АФ	supp нормировка	Уравнение преобразование Фурье ряд Фурье Разложение	Связь с другими АФ	Ссылки
$\mathrm{up}(x)$ (hut)	$[-1,1]$ $\int\limits_{-1}^{1}\mathrm{up}(x)=1$ $\mathrm{up}(0)=1$	$y'(x)=2y(2x+1)-2y(2x-1)$ $\widehat{\mathrm{up}}(t)=\prod\limits_{k=1}^{\infty}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2^k}\right)=\prod\limits_{m=1}^{\infty}\cos^m(t\,2^{-m-1})$ $\mathrm{up}(x)=\frac{1}{2}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\widehat{\mathrm{up}}(\pi k)\cos(\pi kx)=$ $=\frac{1}{2}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(\left(\prod\limits_{m=1}^{\infty}\cos^m(\frac{\pi k}{2^{m+1}})\right)\cos(\pi kx)\right)$	q	w e
$\mathrm{Fup}_n(x)$	$\left[-\frac{n+2}{2^n};\frac{n+2}{2^n}\right]$ $\int\limits_{\mathrm{supp}}\mathrm{Fup}_n(x)=1$ $\mathrm{Fup}_n(0)=?$	$y'(x)=2\sum\limits_{k=0}^{n+2}\left(C_{n+1}^k-C_{n+1}^{k-1}\right)y\left(2x-\frac{2(k-1)-n}{2^{n+2}}\right)$ $\widehat{\mathrm{Fup}_n}(t)=\left(\mathrm{sinc}\left(t\cdot2^{-n-1}\right)\right)^{n+1}\cdot\prod\limits_{k=1}^{\infty}\mathrm{sinc}\left(t\cdot2^{-k}\right)$	$\mathrm{Fup}_n(x)=$ $2^{C_{n+1}^2}\,\mathrm{up}\left(x-1+(n+2)2^{-n-1}\right)$	[5] [6]
$\mathrm{fup}_n(x)$	$\left[-\frac{n+2}{2};\frac{n+2}{2}\right]$ $\int\limits_{\mathrm{supp}}\mathrm{fup}_n(x)=1$ $\mathrm{fup}_n(0)=?$	$y'(x)=\frac{1}{2^{n-1}}\sum\limits_{k=0}^{n+2}\left(C_{n+1}^k-C_{n+1}^{k-1}\right)y\left(2x+\frac{n+2}{2}-k\right)$ $\widehat{\mathrm{fup}_n}(t)=\left(\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)\right)^n\cdot\prod\limits_{k=1}^{\infty}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2^k}\right)=$ $=\left(\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)\right)^{n+1}\cdot\prod\limits_{k=2}^{\infty}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2^k}\right)$ $\mathrm{fup}_n=\frac{2}{n+2}\left(\frac{1}{2}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\widehat{\mathrm{fup}_n}\left(\frac{2\pi k}{n+2}\right)\cos\left(\frac{2\pi kx}{n+2}\right)\right)$	$\mathrm{fup}_0(x)\equiv\mathrm{up}(x)$ $\mathrm{fup}_n(x)=2\,\mathrm{up}(2x)*\Theta_n(x)$ $\mathrm{fup}_n(x)=\mathrm{up}(x)*\Theta_{n-1}(x)$	w e
$\mathrm{up}_m(x)$ mup_s	$[-1,1]$ $\int\limits_{-1}^{1}\mathrm{up}_m(x)=1$ $\mathrm{up}_m(0)=1$	$y'(x)=2\sum\limits_{k=1}^{m}\left(y(2mx+2m-2k+1)-y(2mx-2k+1)\right)$ $\widehat{\mathrm{up}_m}(t)=\prod\limits_{k=1}^{\infty}\frac{\sin^2\left(\frac{mt}{(2m)^k}\right)}{\frac{mt}{(2m)^k}\,m\,\sin\left(\frac{t}{(2m)^k}\right)}=\prod\limits_{k=1}^{\infty}\frac{\mathrm{sinc}^2\left(\frac{mt}{(2m)^k}\right)}{\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{(2m)^k}\right)}$ $\mathrm{up}_m(x)=\frac{1}{2}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\widehat{\mathrm{up}_m}(\pi k)\cos(\pi kx)$	$\mathrm{up}_1(x)\equiv\mathrm{up}(x)$	Старец
$\mathrm{Fup}_{m,n}(x)$	q	$\widehat{\mathrm{Fup}_{n,m}}(t)=\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2(2m)^n}\right)^n\cdot\widehat{\mathrm{up}_m}\left(\frac{t}{2(2m)^n}\right)$	q	[7]

АФ	Нормировка	ФДУ ряд Фурье Разложение	Связь с другими АФ	Ссылки
$\mathrm{fp}_{m,n}(x)$	$\left[-\frac{n+2}{2}; \frac{n+2}{2}\right]$ $\int\limits_{\text{supp}} \mathrm{fp}_{m,n}(x) = 1$ $\mathrm{fp}_{m,n}(0) = ?$	$\widehat{\mathrm{fp}_{n,m}}(t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)^n \cdot \widehat{\mathrm{up}_m}(t)$ $\mathrm{fp}_{m,n} = \frac{2}{n+2}\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{fp}_{m,n}}\left(\frac{2\pi k}{n+2}\right)\cos\left(\frac{2\pi kx}{n+2}\right)\right)$	$\mathrm{fup}_{m,0}(x) \equiv \mathrm{up}_m(x)$ $\mathrm{fup}_{m,m}(x) = \mathrm{up}_m(x) * \Theta_{n-1}(x)$	[7]
$\pi_m(x)$	$[-1, 1]$ $\int\limits_{-1}^{1} \pi_m(x) = 1$ $\max(\pi_m) = \frac{2m}{3m-2}$ $\pi_m(0) =$ $\begin{cases} \frac{2m}{3m-2} & m \text{ - четное,} \\ \frac{m}{3m-2} & m \text{ - нечетное.} \end{cases}$	$y' = \frac{2m^2}{3m-2}\Big(y(2mx+2m-1)+$ $+\sum\limits_{k=2}^{2m-1}(-1)^k y(2mx+2m-2k+1) - y(2mx-2m+1)\Big)$ $\widehat{\pi_m}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty} P\left(\frac{t}{(2m)^k}\right), \quad \text{где} \quad P(t) =$ $\frac{1}{3m-2}\left((m-1)\frac{\mathrm{sinc}(t)\mathrm{sinc}(2(m-1)t)}{\mathrm{sinc}(2t)} + (2m-1)\mathrm{sinc}((2m-1)t)\right)$ $\pi_m(x) = \frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\pi_m}(\pi k)\cos(\pi kx)$	$\pi_1(x) \equiv \mathrm{up}(x)$ $\pi_2(x) \equiv \mathrm{up}_2(x)$	[1]
$\mathrm{cup}(x)$	$[-2, 2]$ $\int\limits_{-2}^{2} \mathrm{cup}(x) = 1$ $\mathrm{cup}(0) = \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{up}^2(x)dx$	$y''(x) = 2y(2x+2) - 4y(2x) + 2y(2x-2)$ $\widehat{\mathrm{cup}}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}^2\left(\frac{t}{2^k}\right) = \prod\limits_{m=1}^{\infty} \cos^{2m}(t\,2^{-m-1})$ $\mathrm{cup}(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{cup}}(\frac{\pi k}{2})\cos(\frac{\pi k}{2}x)\right)$	$\mathrm{cup}(x) = \mathrm{up}(x) * \mathrm{up}(x)$	w e
$\mathrm{h}_a(x)$	$\left[-\frac{1}{a-1}, \frac{1}{a-1}\right]$ $\int\limits_{\text{supp}} \mathrm{h}_a(x) = 1$ $\mathrm{h}_a(0) = \frac{a}{2}, \ \ a \geqslant 2$	$y'(x) = \frac{a^2}{2}\big(y(ax+1) - y(ax-1)\big)$ $\widehat{\mathrm{h}_a}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{a^k}\right)$ $\mathrm{h}_a(x) = (a-1)\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{h}_a}\big((a-1)\pi k\big)\cos\big((a-1)\pi kx\big)\right)$	$\mathrm{h}_2(x) \equiv \mathrm{up}(x)$	[1]
$\mathrm{fip}_{a,n}(x)$	$\left[-\frac{l}{2}; \frac{l}{2}\right], \ l = n + \frac{2}{a-1}$ $\int\limits_{\text{supp}} \mathrm{fip}_{a,n}(x) = 1$ $\mathrm{fip}_{a,n}(0) = ?$	$\widehat{\mathrm{fip}_{a,m}}(t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)^n \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(t \cdot a^{-k}\right)$ $\mathrm{fip}_{a,n} = \frac{2}{l}\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{fip}_{a,n}}\left(\frac{2\pi k}{l}\right)\cos\left(\frac{2\pi kx}{l}\right)\right)$	$\mathrm{fip}_{2,0}(x) \equiv \mathrm{up}_n(x)$ $\mathrm{fip}_{2,n}(x) \equiv \mathrm{fup}_n(x)$ $\mathrm{fip}_{a,0}(x) \equiv \mathrm{h_a}(x)$ $\mathrm{fip}_{a,n}(x) = \mathrm{h_a}(x) * \Theta_{n-1}(x)$	[7]

АФ	Нормировка	ФДУ ряд Фурье Разложение	Связь с другими АФ	Ссылки
$\Xi_n(x)$	$[-1,1]$ $\int\limits_{-1}^{1} \Xi_n(x) = 1$	$y^{(n)}(x) = (n+1)^{n+1}2^{-n}\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k(-1)^k y((n+1)x+n-2k)$ $\widehat{\Xi_n}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc}^n\left(\frac{t}{(n+1)^k}\right)$ $\Xi_n(x) = \frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\Xi_n}(\pi k)\cos(\pi k x)$	$\Xi_1 \equiv \mathrm{up}(x)$ $\Xi_n = \underbrace{\mathrm{h}_{n+1} * \cdots * \mathrm{h}_{n+1}}_{n}$	[1]
$\mathrm{ch}_{a,n}$	$\left[-\frac{n}{a-1}, \frac{n}{a-1}\right]$ $\int\limits_{-n/(a-1)}^{n/(a-1)} \mathrm{ch}_{a,n}(x) = 1$	$y^{(n)}(x) = a^{n+1}2^{-n}\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k(-1)^k y(ax+n-2k)$ $\widehat{\mathrm{ch}_{a,n}}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc}^n\left(\frac{t}{a^k}\right)$ $\mathrm{ch}_{a,n}(x) = \frac{a-1}{n}\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{ch}_{a,n}}\left(\frac{a-1}{n}\pi k\right)\cos\left(\frac{a-1}{n}\pi k x\right)\right)$	$\mathrm{ch}_{a,n} = \underbrace{\mathrm{h}_a * \cdots * \mathrm{h}_a}_{n}$ $\mathrm{ch}_{2,1}(x) = \mathrm{up}(x)$ $\mathrm{ch}_{2,2}(x) = \mathrm{cup}(x)$ $\mathrm{ch}_{a,1}(x) = \mathrm{h}_a$ $\mathrm{ch}_{n+1,n}(x) = \Xi_n$	w e
eup_a $(y_k,\ \mathrm{pe})$	$[-1,\ 1]$ $\int\limits_{-1}^{1} \mathrm{eup}_a(x) = 1$	$y'(x) - \ln(a)\,y(x) = \dfrac{\ln(a)}{a-1}(y(2x+1) - ay(2x-1))$ $\widehat{\mathrm{eup}_a}(t) = \prod\limits_{k=1}^{\infty}\left(\dfrac{\mathrm{shc}(\ln(a)/2 - \imath\, t\, 2^{-k})}{\mathrm{shc}(\ln(a)/2)}\right)$ $\mathrm{eup}_a(x) = \dfrac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \mathrm{Re}(\widehat{\mathrm{eup}_a}(k\pi))\cos(k\pi x) -$ $\mathrm{Im}(\widehat{\mathrm{eup}_a}(k\pi))\sin(k\pi x)$ $\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}} a^k\ \mathrm{eup}_a(x-k) \equiv a^x\,\mathrm{eup}_a(0)$	q	w e [3] [4]

АФ	Нормировка	ФДУ ряд Фурье Разложение	Связь с другими АФ	Ссылки
$\mathrm{g}_{k,h}$ $(y_{\omega,h})$	$[-h,\, h]$ $\int\limits_{-h}^{h} \mathrm{g}_{k,h}(x) = 1$	$y''(x) + k^2 y(x) = ay(3x+2h) - by(3x) + ay(3x-2h)$ $a = \frac{3}{2} \cdot \frac{k^2}{1-\cos(2kh/3)},\ b = 2a\cos\left(\frac{2kh}{3}\right)$ $\widehat{\mathrm{g}_{k,h}}(t) = \prod\limits_{j=1}^{\infty} \frac{2a}{3} \frac{\cos(2th\cdot 3^{-j}) - \cos(2th \cdot 3^{-1})}{k^2 - t^2 9^{1-j}}$ $\mathrm{g}_{k,h}(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \widehat{\mathrm{g}_{k,h}}(k\pi))(\cos(k\pi x) - \cos(k\pi))$ $\sin(kx) = d_1 \sum\limits_{j\in\mathbb{Z}} \sin\left(\frac{2khj}{3}\right)\ \mathrm{g}_{k,h}\left(x - \frac{2hj}{3}\right)$ $d_1 = \frac{\pi^2}{2k\sin\frac{2kh}{3}\,\mathrm{g}'_{k,h}(-\frac{2h}{3})}$ $\cos(kx) = d_2 \sum\limits_{j\in\mathbb{Z}} \cos\left(\frac{2khj}{3}\right)\ \mathrm{g}_{k,h}\left(x - \frac{2hj}{3}\right)$ $d_2 = \frac{1}{\mathrm{g}_{k,h}(0) + 2\cos\frac{2kh}{3}\,\mathrm{g}_{k,h}(-\frac{2h}{3})}$	q	w e [3] [5]
Функции, используемые при построении атомарных				
Прямоугольный импульс $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \lvert x\rvert \le \frac{1}{2} \\ 0 & \lvert x\rvert > \frac{1}{2} \end{cases}$		$\hat{\varphi}(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)$ $\operatorname{supp}(\varphi) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \qquad \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi(x)dx = 1$ $\varphi(x) = 2\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc}(2\pi k)\cos(2\pi kx)\right) \equiv 1$	q	w e
B-сплайн $\Theta_n = \underbrace{\varphi * \varphi * \cdots * \varphi}_{n+1}$		$\widehat{\Theta_n} = \operatorname{sinc}^{n+1}\left(\frac{t}{2}\right)$ $\operatorname{supp}(\Theta_n) = \left[-\frac{n+1}{2}; \frac{n+1}{2}\right] \qquad \int\limits_{\operatorname{supp}\Theta_n} \Theta_n(x)dx = 1$ $\Theta_n = \frac{2}{n+1}\left(\frac{1}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc}^{n+1}\left(\frac{2\pi k}{n+1}\right)\cos\left(\frac{2\pi k}{n+1}x\right)\right)$	$\Theta_0(x) \equiv \varphi(x)$	w e

Список литературы

[2] Старец Г.А. Один класс атомарных функций и его применение. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук. Харьков, ХГУ, 1984.

[3] Рвачев В.Л., Рвачев В.В. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах. Киев, "Наукова Думка", 1979.

[4] Горшков А.С., Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. Атомарные гармонические функции и обобщенный алгоритм БПФ // ДАН РАН, 1994, 336 (4), 462–465.

[5] Gotovac Blaz, and Kozulic Vedrana. On a selection of Basis Functions in Numerical Analyses of Engineering Problems // International Journal for Engineering Modelling (1330–1365) 12 (1999), 1–4; 25–41

[6] Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Методы моделирования и цифровая обработка сигналов в гироскопии. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2008.

[7] Brysina I.V., Makarichev V.O. Generalized atomic wavelets // Radioelectronic and Computer Systems 1 (2018), 23–31