Министерство науки и высшего образования
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
“Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)”
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет “Фундаментальные науки”
Кафедра “Высшая математика”

Отчёт
по учебной практике
за 1 семестр 2020—2021 гг.

Руководитель практики, ст. преп. кафедры ФН1	____________________ *(подпись)*	Кравченко О.В.
студент группы ФН1–11	____________________ *(подпись)*	Ф.И.О.

Москва,
2020 г.

Содержание

1 Цели и задачи практики

1.1 Цели

— развитие компетенций, способствующих успешному освоению материала бакалавриата и необходимых в будущей профессиональной деятельности.

1.2 Задачи

1. Знакомство с программными средствами, необходимыми в будущей профессиональной деятельности.

2. Развитие умения поиска необходимой информации в специальной литературе и других источниках.

3. Развитие навыков составления отчётов и презентации результатов.

1.3 Индивидуальное задание

1. Изучить способы отображения математической информации в системе вёртски LaTeX.

2. Изучить возможности системы контроля версий Git.

3. Научиться верстать математические тексты, содержащие формулы и графики в системе LaTeX. Для этого, выполнить установку свободно распространяемого дистрибутива TeXLive и оболочки TeXStudio.

4. Оформить в системе LaTeXтиповые расчёты по курсе математического анализа согласно своему варианту.

5. Создать аккаунт на онлайн ресурсе GitHub и загрузить исходные tex–файлы и результат компиляции в формате pdf.

2 Отчёт

Актуальность темы продиктована необходимостью владеть системой вёрстки LaTeXи средой вёрстки TeXStudio для отображения текста, формул и графиков. Полученные в ходе практики навыки могут быть применены при написании курсовых проектов и дипломной работы, а также в дальнейшей профессиональной деятельности.

Ситема вёрстки LaTeXсодержит большое количество инструментов (пакетов), упрощающих отображение информации в различных сферах инженерной и научной деятельности.

3 Индивидуальное задание

3.1 Элементарные функции и их графики.

Задача № 1.

Условие. Найти область определения функции

$$y(x) = \lg\left(\frac{x+4}{1-2x}\right).$$

Решение. $D_f : \dfrac{x+4}{1-2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (-4;\ -1/2).$

Задача № 2.

Условие. Исследовать функцию на чётность и нечётность

$$y(x) = \operatorname{ctg}(\cos(\operatorname{tg}(x))).$$

Решение.

$$y(-x) = \operatorname{ctg}(\cos(\operatorname{tg}(-x))) = \operatorname{ctg}(\cos(-\operatorname{tg}(x))) = \operatorname{ctg}(\cos(\operatorname{tg}(x))) = y(x).$$

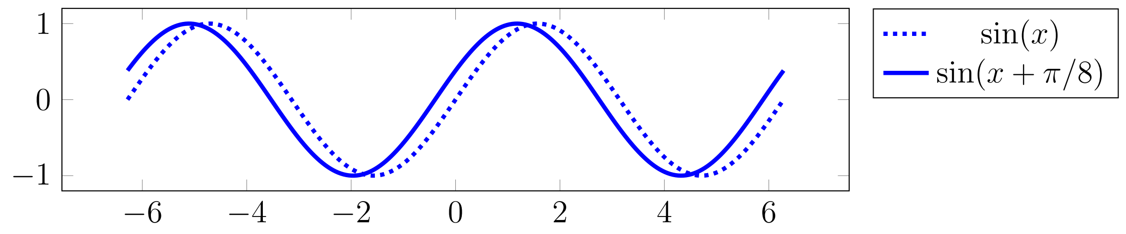
Отсюда, $y(x)$ — чётная функция.

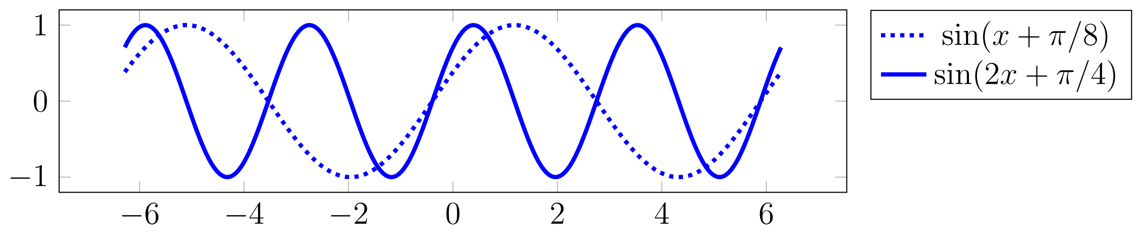
Задача № 3.

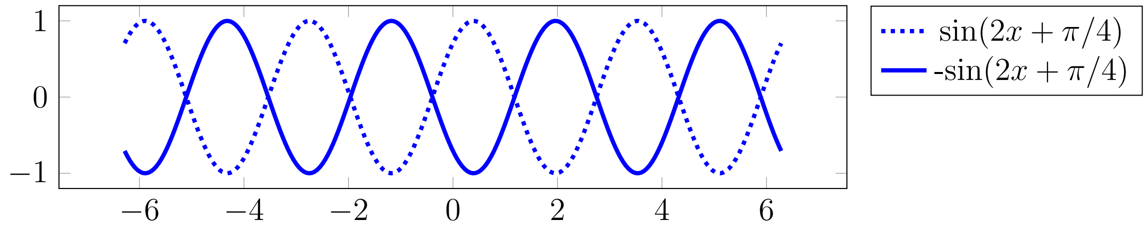
Условие. Используя элементарные преобразования, построить эскизы графиков функций (а)–(д).

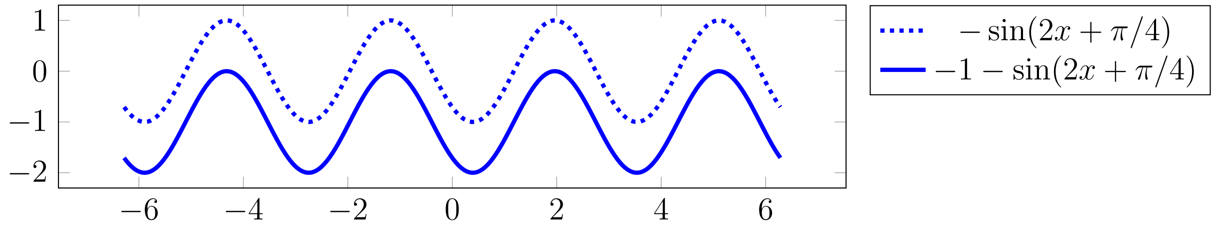
$$\begin{aligned}
&3(\text{а}): \quad y(x) = -1 - \sin(2x + \pi/4),\\
&3(\text{б}): \quad y(x) = |2\sqrt[3]{x+5} - 1|,\\
&3(\text{в}): \quad y(x) = 1 - \log_3|x+1|,\\
&3(\text{г}): \quad y(x) = \frac{1}{3}2^{2x+1} - \frac{4}{3},\\
&3(\text{д}): \quad y(x) = \frac{3\pi}{8} + \frac{3}{2}\operatorname{arctg}(2x - 3).
\end{aligned}$$

Решение. Последовательность элементарных преобразований графика функции 3(а).

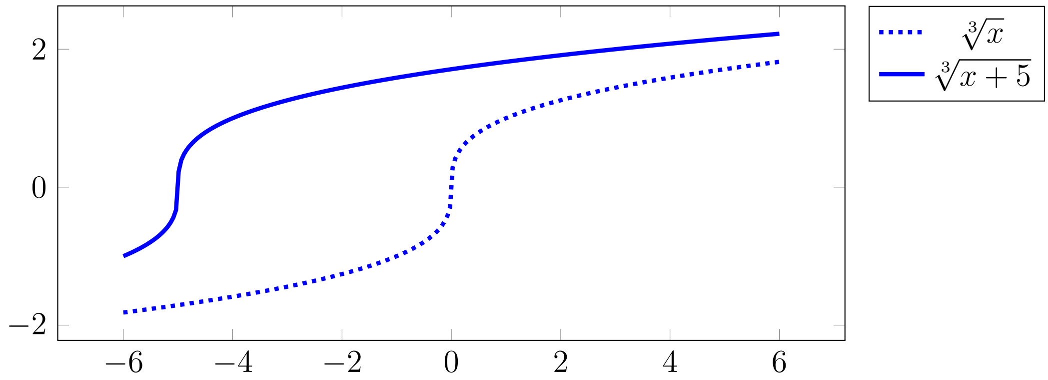


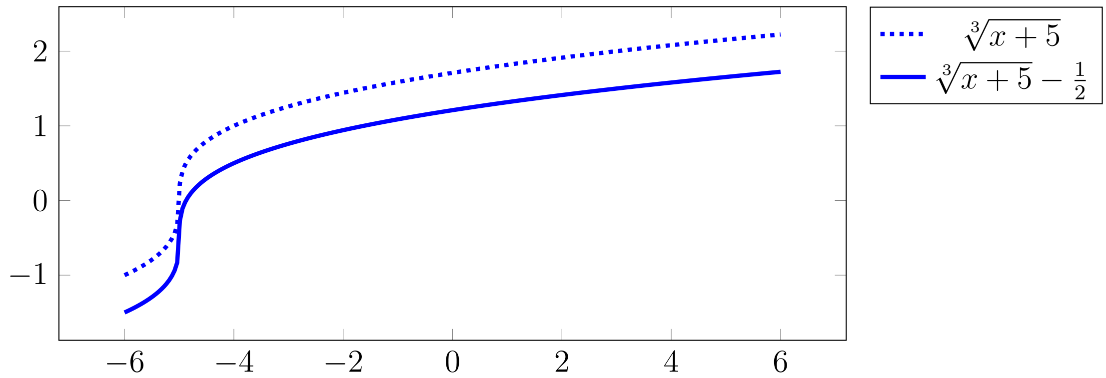


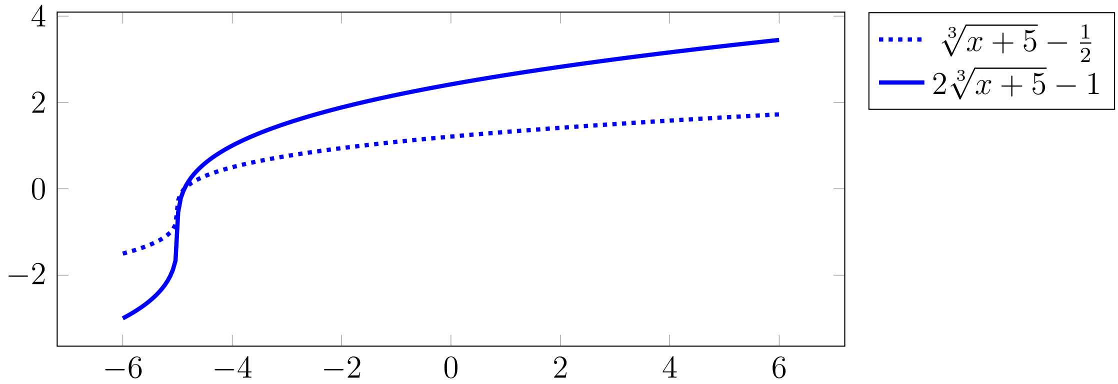


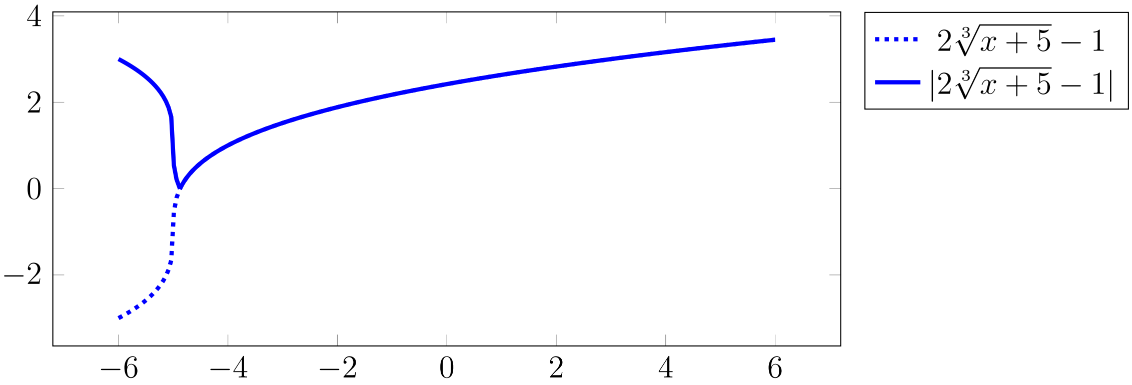


Последовательность элементарных преобразований графика функции 3(б).

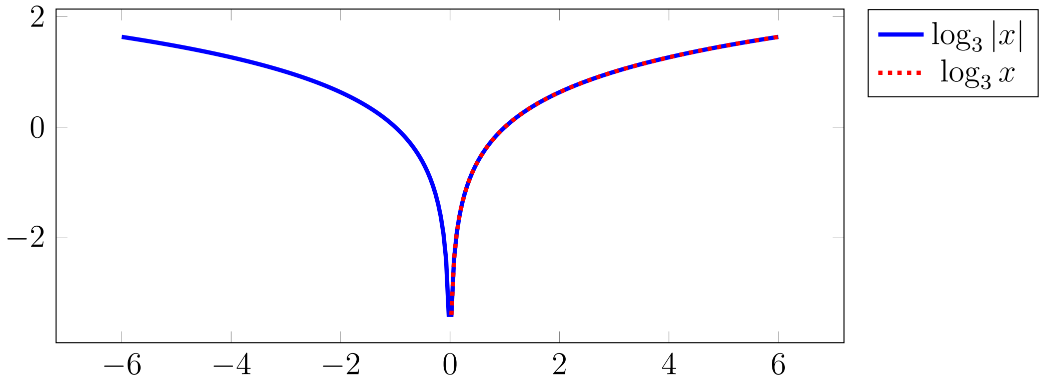


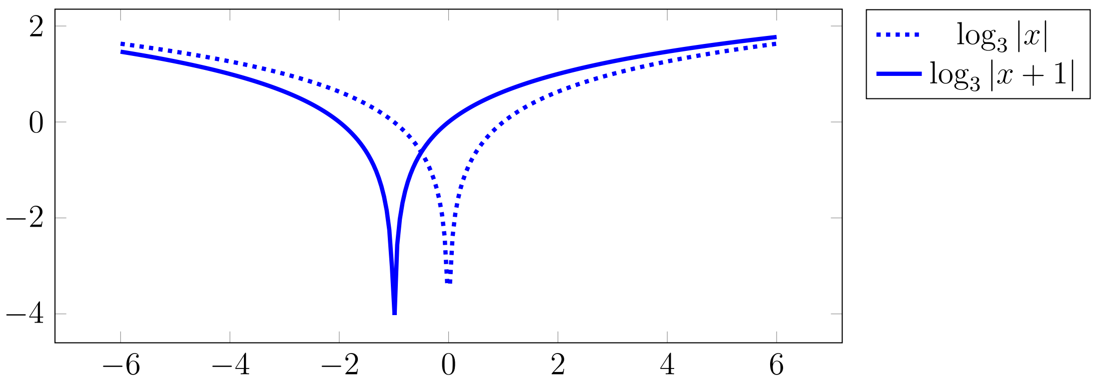


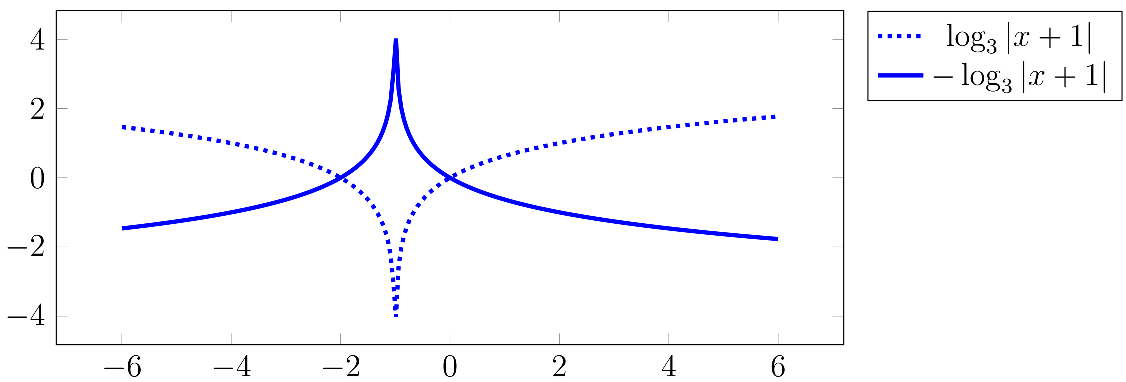


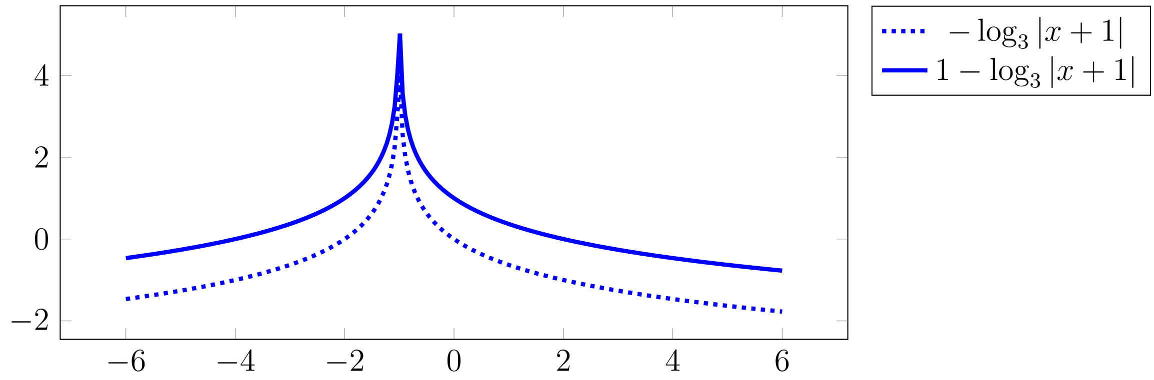


Последовательность элементарных преобразований графика функции 3(в).

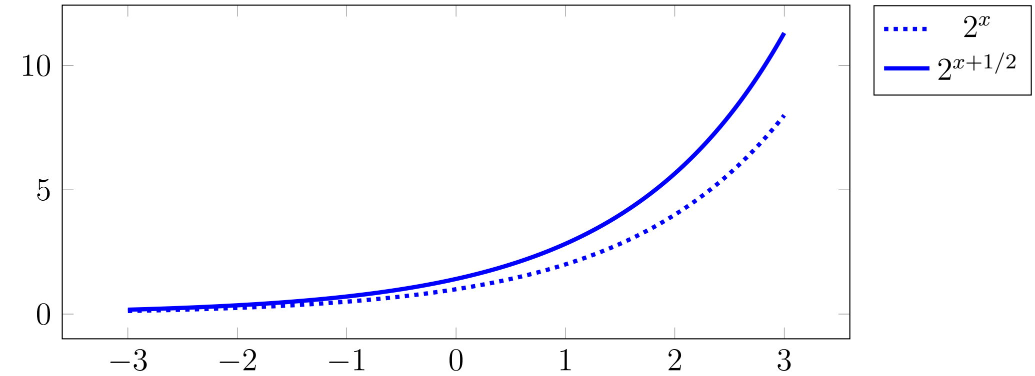


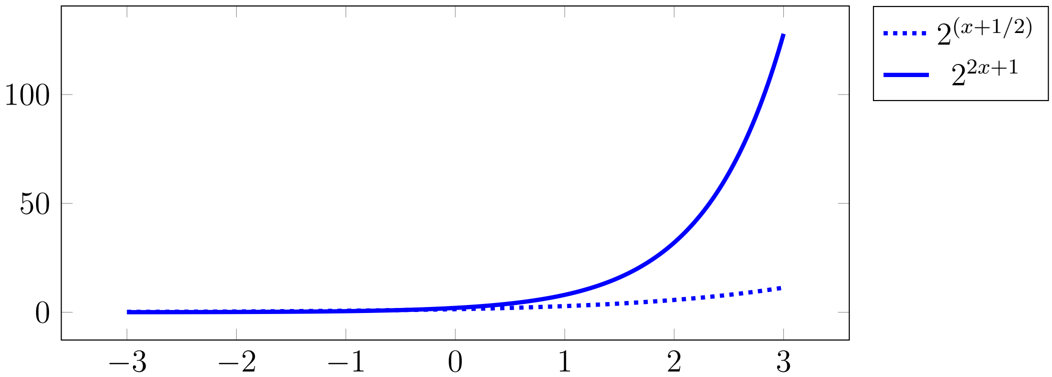


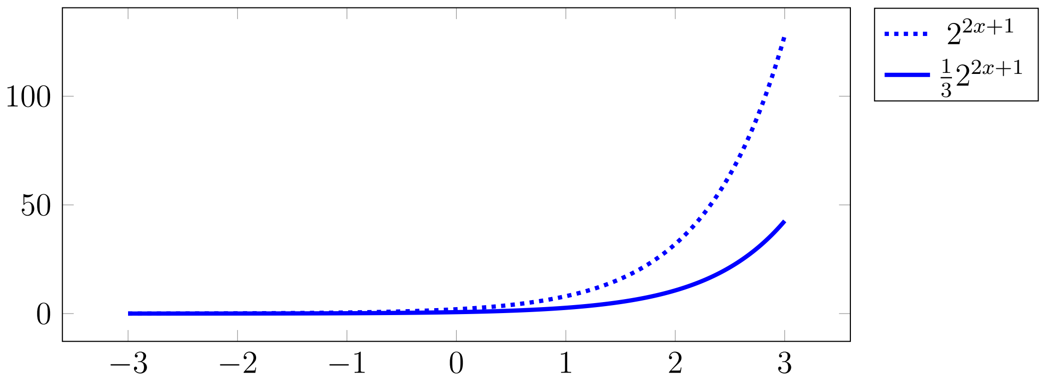


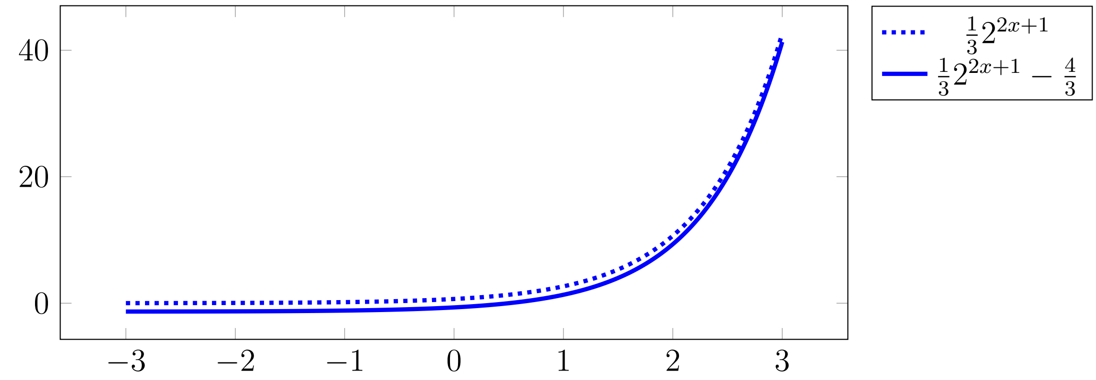


Последовательность элементарных преобразований графика функции 3(г).

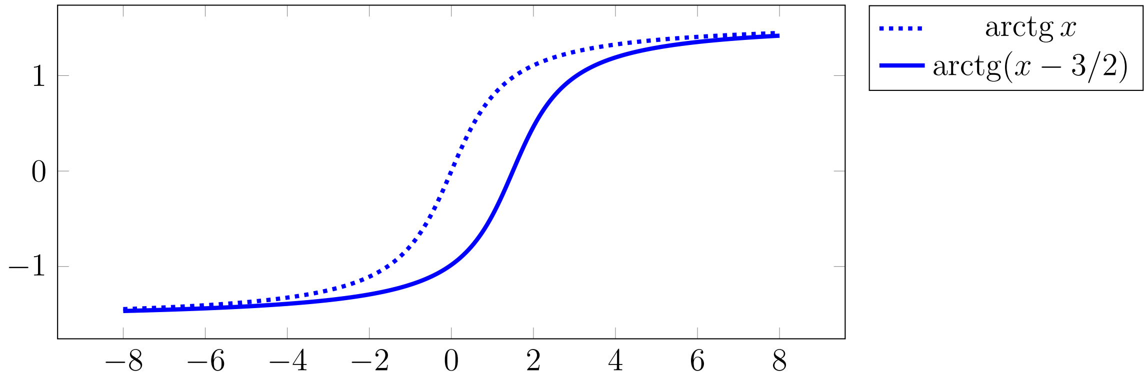


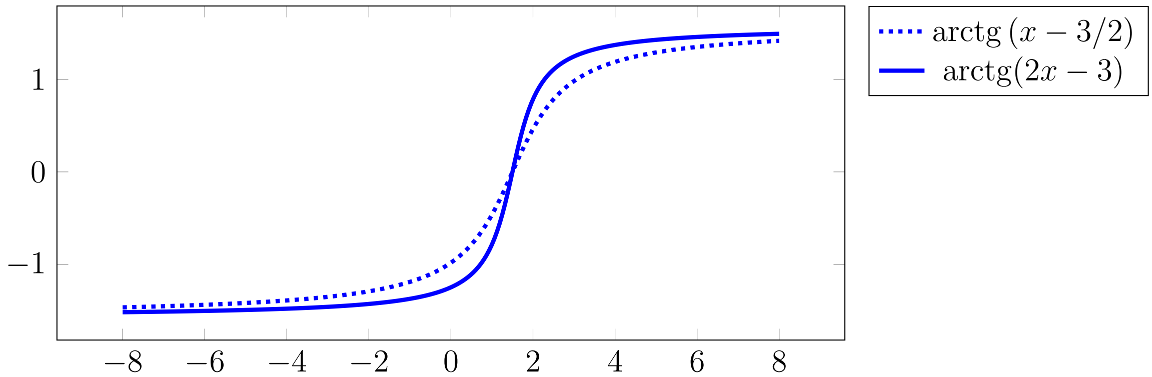


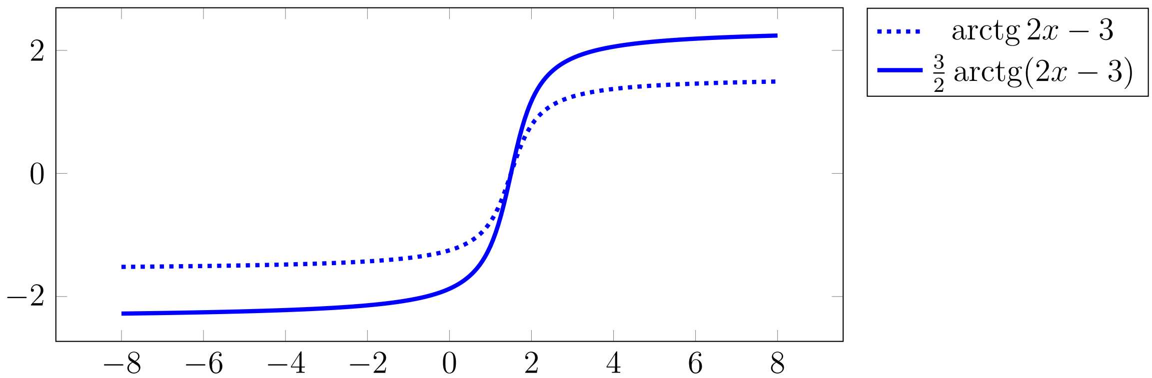


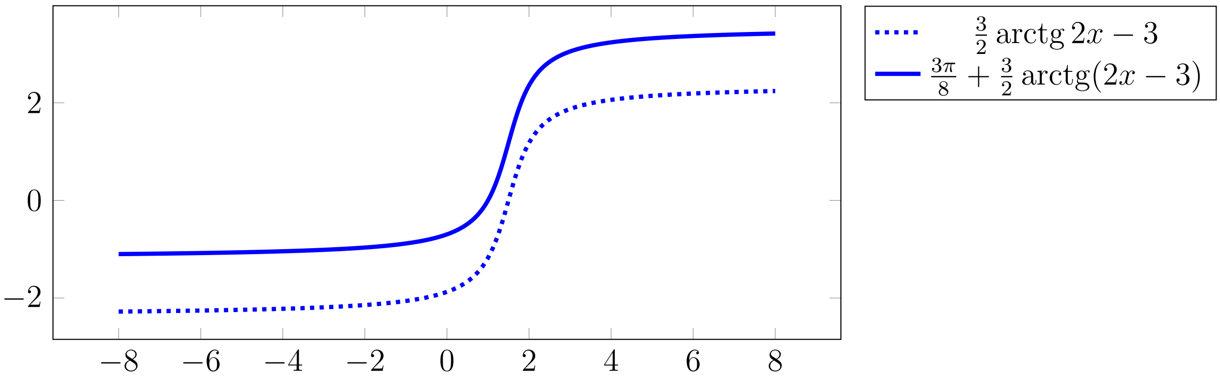


Последовательность элементарных преобразований графика функции 3(д).









Задача № 4.

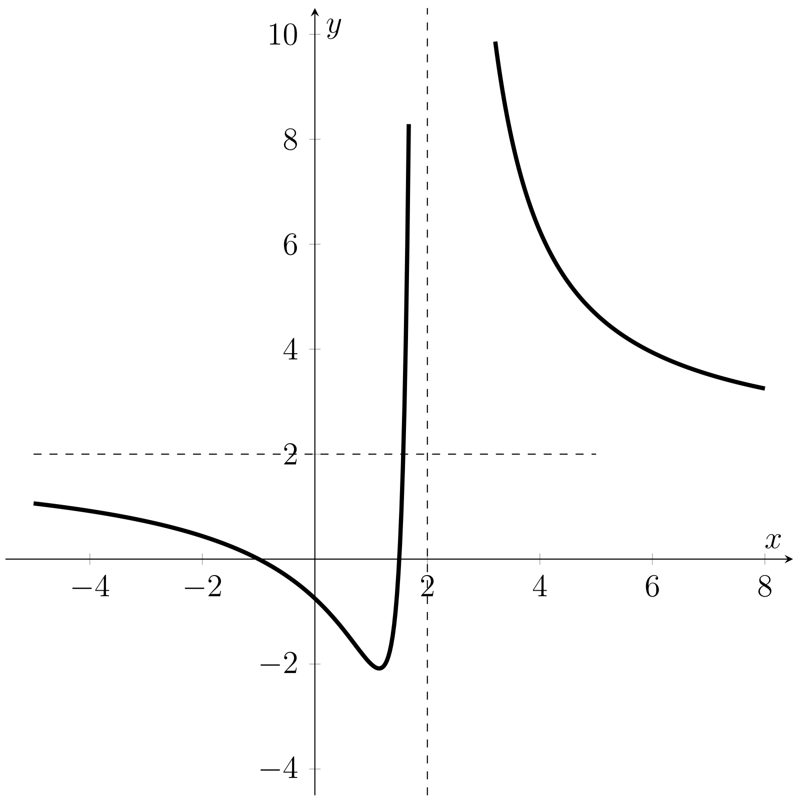
Условие. Построить эскиз графика рациональной функции, найдя его асимптоты и исследуя расположение графика относительно оси абсцисс и асимптот (не используя предела)

$$y(x) = \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - 4x + 4}.$$

Решение. Выделим целую часть

$$y(x) = \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - 4x + 4} = \frac{2x^2 - 8x + 8 + 7x - 11}{(x-2)^2} = \frac{2(x-2)^2 + 7x - 11}{x^2 - 4x + 4} = 2 + \frac{7x - 11}{(x-2)^2}.$$

Отсюда, $y = 2$ — горизонтальная ассимптота, а также, $x = 2$ — вертикальная ассимптота.

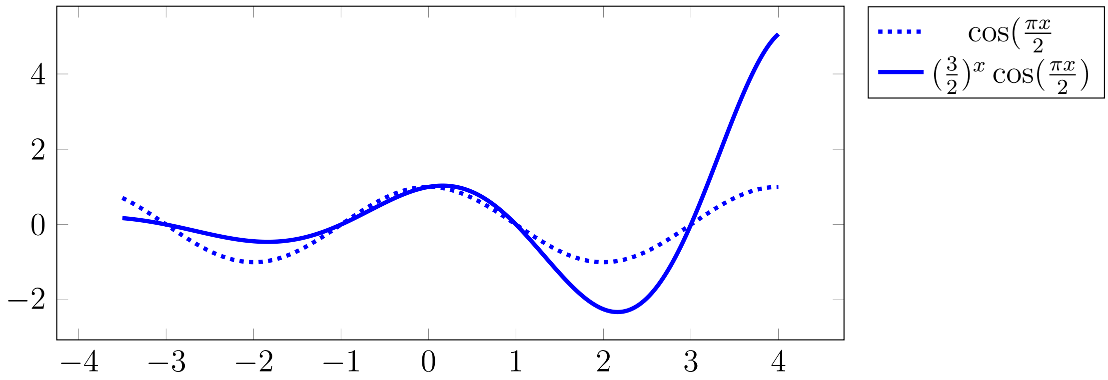


Задача № 5.

Условие. Построить эскиз графика сложной функции, используя различные элементарные приёмы

$$y(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right).$$

Решение. График функции $y(x) = \cos(\pi x/2)$ получается элементарными преобразованиями из графика функции $y(x) = \cos(x)$. В то же время, график функции $y(x) = (3/2)^x \cos(\pi x/2)$ получается из графика функции $y(x) = \cos(\pi x/2)$ пропорциональным изменением ординаты каждой точки графика в $(3/2)^x$ раз для каждого значения абсциссы x.



3.2 Пределы и непрерывность.

Задача № 1.

Условие. Дана последовательность $\{a_n\} = \dfrac{3-3n^2}{4+5n^2}$ и число $c = -\dfrac{3}{5}$. Доказать, что

$$\lim_{n\to\infty} a_n = c,$$

а именно, для каждого сколь угодно малого числа $\varepsilon > 0$ найти наименьшее натуральное число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - c| < \varepsilon$ для всех номеров $n > N(\varepsilon)$. Заполнить таблицу

ε	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$			

Решение. Рассмотрим неравенство $a_n - c < \varepsilon$, $\forall\varepsilon > 0$, учитывая выражение для a_n и значение c из условия варианта, получим

$$\left|\frac{3-3n^2}{4+5n^2} + \frac{3}{5}\right| < \varepsilon.$$

Неравенство запишем в виде двойного неравентсва и приведём выражение под знаком модуля к общему знаменателю, получим

$$-\varepsilon < \frac{27}{5(4+5n^2)} < \varepsilon.$$

Заметим, что левое неравенство выполнено для любого номера $n \in \mathbb{N}$ поэтому, будем рассматривать правое неравенство

$$\frac{27}{5(4+5n^2)} < \varepsilon.$$

Выполнив цепочку преобразований, перепишем неравенство относительно n^2, и учитывая, что $n \in \mathbb{N}$, получим

$$\frac{27}{5(4+5n^2)} < \varepsilon,$$
$$4+5n^2 > \frac{27}{5\varepsilon},$$
$$n^2 > \frac{1}{5}\left(\frac{27}{5\varepsilon} - 4\right),$$
$$n > \frac{1}{5}\sqrt{\frac{27-20\varepsilon}{\varepsilon}},$$
$$N(\varepsilon) = \left[\frac{1}{5}\sqrt{\frac{27-20\varepsilon}{\varepsilon}}\right],$$

где [ ] — целая часть числа. Заполним таблицу:

ε	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$	3	10	32

Проверка:

$$|a_4 - c| = \frac{9}{140} < 0{,}1,$$
$$|a_{11} - c| = \frac{9}{1015} < 0{,}01,$$
$$|a_{33} - c| = \frac{27}{27245} < 0{,}001.$$

Задача № 2.

Условие. Вычислить пределы функций

(а): $$\lim_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x^3-5x+4},$$

(б): $$\lim_{x\to +\infty} \frac{2x^3 - x^4\sqrt{x^3+2}}{x^5 - x^3\sqrt[3]{x+2}},$$

(в): $$\lim_{x\to 1}\left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}}\right),$$

(г): $$\lim_{x\to 4}\left(\frac{\sin x}{\sin 4}\right)^{\frac{1}{x-4}},$$

(д): $$\lim_{x\to 0}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x^2-\sqrt{3}}{x^3-1}\right)\right)^{\frac{x}{\sin(2x)}},$$

(е): $$\lim_{x\to \pi}\frac{\ln(1+\operatorname{tg} x)}{\sin(3x)}.$$

Решение.
(а):

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x^3-5x+4} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x-1)(x^2+x-4)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x+1)(x^2+1)}{x^2+x-4} = \frac{4}{-2} = -2.$$

(б):

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3-x^4\sqrt{x^3+2}}{x^5-x^3\sqrt[3]{x+2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3-x^{\frac{11}{2}}\sqrt{1+\frac{2}{x^3}}}{x^5-x^{\frac{10}{3}}\sqrt[3]{1+\frac{2}{x}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^{\frac{11}{2}}(\sqrt{1+\frac{2}{x^3}}-2x^{-\frac{5}{2}})}{x^5\left(1-x^{-\frac{5}{3}}\sqrt[3]{1+\frac{2}{x}}\right)}=-\infty.$$

(в):

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{3}{1-\sqrt{x}}-\frac{2}{1-\sqrt[3]{x}}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{3(1+\sqrt{x})}{1-x}-\frac{2(1+x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})}{1-x}\right)=$$
$$\lim_{x\to1}\left(\frac{3(1+\sqrt{x})-2(1+x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})}{1-x}\right)=\left|\begin{array}{l}t=1-x\\t\to0\end{array}\right|=$$
$$\lim_{t\to0}\left(\frac{3(1+(1-t)^{\frac{1}{2}})-2(1+(1-t)^{\frac{1}{3}}+(1-t)^{\frac{2}{3}})}{t}\right)=$$
$$\left|\begin{array}{l}(1-t)^{\frac{1}{2}}\sim-\frac{1}{2}t+1\\(1-t)^{\frac{1}{3}}\sim-\frac{1}{3}t+1\end{array}\right|=\lim_{t\to0}\left(\frac{3(1-\frac{1}{2}t+1)-2(1-\frac{1}{3}t+1-\frac{2}{3}t+1)}{t}\right)=\lim_{t\to0}\left(\frac{-\frac{3}{2}t+2t}{t}\right)=\frac{1}{2}.$$

(г):

$$\lim_{x\to4}\left(\frac{\sin x}{\sin 4}\right)^{\frac{1}{x-4}}=\left|\begin{array}{l}t=x-4\\t\to0\end{array}\right|=\lim_{t\to0}\left(\frac{\sin(t+4)}{\sin4}\right)^{\frac{1}{t}}=\lim_{t\to0}\left(\frac{\sin t\cos4+\cos t\sin4}{\sin4}\right)^{\frac{1}{t}}=$$
$$\lim_{t\to0}\left(1+\frac{\sin t}{\operatorname{tg}4}\right)^{\frac{1}{t}}=\lim_{t\to0}\left(1+\frac{\sin t}{\operatorname{tg}4}\right)^{\frac{\operatorname{tg}4}{\sin t}\frac{\sin t}{t}\operatorname{ctg}4}=e^{\operatorname{ctg}4}.$$

(д):

$$\lim_{x\to0}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x^2-\sqrt{3}}{x^3-1}\right)\right)^{\frac{x}{\sin(2x)}}=\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sin(2x)}}=\sqrt{\frac{\pi}{3}}.$$

(е):

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\ln(1+\operatorname{tg}x)}{\sin(3x)}=\left|\begin{array}{ll}t=x-\pi & \operatorname{tg}(t+\pi)=\operatorname{tg}t\\ \pi\to0 & \sin(3(t+\pi))=-\sin(3t)\end{array}\right|=-\lim_{t\to0}\frac{\ln(1+\operatorname{tg}t)}{\sin(3t)}=$$
$$=\left|\begin{array}{l}\operatorname{tg}t\sim t\\ \sin(3t)\sim3t\end{array}\right|=-\lim_{t\to0}\frac{\ln(1+t)}{3t}=\left|\ln(1+t)\sim t\right|=-\lim_{t\to0}\frac{t}{3t}=-\frac{1}{3}.$$

Задача № 3.

Условие.
(а): Показать, что данные функции $f(x)$ и $g(x)$ являются бесконечно малыми или бесконечно большими при указанном стремлении аргумента.
(б): Для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию) вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x\to x_0$ или Cx^α при $x\to\infty$, указать их порядки малости (роста).
(в): Сравнить функции $f(x)$ и $g(x)$ при указанном стремлении.

№ варианта	функции $f(x)$ и $g(x)$	стремление
30	$f(x)=\dfrac{x^3+x\sin x}{x+\sqrt[3]{x}},\ g(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+2}$	$x\to\infty$

Решение.
(а): Покажем, что $f(x)$ и $g(x)$ бесконечно большие функции,

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + x\sin x}{x + \sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3(1 + \frac{\sin x}{x^2})}{x(1 + \frac{\sqrt[3]{x}}{x})} = \lim_{x\to\infty} x^2 = \infty.$$
$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{x(1 + \frac{2}{x})} = \lim_{x\to\infty} x = \infty.$$

(б): Так как $f(x)$ и $g(x)$ бесконечно большие функции, то эквивалентными им будут функции вида Cx^α при $x \to \infty$. Найдём эквивалентную для $f(x)$ из условия

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^\alpha} = ,$$

где C — некоторая константа. Рассмотрим предел

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^\alpha} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + x\sin x}{(x + \sqrt[3]{x})x^\alpha} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + x\sin x}{x^{\alpha+1} + x^{\alpha+\frac{1}{3}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3(1 + \frac{x\sin x}{x^3})}{x^3\big(x^{\alpha-2} + x^{\alpha-\frac{2}{3}}\big)}.$$

При $\alpha = 2$ последний предел равен 1, отсюда $C = 1$ и

$$f(x) \sim x^2 \text{ при } x \to \infty.$$

Аналогично, рассмотрим предел

$$\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x^\alpha} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)x^\alpha} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^{\alpha+1} + 2x^\alpha} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{x^2\big(x^{\alpha-1} + 2x^{\alpha-2}\big)}.$$

При $\alpha = 1$ последний предел равен 1, отсюда $C = 1$ и

$$g(x) \sim x \text{ при } x \to \infty.$$

(в): Для сравнения функций $f(x)$ и $g(x)$ рассмотрим предел их отношения при указанном стремлении

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Применим эквивалентности, определенные в пункте (б), получим

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to\infty} x = \infty.$$

Отсюда, $f(x)$ есть бесконечно большая функция более высокого порядка роста, чем $g(x)$.

Задача № 4.

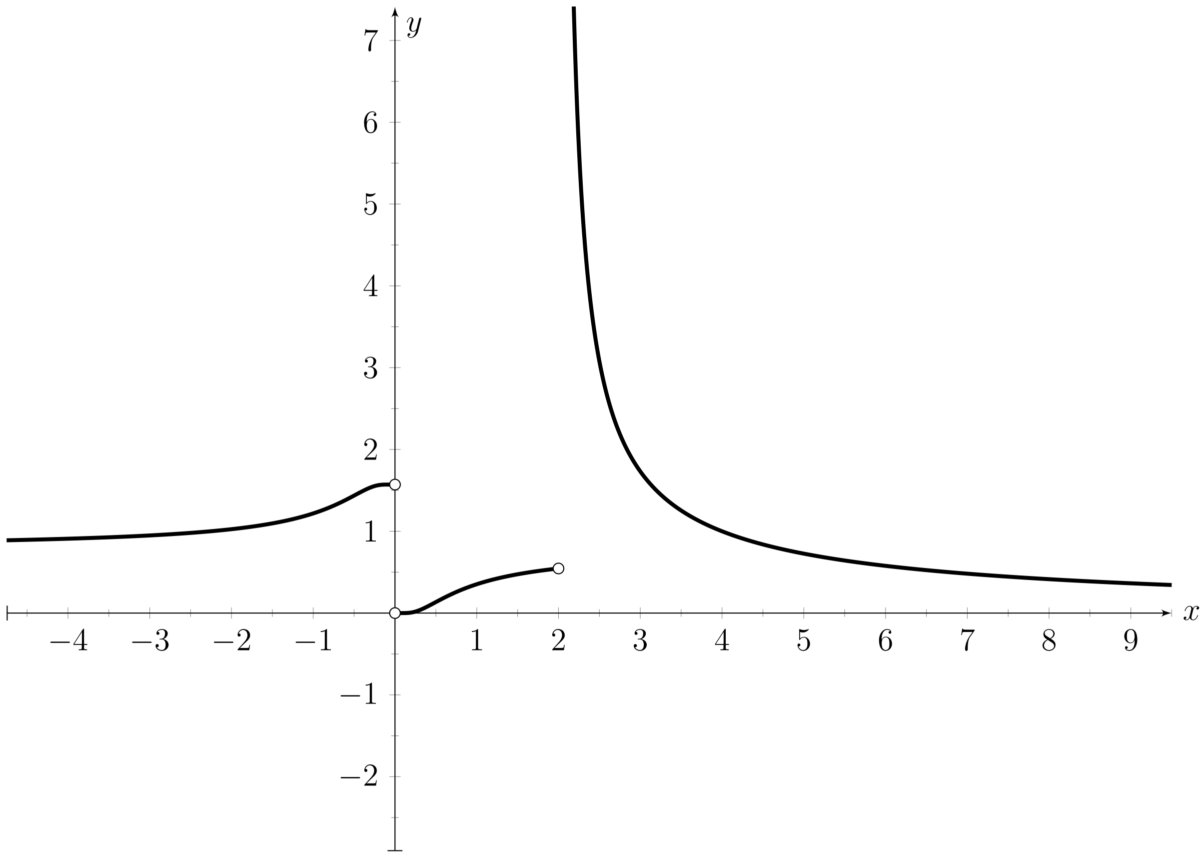
Условие.
Найти точки разрыва функции

$$y = f(x) \equiv \begin{cases} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}), & x \leqslant 2, \\ \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{x}\right), & x > 2. \end{cases}$$

и определить их характер. Построить фрагменты графика функции в окрестности каждой точки разрыва.

Решение. Особыми точками являются точки $x = 0$, 2. Рассмотрим односторонние пределы в окресности каждой из особых точек

$$\lim_{x\to 0-} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}) = \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x\to 2-} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}) = \operatorname{arcctg}(\sqrt{e}),$$
$$\lim_{x\to 0+} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}) = 0, \quad \lim_{x\to 2+} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{x}\right) = +\infty.$$



Отсюда, точка $x = 0$ — точка устранимого разрыва 1–го рода, а точка $x = 2$ — точка неустранимого разрыва 2–го рода.

3.3 Приложения дифференциального исчисления.

Задача № 1.

Условие. Разложить функцию $f(x)$ по формуле Тейлора 3–го порядка в точке $x_0 = 1$ с остаточным членом в форме Пеано, если

$$f(x) = x^x.$$

Решение. Представим функцию в виде $f(x) = e^{x \ln x}$. Разложим элементарные функции e^x и $\ln x$ в точке Выполним замену $t = x - x_0$, отсюда $x = t + 1$. В новых переменных, получим задачу о разложении функции $f(t) = e^{(t+1)\ln(t+1)}$ в точке $t_0 = 0$. Разложим спетень экспоненты $(t+1)\ln(t+1)$ применяя стандартное разложение

$$\begin{aligned}
\ln(t+1) = &\ \ t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + O(t^4),\\
(t+1)\ln(t+1) = &\ \ (t+1)(t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + O(t^4)) =\\
= &\ \ t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + t^2 - \frac{t^3}{2} + \frac{t^4}{3} + O(t^4) =\\
= &\ \ t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} + O(t^4).
\end{aligned}$$

Далее, раскладывая экспоненту по Формуле Тейлора, и применяя разложение для степени, получим

$$\begin{aligned}
e^t = &\ \ 1 + t + \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{6} + O(t^4),\\
e^{(t+1)\ln(t+1)} = &\ \ 1 + \big(t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} + O(t^4)\big) + \frac{1}{2}\big(t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} + O(t^4)\big)^2 +\\
+ &\ \ \frac{1}{6}\big(t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} + O(t^4)\big)^3 = 1 + t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} + \frac{t}{2} + \frac{t^3}{2} + \frac{t^3}{6} + O(t^4) =\\
= &\ \ 1 + t + t^2 + \frac{t^3}{2} + O(t^4).
\end{aligned}$$

Возвращаясь к исходной переменной x, получим разложение

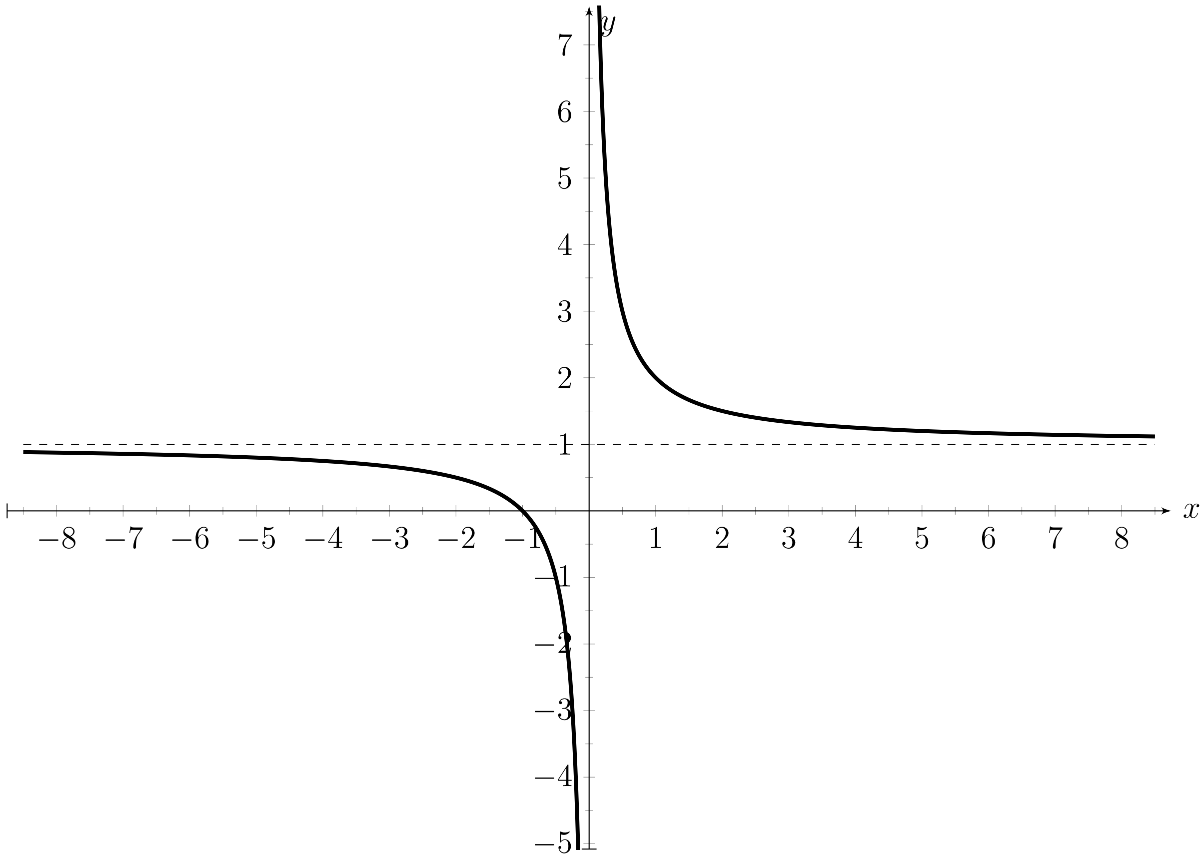
$$x^x = 1 + (x-1) + (x-1)^2 + \frac{1}{2}(x-1)^3 + O\big((x-1)^4\big).$$

Задача № 2.

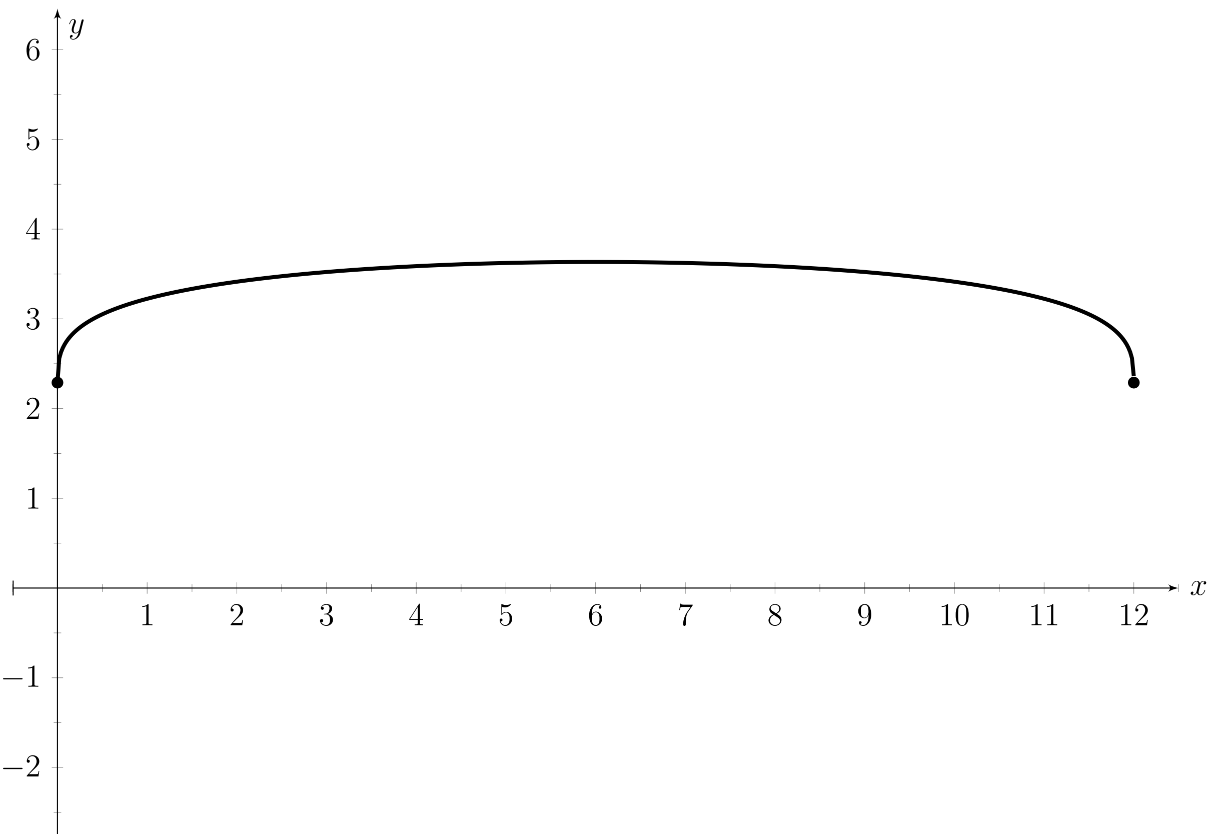
Условие. Исследовать данные функции и построить их графики

$$\begin{aligned}
&\textbf{(а):} \qquad y = \frac{x}{x^2+1},\\
&\textbf{(б):} \qquad y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{12-x},\\
&\textbf{(в):} \qquad y = 2\cos x + \frac{1}{2}\cos(2x),\\
&\textbf{(г):} \qquad y = x + 4\,\mathrm{arcctg}\,x,\\
&\textbf{(д):} \qquad y = (x^2+1)e^{-x^2/2}.
\end{aligned}$$

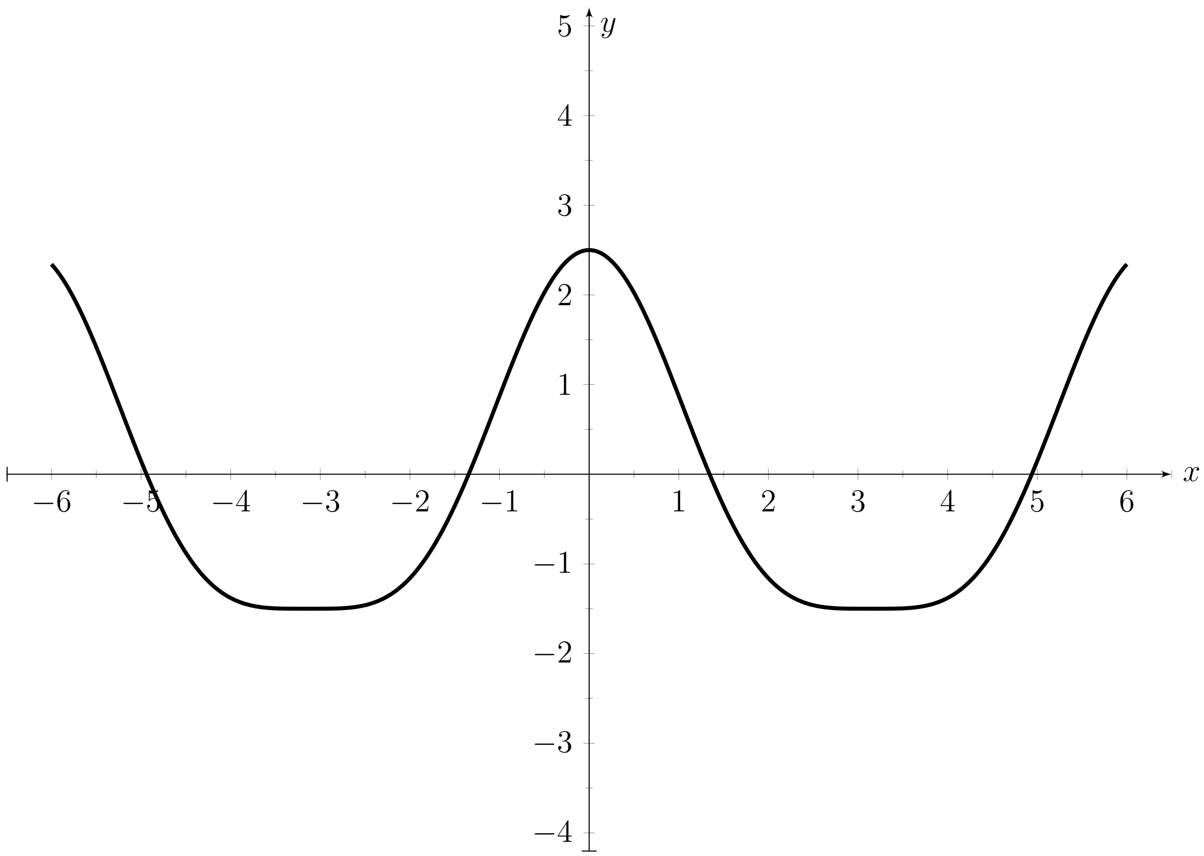
Решение.
(а):


y
x
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7
8

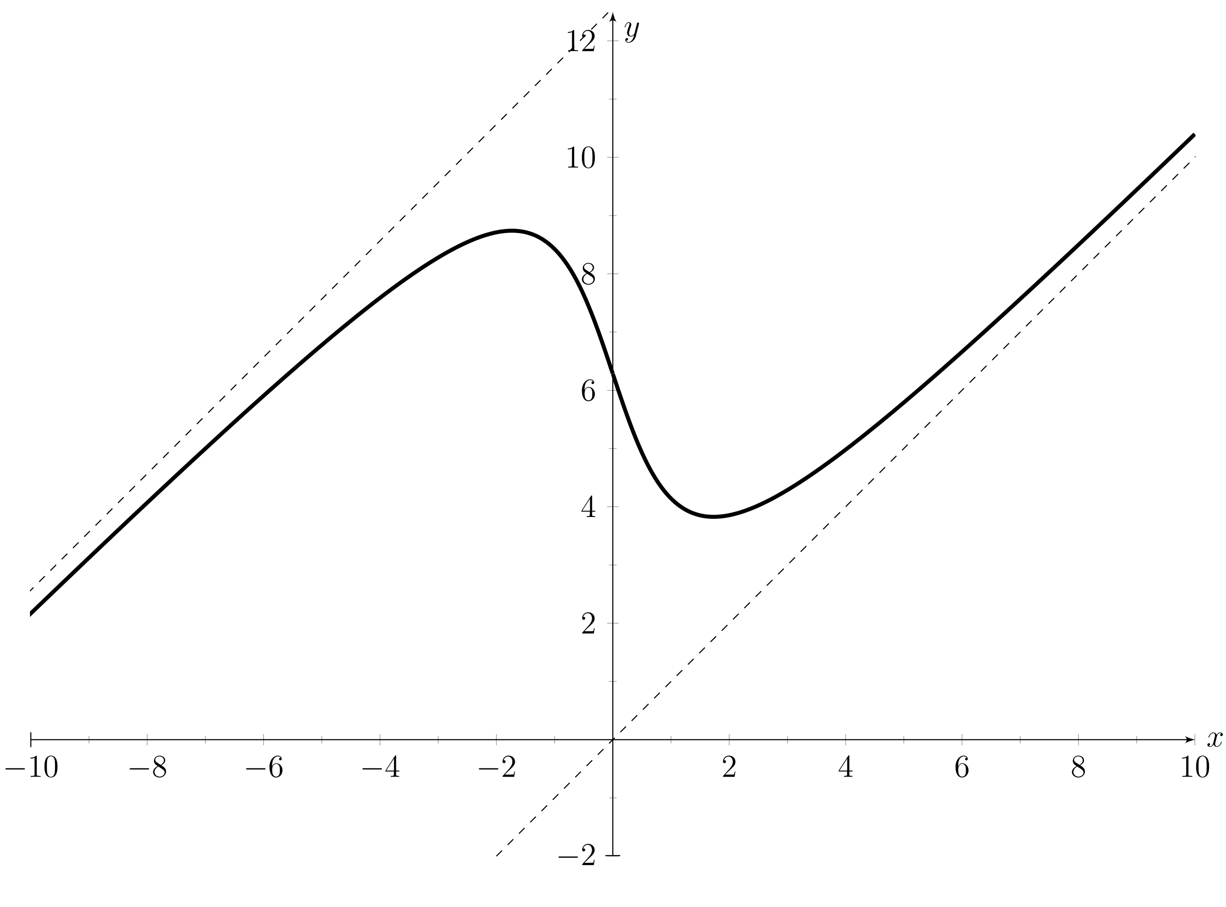
(б):


y
x
6
5
4
3
2
1
−1
−2
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

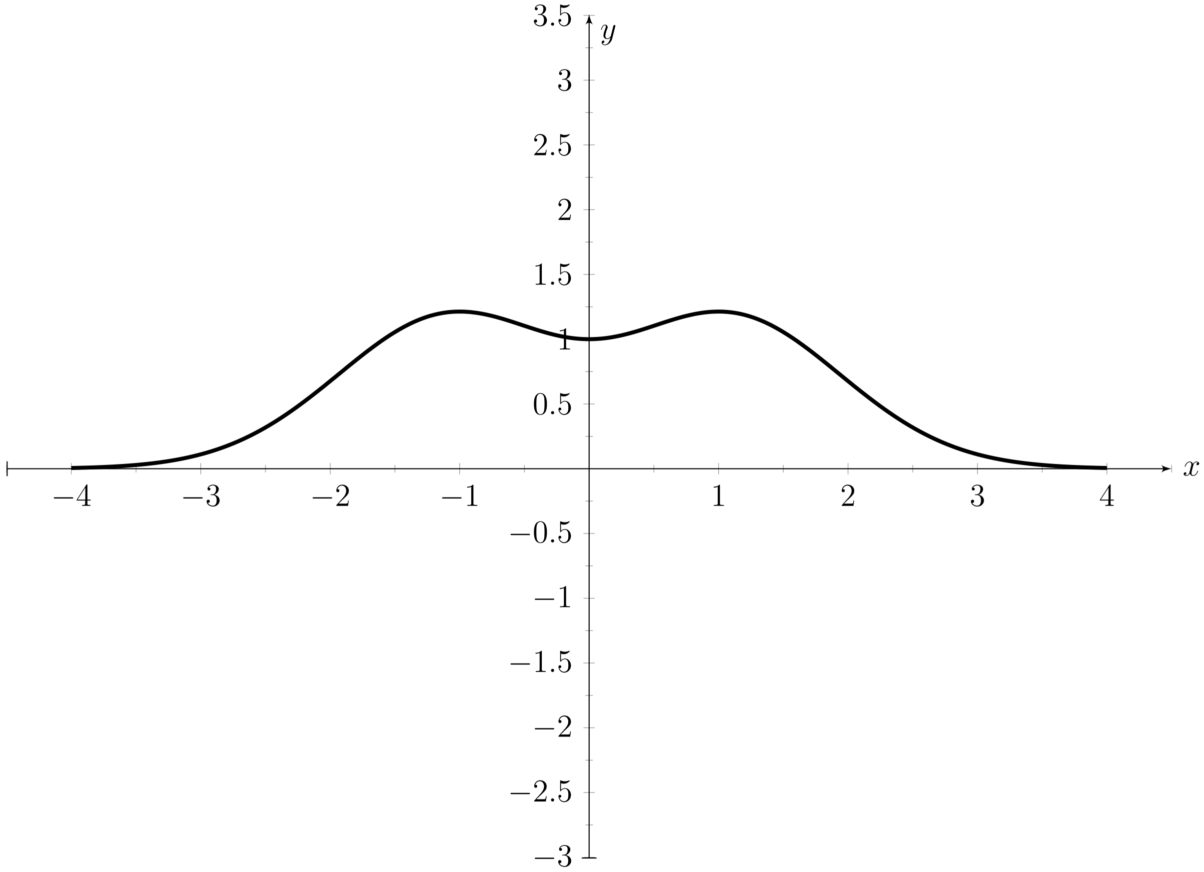
(в):



(г):



(д):



Задача № 3.

Условие.
Найти наибольшее расстояние точки эллипса $x = a\cos t$, $y = b\sin t$ от конца его малой полуоси $(a > b > 0)$.
Решение.
Рассмотрим точку на эллипсе $A(x, y)$, при $x > 0$, $y > 0$. Соединим точку эллипса A с концами малых полуосей M_1, M_2. Чертёж к задаче представлен на рис. 1. В силу положительности координат точки A, большим из двух будет отрезок AM_2, а расстояние

$$\rho = \rho(A, M_2) = \sqrt{x^2 + (y+b)^2} \longrightarrow \max$$

по условию задачи должно быть наибольшим. Так как $x = a\cos t$, а $y = b\sin t$, то $\rho = \rho(t)$ есть функция паметра t вида

$$\rho(t) = \sqrt{a^2\cos^2 t + (b\sin t + b)^2} = \sqrt{a^2\cos^2 t + b^2(1+\sin t)^2}.$$

Найдём экстремальные значения функции $\rho(t)$ из решения уравнения

$$\rho'_t = 0.$$

Вычислим производную по переменной t, получим

$$\rho'_t = \frac{a^2 2\cos t(-\sin t) + b^2 2(1+\sin t)\cos t}{2\sqrt{a^2\cos^2 t + b^2(1+\sin t)^2}} = \frac{2\cos t(-a^2\sin t + b^2(1+\sin t))}{2\rho}.$$

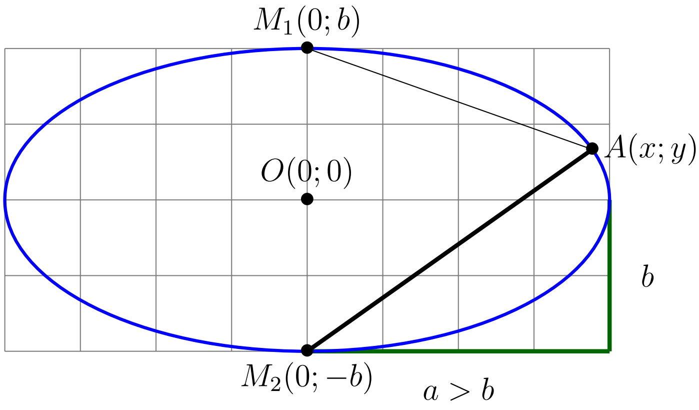


Рис. 1. Чертёж к задаче 3

Приравнивая производную к нулю, получим уравнение относително переменной t, решая которое, находим

$$2\cos t(-a^2\sin t + b^2(1+\sin t)) = 0,$$
$$-a^2\sin t + b^2(1+\sin t) = 0,$$
$$(a^2-b^2)\sin t = b^2,$$
$$\sin t = \frac{b^2}{a^2-b^2}.$$

То есть, при $t^* = \arcsin\dfrac{b^2}{a^2-b^2}$ получаем экстремальные значения для расстояния $\rho_{\max} = \rho(t^*) = \max\rho(A,\,M_2)$. Из равенства для $\sin t$ получим следствия

$$1+\sin t = \frac{a^2}{a^2-b^2}, \quad \cos^2 t = \frac{a^2(a^2-2b^2)}{(a^2-b^2)^2}.$$

Отсюда, найдём наибольшее расстояние

$$\begin{aligned}\rho_{\max} &= \rho(t^*) = \sqrt{a^2\cos^2 t^* + b^2(1+\sin t^*)^2} = \sqrt{a^2\frac{a^2(a^2-2b^2)}{(a^2-b^2)^2} + b^2\frac{a^4}{(a^2-b^2)^2}} = \\ &= \frac{a^2}{a^2-b^2}\sqrt{a^2-b^2} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2-b^2}}.\end{aligned}$$

Список литературы

[1] Львовский С.М. Набор и вёрстка в системе LaTeX, 2003 с.

[2] Добавить сюда источник.

[3] Добавить сюда источник.