

Algorytmy numeryczne

Zadanie 4

Tomasz Adamczyk | Aleksander Kosma

243217 | 238193

grupa 1 tester-programista

7 Styczeń 2018

Aproksymacja

Gauss-Seidel + struktury danych z biblioteki Eigen

Przed przystąpieniem do głównego tematu zadania, najpierw należy sprawdzić poprawność wyników nowej metody Gaussa-Seidela z wykorzystaniem struktur z biblioteki Eigen.

Przykładowe 3 wyniki z 4 różnych metod w postaci tabeli. Wynikiem odniesienia w tym przypadku jest SparseLU (wnioski z zadania 2). Precyzja metod iteracyjnych została ustawiona na $1E-13$ by mieć pewność co do precyzji potrzebnej do głównej części zadania ($1E-10$).

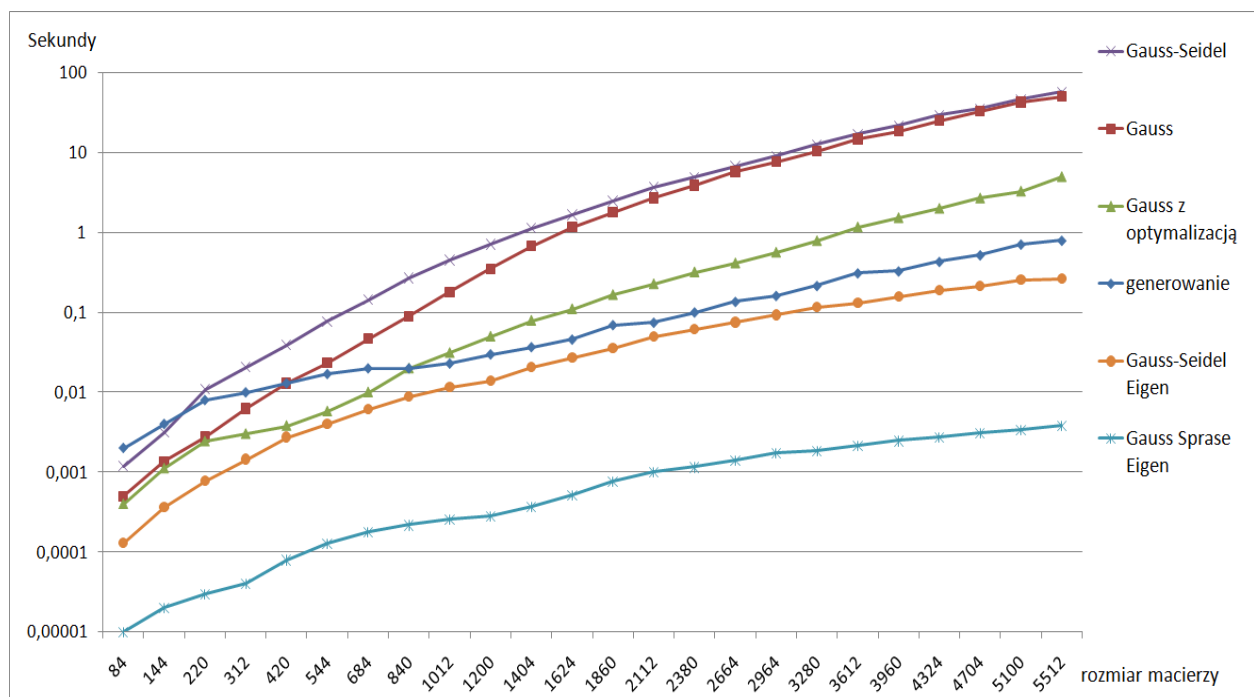
Gauss	Gauss-Seidel	Gauss-Seidel + Eigen	SparseLU
0,455958110025439	0,455958110025438	0,455958110025433	0,455958110025439
0,648829209791370	0,648829209791356	0,648829209791364	0,648829209791370
0,507957373157836	0,507957373157817	0,507957373157835	0,507957373157837

Z tych wyników można wysunąć wniosek, że obie implementacje Gaussa-Seidela działają poprawnie.

Aproksymacja

Pomiary czasu metod

Dla głównej części sprawozdania metody iteracyjne liczyły wynik do momentu osiągnięcia precyzji $1E-10$. Na wykresie poza metodami, znajdują się też funkcja opisująca czas potrzebny do wygenerowania samego układu macierzy. Wbudowana implementacja Gaussa SparseLU okazuje się być najlepsza.



Wielomiany aproksymacyjne

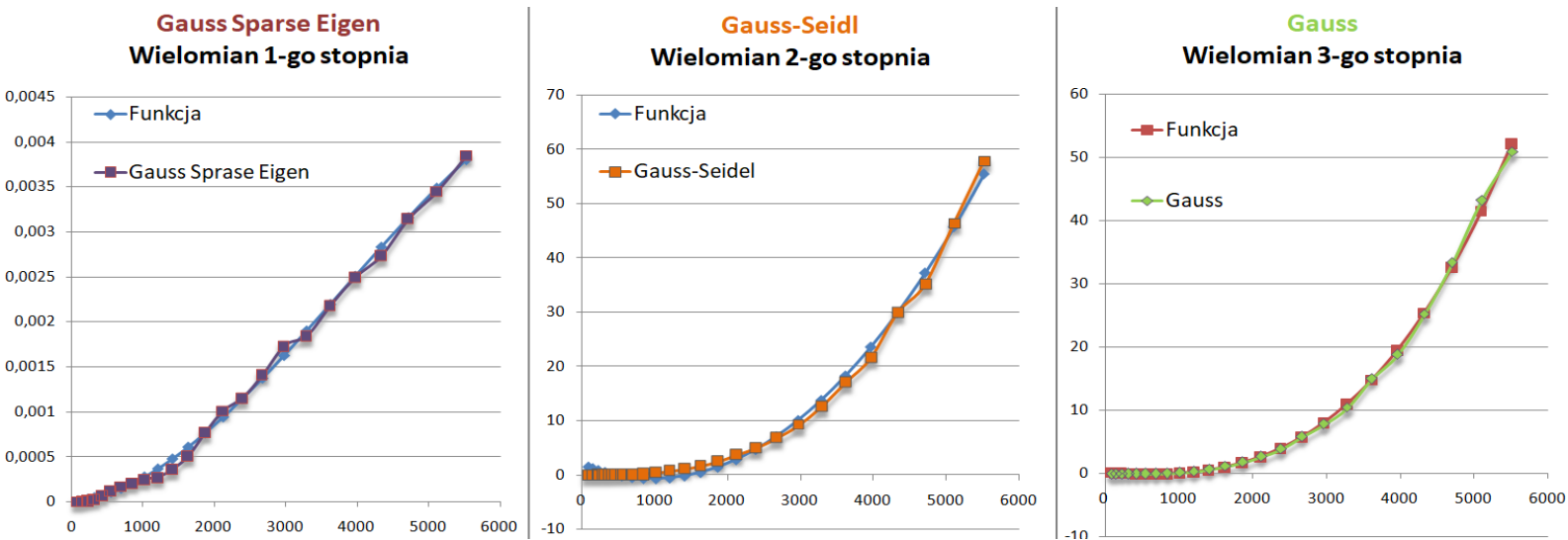
Zgodnie z nałożonymi z góry stopniami wielomianów, stosując aproksymację średniokwadratową dyskretną, wyliczono następujące funkcje:

Metoda	Wzór funkcji
Gauss	$F(x) = 0,23878 - 0,00080121x + 0,00000035354x^2 + 0,00000000027256x^3$
Gauss z optymalizacją	$F(x) = 0,23679 - 0,00057403x + 0,000000240591x^2$
Gauss-Seidel	$F(x) = 1,9597 - 0,005339x + 0,000002728x^2$
Gauss Sprase Eigen	$F(x) = -0,00034709 + 0,00000071252x$
Gauss-Seidel Eigen	$F(x) = -0,031699 + 0,000049174x$

Dla poprawy czytelności współczynniki zostały skrócone do 3-5 najistotniejszych wartości.

Weryfikacja wyliczonych funkcji

Wybrane 3 funkcje nałożone na swoje odpowiedniki wyników z metod. Oś pionowa to czas potrzebny do wyliczenia układu, oś pozioma rozmiar wygenerowanej macierzy.



Nałożenie na siebie funkcji obrazuje dobre odwzorowanie wyliczonych funkcji aproksymacyjnych. Można stwierdzić więc, że wartości wyliczone przez funkcje aproksymacyjne dobrze przybliżają nas do oczekiwanego czasu.

Extrapolacja

Należy teraz zweryfikować wyliczone funkcje dla punktów mocno oddalonych od naszego znanego obszaru wartości. Wybrano rozmiar macierzy 100k+ jako odpowiedni.

Oczekiwany czas dla rozmiaru macierzy 104 424				
Gauss	Gauss z optymalizacją	Gauss-Seidel	Gauss Sprase Eigen	Gauss-Seidel Eigen
87h	42min	8h	0.085sec	6sec

Wygenerowany układ możliwy był tylko do obliczenia dla Gaussa Sparse Eigen i Gauss-Seidel Eigen. Wynika to z natury trzymania macierzy w pamięci komputera. Rezultaty obliczeń:

Metoda	Czas oczekiwany	Czas wyliczony	Przeszacowanie
Gauss Sparse Eigen	.085sec	0.171sec	201%
Gauss-Seidel Eigen	6sec	96sec	1600%

Można wywnioskować, że funkcja opisująca Gauss Sparse Eigen bardzo dobrze oszacowała nam oczekiwany czas. Funkcja Gaussa-Seidela Eigen już tak dobrze tego nie wyliczyła. Przeszacowanie jest zdecydowanie większe. Błąd może leżeć w za małej ilości próbek, albo złego doboru wielomianu do opisanej metody.

Podział obowiązków	
Aleksander Kosma	Tomasz Adamczyk
-Implementacja Sparse Seidel Eigen	-Implementacja aproksymacji
-Drukowanie macierzy rzadkich do pliku	-Obliczenie funkcji aproksymacyjnych
-Testy i generowanie wyników	-Testy i generowanie wyników
-Obróbka wyników, wykresy i opracowanie	-

Źródła

Norma: http://web.cecs.pdx.edu/~gerry/class/ME448/notes_2012/pdf/stoppingCriteria.pdf

Aproksymacja: https://eti.pg.edu.pl/documents/176593/26763380/Wykl_AlgorOblicz_3.pdf

Iterowanie macierzy rzadkiej:

<https://stackoverflow.com/questions/22421244/eigen-package-iterate-over-row-major-sparse-matrix>