УДК 519.854.2

Павлов О. А.,

Вознюк О. В.,

Жданова О. Г.

дослідження Критеріїв для розв’язання задачі дробово-лінійного програмування в умовах невизначеності

Робота присвячена дослідженню двох критеріїв знаходження компромісних розв’язків задачі дробово-лінійного програмування в умовах невизначеності. Було розроблено та описано декілька планів експериментів та зроблені висновки щодо роботи критеріїв.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ, ДРОБОВО-ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ, КОМПРОМІСНЕ РІШЕННЯ, КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ, ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.

The article is devoted to criteria research of finding compromise solutions for a problem of linear fractional programming under uncertainty. Several experiment plans were made and its results were analyzed and described.

KEYWORDS: UNCERTAINTY, LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING, COMPROMISE SOLUTION, COMBINATORIAL OPTIMIZATION, DESIGN OF EXPERIMENTS.

**1. Вступ**

Зазвичай задачі дробово-лінійного програмування використовуються у випадку коли необхідно максимізувати (мінімізувати) значення відношення деяких функцій. Одним із прикладів може слугувати оптимізація відношення прибутку до витрат. В реальному житті буває доволі складно вирішити такого типу проблему, якщо існує декілька варіантів значення для одного і того ж самого параметра, тому на практиці визначення найкращого варіанту дій часто проводиться в умовах невизначеності. Наслідки прийнятих рішень залежать від майбутнього розвитку подій, яке може відбуватися за різними сценаріями. В цьому і полягає умова невизначеності – існування множини альтернативних варіантів. Отже, задачі в недетермінованій постановці часто виникають в ситуаціях, коли немає попередньої ймовірнісної оцінки можливих майбутніх ситуацій або значень параметрів, які їх характеризують.

**2. Постановка задачі**

Задача комбінаторної оптимізації в умовах невизначеності має вигляд:



де — числа, — i-та довільна числовая характеристика допустимого рішення   — множина допустимих рішень.

Під невизначенністю тут розуміється невизначенність значень коефіцієнтів 

В роботах [1, 2] були викладені основи конструктивної теорії знаходження компромісного рішення для такого класу задач.

Задача дробово-лінійного програмування у детермінованій постановці має вигляд:





, , ,    — дійсні числа, — змінні задачи.

Для того, щоб при поясненнях уникнути необхідності розгляду множини різних можливих варіантів, припустимо, що на  накладаються такі обмеження, при яких знаменник в (2) строго додатній для всіх допустимих значень а також, що максимум є кінцевим [3]:





Отже, існує R наборів коефіцієнтів можливих значень коефіцієнтів  Знайти за заданими компромісними критеріями рішення задачі (1)–(2) в умовах сформульованої вище невизначеності. Ціллю є знайти такий компромісний розв’язок, який би задовільняв усі альтернативи не менше ніж на якусь встановлену величину.

**3. Критерії оцінки рішень**

Критерій A

Знайти компромісне рішення  що задовольняє (3) на якому досягається 

де для задачі на мінімум:



а для задачі на максимум відповідно:



*Критерій B*

Якщо компромісного рішення, що задовольняє Критерію A не існує, то знайти що задовольняє (3) на якому досягається



де  - відомі експертні вагові коефіцієнти.

**4. Побудова компромісного рішення**

Як відомо [3], задача (2)-(3) зводиться до задачі лінійного програмування (ЗЛП) наступним чином.

Введемо нові змінні



Тоді задача (2)-(3) прийме вигляд







де 

По рішенню ЗЛП (11)-(13) знаходиться оптимальне рішення задачі (2)-(3):  При цьому оптимальне значення функціоналів (2) і (11) приймають однакове значення.

**5. Знаходження компромісного рішення за критеріями A та B**

Компромісне рішення () за критеріями A та B (якщо за критерієм A рішення не існує) знаходиться за рішенням наступної ЗЛП:









Якщо вихідна задача (2)-(3) є задачею на максимум, то в задачі (14)-(17) нерівності (17) мають вигляд:



Chart, radar chart

Description automatically generated

Рисунок 1 – Ілюстрація знаходження оптимального розв’язку за умови невизначеності

**6. План експериментів**

Метою експериментів є дослідження залежності вихідних даних задачі від зміни деяких вхідних параметрів.

*Експеримент типу 1*

Мета – дослідження того як впливає зміна величин на .

Присвоюємо  та . Змінюємо значення  до 1 та  до 0.001 відповідно з кроком 0.001

*Експеримент типу 2*

Мета – дослідження того як впливає зміна величин на .

Присвоюємота . Змінюємо значення  до 1000 та  до 1 відповідно з кроком 1.

*Експеримент типу 3*

Мета – дослідження того як впливає зміна величин на .

Присвоюємота . Змінюємо значення  до 1000 та  до 1 відповідно з кроком 1.

**7. Аналіз результатів експериментів**

Graphical user interface

Description automatically generated with low confidence

Рисунок 2 – результат експерименту типу 1 у випадку задачі на максимум

Graphical user interface, application, table, Excel

Description automatically generated

Рисунок 3 – результат експерименту 1 у випадку задачі на мінімум

На рисунках 2 та 3 можемо бачити залежність вихідних величин від l. – величина, що показує наскільки ми повинні “посунутися” у випадку якщо не задовольняється обмеження (6). Тож бачимо, що при збільшенні величини l зменшується та як видно на рисунку 3 при зменшенні величини l збільшується . Також можемо зробити висновок, що при деяких значеннях існує інтервал при якому значення обох дорівнює нулю.

Chart

Description automatically generated

Рисунок 4 – результати експерименту типу 2 у випадку задачі на максимум

Chart, bar chart

Description automatically generated

Рисунок 5 – результати експерименту 2 у випадку задачі на мінімум

На рисунках 4 та 5 можемо бачити залежність вихідних величин від . – величина, що показує наскільки ми повинні “посунутися” у випадку якщо не задовольняється обмеження (6). Тож бачимо, що при збільшенні величини зменшується та при зменшенні величини збільшується .

Chart

Description automatically generated

Рисунок 6 – результати експерименту 3 у випадку задачі на максимум.

Chart

Description automatically generated

Рисунок 7 – результати експерименту 3 у випадку задачі на мінімум

На рисунках 6 та 7 можемо бачити залежність вихідних величин від . – величина, що показує різницю між оптимальним значенням цільової функції та тим значенням, що ми отримуємо при пошуку компромісного рішення при розв’язанні ЗДЛПУН. Тож бачимо, що при збільшенні величини w зменшується та при зменшенні величини збільшується .

**8. Висновки**

Аналіз результатів описаних експериментів показав, що показані залежності є логічними і не протирічать теоретичному матеріалу. Виявлено, що графіки таких залежностей мають ступіньчасту форму і це в свою чергу потребує більш детального дослідження.

**9. Список використаної літератури**

1. Pavlov A.A. Optimization for one class of combinatorial problems under uncertainty. *Адаптивні системи автоматичного управління*. 2019. **1**. № 34. С. 81–89. doi: 10.20535/1560-8956.1.2019.178233.
2. Pavlov A.A. Combinatorial optimization under uncertainty and formal models of expert estimation. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ».* 2019. № 1. С. 3–7. [[doi](https://doi): 10.20998/2079-0023.2019.01.01](https://doi.org/10.20998/2079-0023.2019.01.01).
3. Г. Вагнер. Основы исследования операций, том 2. C.381.