

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка

Кепенач Наталія Павлівна

УДК 539.3

**ДИНАМІКА ПІДКРИПЛЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК
ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ
НАВАНТАЖЕННЯХ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2015

Дисертацію є рукопис.

Робота виконана в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України.

Науковий керівник

доктор фізико–математичних наук, професор,
Мейш Володимир Федорович
головний науковий співробітник Інституту
механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, доцент
Лоза Ігор Андрійович,
професор кафедри вищої математики
Національного транспортного університету;

кандидат фізико-математичних наук, доцент
Бабаєв Олександр Артасовович,
доцент кафедри теоретичної механіки, факультет
авіаційних і космічних систем Національного
технічного університету України «Київський
політехнічний інститут».

Захист відбудеться «27» жовтня 2015 р. о 13³⁰ годині на засіданні
спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01 Інституту механіки
ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ-57, вул.
Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту механіки
ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ-57,
вул. Нестерова, 3.

Автореферат розісланий «24» 09 2015 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01
доктор фізико-математичних наук

 О.П.Жук

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Тонкостінні елементи конструкцій у вигляді пластиночок і оболонок різноманітної форми знаходять широке застосування в машинобудуванні, промисловому та громадському будівництві, авіаційній та космічній техніці, суднобудуванні. В умовах експлуатації тонкостінні пружні оболонкові структури в ряді випадків підлягають дії інтенсивних динамічних навантажень, що може призвести до виникнення незворотних деформацій. Дану проблему можна вирішити двома способами. Перший спосіб полягає в збільшенні товщини оболонки, а другий – в підкріпленні її ребрами. В даній роботі розглядається другий підхід. При динамічному навантаженні підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу локальні збурення в області зміни фізико-механічних параметрів ребер приводять до значного перерозподілу параметрів напружено-деформованого стану у всій досліджуваній області. Складність процесів, що виникають при цьому, обумовлюють необхідність застосування сучасних чисельних методів розв'язку динамічних задач поведінки підкріплених циліндричних оболонкових структур з врахуванням дискретного розміщення ребер. Отже, дослідження протікання хвильових процесів в підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер при нестационарному навантаженні та розвиток чисельних методів розв'язування задач даного класу являє собою актуальну задачу механіки деформівного твердого тіла.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, що проведені в дисертаційній роботі, виконано у відповідності з науковими темами Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України: "Хвильові процеси в пружних тілах та оболонках з врахуванням неоднорідностей" (шифр 1.3.1.354, № ДР 0107U000433, 2007–2011), "Розробка методів розрахунку тонкостінних композитних елементів конструкцій з неоднорідностями (вирізи, ребра жорсткості) при статичних і динамічних навантаженнях" (шифр 1.3.1.377-12, № ДР 0112U000244, 2012–2013), "Дослідження пружного деформування неоднорідних тіл при динамічному навантаженні" (шифр 1.3.1.373-12, № ДР 0112U000240, 2012–2015).

Мета і задачі дослідження полягають у вивченії нестационарних коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер і включають:

- постановку динамічних задач теорії дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на основі геометрично лінійного варіанту теорії оболонок і стержнів типу Тимошенка;
- розвиток та обґрунтування ефективного чисельного методу розв'язування задач даного класу;
- дослідження на основі розвинутого методу динамічної поведінки дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з різними геометричними і фізико-механічними параметрами та граничними умовами;
- аналіз характерних закономірностей протікання хвильових процесів в неоднорідних оболонкових структурах при нестационарних навантаженнях, які обумовлені дискретністю розміщення ребер.

Об'єктом дослідження є динамічні процеси, які відбуваються в підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при дії на них нестационарних навантажень.

Предметом дослідження є неосесиметричні коливання підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер при дії на них нестационарних навантажень.

Методи дослідження. Для побудови математичної моделі і розв'язання задач динамічної поведінки підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер при дії на них нестационарних навантажень використовується теорія оболонок та стержнів типу Тимошенка. Чисельний метод розв'язування ґрунтуються на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови скінчено-різницевих схем по просторовим координатам і явній скінчено-різницевій апроксимації по часовій координаті.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

- в постановці двовимірних динамічних задач теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер в рамках теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка при нестационарних навантаженнях;

- в розвитку ефективного чисельного методу розв'язування задач нестационарних коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер, що базується на використанні інтегро-інтерполяційного методу апроксимації вихідних рівнянь по просторовим координатам та явній скінчено-різницевій апроксимації по часовій координаті;

- в теоретичному дослідженні умов стійкості різницевих схем для рівнянь коливань дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу;

- в розробці алгоритмів і програм, що дозволяють реалізувати розв'язування досліджуваних динамічних задач на ПК;

- вперше комплексно отримано розв'язки двовимірних неосесиметричних задач теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретного розміщення ребер під дією нестационарних навантажень;

- в дослідженні впливу геометричних та фізико-механічних параметрів вихідних конструкцій на їх напружено-деформований стан при різних видах граничних умов та типах нестационарного навантаження;

- в виконанні аналізу результатів та виявленню нових властивостей і закономірностей протікання хвильових процесів, які обумовлені дискретністю розміщення підкріплюючих ребер.

Достовірність результатів одержаних в роботі визначається строгостю та коректністю постановок вихідних задач; теоретичним обґрунтуванням скінчено-різницевих схем; заданою контролюваною точністю чисельних розрахунків; для конкретних досліджуваних задач перевіркою практичної збіжності числових результатів; проведеним тестових розрахунків і порівняння їх результатів з відомими в літературі; відповідністю встановлених закономірностей загальним властивостям коливань тонкостінних елементів конструкцій та якісною

узгодженістю результатів розрахунків з висновками, отриманими на підставі міркувань фізичного характеру.

Практичне значення одержаних результатів. Розв'язки нових задач динаміки дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях, а також розроблені методи, алгоритми та програми розрахунку розв'язку задач, які одержані в роботі, можуть бути використані для дослідження прикладних задач в науково-дослідних організаціях та конструкторських бюро при проектуванні неоднорідних циліндричних елементів конструкцій. Використання розроблених алгоритмів та програм дозволяє проводити розрахунки з оцінки меж міцності елементів конструкцій, оцінки меж застосування більш простих теорій.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались та обговорювались на Міжнародній науковій конференції „Математичні проблеми технічної механіки” (Дніпропетровськ, Дніпродзержинськ, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014); VII Міжнародной научной конференции „Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела” (Донецк, Меликино, 2013); Всеукраїнській науково-методичній конференції „Сучасні науково-методичні проблеми у вищій школі” (Київ, 2013); Міжнародній науковій конференції „Сучасні проблеми механіки деформівного твердого тіла, диференціальних та інтегральних рівнянь” (Одеса, 2013); Міжнародной научной конференции „Теория оболочек и мембран в механике и биологии: от макро- до наноразмерных структур” (Мінск, 2013); II Міжнародной конференции „Актуальные проблемы инженерной механики” (Киев, Одесса, 2015).

Окремі положення дисертації періодично доповідались на наукових семінарах відділу динаміки та стійкості суцільних середовищ Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України (Київ, 2013–2015). Дисертація у завершеному вигляді доповідалася і обговорювалася на науковому семінарі відділу динаміки та стійкості суцільних середовищ Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України (Київ, 2015); на семінарі за науковим напрямком „Механіка композитних та неоднорідних середовищ” Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України (Київ, 2015).

Публікації. По матеріалах дисертації опубліковано 17 наукових робіт [1-17], серед яких статті [1-6] опубліковано у фахових виданнях затверджених ДАК МОН України.

Особистий внесок здобувача. В дисертаційній роботі особисто автору належить вивід рівнянь коливань, розробка методів їх розв'язання, створення алгоритмів та програм, проведення чисельних розрахунків на ПК і аналіз отриманих результатів. В роботах написаних у співавторстві з науковим керівником професором В.Ф.Мейшем [1-6, 8-17], співавтору належить загальний задум проведених досліджень, загальна постановка диференціальних задач, обговорення і аналіз отриманих результатів. В роботах [1, 5, 11, 13, 15] доцентам А.С.Богатирчуку та Ю.А.Мейш належить обговорення та аналіз отриманих результатів.

Структура роботи та осяг дисертації. Робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел із 165 найменувань на 20

сторінках. Загальний обсяг дисертації становить – 133 сторінки, 31 рисунок, 1 таблиця.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** подано загальну характеристику дисертації. В ньому обґрунтована актуальність вибраної теми, сформульовані мета та задачі дослідження, наукова новизна та практичне значення одержаних результатів дисертації. Наведено відомості про апробацію та публікації результатів досліджень.

Перший розділ містить аналіз сучасного стану проблеми дослідження коливань підкріплених оболонок при динамічних навантаженнях. Наведений огляд основних напрямків дослідження і праць, які опубліковані за останні роки.

З огляду робіт, які присвячені вивченю вільних та вимушених коливань пружних підкріплених оболонок можна зробити висновок, що на сьогоднішній день існують два основні підходи розв'язання задач такого класу, які відрізняються способом врахування підкріплюючих елементів. Перший підхід полягає у заміні ребристої оболонки конструктивно–ортотропною оболонкою, другий – досліджені підкріпленої оболонки з врахуванням дискретного розміщення ребер. В даній роботі використовується другий підхід.

Дослідження в області ребристих оболонок розглянуто в роботах: С.П. Тимошенка, В.В. Новожилова, С.А. Амбарцумяна, Д.В. Вайнберга, В.Л. Агамірова, І.Я. Аміро, І.В. Андріанова, О.Є. Богдановича, В.З. Власова, А.С. Вольміра, В.З. Грищака, Ю.П. Жигалко, П.А. Жиліна, В.А. Заруцького, А.В. Кармішина, В.В. Карпова, Т.Б. Кошкіної, А.І. Ліхоєда, А.І. Лурье, О.О. Малініна, І.С. Малютіна, Л.І. Маневича, О.К. Мишонкова, В.Г. Паламарчука, А.К. Перцева, Є.Г. Платонова, І.Н. Преображенського та ін.

Вагомий внесок з дослідження задач динаміки ребристих оболонок при нестационарних навантаженнях внесли: Н.А. Абросімов, В.Г. Баженов, П.З. Луговий, В.Ф. Мейш, Л.Г. Романенко, І.Т. Філіппов, Є.Т. Янютін.

В більшості робіт розглянуті осесиметричні та неосесиметричні коливання підкріплених оболонок простої геометрії (циліндричні, конічні та сферичні). Практично відсутні роботи по вивченю динамічної поведінки підкріплених оболонок більш складної геометрії. В цьому напрямку можна виділити роботи П.З. Лугового, В.Ф. Мейша, в яких представлені результати чисельного моделювання осесиметричних та неосесиметричних коливань підкріплених оболонок обертання при нестационарних навантаженнях в лінійній та геометрично нелінійній постановках.

Практично відсутні роботи з дослідження динаміки підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях.

Наведений аналіз досліджень нестационарних коливань підкріплених оболонок показав, що задача вивчення вимушених неосесиметричних коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер при нестационарних навантаженнях являється актуальною, як з теоретичної так і з прикладної точки зору.

В другому розділі викладено постановку динамічних задач та рівняння коливань

підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер при нестационарних навантаженнях.

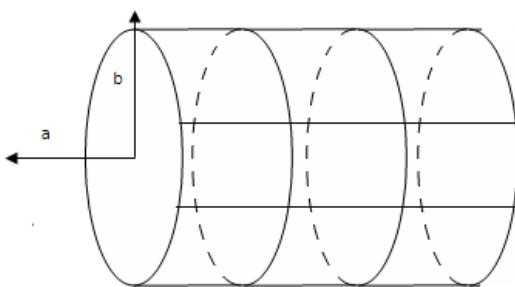


Рис. 1. Схематичне зображення циліндричної оболонки еліптичного перерізу з повздовжньо-поперечним набором ребер

Підкріплена циліндрична оболонка еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер являє собою пружну структуру, яка складається з обшивки і набору підкріплюючих ребер. Схематичне зображення вказаної структури представлено на рис.1. Покладаємо, що напружено-деформований стан гладкої оболонки може бути визначений в рамках теорії оболонок типу Тимошенка.

Вважаємо, що деформований стан гладкої оболонки може бути визначений через компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні оболонки $\bar{U} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)^T$. Для розрахунку підкріплюючих ребер приймався геометрично лінійний варіант теорії стержнів типу Тимошенка. Деформований стан i -го підкріплюючого елементу, направленого вздовж осі α_1 , визначається через компоненти узагальненого вектора переміщень центра ваги поперечного перерізу ребра $\bar{U}_i = (u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, \varphi_{1i}, \varphi_{2i})^T$. Відповідно деформований стан j -го підкріплюючого елементу, направленого вздовж осі α_2 – вектором $\bar{U}_j = (u_{1j}, u_{2j}, u_{3j}, \varphi_{1j}, \varphi_{2j})^T$. Покладаємо, що оболонка та дискретні підкріплюючі елементи жорстко з'єднані між собою.

Умови контакту між компонентами узагальненого вектора переміщень центрів ваги поперечних перерізів i -го ребра, направленого вздовж осі s_1 , і компонентами узагальненого вектора переміщень вихідної серединної поверхні гладкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу мають вигляд

$$\begin{aligned} U_{1i}(s_1) &= U_1(s_1, s_{2i}) \pm h_{ci} \varphi_1(s_1, s_{2i}), \\ U_{2i}(s_1) &= U_2(s_1, s_{2i}) \pm h_{ci} \varphi_2(s_1, s_{2i}), \\ U_{3i}(s_1) &= U_3(s_1, s_{2i}), \\ \varphi_{1i}(s_1) &= \varphi_1(s_1, s_{2i}), \\ \varphi_{2i}(s_1) &= \varphi_2(s_1, s_{2i}), \end{aligned} \tag{1}$$

де $h_{ci} = 0,5(h + h_i)$ – відстань від серединної поверхні гладкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу до лінії центрів ваги поперечних перерізів i -го ребра; h_i – висота підкріплюючого i -го ребра, направленого вздовж осі s_1 ; s_{2i} – координата лінії проектування центрів ваги поперечних перерізів i -го ребра на координатну серединну поверхню обшивки. Знак “+” відповідає випадку зовнішнього підкріплення ребер, а знак “–” обирається у випадку внутрішнього підкріплення.

Аналогічним чином записуються умови контакту між компонентами узагальненого вектора переміщень j -го підкріплюючого ребра, направленого

вздовж осі s_2 , і компонентами узагальненого вектора переміщень гладкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу.

Для виведення рівнянь коливань підкріпленої циліндричної оболонки еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер використовується варіаційний принцип Гамільтона–Остроградського, згідно якого

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(\Pi - K) + \delta A] dt = 0 \quad (2)$$

де Π – повна потенціальна енергія пружної системи, K – повна кінетична енергія пружної системи, A – робота зовнішніх сил, t_1 і t_2 – фіксовані моменти часу.

Після виконання стандартних операцій варіювання та інтегрування в варіаційному рівнянні (2), з врахуванням інтегральних характеристик напружень для гладкої оболонки і підкріплоючих ребер та співвідношень деформації – переміщення, з врахуванням умов контакту обшивка – i -те ребро (1) та обшивка – j -те ребро, отримаємо три групи рівнянь:

- рівняння коливань в гладкій області;
- рівняння коливань на i -й лінії розриву вздовж осі s_1 ;
- рівняння коливань на j -й лінії розриву вздовж осі s_2 .

Рівняння коливань неоднорідної пружної структури доповнюються природними граничними та початковими умовами, що витікають з варіаційного принципу (2).

В третьому розділі представлені алгоритми розв'язування задач неосесиметричних коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер при нестаціонарних навантаженнях.

Рівняння коливань в гладкій області та для i -го (або j -го) ребра являють собою систему диференціальних рівнянь в частинних похідних по змінним s_1, s_2, t при наявності просторових розривів по координаті s_1 (або s_2). Просторовими розривами є лінії проектування центрів ваги поперечних перерізів повздовжніх або поперечних ребер на серединну поверхню циліндричної оболонки еліптичного перерізу. Виходячи з цього факту, чисельний алгоритм розв'язання вихідної задачі буде заснований на наступним чином: шукається розв'язок в гладкій області циліндричної оболонки еліптичного перерізу і окремо на лініях просторових розривів. Чисельний алгоритм розв'язування вихідної задачі засновується на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови скінченно–різницевих схем по просторовим координатам та явній скінченно–різницевій апроксимації по часовій координаті.

Кожна група рівнянь для елементів неоднорідної пружної структури представляє собою дві системи рівнянь. Одна з них – це рівняння коливань елементів підкріпленої циліндричної оболонки еліптичного перерізу (рівняння коливань гладкої оболонки та рівняння коливань підкріплоючих ребер), друга – співвідношення узагальненого закону Гука для кожного з вказаних елементів.

Перехід від неперервної системи до скінченно–різницевої виконується в два етапи:

- перший етап полягає в скінченно–різницевій апроксимації рівнянь коливань в зусиллях – моментах, яка базується на застосуванні інтегро–інтерполяційного методу апроксимації рівнянь коливань;

- другий етап полягає у виборі енергетично погоджених скінчено – різницевих апроксимацій величин зусиль – моментів і відповідних величин деформацій, щоб виконувався закон збереження повної механічної енергії на різницевому рівні.

Скінчено – різницеві схеми, які апроксимують вихідні рівняння, є явними, тому вони є умовно стійкі. У зв'язку з цим, проведено теоретичні дослідження стійкості різницевих схем для рівнянь коливань дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу та отримано необхідні умови стійкості скінченно–різницевих рівнянь.

В четвертому розділі викладено результати і аналіз чисельного розв'язку задач нестационарних коливань циліндричних оболонок еліптичного перерізу з різними геометричними параметрами. Проводиться аналіз розв'язків плоскої динамічної задачі теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях, задач динамічної поведінки поздовжньо підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу, задач динамічної поведінки поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу, задач динамічної поведінки неоднорідної циліндричної оболонки еліптичного перерізу з поздовжньо-поперечним набором підкріплюючих елементів.

Задачі розглянуті при наступних граничних умовах:

- жорстко защемлені краї $s_1 = s_{10}$, $s_1 = s_{1N}$

$$\bar{U}(s_{10}, s_2) = \bar{U}(s_{1N}, s_2) = 0, \bar{U} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2); \quad (3)$$

- вільні краї $s_1 = s_{10}$, $s_1 = s_{1N}$

$$T_{11} = 0, S = 0, T_{13} = 0, M_{11} = 0, H = 0. \quad (4)$$

Початкові умови для всіх компонент узагальненого вектора переміщень обшивки та ребер при $t = 0$ нульові.

Зокрема, як частковий випадок задачі динамічної поведінки поздовжньо підкріпленої оболонки, розглядалась задача динамічної поведінки поздовжньо підкріпленої циліндричної панелі еліптичного перерізу при розподіленому внутрішньому імпульсному навантаженні. Покладалось, що всі сторони циліндричної панелі жорстко защемлені. Повздовжне ребро при $0 \leq s_1 \leq L$ розміщене в перерізі $s_2 = 0$.

Розподілене імпульсне навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$ задавалось наступним чином

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi}{T} [\eta(t) - \eta(t-T)],$$

де A - амплітуда навантаження, T - часовий інтервал навантаження. В розрахунках покладалось $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Розрахунки проводились при наступних геометричних і фізико-механічних параметрах для оболонки: $E_1 = E_2 = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $h = 10^{-2}$ м; $L = 0,4$ м. Параметри еліптичного поперечного перерізу бралися наступні: 1) $a = b = 0,1$; 2) $a = 1,1b$; 3) $a = 1,2b$. Для підкріплюючого ребра покладалось: $E_i = E$; $F_i = a_i h_i$; $a_i = h$; $h_i = 2h$.

Були проведені розрахунки для трьох варіантів еліптичного поперечного перетину циліндричної панелі: 1) $a = b$; 2) $a = 1,1b$; 3) $a = 1,2b$.

Розрахунки проводились в області $D = \{0 \leq s_1 \leq L, 0 \leq s_2 \leq A_2\pi/8\}$. На рис. 2 приведені результати числових розрахунків для величини u_3 . Рис. 2 відповідає залежностям величин u_3 в перетині $s_2 = 0$ (місце розміщення підкріплюючого ребра) вздовж координати $s_1 - 0 \leq s_1 \leq L$ в момент часу $t = 2,5T$.

Розрахунки показали, що величини u_3 в вказані моменти часу для даних перетинів досягають максимальні значення на досліджуваному проміжку часу (обчислення проводились для часу $0 \leq t \leq 40T$). Позначення на рис. 2 наступні: крива 1 відповідає випадку $a/b = 1$; крива 2 - $a/b = 1,1$; крива 3 - $a/b = 1,2$. На рис. 3 приведені залежності величин u_3 від часу t в точці $s_1 = L/2, s_2 = 0$ (в точці середини підкріплюючого ребра). Крива 1 відповідає випадку $a/b = 1$; крива 2 - $a/b = 1,1$.

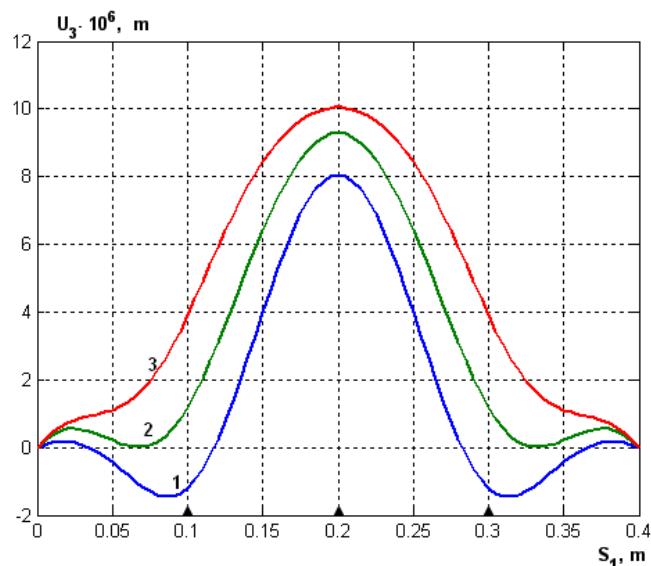


Рис. 2. Залежність переміщення u_3 по просторовій координаті s_1 в перетині $s_2 = 0$ в момент часу $t = 2,5T$

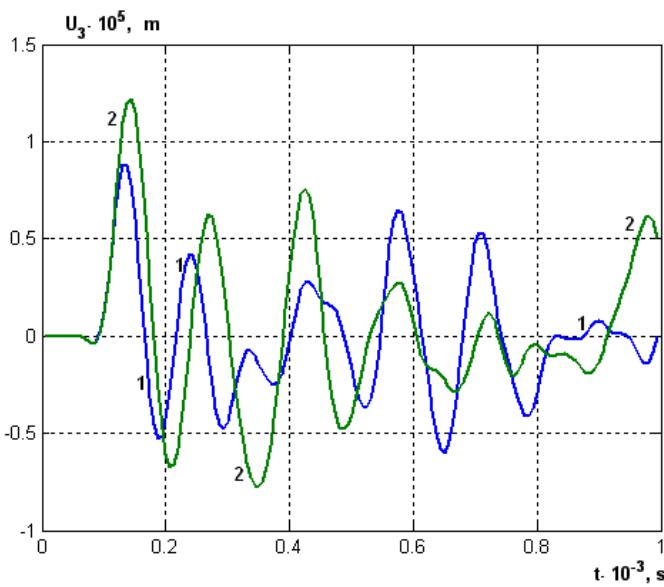


Рис. 3. Залежність величини u_3 в перетині $s_2 = 0$ по часовій координаті t

На рис. 4- 6 представлені залежності кінематичних ($U_3, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$) та силових параметрів (σ_{11}, σ_{22}) для різних значень величини a/b в різні моменти часу. В зв'язку з тим, що вихідна модель теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу є багатопараметричною, то будемо розглядати величини прогинів, деформацій та напружень в моменти часу, коли ці величини досягають максимальних значень (по модулю).

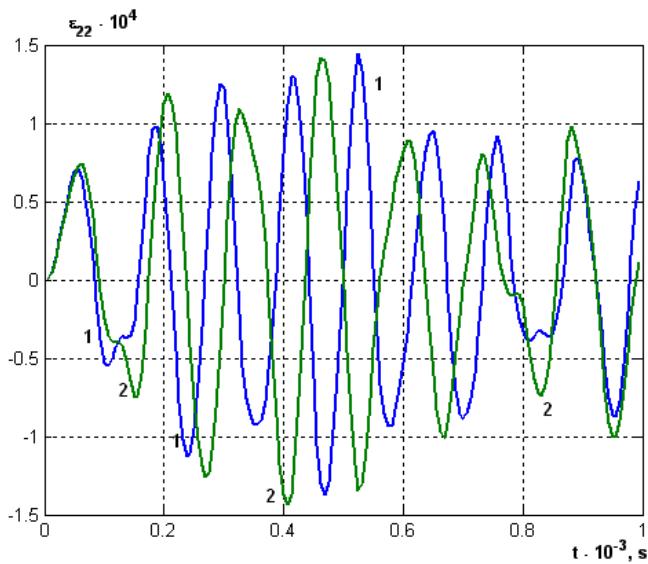


Рис. 4. Залежність величини ε_{22} від часової координати t в точці ($s_1 = L/2; s_2 = 0$) при різних значеннях відношення a/b

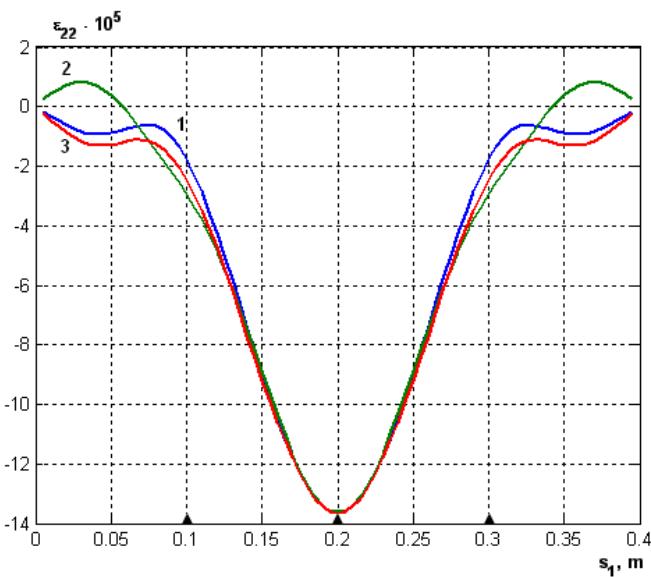


Рис. 5. Залежність величини ε_{22} від просторової координати s_1 в перерізі $s_2 = A_2\pi/16$ при різних значеннях відношення a/b в моменти досягнення ними максимальних величин

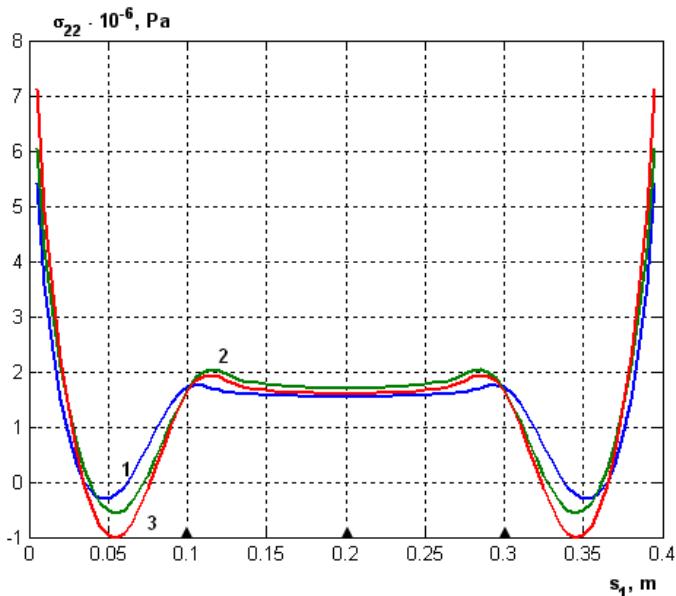


Рис. 6. Залежність величини σ_{22} від просторової координати s_1 в перерізі $s_2=0$ при різних значеннях відношення a/b в момент часу $t=T$

На рис. 4 подано залежність величини ε_{22} від часової координати t в точці ($s_1=L/2$; $s_2=0$) при різних значеннях відношення a/b ($1-a/b=1$; $2-a/b=1,1$).

На рис. 5 приведено залежність величини ε_{22} від просторової координати s_1 в перерізі $s_2=A_2\pi/16$ при різних значеннях відношення a/b в моменти досягнення максимальних величин.

Залежність величини σ_{22} від просторової координати s_1 в перерізі $s_2=0$ при різних значеннях відношення a/b в момент часу $t=T$ показано на рис. 6

Розглядалась задача вимушених коливань підкріпленої поперечними ребрами циліндричної панелі еліптичного перерізу з жорстко защемленими краями в області $D=\{0 \leq s_1 \leq L, 0 \leq s_2 \leq A_2\pi/8\}$ під дією нестационарного розподіленого нормального навантаження. $P_3(s_1, s_2, t)$.

В розрахунках покладалось $A=10^6$ Па; $T=50 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача розглядалась при наступних геометричних і фізико – механічних параметрах вихідної конструкції: $E_1=E_2=7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu_1=\nu_2=0,3$; $h=10^{-2}$ м; $L=0,4$ м. Поперечні підкріплюючі елементи розміщувались вздовж по координаті s_2 .

На рисунках 7,8 приведені найбільш характерні криві для величин ε_{11} , σ_{11} , які дозволяють проводити аналіз напружене – деформованого стану досліджуваної структури.

Рис. 7 відповідає аналогічним залежностям величин ε_{11} від просторової координати s_1 відповідно для різних значень a/b в моменти досягнення ними максимальних величин

Рис. 8 – величині σ_{11} по просторовій координаті s_1 у для різних значень a/b в моменти досягнення ними максимальних величин.

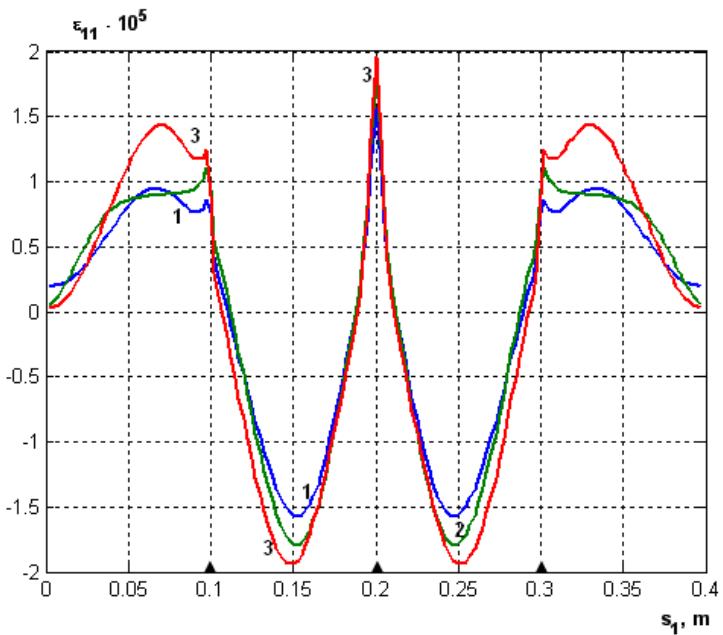


Рис. 7. Залежність величини ϵ_{11} від просторової координати s_1 для різних значень a/b в моменти досягнення ними максимальних величин

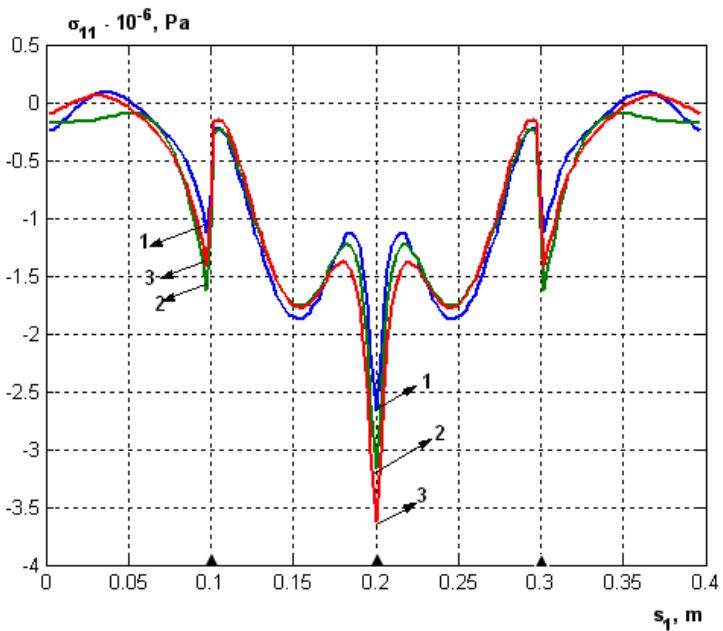


Рис. 8. Залежність величини σ_{11} від просторової координати s_1 для різних значень a/b в моменти досягнення ними максимальних величин

Розглядалася задача динамічної поведінки повздовжньо-поперечно підкріпленої замкнутої циліндричної оболонки еліптичного перерізу при внутрішньому імпульсному навантаженні. Фізико-механічні параметри обшивки і ребер і навантаження аналогічні оболонковим структурам, які розглядалися в попередніх параметрах.

Задача розглядалася при наступних геометричних параметрах для оболонки та ребер $a/h = 40$, $h_i = h_j = 2h$, $a_i = a_j = h$, $a/b = 1,2$.

Покладалося, що оболонка підкріплена 16 повздовжніми ребрами та 3 поперечними ребрами рівномірно по повздовжній та поперечній координатам s_1 і s_2 .

Повздовжні ребра знаходяться в перерізах по координаті s_{2i} ($\alpha_{2i} = \frac{\pi}{8}(i-1), i = \overline{1,16}$). Поперечні ребра знаходяться в перерізах s_{1j} ($\alpha_{1j} = j \frac{L}{4}, j = \overline{1,3}$).

На рис. 9 – 11 приведені результати розрахунків.

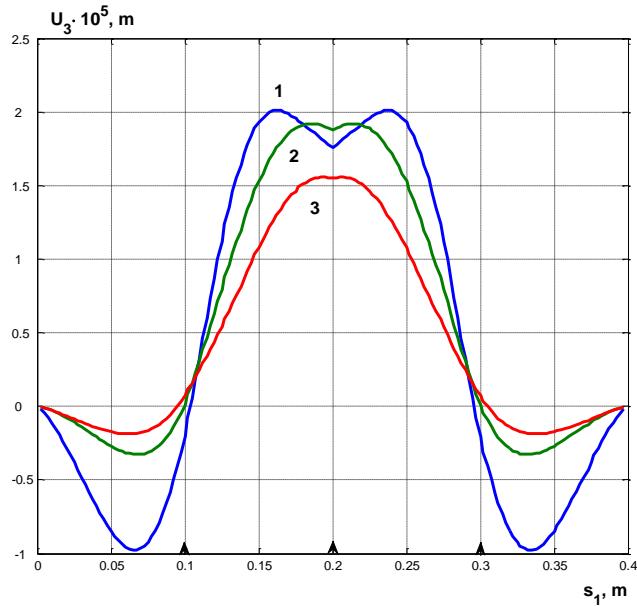


Рис.9. Залежність величини u_3 від просторової координати s_1

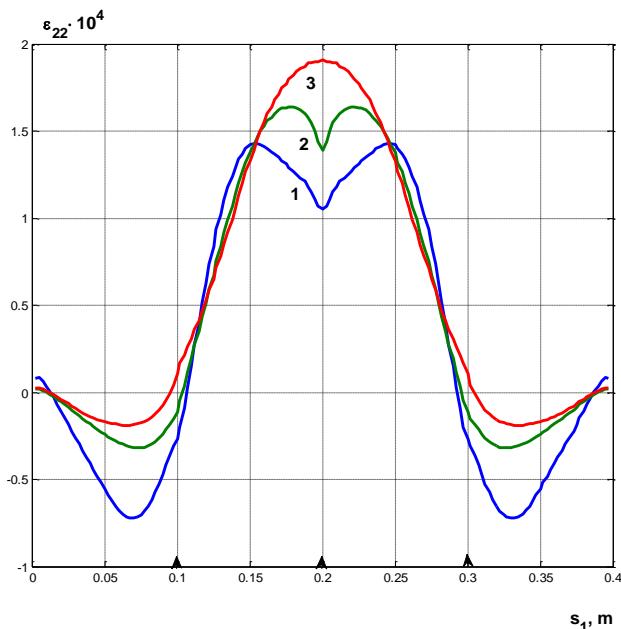


Рис. 10. Залежність величини ε_{22} від просторової координати s_1

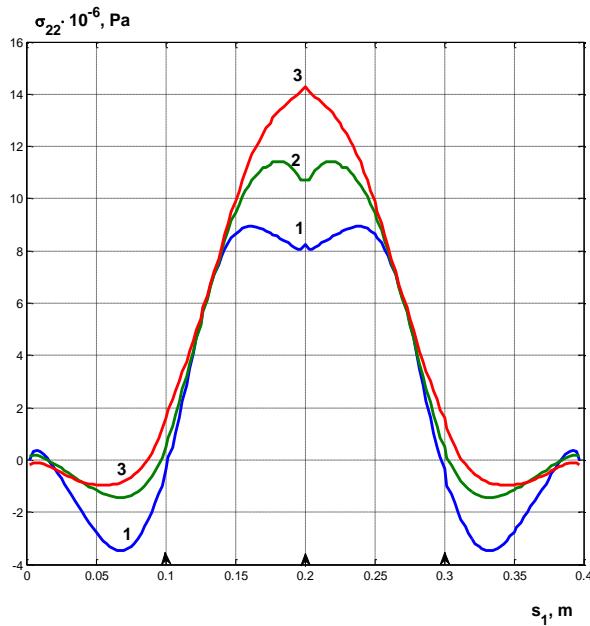


Рис.11. Залежність величини σ_{22} від просторової координати s_1

На рис.9 приведено залежності величини u_3 в різних перерізах по осі s_2 по довжині оболонки s_1 . Чорним трикутником на осі s_1 позначено розташування поперечних ребер. Крива 1 відповідає залежності u_3 в перерізі $s_2 = 0$ в момент часу досягнення нею максимального значення в $t = 8,5T$. Всі криві на рис.9-11 цьому значенню часу. Кривій 1 на всіх рисунках відповідають значення в перерізі $\alpha_2 = 0$, кривій 2 - $\alpha_2 = \frac{\pi}{4}$, кривій 3 - $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$. Як бачимо з ілюстрованого матеріалу максимальне значення прогину u_3 досягається в перерізі $\alpha_2 = 0$, а максимальні значення величин ε_{22} та σ_{22} в перерізі $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$. Значення величин u_3 , ε_{22} , σ_{22} для перерізу $\alpha_2 = \frac{\pi}{4}$ знаходяться між ними.

Розглянуто рівняння коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу згідно конструктивно-ортотропної моделі. Проведено порівняльний аналіз динамічної поведінки підкріплених оболонок еліптичного перерізу згідно моделі з врахуванням дискретного розміщення ребер та конструктивно ортотропної моделі. Зокрема, при конкретних геометричних та фізико – механічних параметрах циліндричних оболонок, приведених в роботі, кількісна різниця по величинам максимальних прогинів сягає порядка 25-80% (прогини згідно розрахункової конструктивно-ортотропної моделі більші).

Також в даному розділі розглянуто питання достовірності одержаних в роботі результатів. А саме, показано, що достовірность результатів забезпечується: строгостю і коректністю постановок вихідних задач (рівняння коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу в рамках моделі теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка); заданою і контролюваною точністю числових розрахунків та перевіркою практичною збіжності числових результатів

для конкретних досліджуваних задач; проведенням тестових розрахунків; якісною узгодженістю результатів розрахунків з висновками, отриманими на підставі міркувань фізичного характеру; відповідністю встановлених закономірностей загальним властивостям коливань тонкостінних елементів конструкцій.

У **висновках** коротко сформульовані основні результати дисертаційної роботи.

ВИСНОВКИ

Основні результати дисертації полягають в наступному:

1. Проведено постановку динамічних задач теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер та вивід рівнянь коливань та відповідних природничих граничних та початкових умов на основі варіаційного принципу Гамільтона – Остоградського в рамках геометрично лінійної теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка. Також проведено постановку динамічних задач підкріплених оболонок в рамках конструктивно-ортотропної моделі.

2. Розвинено ефективний чисельний метод та розроблено алгоритми розв'язку задач нестационарних неосесиметричних коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер та в рамках конструктивно-ортотропної моделі. Чисельний метод базується на використанні інтегро–інтерполяційного методу побудови різницевих схем по просторовим координатам та явній скінченно–різницевій схемі по часовій координаті.

3. Отримано чисельні розв'язки динамічних задач теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер та проведено аналіз напружено – деформованого стану підкріплених оболонок при нестационарних навантаженнях в широкому діапазоні зміни геометричних та фізико – механічних параметрів. Розглянуто задачі динамічної поведінки неоднорідних циліндричних оболонок еліптичного перерізу з різними видами підкріплень (поздовжнє підкріplення, поперечне підкріплення, повздовжньо-поперечне підкріплення) при різних граничних умовах та типах навантаження. Проведено аналіз числових результатів, закономірностей та механічних ефектів, які характерні для хвильових процесів в розглянутих дискретно підкріплених оболонках.

4. Проведено порівняння чисельних результатів для величин прогину згідно теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу з врахуванням дискретності розміщення ребер та конструктивно – ортотропної теорії підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу. Розрахунки показують, що величина прогину в ряді випадків згідно конструктивно – ортотропної моделі відрізняється від відповідних величин прогину згідно теорії з врахуванням дискретності розміщення ребер. Зокрема, при конкретних геометричних та фізико – механічних параметрах циліндричних оболонок, приведених в роботі, кількісна різниця по величинам максимальних прогинів сягає порядка 25-80% (прогини згідно розрахункової конструктивно-ортотропної моделі більші).

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Мейш В.Ф. Динамическое поведение продольно подкрепленных цилиндрических оболочек с эллиптическим поперечным сечением при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Ю.А.Мейш, Н.П.Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Дніпропетровський національний університет. – 2012. – Вип.20. – С.245 - 252.
2. Мейш В.Ф. Вынужденные колебания поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць. – Дніпропетровськ: Ліра, 2013. – Вип. 21. – С.157 – 166.
3. Мейш В.Ф. К расчету вынужденных колебаний продольно - поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць. – Дніпропетровськ: Ліра, 2014. – Вип. 22. – С. 155-168.
4. Мейш В.Ф. Нестационарная динамика продольно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического поперечного сечения / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Прик. механика. – 2014. – Т. 50, № 6. – С. 83-89.
5. Мейш В.Ф. Решение задач динамического поведения цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Ю.А.Мейш, Н.П.Кепенач // Теоретическая и прикладная механика. – 2014. №8(54). – С. 98-105.
6. Мейш В.Ф. Чисельний розв'язок плоских задач теорії підкріплених циліндрических оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Науковий вісник Тернопільського національного університету. – 2014. №4(76). – С. 44-52.
7. Кепенач Н.П. До розрахунку вимушених коливань підкріплених циліндрических оболонок еліптичного перерізу при розподілених нестационарних навантаженнях / Н.П.Кепенач // Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ (20-23 квітня 2009р.) – С.204.
8. Кепенач Н.П. Побудова чисельного алгоритму розв'язування задач про вимушенні коливання підкріплених циліндрических оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях / Н.П.Кепенач, В.Ф.Мейш // Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. - Дніпродзержинськ (19-22 квітня 2010р.) – С.131.
9. Кепенач Н.П. Динамічна поведінка підкріплених циліндрических оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях в залежності від поперечних геометрических параметрів вихідної конструкції / Н.П.Кепенач, В.Ф.Мейш, // Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. (Том 1) – Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ (13-15 квітня 2011р.) – С.38.

10. Кепенач Н.П. К решению динамических задач теории продольно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / Н.П.Кепенач, В.Ф.Мейш // Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. Матеріали конференції (Том 2) – Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ (16-19 квітня 2012р.) – С. 37.
11. Мейш В.Ф. Решение задач о вынужденных колебаниях дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения / В.Ф.Мейш, Ю.А.Мейш, Н.П.Кепенач // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела / Труды VII Международной научной конференции. (Донецк – Мелекино, 11 – 14 июня 2013 г.). – Т. 2. – Донецк: ДНУ, 2013. – С. 49 – 52.
12. Кепенач Н.П. К расчету напряженно деформируемого состояния продольно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / Н.П.Кепенач, В.Ф.Мейш // Математичні проблеми технічної механіки / Матеріали міжнародної наукової конференції. 15 – 18 квітня, 2013 р. – Дніпродзержинськ, 2013. – С. 29.
13. Мейш В.Ф. Динаміка підкріплених циліндрических оболонок еліптичного перерізу на пружній основі / В.Ф.Мейш, Ю.А.Мейш, Н.П.Кепенач, А.С.Богатирчук // Матеріали Всеукраїнської науково – методичної конференції «Сучасні науково – методичні проблеми у вищій школі», 26 – 27 червня 2013. – Київ: НУХТ, 2013. – С.43 – 44.
14. Мейш В.Ф., Кепенач Н.П. Численный анализ напряженно деформируемого состояния дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Сучасні проблеми механіки деформівного твердого тіла, диференціальних та інтегральних рівнянь / Тези доповідей Міжнародної наукової конференції (23 – 26 серпня 2013, м. Одеса). – Одеса: Астропrint, 2013. – С. 66 – 67.
15. Мейш В.Ф. Динамическое поведение дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках / В.Ф.Мейш, Ю.А.Мейш, Н.П.Кепенач // Теория оболочек и мембран в механике и биологии: от макро- до наноразмерных структур: Материалы международной научной конференции. 16 – 20 сентября 2013 г., Минск, Беларусь. – Минск: Изд. Центр БГУ, 2013. – С. 243 – 245.
16. Мейш В.Ф. Об одном варианте динамических уравнений теории подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Математичні проблеми технічної механіки / Матеріали міжнародної наукової конференції. 14 – 17 квітня, 2014 р. – Дніпродзержинськ, 2014. – С. 19.
17. Мейш В.Ф. К численному решению динамических задач теории подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения (конструктивно-ортотропная модель) / В.Ф.Мейш, Н.П.Кепенач // Актуальные проблемы инженерной механики. / II Международная конференция (16-20 марта 2015 г. Киев-Одесса). – С. 67 – 68.

АНОТАЦІЯ

Кепенач Н.П. Динаміка підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико–математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, 2015.

Дисертація присвячена дослідженню динаміки підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу в рамках моделі оболонок та стержнів типу Тимошенка при нестационарних навантаженнях. На основі варіаційного принципу стаціонарності Гамільтона–Остоградського отримано рівняння коливань та відповідні природні граничні та початкові умови для циліндричних оболонок еліптичного перерізу. Розглянуто ефективний чисельний метод та створені чисельні алгоритми розв'язку динамічних задач нестационарних коливань циліндричних оболонок еліптичного перерізу. На основі вихідної розрахункової моделі та розроблених чисельних алгоритмів отримано розв'язки динамічних задач підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу для випадків поздовжнього і поперечного підкріplення, поздовжньо-поперечного підкріplення та проведено аналіз напружене–деформованого стану циліндричних оболонок еліптичного перерізу при нестационарних навантаженнях в широкому діапазоні зміни геометричних та фізико–механічних параметрів при різних граничних умовах. Розглянуто коливання дискретно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу для випадків поперечного, повздовжнього, поздовжньо-поперечного розміщення ребер. Проведено аналіз числових результатів, закономірностей та механічних ефектів, які характерні для хвильових процесів в розглянутих циліндричних оболонках еліптичного перерізу. Розглянуто рівняння коливань підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу згідно конструктивно-ортотропної моделі. Проведено порівняльний аналіз динамічної поведінки підкріплених оболонок еліптичного перерізу згідно моделі з врахуванням дискретного розміщення ребер та конструктивно ортотропної моделі.

Ключеві слова: підкріплені циліндричні оболонки еліптичного перерізу, теорія оболонок та стержнів типу Тимошенка, чисельні методи, нестационарні коливання.

АННОТАЦИЯ

Кепенач Н.П. Динамика подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. - Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, 2015.

Диссертация посвящена исследованию динамики подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического поперечного сечения в рамках модели оболочек и стержней типа Тимошенко при нестационарных нагрузках. На основе вариационного принципа стационарности Гамильтона-Остоградского получены уравнение колебаний и соответствующие естественные граничные и начальные

условия для уравнений колебаний цилиндрических оболочек эллиптического сечения. Рассмотрены эффективные численные методы и созданы численные алгоритмы решения динамических задач нестационарных колебаний цилиндрических оболочек эллиптического сечения. На основе исходных расчетных моделей, разработанных численных алгоритмов и созданного соответствующего программного обеспечения для современных ПК получены решения динамических задач подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения для случаев продольного, поперечного и продольно-поперечного подкреплений и проведен анализ напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек эллиптического сечения при нестационарных нагрузках в широком диапазоне изменения геометрических и физико-механических параметров при различных граничных условиях. Рассмотрены колебания дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения для случаев поперечного, продольного и продольно-поперечного размещения ребер. Проведен анализ числовых результатов, закономерностей и механических эффектов характерных для волновых процессов в рассматриваемых цилиндрических дискретно подкрепленных оболочках эллиптического сечения. Рассмотрены уравнения колебаний подкрепленных цилиндрических оболочек в рамках конструктивно – ортотропной модели. Проведен сравнительный анализ динамического поведения подкрепленных оболочек эллиптического сечения согласно модели с учетом дискретного расположения ребер и конструктивно – ортотропной модели подкрепленных оболочек.

Ключевые слова: цилиндрические оболочки эллиптического сечения, теория оболочек и стержней типа Тимошенко, подкрепленные оболочки, численные методы, нестационарные колебания.

SUMMARY

Kepenach N.P. Dynamics of stiffened cylindrical shells elliptical cross-section at the unsteady loads. - Manuscript.

Thesis for Candidates Degree of Physical and Mathematical Sciences in speciality 01.02.04 – Mechanics of Deformable Solids. – S. P. Timoshenko Institute of mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2015.

In the framework of the Timoshenko type linear theory of shells and ribs non-stationary vibrations of the supported cylindrical shells with elliptical cross section with allowance for discrete ribs are investigated. Hamilton-Ostogradsky variational principle of stationary is used for deduction of the motion equations, corresponding natural boundary and initial conditions for the cylindrical shells with elliptical section. Effectiveness numerical methods and numerical algorithms developed for solving dynamic problems of non-stationary oscillations of supported cylindrical shells with elliptical cross-section. On the basis of the initial mathematical models and numerical algorithms solutions for dynamic problems of stiffened cylindrical shells of elliptical cross-section are obtained. The cases of the longitudinal, transverse and longitudinal-transverse stiffened cylindrical shells of elliptical cross-section are considered. Analysis of stress-strain state of cylindrical shells of elliptical cross-section at the unsteady loads over a wide range of geometrical and

physical-mechanical parameters under various boundary conditions is produced. The equations of oscillations supported cylindrical shells of elliptical cross-section in the constructive - orthotropic model are considered. Comparative analysis of the dynamic behavior of reinforced shells elliptical cross-section according to the model, taking into account the location of discrete ribs and constructive - orthotropic model is made.

Key words: supported cylindrical shell of elliptical cross-section, the theory of shells and ribs type Tymoshenko, numerical methods, non-stationary vibrations.