Формулировка задачи по курсовой работе

Необходимо было написать программу, которая должна рисовать графики решений дифференциальных уравнений, введенных пользователем, вычисленных с помощью метода Рунге-Кутта четвертого порядка.

Входные данные:

Заданное КС-грамматикой дифференциальное уравнение вида: $\mathring{x} = f(x,t)$, где $t \in \mathbb{R}$, $x(t) \in \mathbb{R}$

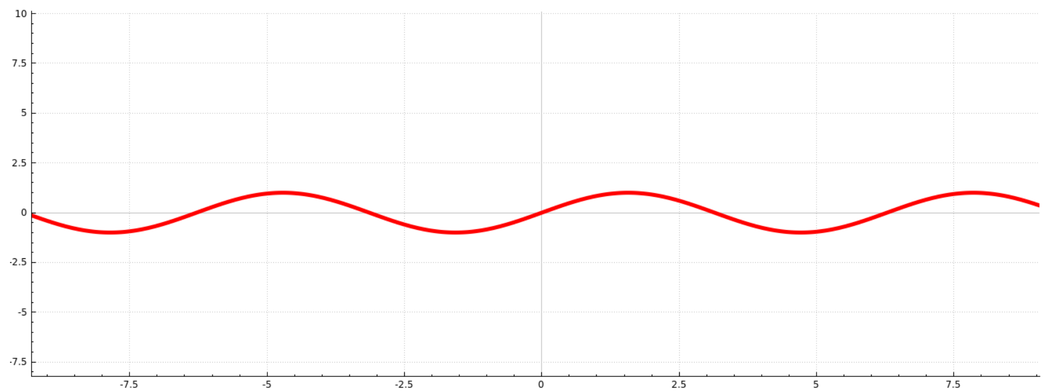
Начальные условия: $x_0 \in \mathbb{R}, t_0 \in \mathbb{R}$

Величина шага сетки по x: $h \in \mathbb{R}$

Количество точек отрисовки: $n \in \mathbb{N}$

Выходные данные:

График решения дифференциального уравнения, полученный после применения численного метода:



Пример графика, который должна выводить программа

Примеры графиков решений дифференциальных уравнений, построенных программой

$\mathring{x} = \dfrac{x}{t} - e^{\frac{x}{t}}$

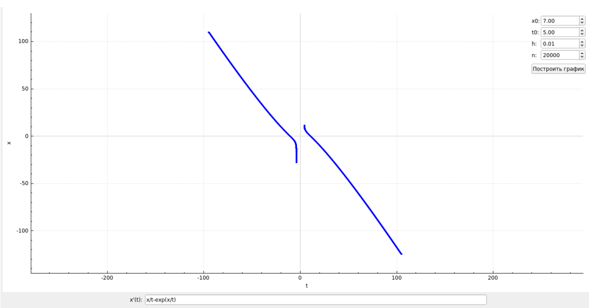
Решение:

$\dfrac{1}{e^{\frac{x}{t}}} = \ln|Ct|$, где $C = const$

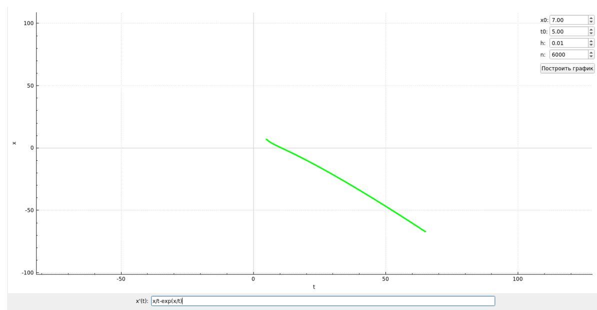
тогда $x = -t \ln\ln|Ct|$

Пусть $t_0 = 5$ и $x_0 = x(t_0) = x(5) = 7$

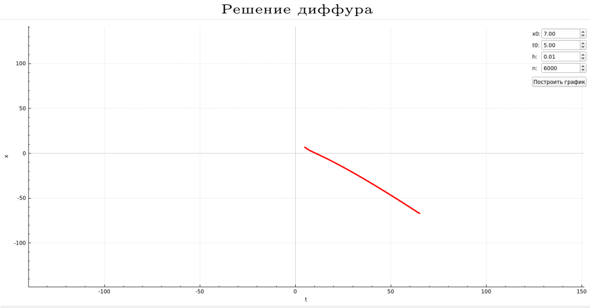
тогда $C = \dfrac{e^{e^{-\frac{7}{5}}}}{5}$ и $x = -t \ln\ln \dfrac{e^{e^{-\frac{7}{5}}}}{5}|t|$



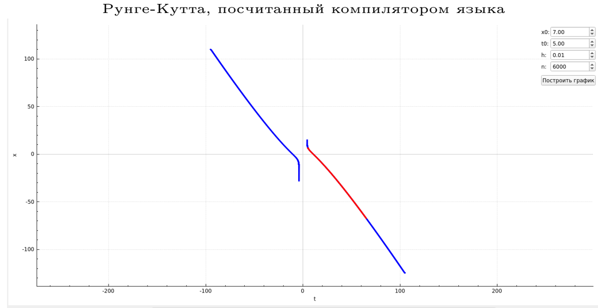
Решение диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка

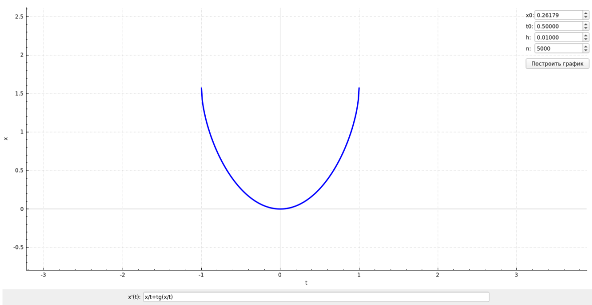


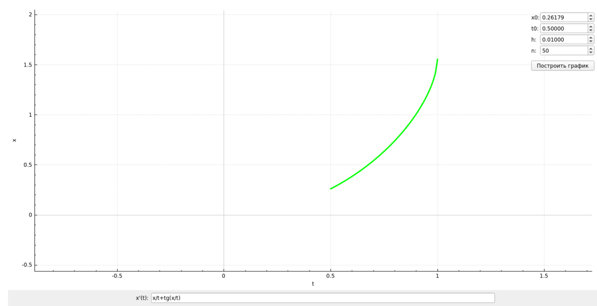
Рунге-Кутта, посчитанный программой

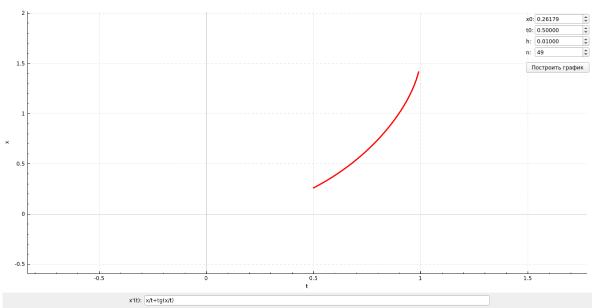


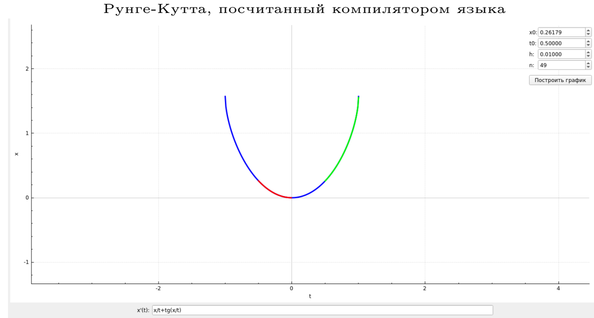
Рунге-Кутта, посчитанный программой, и решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{x}{t} + \operatorname{tg}\frac{x}{t}$
Решение:
$\dfrac{1}{t}\sin\frac{x}{t} = C$, где $C = const$
тогда $x = t\arcsin Ct$
Пусть $t_0 = \dfrac{1}{2}$ и $x_0 = x(t_0) = x\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\pi}{12}$
тогда $C = 1$ и $x = t\arcsin t$


Решение диффура

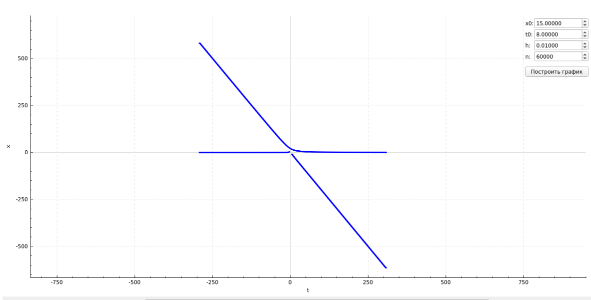

Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка

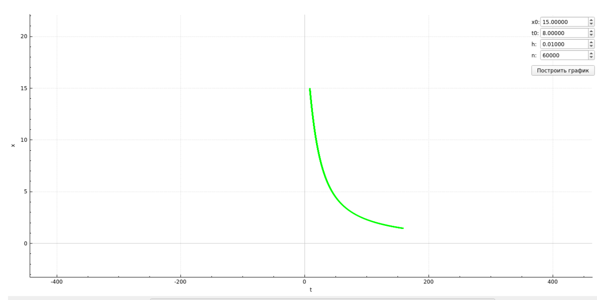

Рунге-Кутта, посчитанный программой

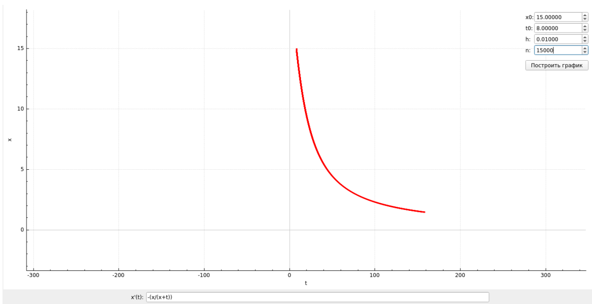

Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = -\dfrac{x}{x+t}$
Решение:
$x^2 + 2xt = C$, где $C = const$

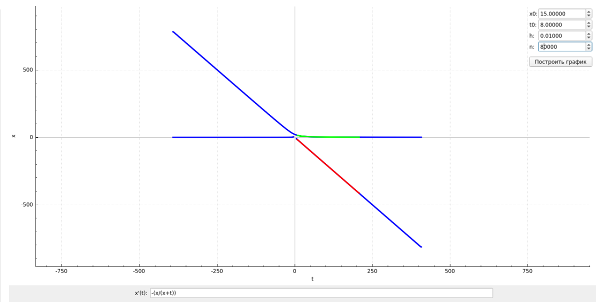
Решая квадратное уравнение вида: $x^2 + 2xt + C = 0$ относительно x, получаем два явных решения дифференциального уравнения:
$x = -t + \sqrt{t^2 - C}$
Пусть $t_0 = 8$ и $x_0 = x(t_0) = x(8) = 15$
тогда $C = -465$ и $x = -t + \sqrt{t^2 + 465}$
и
$x = -t - \sqrt{t^2 - C}$
Пусть $t_0 = 8$ и $x_0 = x(t_0) = x(8) = -15$
тогда $C = 15$ и $x = -t - \sqrt{t^2 - 15}$


Решения диффура


Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{-x^2}{t^2 - tx}$

Первое решение:

$x = 0$

$\forall t \in \mathbb{R}$

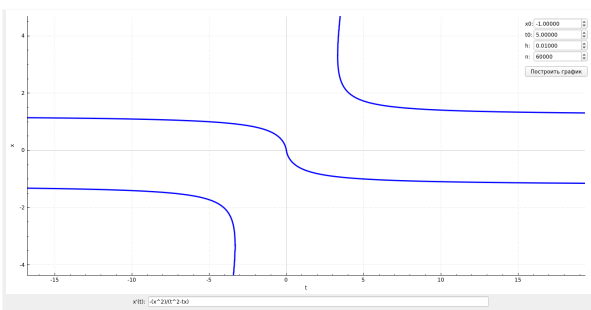
Второе решение:

тогда $\dfrac{x}{t} - \ln|x| = C$, где $C = const$

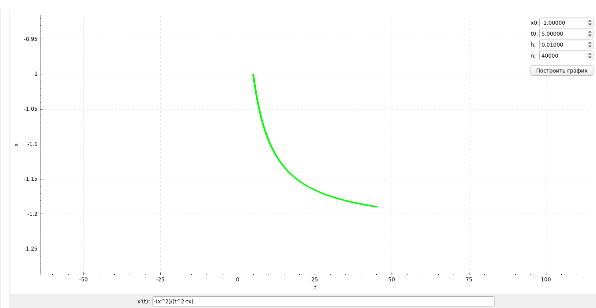
Пусть $t_0 = 5$ и $x_0 = x(t_0) = x(5) = -1$

тогда $C = -\dfrac{1}{5}$ и $t = \dfrac{x}{-\dfrac{1}{5} + \ln|x|}$

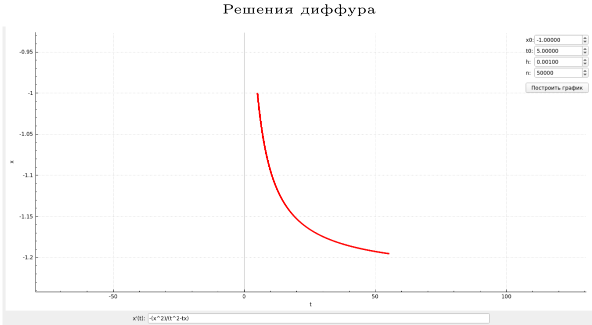
Так как явно выразить x из решения этого диффура сложновато, я выразил t и при проверке корректности работы программы при отрисовке графика решения, заданного явно буду по x находить t, а при отрисовке поменяю наборы значений местами.



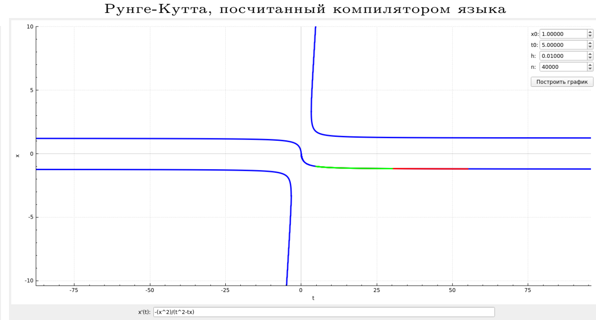
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{5t^2 - tx + x^2}{t^2}$

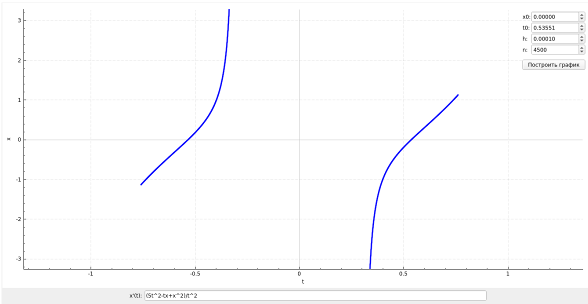
Решение:

$\dfrac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x-t}{2t}\right) - \ln|t| = C$, где $C = const$

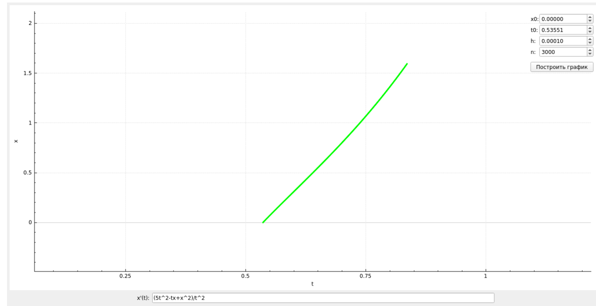
тогда $x = 2t \operatorname{tg}(2C + 2\ln|t|) + t$

Пусть $t_0 = 1$ и $x_0 = x(t_0) = x(1) = 3$

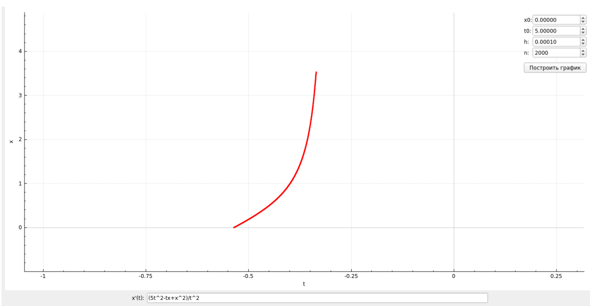
тогда $C = \dfrac{\pi}{8}$ и $x = 2t \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} + 2\ln|t|\right) + t$



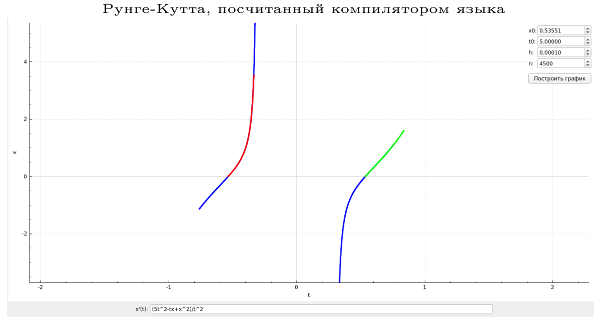
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{x^2}{4t^2} + \dfrac{5}{2}\dfrac{x}{t} + \dfrac{5}{4}$

Первое решение:

$x = -5t \ \forall t \in \mathbb{R}$

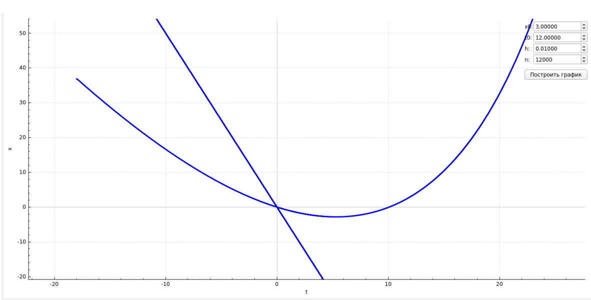
Второе решение:

$\dfrac{x+t}{t(x+5t)} = C$, где $C = const$

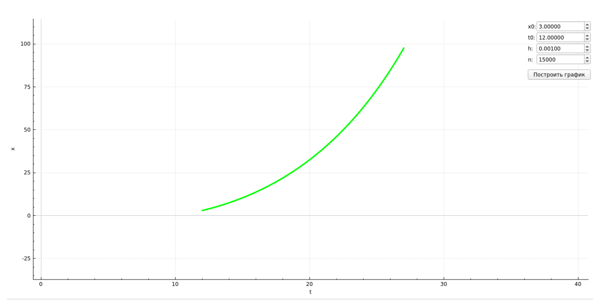
тогда $x = \dfrac{5Ct^2 - t}{1 - Ct}$

Пусть $t_0 = 12$ и $x_0 = x(t_0) = x(12) = 3$

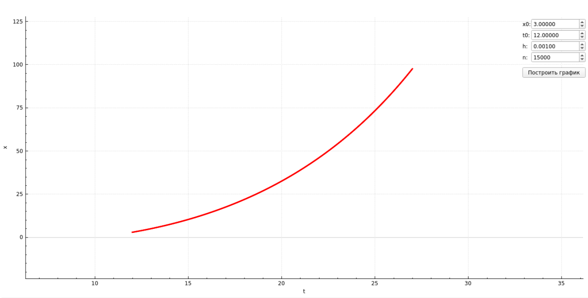
тогда $C = \dfrac{5}{252}$ и $x = \dfrac{\dfrac{25t^2}{252} - t}{1 - \dfrac{5t}{252}}$



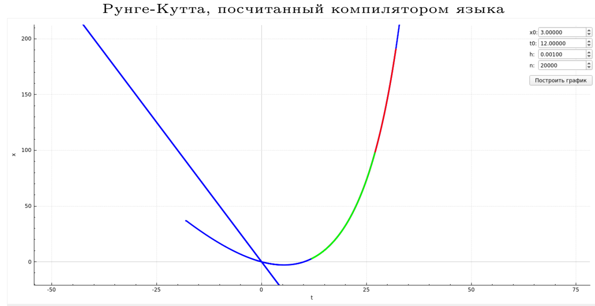
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{x^2 - 2tx}{-t^2}$

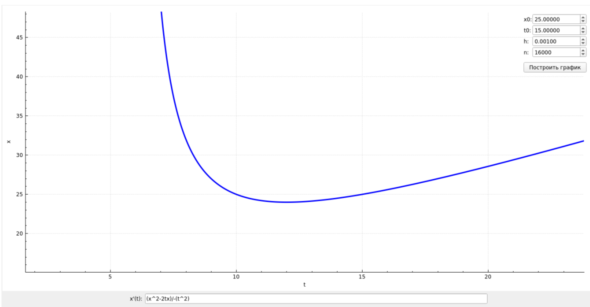
Решение:

$\dfrac{x}{t(x-t)} = C$, где $C = const$

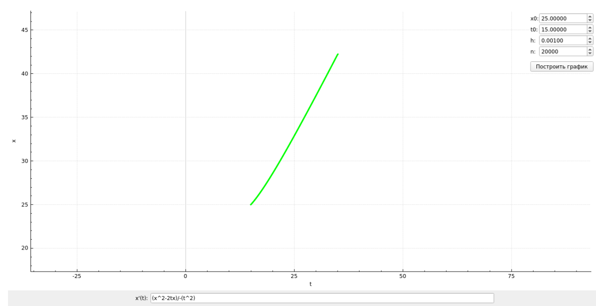
тогда $x = \dfrac{Ct^2}{Ct-1}$

Пусть $t_0 = 15$ и $x_0 = x(t_0) = x(15) = 25$

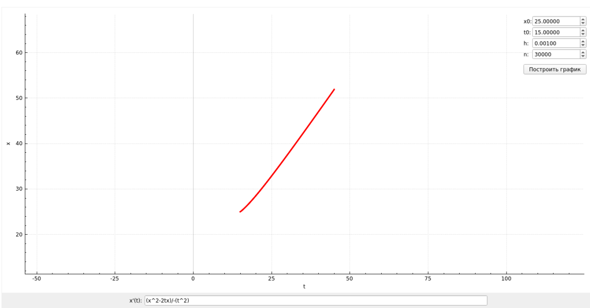
тогда $C = \dfrac{1}{6}$ и $x = \dfrac{t^2}{t-6}$



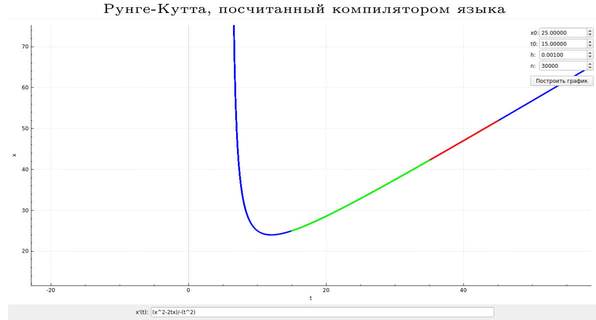
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{2}{t}\sqrt{3t^2 + x^2} + \dfrac{x}{t}$

Первое решение:

$x = 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$

Второе решение:

$x = t \ \forall t \in \mathbb{R}$

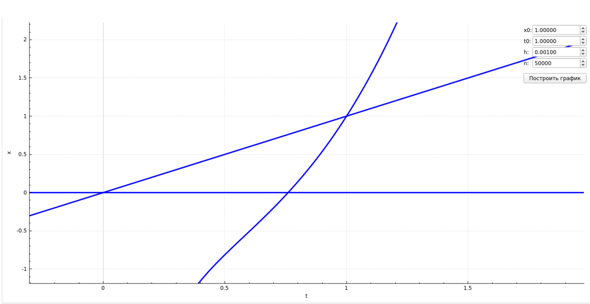
Третье решение:

$\dfrac{x + \sqrt{3t^2 + x^2}}{t^3} = C$, где $C = const$

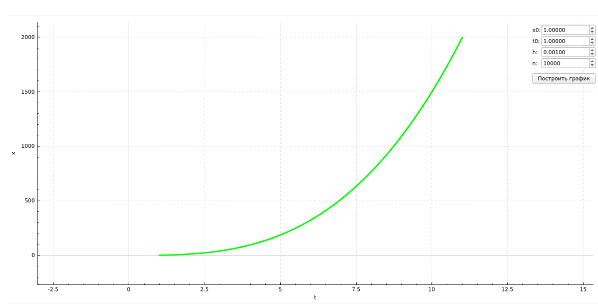
тогда $x = \dfrac{3 - C^2t^4}{-2Ct}$

Пусть $t_0 = 1$ и $x_0 = x(t_0) = x(1) = 1$

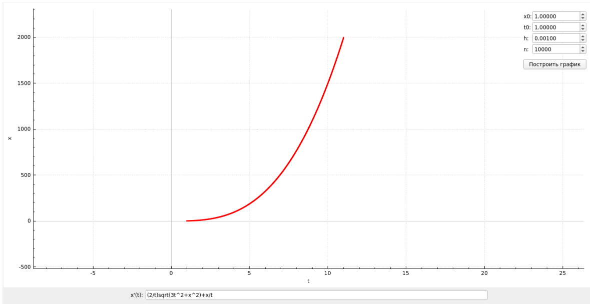
тогда $C = 3$ и $x = \dfrac{1 - 3t^4}{-2t}$



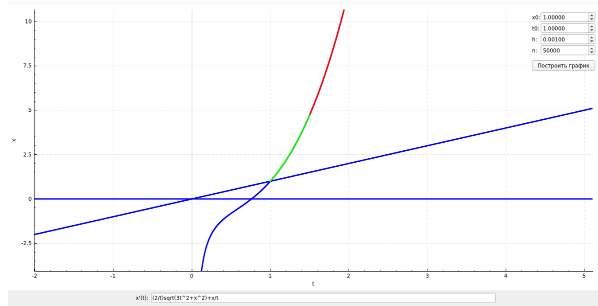
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура

$\mathring{x} = \dfrac{x - 2\sqrt{tx}}{t}$

Первое решение:

$x = 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$

Второе решение:

$t = 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

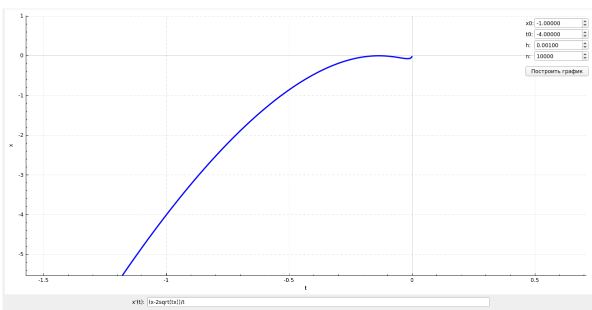
Третье решение:

$sgn(t)\sqrt{\dfrac{x}{t}} + \ln|t| = C$, где $C = const$

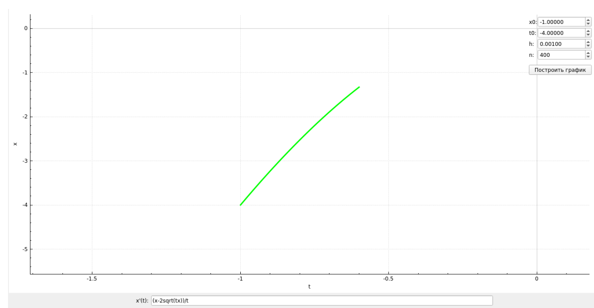
тогда $x = \left(\dfrac{C - \ln|t|}{sgn(t)}\right)^2 t$

Пусть $t_0 = -1$ и $x_0 = x(t_0) = x(-1) = -4$

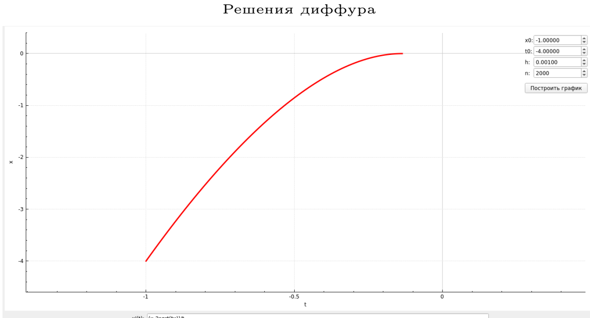
тогда $C = -2$ и $x = \left(\dfrac{-2 - \ln|t|}{sgn(t)}\right)^2 t$



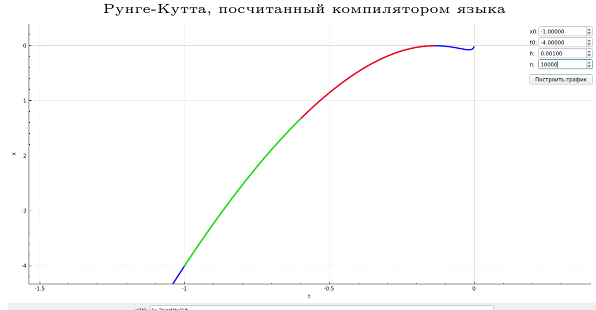
Решения диффура



Рунге-Кутта, посчитанный компилятором языка



Рунге-Кутта, посчитанный программой



Рунге-Кутта, посчитанный программой и компилятором, решение диффура