

# Algorytmy i struktury danych

## Rekurencja

Aleksander Lamża  
ZKSB · Instytut Informatyki  
Uniwersytet Śląski w Katowicach

[aleksander.lamza@us.edu.pl](mailto:aleksander.lamza@us.edu.pl)

- Rzut oka na podejście iteracyjne
- Pętla bez pętli
- Jak działa rekurencja?
- Kilka przykładów algorytmów rekurencyjnych

# Rzut oka na podejście iteracyjne

Jeżeli mielibyście wielokrotnie wykonać pewne operacje, zastosujecie z pewnością **podejście iteracyjne**, czyli...

## PĘTLE

```
while (powtorz) {  
    cout << "Robię coś bardzo ważnego" << endl;  
    ...  
}
```

```
for (int i=0; i<100000; ++i) {  
    cout << "Liczę... " << i << endl;  
    ...  
}
```

# Pętla bez pętli

Założmy, że chcemy napisać kod odliczający od jakiejś wartości do zera.

Narzuca się zastosowanie pętli `for`:

```
for (int i=3; i>=0; --i) {  
    cout << i << endl;  
}
```

A czy da się to zrobić bez użycia jakiejkolwiek pętli?

# Pętla bez pętli

Możemy zacząć od zdefiniowania funkcji, która wyświetla przekazaną jej wartość:

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
}
```

Oto wynik jej działania:

```
odliczaj(3);
```

konsola

3



Nic w tym odkrywczego...

# Pętla bez pętli

A co by się stało, gdyby funkcja `odliczaj()`, poza wyświetlaniem przekazanej wartości, **wywoływała samą siebie** z wartością o jeden mniejszą?

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    odliczaj(x-1);  
}
```

Po wywołaniu funkcji w tej postaci konsola zostanie „zalana”  
zmniejszającymi się wartościami:

```
odliczaj(3);
```

**Trzeba to jakoś zatrzymać!**  
W tej chwili trzeba użyć Ctrl+C, ale...

konsola

3  
2  
1  
0  
-1  
-2  
-3  
-4  
-5  
...

# Pętla bez pętli

Chcemy, by odliczanie zatrzymało się na zerze, więc...

...powinniśmy dopuszczać do wywołania `odliczaj(x-1)` tylko wtedy, gdy `x` jest większe od zera:

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

Oto wynik:

```
odliczaj(3);
```

konsola

3  
2  
1  
0

To, co tu widzicie, to najprostszы przykład **rekurencji**.

Przeanalizujemy, krok po kroku, działanie tego kodu.

# Jak działa rekurencja?

```
odliczaj(3);  
...
```

x=3

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

konsola

3



# Jak działa rekurencja?

```
odliczaj(3);  
...
```

x=3

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }
```

x=2

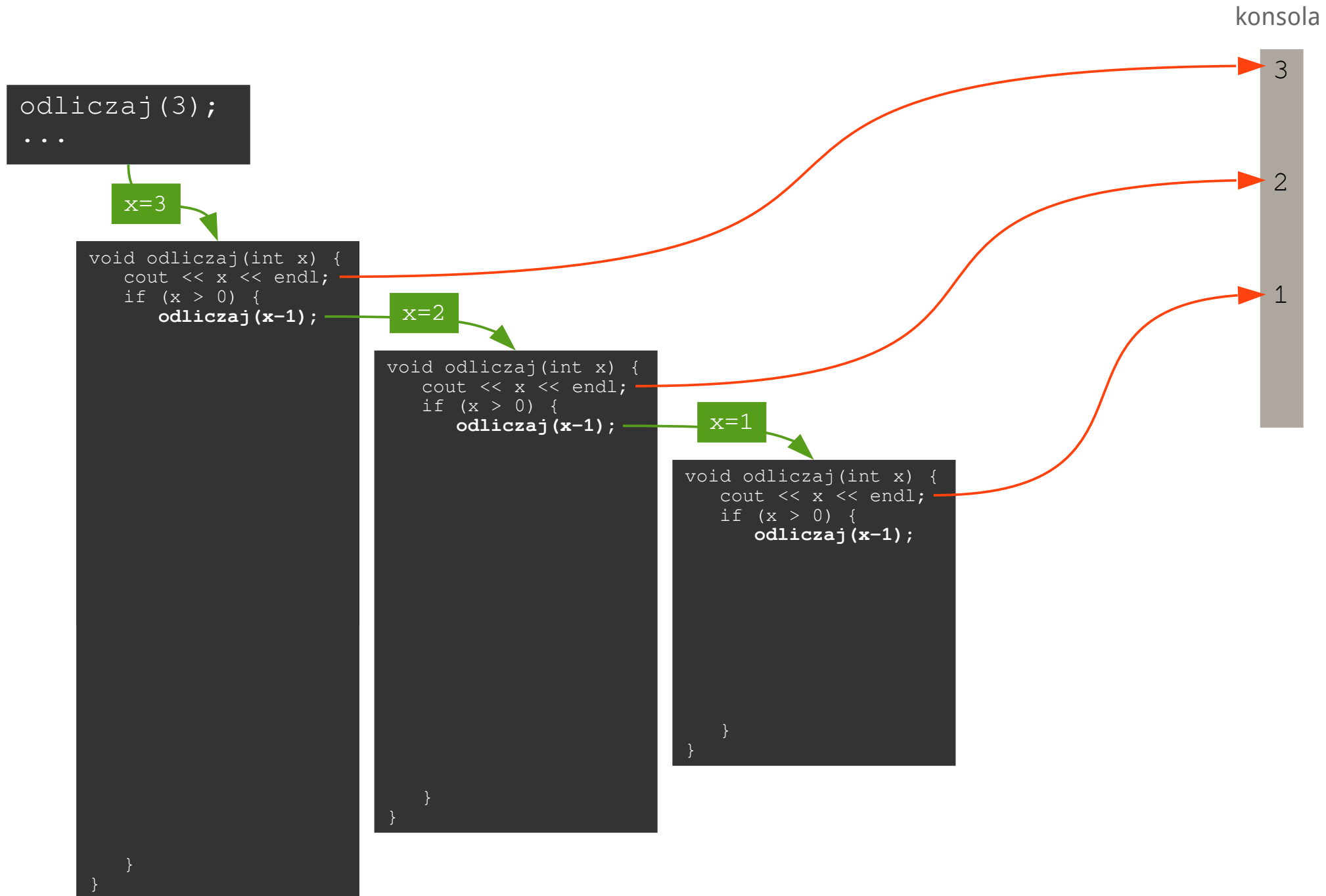
```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }
```

konsola

3

2

# Jak działa rekurencja?



# Jak działa rekurencja?

```
odliczaj(3);  
...
```

x=3

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

x=2

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

x=1

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

x=0

```
void odliczaj(int x) {  
    cout << x << endl;  
    if (x > 0) {  
        odliczaj(x-1);  
    }  
}
```

konsola

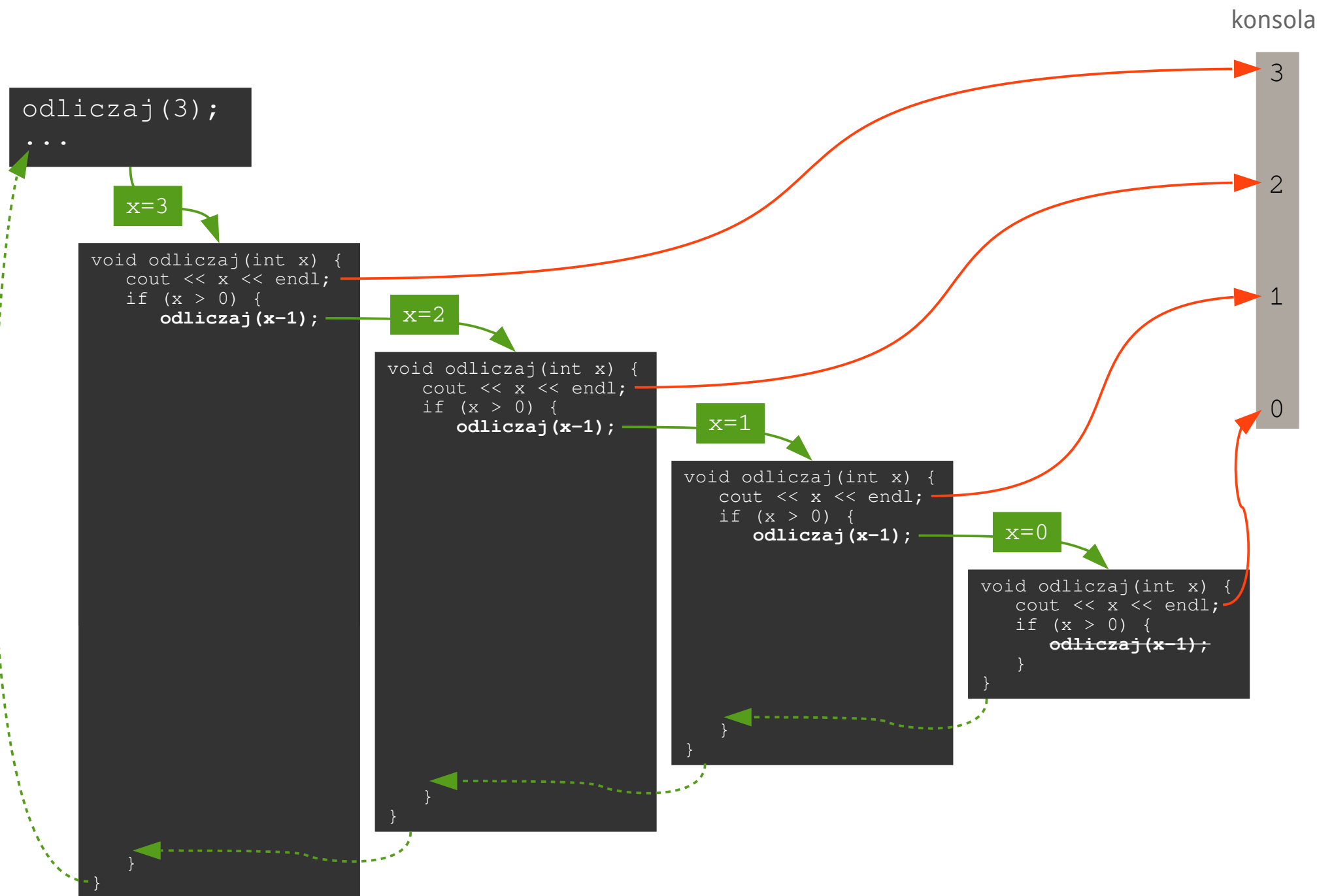
3

2

1

0

# Jak działa rekurencja?



# Przykłady algorytmów rekurencyjnych

Klasycznym przykładem ilustrującym rekurencję jest algorytm **obliczania silni**.

Definicję silni można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} 0! &= 1 \\ n! &= n * (n-1)! \quad \text{dla } n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \end{aligned}$$

Implementacja rekurencyjnej wersji algorytmu może wyglądać tak:

```
unsigned int silniaRek(unsigned int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    } else {  
        return n * silniaRek(n-1);  
    }  
}
```

Z kolei wersja iteracyjna wygląda tak:

```
unsigned int silniaIt(unsigned int n) {  
    unsigned int wynik = 1;  
    while (n > 0) {  
        wynik = wynik * n--;  
    }  
    return wynik;  
}
```

# Przykłady algorytmów rekurencyjnych

A teraz coś mniej matematycznego – **odwracanie wpisanego łańcucha znaków**.

Ma to działać tak: jeżeli wpiszę w konsoli `abc` i wcisnę Enter, ma wyświetlić `cba`.

Pojedyncze znaki odczytuje się za pomocą metody `cin.get(char)`, a wyświetla za pomocą metody `cout.put(char)`.

```
void odwroc() {  
    char znak;  
    cin.get(znak);  
    if (znak != '\\n') {  
        odwroc();  
        cout.put(znak);  
    }  
}
```

# Przykłady algorytmów rekurencyjnych

Są sytuacje, gdy podejście rekurencyjne nie jest optymalne.

Za przykład może posłużyć wyznaczanie **liczb Fibonacciego**.

Definicja ciągu Fibonacciego: jeżeli dwie pierwsze liczby to 0 i 1, to każda liczba z ciągu jest sumą swoich dwóch poprzedników:

$$\begin{aligned} \text{fib}(0) &= 0 \\ \text{fib}(1) &= 1 \\ \text{fib}(n) &= \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2) \quad \text{dla } n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{aligned}$$

Implementacja tej funkcji jest bardzo prosta:

```
unsigned int fib(unsigned int n) {  
    if (n < 2) {  
        return n;  
    } else {  
        return fib(n-1) + fib(n-2);  
    }  
}
```

Funkcja jest jednak niewydajna (zwróćcie uwagę na podwójne wywołanie rekurencyjne).

# Przykłady algorytmów rekurencyjnych

A jak by wyglądała wersja iteracyjna?

```
unsigned int fibIt(unsigned int n) {  
    if (n < 2) {  
        return n;  
    } else {  
        unsigned int n_1 = 1,  
                      n_2 = 0,  
                      wynik;  
        for (int i=2; i<=n; ++i) {  
            wynik = n_1 + n_2;  
            n_2 = n_1;  
            n_1 = wynik;  
        }  
        return wynik;  
    }  
}
```

Funkcja jest trochę bardziej skomplikowana, ale wykonuje się o wiele szybciej.

Waszym zadaniem będzie porównanie obu algorytmów.