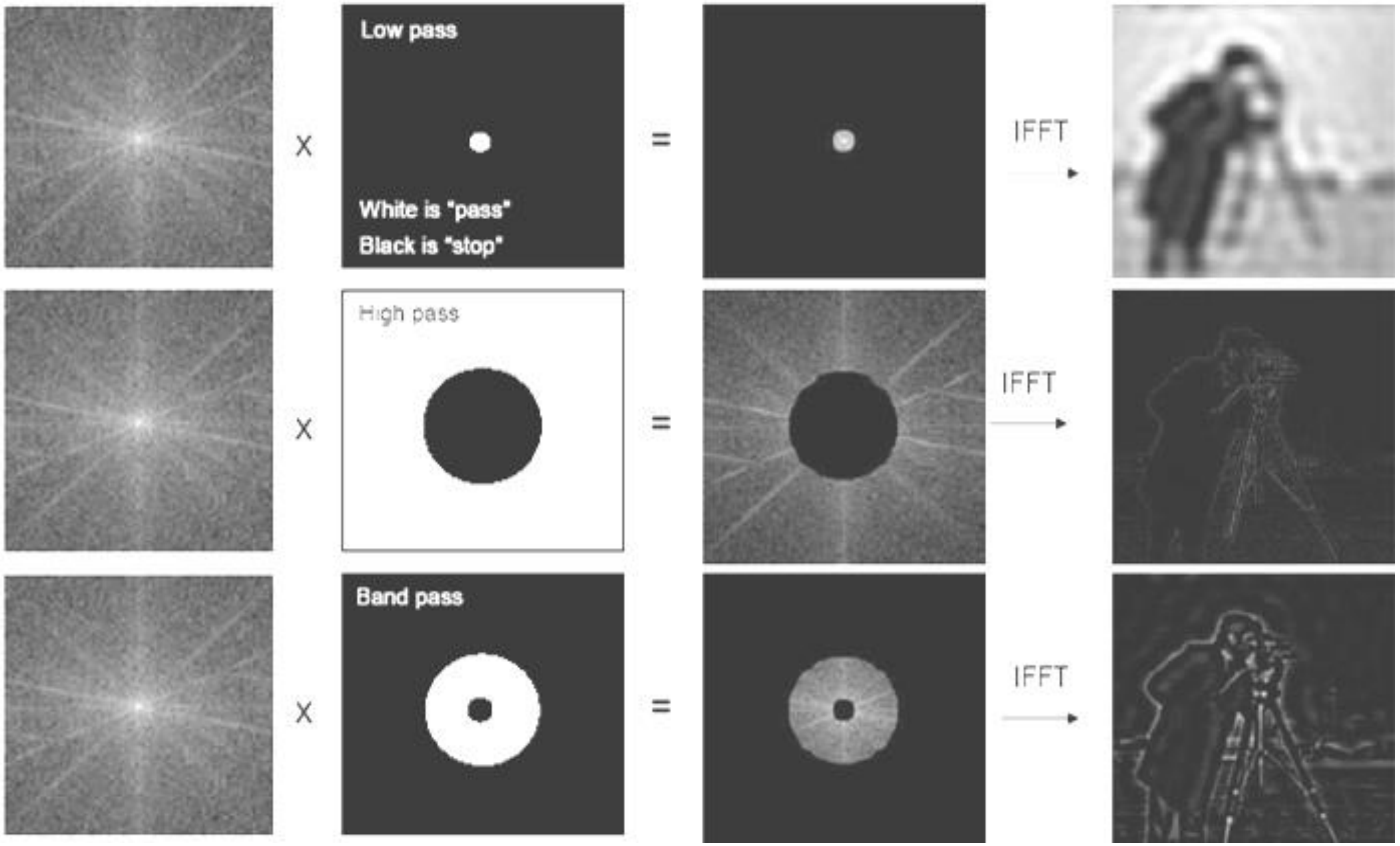
Filter werden eingesetzt, um z.B. den Einfluss von Datenfehlern oder Störsignalen zu verringern, hochfrequente von niederfrequenten Komponenten des Signals zu trennen, oder um bestimmte Frequenzbereiche in Signalen hervorzuheben.

Filter	Funktion $H(\omega)$	Eigenschaften
Hochpaßfilter	$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{für } \lvert\omega\rvert < \omega_1 \\ 1 & \text{für } \lvert\omega\rvert \geq \omega_1 \end{cases}$	Abschneiden der tiefen Frequenzen $\lvert\omega\rvert < \omega_1$, also können nur hohe Frequenzen passieren $\Rightarrow$ scharfe Übergänge werden deutlicher
Tiefpaßfilter	$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } \lvert\omega\rvert < \omega_1 \\ 0 & \text{für } \lvert\omega\rvert \geq \omega_1 \end{cases}$	Abschneiden der hohen Frequenzen $\lvert\omega\rvert > \omega_1$, also können nur tiefe Frequenzen passieren $\Rightarrow$ Rauschen wird eliminiert, Bild generell etwas unschärfer (blur)
Bandpaßfilter	$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{für } \omega \leq \omega_1 \\ 1 & \text{für } \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0 & \text{für } \omega \geq \omega_2 \end{cases}$	nur Frequenzen aus dem Band $\omega_1 < \omega < \omega_2$ können passieren

Filterung im Frequenzraum



Beispiele

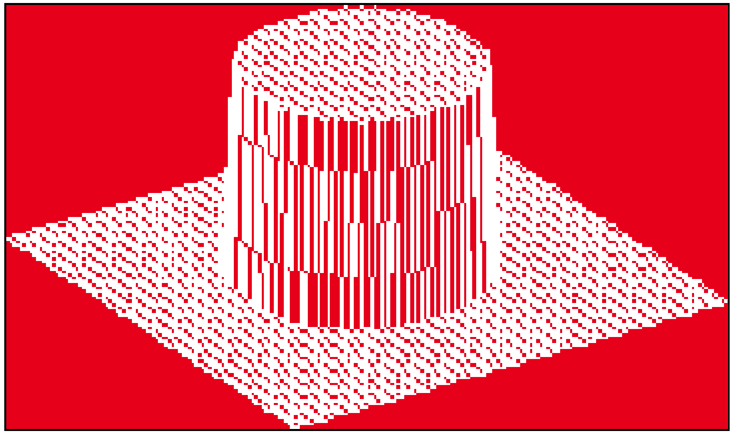

Low pass
White is "pass"
Black is "stop"
IFFT
High pass
IFFT
Band pass
IFFT
X
=
X
=
X
=

Idealer Tiefpass-Filter

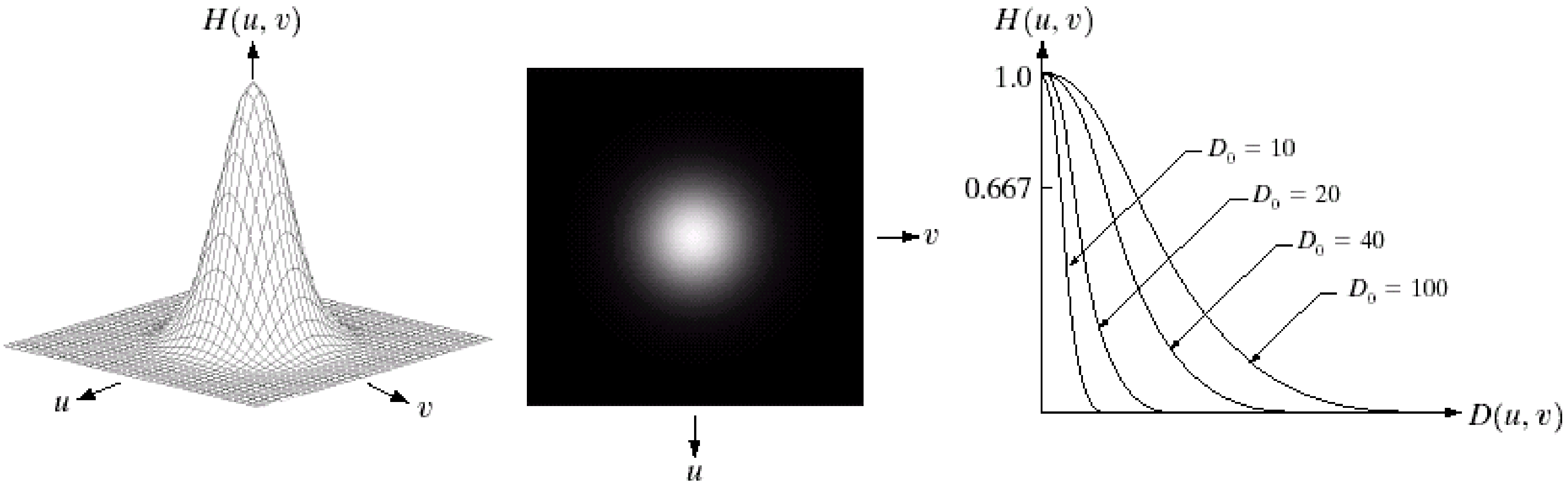
- Abschneiden von hohen Frequenzen jenseits einer Grenzfrequenz D_0
- Radial symmetrisch zum Ursprung
- Physikalisch nicht realisierbar (weil was war nochmal die Fouriertransformierte einer Rechteckfunktion?)

$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & D \leq D_0 \\ 0, & D > D_0 \end{cases}$$

$$D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2}$$



Gauss‘scher Tiefpass

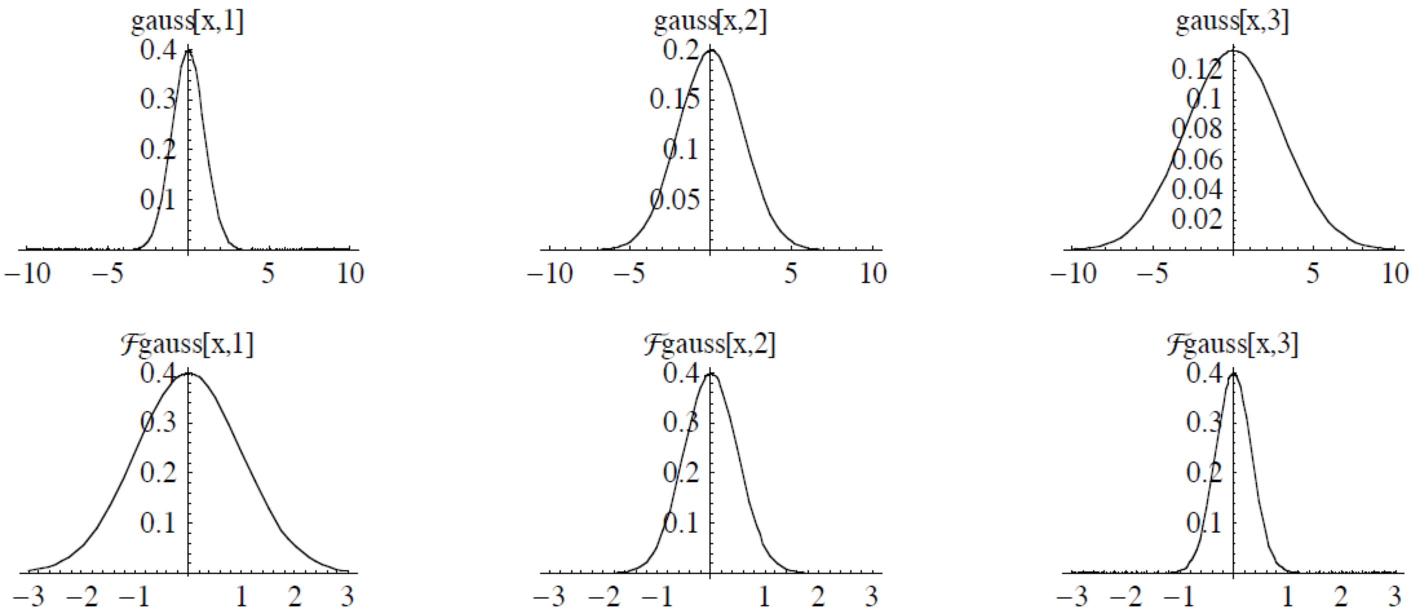


- Physikalisch realisierbar
  (weil die Fouriertransformierte einer Gauß-Glocke ist ….?)

Gauss‘scher Tiefpass

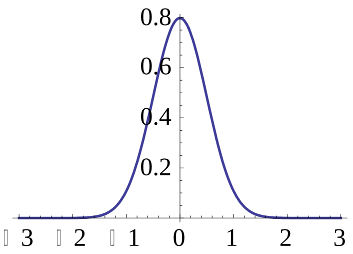
- …eine Gauß-Glocke!

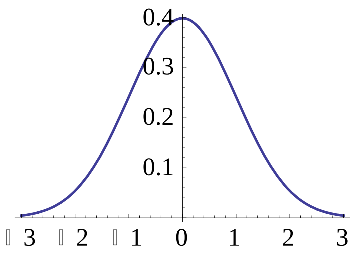
$$\frac{e^{-\frac{x^2}{2\,\sigma^2}}}{\sqrt{2\,\pi}\;\sigma} \xrightarrow{\mathbf{F}} \frac{e^{-\frac{1}{2}\,\sigma^2\,\omega^2}}{\sqrt{2\,\pi}}$$



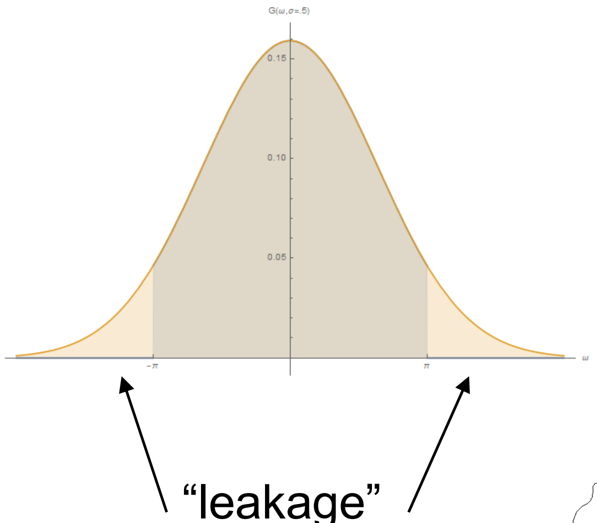
Aliasing!

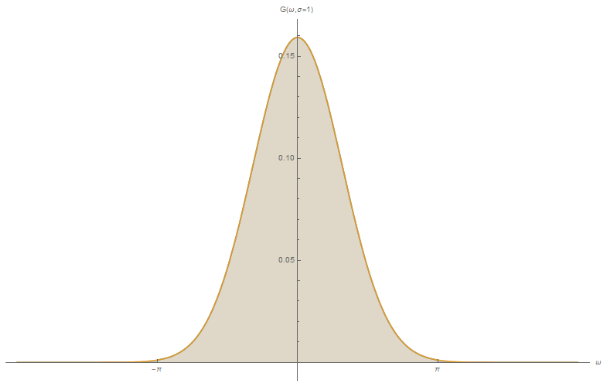
- Sollte nicht zu klein sein: Sub-Pixel-Sampling im Ortsraum

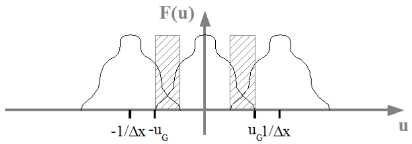




- In Fourierraum:

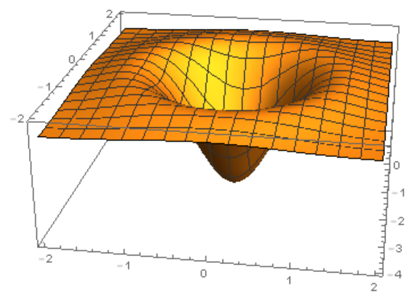






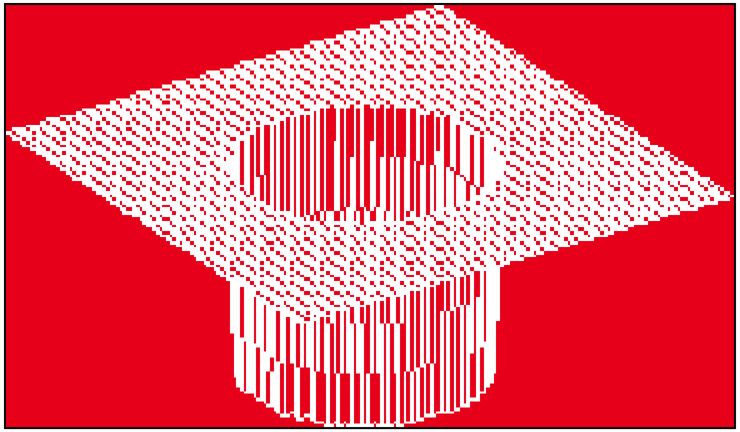
Idealer Hochpass-Filter

- Abschneiden von tiefen Frequenzen jenseits einer Grenzfrequenz D_0
- Radial symmetrisch zum Ursprung
- Physikalisch <u>nicht</u> realisierbar



Approximation: Mexican Hat!

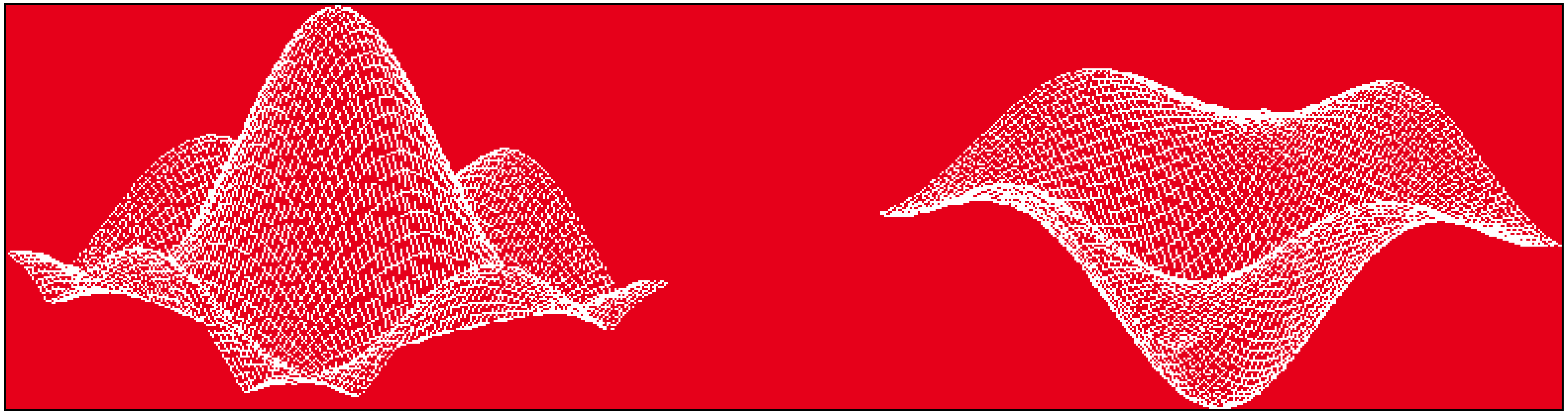
$$H(u,v) = \begin{cases} 0, & D \leq D_0 \\ 1, & D > D_0 \end{cases}$$



$$D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Frequenzraum- gegenüber Ortsraum-Filtern

+ schnelle Berechnung (FFT)
+ einfache Handhabung (Filterdesign im Frequenzraum intuitiv)
– Approximation der Spezifikation aus dem Frequenzraum (keine unendlich breiten Filter im Ortraum möglich, Abschneiden führt zu Artefakten)



Ortsraum Tiefpass Filter	Ortsraum Hochpass Filter

Überblick

- Bildverbesserung
  - Histogramm
- Bildfilterung
  - Im Ortsraum
  - Im Frequenzraum
- **Bildkompression**

Einführung

- Rasterung und Abtastung einer Intensitätsfunktion von Licht erzeugt eine „Unmenge“ von Daten (a.k.a digitales Photographieren)

  ➔ Unpraktisch für
    - Datenspeicherung
    - Datenübertragung

- Wunsch nach kompakteren Darstellungen (ohne oder mit vertretbarem Qualitätsverlust) jenseits der herkömmlichen Repräsentation digitaler Bilder und Videos

Redundanzen

- Bildkompression behandelt das Problem, die Menge der Daten zur Repräsentation einer gegebenen Menge an visueller Information zu reduzieren

  ➔ Eliminierung von redundaten Daten

  - Kodierungen
  - Nachbarschaftsbeziehungen
    - räumlich
    - zeitlich
  - Psychovisuelle Eindrücke
    - Wahrnehmungsmodell des Menschen
    - Farbauflösung des menschlichen Auges

Kompression

Modell

Kompression

Originaldaten → Komprimierte Daten

Dekompression

Klassifikation

- Verlustlose Kompression
- Verlustbehaftete Kompression

Verlustlose Kompression

Variable-Length-Coding

- Huffman Code
- Arithmetischer Code

Bit-Plane Coding

- Bit-Plane Slicing / Run-Length Coding

Predictive Coding

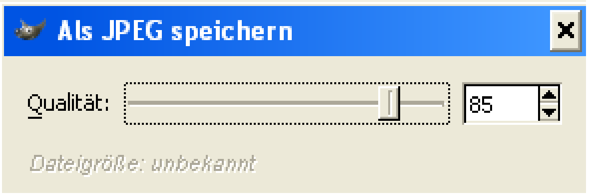
Lempel-Ziv-Welch-Algorithmus (LZW)

- GIF,TIFF, …
- „Online"-Codebucherstellung
- Kombination von Variable-Length- und Run-Length-Coding

- http://www.data-compression.com/lossless.shtml

Verlustbehaftete Kompression

- Komprimierte Kodierung der Bildinformationen, so dass
  - nicht alle Eigenschaften des Bildes berücksichtigt werden und
  - ggf. die exakte Rekonstruktion des Bildes nicht mehr möglich ist
- Erlaubt dem Anwender die Steuerung des Verhältnisses von Qualität zu Kompressionsgrad



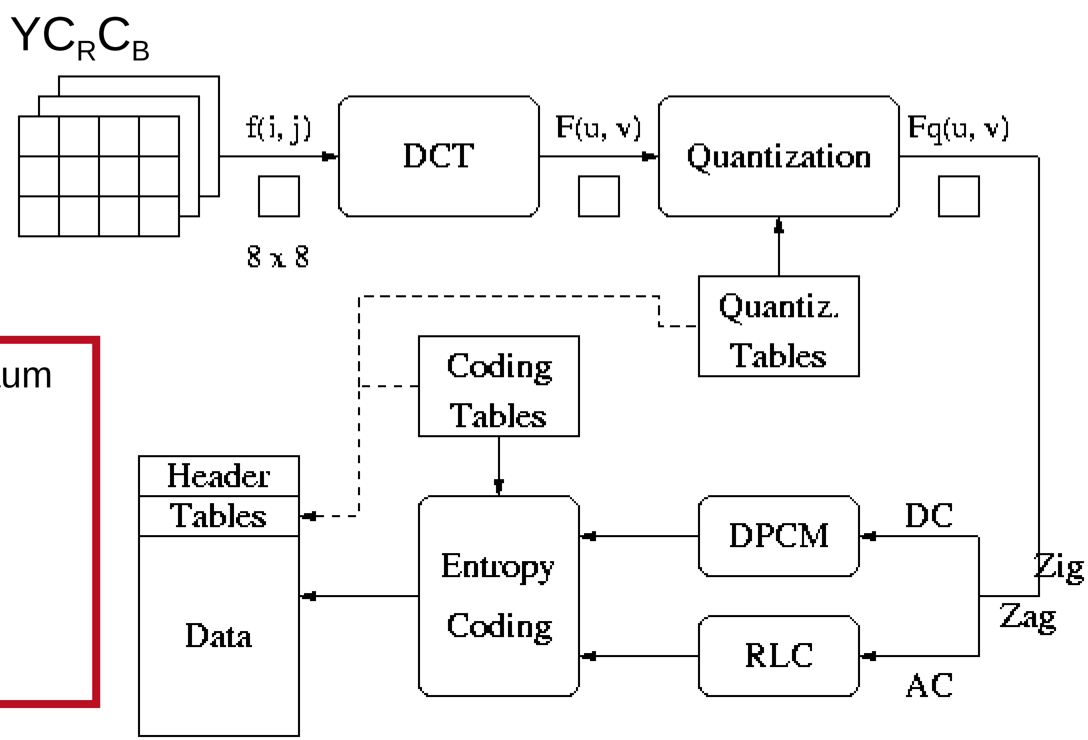
- Verwendet häufig Modelle der menschlichen Wahrnehmung
  - zur Identifizierung von für den Betrachter irrelevanten Bildeigenschaften, die nicht kodiert werden müssen

Bildkompression
Harmonische Transformationen

- Zerlegung der Daten in verschiedene „Frequenzanteile“
  - Fourier-Transformation
  - Wavelet-Transformation

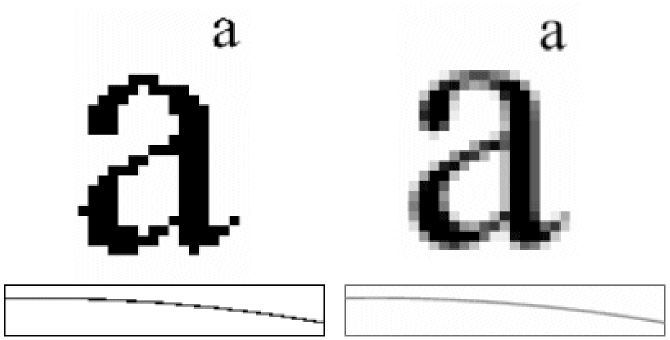
- Typischer Vertreter:
  JPEG

1. Umwandlung in den YC_RC_B-Farbraum
2. Farb-Subsampling
3. Diskrete Kosinustransformation
4. Quantisierung
5. Kodierung der Koeffizienten



Bildkompression
JPEG (Joint Photographic Experts Group)

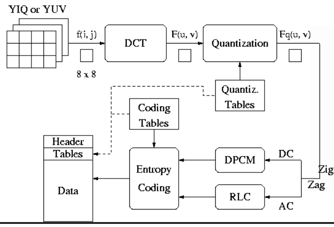
- Familie von Algorithmen zur Kompression digitalisierter Standbilder in Echtfarbqualität
  - Sammlung unterschiedlichster Verfahren 1993 unter der Bezeichnung ISO 10918 standardisiert.
  - Verlustbehaftete und verlustfreie Kompression
- Verlustbehaftete JPEG-Prozesse
  - Für fotografische Aufnahmen mit fließenden Farbübergängen optimiert
  - Für andere Arten von Bildern weniger geeignet (z.B. Bilddaten mit harten Kontrasten, Liniengrafiken oder Texte)



- Für 24-Bit-RGB-Farbbilder
  - Kompressionsraten von 12 bis 15 für visuell verlustfreie Bilder und bis zu 35 für noch gute Bilder

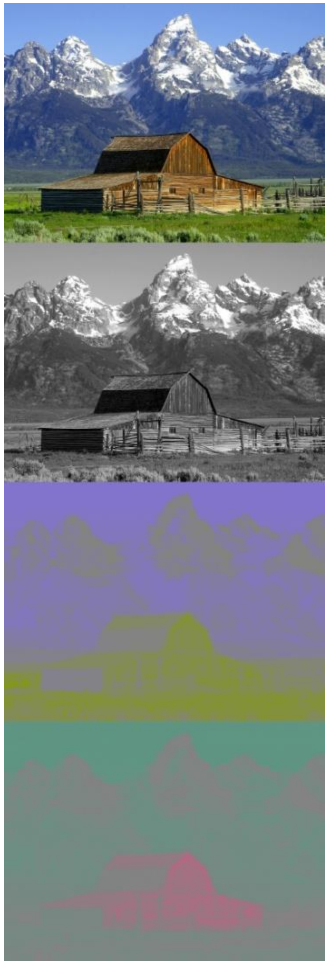
JPEG – „Baseline Codec“

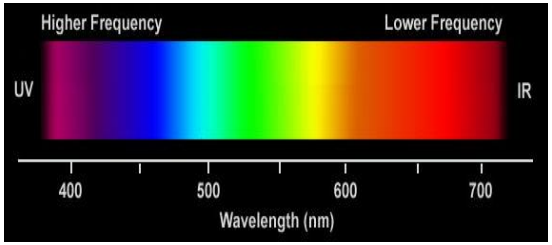
1. Umwandlung in den YC_RC_B-Farbraum



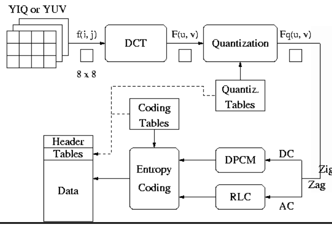
- Kodierung der Farben als
  - Y Helligkeitswert
  - C_R Abweichung vom Grau in Richtung rot
  - C_B Abweichung vom Grau in Richtung blau
  - ´ Nach Gamma Korrektur
  - $_d$ 8-Bit

$$\begin{bmatrix} Y' \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}299 & 0{,}587 & 0{,}114 \\ -0{,}168736 & -0{,}331264 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & -0{,}418688 & -0{,}081312 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R'_d \\ G'_d \\ B'_d \end{bmatrix}$$





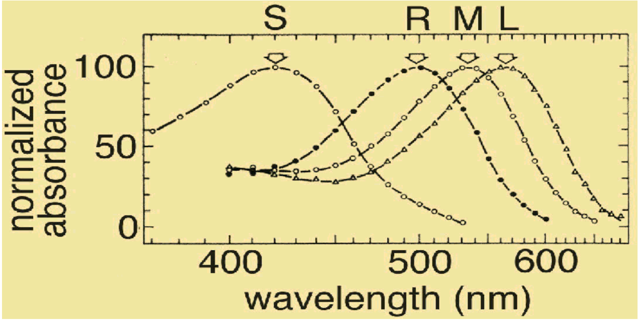
JPEG – „Baseline Codec“
2. Farb-Subsampling

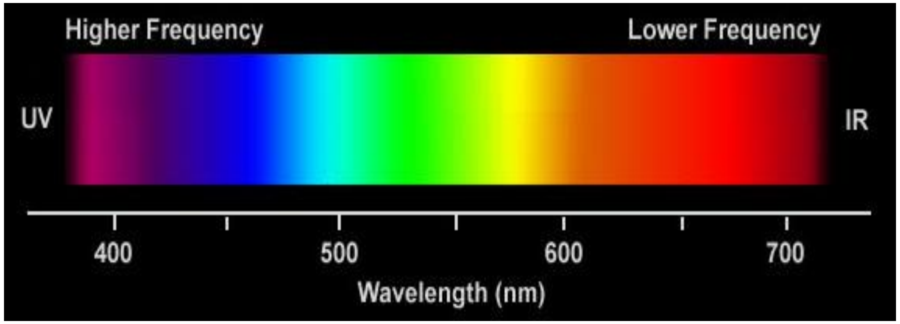


- Verlustbehaftete Komprimierung der Farbrepräsentation

- Grundlage: Höhere Genauigkeit der menschlichen Ortsauflösung im Helligkeitsbereich (Grünbereich) als im Farbbereich

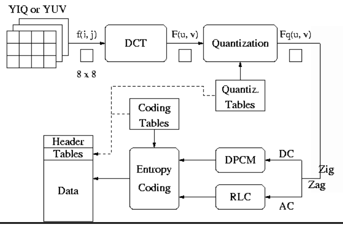
- für ein kleines Gebiet werden die Farbdifferenzwerte C_R und C_B gemittelt und für das gesamte Gebiet zusammengefasst angegeben
  - Übliche Größe: 2 x 2 Pixel
  - 4Y, 1 C_B, 1 $C_{R,}$ Wert pro 2x2 Pixel (Y:Cb:Cr = 4:1:1)





JPEG – „Baseline Codec“

3. Diskrete Kosinustransformation



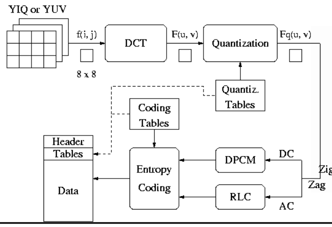
- Umwandlung der Bildinformationen in den Frequenzbereich
  - Rasterung jeder Komponente (Y, C_B, C_R) in 8x8 Bildblöcke
  - Bildblöcke werden DCT unterzogen und als Vektoren interpretiert

- Ziel:
  - Überführung der Bildinformation in eine Darstellung, die besser für die folgenden Schritte geeignet ist
  - Filterung (durch den folgenden Quantisierungsschritt) von hohen Frequenzen in den Farbanteilen, die vom menschlichen Auge nicht/kaum wahrgenommen werden können

- Fourierreihe mit nur Realteil: Kosinus
  - Einfacher zur Berechnung
  - Effektiv für Multi-Media-Kompression
  - Häufig benützt

JPEG – „Baseline Codec“

3. Diskrete Kosinustransformation

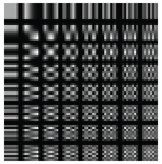


- **Basisvektoren**

$$C_{u,v} = \frac{1}{4} a_u a_v \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} \cos \frac{(2i+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2j+1)v\pi}{16}$$

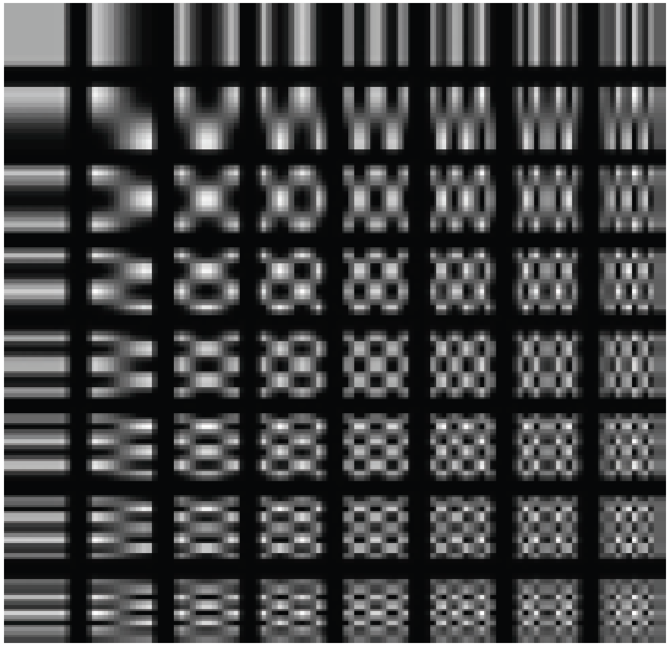
$$a_u, a_v = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & u,v=0 \\ 1 & sonst \end{cases}$$

- **Basisvektoren als 8x8 Grauwertbilder**

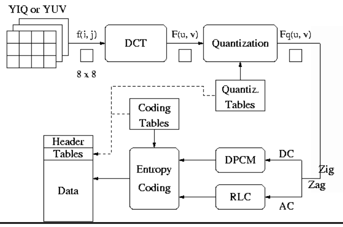


$u = 0$ $\qquad$ $u = 7$

$v = 0$



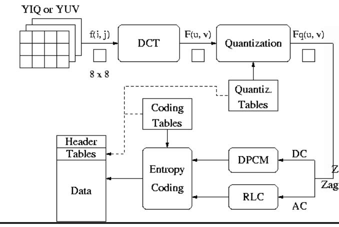
$v = 7$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Der Vorteil der DCT:
  - Wenn sich benachbarte Bildpunkte kaum unterscheiden...
    - d.h. das Bild keine scharfen Kanten hat (Kanten = hohe Frequenzen)
  - ...dann sind in der Koeffizientendarstellung...
    - ...der DC-Koeffizient F(0,0) und einige niederfrequente AC-Koeffizienten F(u,v) ungleich 0
    - ...alle anderen F(u,v) häufig fast oder gleich 0
- Geeignete Repräsentation für weitere Komprimierungsschritte

JPEG – „Baseline Codec“
4. Quantisierung



- Division der DCT-Koeffizienten *F* durch die Quantisierungs-matrix *Q*
  - Betonung homogener Regionen
  - Isotrope Abstand von DC

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 25 & 37 & 51 & 66 & 82 & 100 \\ 15 & 19 & 28 & 39 & 52 & 67 & 83 & 101 \\ 25 & 28 & 35 & 45 & 58 & 72 & 88 & 105 \\ 37 & 39 & 45 & 54 & 66 & 79 & 94 & 111 \\ 51 & 52 & 58 & 66 & 76 & 89 & 103 & 119 \\ 66 & 67 & 72 & 79 & 89 & 101 & 114 & 130 \\ 82 & 83 & 88 & 94 & 103 & 114 & 127 & 142 \\ 100 & 101 & 105 & 111 & 119 & 130 & 142 & 156 \end{bmatrix}$$

- Beseitigung von Informations-anteilen, die das menschliche Auge nicht oder nur schlecht wahrnimmt

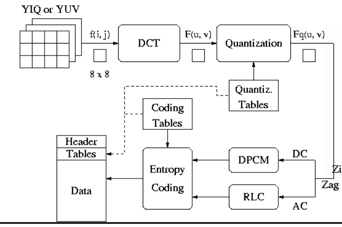
$$F = \begin{bmatrix} 782{,}91 & 44{,}93 & 172{,}52 & -35{,}28 & -20{,}58 & 35{,}93 & 2{,}88 & -3{,}85 \\ -122{,}35 & -75{,}46 & -7{,}52 & 55{,}00 & 30{,}72 & -17{,}73 & 8{,}29 & 1{,}97 \\ -2{,}99 & -32{,}77 & -57{,}18 & -30{,}07 & 1{,}76 & 17{,}63 & 12{,}23 & -13{,}57 \\ -7{,}98 & 0{,}66 & 2{,}41 & -21{,}28 & -31{,}07 & -17{,}20 & -9{,}68 & 16{,}94 \\ 3{,}87 & 7{,}07 & 0{,}56 & 5{,}13 & -2{,}47 & -15{,}09 & -17{,}70 & -3{,}76 \\ -3{,}77 & 0{,}80 & -1{,}46 & -3{,}50 & 1{,}48 & 4{,}13 & -6{,}32 & -18{,}47 \\ 1{,}78 & 3{,}28 & 4{,}63 & 3{,}27 & 2{,}39 & -2{,}31 & 5{,}21 & 11{,}77 \\ -1{,}75 & 0{,}43 & -2{,}72 & -3{,}05 & 3{,}95 & -1{,}83 & 1{,}98 & 3{,}87 \end{bmatrix}$$

- $F^Q = \mathrm{Round}(F_{ij}/Q_{ij})$

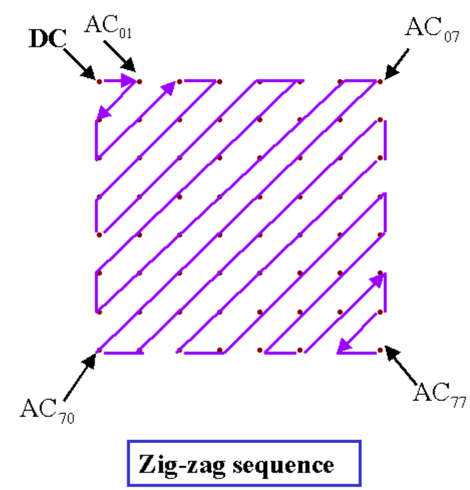
$$F^Q = \begin{bmatrix} 78 & 3 & 7 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & -4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

JPEG – „Baseline Codec“

5. Kodierung der Koeffizienten

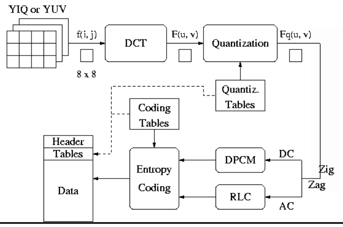


- Aus den 8x8 Blöcken wird ein sequentieller (eindimensionaler) Bitstrom erzeugt
- DC Koeffizienten werden als Differenzen zum vorhergehenden DC Koeffizienten kodiert
  - Durch die Kohärenz der DC-Koeffizienten ergeben sich auch hier wieder kleinere Werte
- Die 63 AC-Koeffizienten werden anhand einer Zick-Zack-Kurve kodiert
  - Da die hohen Frequenzanteile oft sehr klein bzw. Null sind, entsteht eine für die weitere Kompression der Bilddaten günstige Reihenfolge.



JPEG – „Baseline Codec“

5. Kodierung der Koeffizienten



- Die bisher beschriebenen Verfahren beinhalten noch keine explizite Kompression, sondern stellen nur eine, bei starker Quantisierung der DCT-Koeffizienten, recht grobe Transformation der Bilddaten dar

- Typische Kompressionstechniken
  - Komprimierung durch Huffman-Algorithmus
  - Arithmetisches Codieren
- Arithmetisches Codieren komprimiert zwar besser als das Huffman-Verfahren, ist jedoch mit verschiedenen Patenten belegt

JPEG
Beispiele

- Originalbild

2048x1536 Pixel
(3MPixel)
3x8 Bit
9.437.184 Bytes

JPEG
Qualitätsfaktor 75%

Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)

25.398 Bytes
Kompressionsrate 1:6

JPEG
Qualitätsfaktor 50%

Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)

15.980 Bytes
Kompressionsrate 1:10

JPEG
Qualitätsfaktor 25%

Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)

11.334 Bytes
Kompressionsrate 1:15

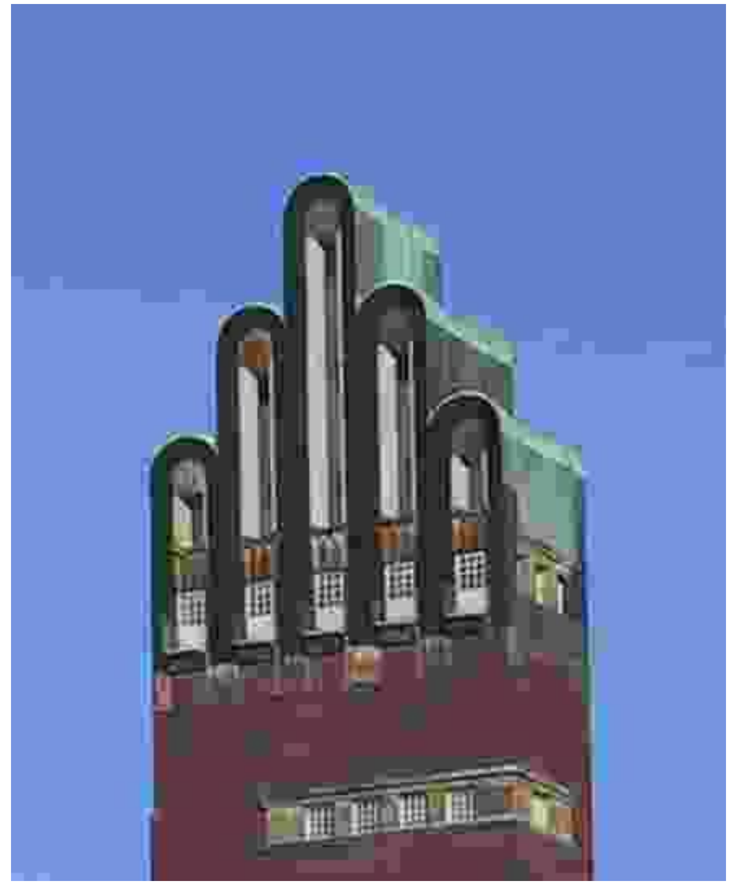
JPEG
Qualitätsfaktor 10%

Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)

7.742 Bytes
Kompressionsrate 1:22

JPEG
Qualitätsfaktor 5%

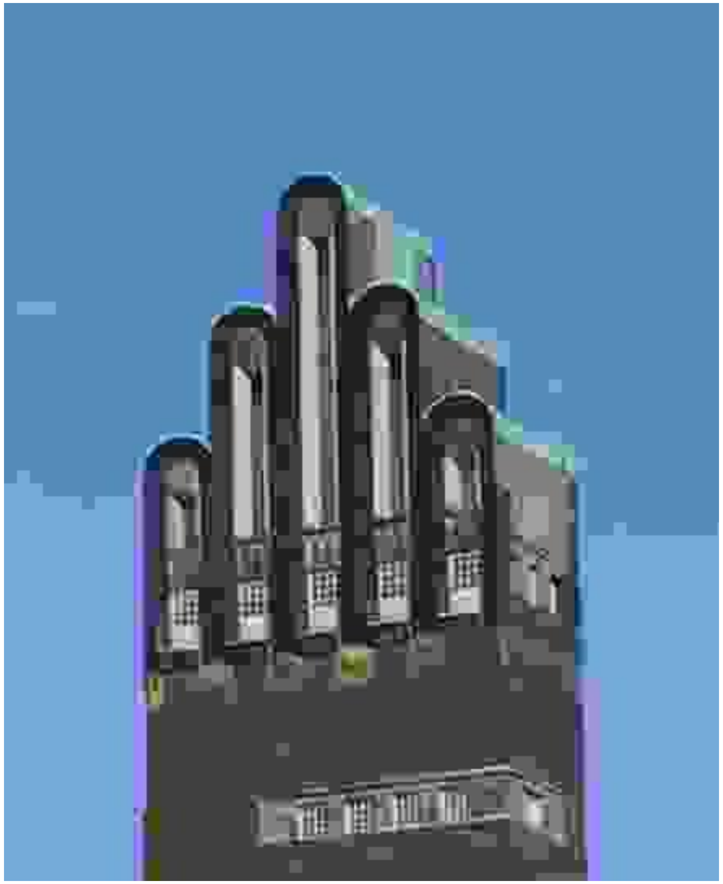
Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)



6.194 Bytes
Kompressionsrate 1:27

JPEG
Qualitätsfaktor 3%

Original - Ausschnitt (441x541 Pixel)
167.015 Bytes (715.743 Bytes)



5.547 Bytes
Kompressionsrate 1:30

JPEG
Zusammenfassung

- Komplexes Verfahren zur Bildkompression, mit dem Kompressionsraten bis zu 1:20 bis 1:35 zu erreichen sind
- In den Hauptmodi und Hauptanwendungsgebieten verlustbehaftet
- Basiert auf einer diskreten Kosinustransformation mit intelligenter Quantisierung und Komprimierung der Koeffizienten

Komprimieren ist überall

- Audio
  - Nicht komprimiert: AIFF, WAV, …
  - Verlustlos: MPEG-4-ALC, Apple Lossless (ALAC), WMA Lossless, …
  - Mit Verlust: MP3, Ogg Vorbis, MPEG-Audio, AAC (iTunes), WMA, …
- Bilder
  - Nicht komprimiert: BMP, RAW,
  - Verlustlos: TIFF, GIF, PNG, (Vl JPEG/-2000)…
  - Mit Verlust: JPEG (Disc. Cosine Transf), JPEG2000 (Wavelets), …
- Video
  - Nicht komprimiert: nicht wirklich optimal!
  - Verlustlos: gibt es, aber…
  - Mit Verlust: H.264/H.265 (DivX,QuickTime) MPEG-4 part 2 (Xvid,DivX), WMV, …
  - https://site.brid.tv/h-264-vs-h-265-what-they-are-and-which-one-is-better/

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit