

Методи розв'язування нелінійних рівнянь

Рівняння $f(x)=0$

1. Метод хорд

Якщо $f(b) \cdot f''(x) > 0$ на $[a, b]$, то $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)}(b - x_n)$ ($x_0=a$)

Якщо $f(a) \cdot f''(x) > 0$ на $[a, b]$, то $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a)$ ($x_0=b$)

2. Метод дотичних (метод Ньютона)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Якщо $f(a) \cdot f''(x) > 0$ на $[a, b]$, то $x_0=a$. Якщо $f(b) \cdot f''(x) > 0$ на $[a, b]$, то $x_0=b$.

3. Метод простої ітерації

Для застосування методу простої ітерації вихідне рівняння треба звести до вигляду

$$x = \varphi(x)$$

Тоді

$$x^{(n+1)} = \varphi(x^{(n)})$$

Процес є збіжним на проміжку $[a, b]$, якщо існує таке число $q < 1$, що $|\varphi'(x)| \leq q \quad \forall x \in [a, b]$

Завдання №1

Знайти один з коренів рівняння $f(x)=0$, використовуючи методи дотичних, хорд або простої ітерації з заданою точністю ε . Вивести кількість ітерацій, необхідних для досягнення точності для кожного з методів.

№	Рівняння	Метод	Точність
1	$\ln x - 1/(1+x^2) = 0$	хорд	10^{-5}
2	$\ln(\ln x) + x^2 = 0$	дотичних	10^{-6}
3	$x - 1/\sqrt{e^x} = 0$	простої ітерації	10^{-4}
4	$2\ln x - 1/x = 0$	хорд	10^{-6}
5	$x^3 - 3x - 2e^{-x} = 0$	дотичних	10^{-4}
6	$\sin(x^2) - 6x + 1 = 0$	простої ітерації	10^{-5}
7	$e^x + \operatorname{arctg}(x) = 0$	хорд	10^{-5}
8	$x^2 + 4\sin x = 0$	дотичних	10^{-4}
9	$x + \lg x = 0,5$	простої ітерації	10^{-6}
10	$x - \sin x = 0,25$	хорд	10^{-5}
11	$2^x - 2x^2 - 1 = 0$	дотичних	10^{-6}
12	$x - 0,5^x = 1$	простої ітерації	10^{-4}
13	$x^2 - \sin 5x = 0$	хорд	10^{-6}
14	$e^x - 3x - 2 = 0$	дотичних	10^{-4}
15	$6x - 5\sin x = 0$	простої ітерації	10^{-5}
16	$5x - 8\lg x - 8 = 0$	хорд	10^{-6}
17	$2 - x = \ln x$	дотичних	10^{-5}
18	$x + e^x + e^{-3x} = 4$	простої ітерації	10^{-4}
19	$\operatorname{tg}(0,4x + 0,3) = x^2$	хорд	10^{-6}

20	$1,8x^2 - \sin 10x = 0$	дотичних	10^{-5}
21	$3x - \cos x - 1 = 0$	простої ітерації	10^{-4}
22	$(x - 3)^3 + 4\sin x = 0$	хорд	10^{-5}
23	$\sqrt{x} - \cos 0,387x = 0$	дотичних	10^{-6}
24	$2,2x - 2^x = 0$	простої ітерації	10^{-5}
25	$x^2 + 4\sin x - 1 = 0$	хорд	10^{-6}
26	$(x + 1)^3 + \frac{1}{4}e^{-x} = 0$	дотичних	10^{-4}
27	$\lg 2x + x^2 = 0$	простої ітерації	10^{-5}
28	$2(x - 3)\ln x - 1 = 0$	хорд	10^{-6}
29	$5^x - 6x - 3 = 0$	дотичних	10^{-6}
30	$x^2 - \ln(x + 1) = 0$	простої ітерації	10^{-4}