ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ОСНОВНЫЕ АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Кроме рассмотренных в разделе 2.1 функций $\mathrm{up}(x)$ и $\mathrm{fup}_n(x)$ существуют другие классы АФ, используемых в теории аппроксимации, численном анализе и обработке сигналов. Некоторые наиболее употребительные из них представлены в табл. П.4.1.

Таблица П.4.1

АФ $y(x)$, носитель	Функционально-дифференциальное уравнение, преобразование Фурье
$\mathrm{up}(x)$, $[-1,\ 1]$	$\frac{1}{2}\,y'(x) = y(2x+1) - y(2x-1)$, $\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(\frac{p}{2^k}\right)$
$h_a(x)\,(a>1)$, $\left[-\frac{1}{a-1},\ \frac{1}{a-1}\right]$	$\frac{2}{a^2}\,y'(x) = y(ax+1) - y(ax-1)$, $\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(\frac{p}{a^k}\right)$
$\mathrm{cup}(x)$, $[-2,\ 2]$	$\frac{1}{4}y''(x) = y(2x+1) - 2y(2x) + y(2x-1)$, $\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}^2\left(\frac{p}{2^k}\right)$
$\mathrm{fup}_n(x)$, $\left[-\frac{n+2}{2},\ \frac{n+2}{2}\right]$	$y'(x) = 2^{n+1}\sum_{k=0}^{n+2}\left(C_{n+1}^{k} - C_{n+1}^{k-1}\right)y\left(2^{n-1}x - \frac{2(k-1)-n}{2^{n+2}}\right)$, $\widehat{y}(p) = \sin c^n\left(\frac{p}{2}\right)\prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(\frac{p}{2^k}\right)$
$\mathrm{Fup}_n(x)$, $\left[-\frac{n+2}{2^{n+1}},\ \frac{n+2}{2^{n+1}}\right]$	$y'(x) = 2\sum_{k=0}^{n+2}\left(C_{n+1}^{k} - C_{n+1}^{k-1}\right)y\left(2x - \frac{2(k-1)-n}{2^{n+2}}\right)$, $\widehat{y}(p) = \sin c^{n+1}\left(\frac{p}{2^{n+1}}\right)\prod_{k=n+2}^{\infty} \sin c\left(\frac{p}{2^k}\right)$

АФ $y(x)$, носитель	Функционально-дифференциальное уравнение, преобразование Фурье
$\Xi_n(x)$, $[-1,\ 1]$	$$y'(x) = \frac{(n+1)^{(n+1)}}{2^n} \sum_{k=0}^{n+2} (-1)^k C_n^k y[(n+1)x - 2k + n],$$ $$\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{\infty} \sin c^n \left(\frac{p}{(n+1)^k} \right)$$
$y_k(x)$, $[-1,\ 1]$	$$y'(x) - ky(x) = \frac{2e^{-k/2}}{(\mathrm{shc}(k/2)} y(2x+1) - \frac{2e^{k/2}}{\mathrm{shx}(k/2)} y(2x-1),$$ $$(\mathrm{shc}(x) \equiv \mathrm{shx}\,/x),$$ $$\widehat{y}(p) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{shx}\left(k2^{-1} + ip2^{-n}\right)}{\mathrm{shx}(k/2)}$$
$\pi_m(x)$, $[-1,\ 1]$	$$y'(x) = a \left[y\left(x_1(m)\right) + \sum_{k=2}^{2m-1} (-1)^k y\left(x_k(m)\right) - y\left(x_{2m}(m)\right) \right],$$ $$\left(x_k(m) = 2mx + 2m - 2k + 1,\ x \in \mathbb{R}^1,\ k = \overline{1, 2m} \right),$$ $$\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{m} \frac{\sin\left(\frac{(2m-1)t}{(2m)^k}\right) + \sum_{\nu=2}^{m} (-1)^\nu \sin\left(\frac{(2m-2\nu+1)t}{(2m)^k}\right)}{(3m-2)t/(2m)^k}$$
$g_{k,h}(x)$, $[-h,\ h]$	$$y''(x) + k^2 y(x) = ay(3x+2h) - by(3x) + ay(3x-2h),$$ $$a = \frac{3}{2} \frac{k^2}{1 - \cos\left(\frac{2kh}{3}\right)}, \quad b = 2a\cos\left(\frac{2kh}{3}\right),$$ $$\widehat{y}(p) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\frac{k^2}{1-\cos(2kh/3)} \left(\cos\left(\frac{p2h}{3^j}\right) - \cos\left(\frac{2kh}{3}\right) \right)}{k^2 - p^2/9^{j-1}}$$
$\mathrm{up}_m(x)$, $[-1,\ 1]$	$$y'(x) = 2\sum_{k=1}^{n} [y(2nx + 2n - 2k + 1) - y(2nx - 2k + 1)],$$ $$\widehat{y}(p) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(np(2n)^{-k}\right)}{np(2n)^{-k} \sin\left(p(2n)^{-k}\right)}$$