

**ВІДГУК**  
офіційного опонента на дисертаційну роботу  
**Григор'євої Людмили Олександрівни "Чисельне моделювання**  
**динамічних процесів в п'єзоелектричних тілах з урахуванням дисипа-**  
**тивних властивостей та неоднорідності матеріалу",**  
поданої до захисту на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук за спеціальністю  
01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

**Актуальність теми роботи**

Інтерес до математичного моделювання зв'язаних полів у елементах конструкцій з п'єзоэффектом визначається їхнім впровадженням у численні практичні додатки. Особливий інтерес при цьому представляють дослідження деформаційних процесів у неоднорідних елементах з врахуванням дисипації енергії. Відомі з літератури розв'язки задач за даною проблематикою і методи їх розв'язання у цілому досить нечисленні, що обумовлено, у першу чергу, математичними труднощами побудови відповідних розв'язків. Разом з тим, низка практичних застосувань п'єзоелектричних елементів, зокрема як сенсорів та актуаторів у гідроакустиці, медичних пристроях, технічних пристроях моніторингу та керування усталеними та нестационарними коливаннями адаптивних механічних систем, потребує ефективних методів дослідження усталених та переходних режимів роботи п'єзоперетворювачів, при чому врахування дисипативних властивостей п'єзоелектричних тіл є ключовим для розробки надійних і ефективних моделей, що правильно описують модельовані динамічні процеси й забезпечують адекватну продуктивність пристройів. Розробці таких методів і присвячена дисертаційна робота Григор'євої Л.О. "Чисельне моделювання динамічних процесів в п'єзоелектричних тілах з урахуванням дисипативних властивостей та неоднорідності матеріалу". У якості об'єктів дослідження обрані п'єзоперетворювачі неоднорідного конструктивного виконання багатошарової та функціонально-неоднорідної структури, які все частіше застосовуються на практиці. Зазначенім визначається актуальність обраного Григор'євою Л.О. напрямку досліджень, а сформульовані в роботі постановки задач продиктовані необхідністю подальшого розширення номенклатури практичних застосувань елементів з п'єзоелектричних матеріалів.

**Об'єктом дослідження** є нестационарні та усталені коливання однорідних та неоднорідних електров'язкопружних тіл при електричних та механічних навантаженнях.

**Мета даної роботи** – розробка та апробація ефективної чисельної методики розв'язання динамічних задач електров'язкопружності з врахуванням неоднорідності матеріалу, дослідження на їх основі динамічних процесів в п'єзоелектричних однорідних, композитних та функціонально-неоднорідних елементах конструкцій.

### Новизна одержаних результатів

У представлений роботі на основі методів теорії електропружності, в'язкопружності, математичної фізики, варіаційного числення, механіки спадкового середовища, методу скінчених різниць, методу скінчених елементів. Розвинуті підходи до розв'язання прикладних динамічних задач електров'язкопружності з врахуванням неоднорідності матеріалу. До основних наукових результатів, отриманих у дисертаційній роботі, можна віднести наступне:

- на основі рівнянь теорії електропружності, акустичної теорії та теорії коливань дисипативних систем дані постановки краївих та початково-краївих задач деформування неоднорідних елементів конструкцій, зокрема з врахуванням взаємодії із акустичним середовищем;
- для дослідження усталених осесиметричних коливань п'єзоелектричних тіл обертання вперше розвинуто варіаційно-сплайновий метод та підхід на основі гамільтонового формалізму; для розв'язання отриманих краївих задач використовується метод дискретної ортогоналізації;
- систематизовано, чисельно реалізовано та досліджено такі способи врахування демпфування усталених коливань, як демпфування за Релеєм, за моделлю Кельвіна-Фойгта, зі сталим коефіцієнтом демпфування, введення комплексних модулів з табличних значень та з уявними частинами, визначеними через добротність матеріалу;
- розроблено узагальнений метод розв'язання задач про пульсуючі коливання багатошарових та функціонально-неоднорідних п'єзоперетворювачів у вигляді пластин та порожнистих циліндрів і куль при дії нестационарних механічних або електричних навантажень за допомогою методу скінчених різниць;
- для врахування електромеханічних втрат в нестационарному режимі роботи запропоновано чотирипараметричну модель демпфування коливань, що базується на розширеній на випадок електров'язкопружності моделі демпфування коливань Фойгта-Кельвіна;
- розвинуто скінченноелементний підхід до дослідження власних, гармонічних та нестационарних коливань тіл складної геометрії в тривимірній постановці.

Проведено аналіз отриманих результатів розв'язання поставлених задач, оцінено вплив геометричних та матеріальних (втому числі дисипативних) параметрів п'єзоперетворювачів, на характеристики резонансних коливань та процесу затухання коливань, та виявлені нові механічні ефекти, які детально описані в роботі. Проаналізовано залежність процесу затухання коливань від коефіцієнтів демпфування, визначено дисипативні характеристики для п'єзоелементів.

## Обґрунтованість і достовірність наукових положень та висновків

Обґрунтованість і достовірність результатів дисертаційної роботи забезпечується коректністю постановок задач, точністю математичних перетворень, використанням обґрунтованих методів розв'язання, розробкою надійних алгоритмів чисельного розв'язання розглянутих задач. Вірогідність результатів також підтверджується їхнім зіставленням зі скінченно-елементними значеннями, отриманими за допомогою спеціалізованого програмного комплексу, а також хорошою узгодженістю розв'язків деяких тестових задач, отриманих за допомогою запропонованих методик, а також з відповідними даними, отриманими іншими авторами.

## Оцінка основного змісту роботи

В дисертаційній роботі відображені результати числових досліджень, які логічно пов'язані між собою, доповнюючи один одного, підтверджуючи ефективність розроблених методів і підходів. Робота складається із анотації, вступу, п'яти розділів, які містять 83 рисунків і 7 таблиць, висновків та списку літератури з 329 пунктів.

У вступі дана загальна характеристика роботи, зазначено її зв'язок з науковими темами, сформульовані мета й задачі дослідження, викладені основні результати роботи, відзначені їхня наукова новизна та практичне значення, а також наведені відомості про апробацію отриманих результатів, кількості публікацій і особистий внесок автора.

Перший розділ містить аналіз сучасного стану досліджень з динаміки електров'язкопружних конструктивних елементів, при цьому акцент зроблено на публікаціях, присвячених дослідженням динамічних режимів роботи неоднорідних елементів.

У другому розділі наведені основні співвідношення лінійної теорії пружності, електродинаміки, рівняння динаміки ідеальної стисливої рідини, механіки композитів, у тому числі електропружних, варіаційні та термодинамічні основи електропружності. Відомо, що ці математичні моделі є класичними, і як показують наявні дослідження, їх вибір зазвичай є прийнятним для моделювання динаміки багатьох існуючих п'єзоперетворювачів, у т.ч. таких, що взаємодіють з акустичними середовищами. Наприкінці розділу також дані постановки задач в'язкопружності та електров'язкопружності.

Третій та четвертий розділи присвячені постановкам, розробці та реалізації методів розв'язання задач усталеної та нестационарної електров'язкопружності для однорідних та неоднорідних конструктивних елементів. Конкретизуючи зміст, в третьому розділі розвинуто чисельні підходи на основі сплайн-апроксимацій, варіаційних принципів та гамільтонового формалізму, спрямовані на аналіз усталених коливань у циліндричних однорідних та композитних перетворювачах. У четвертому розділі дані постановки і розроблені методи розв'язання задач нестационарної електров'язкопружності для порожнистих п'єзоелектричних багатошарових та функціонально-неоднорідних перетворювачів плоскої, циліндричної й сфе-

ричної форм, у тому числі занурених у безмежну нев'язку стисливу рідину. Викладені в розділі підходи узагальнюють наявні в літературі результати по досліженню хвильових процесів у товстостінних п'єзовипромінювачах при електричних та механічних навантаженнях.

В п'ятому розділі розвинуто підходи до моделювання власних, гармонічних та нестационарних режимів роботи функціонально-неоднорідних п'єзоперетворювачів складної геометрії в тривимірній постановці. Розв'язання задач виконано з використанням чисельного програмного комплексу, що реалізує метод скінченних елементів. Зокрема, розділ описує розроблені авторкою підходи до моделювання функціональної неоднорідності матеріалу, та реалізовані в МСЕ способи врахування втрат енергії. Розроблений підхід апробовано на досліженні коливань функціонально-неоднорідних секціонованих поляризованих в коловому напрямку п'єзоелементів циліндричної форми з сегнетожорсткої та сегнетотвердої п'єзокераміки. Запропонований підхід включає в себе визначення резонансних та антирезонансних частот, коефіцієнтів електромеханічного зв'язку, електричного імпедансу та його логарифму, добротності п'єзоелемента та логарифмічного декременту коливань, що є основними характеристиками функціонування п'єзоелектричних перетворювачів.

Загальні результати та висновки підсумовують основні здобутки дослідження та містять рекомендації щодо подальшого впровадження результатів досліджень у практику.

Список використаних джерел містить перелік використовуваних при написанні даної роботи наукових робіт. У додатку А наводиться перелік публікацій автора, у додатках Б-Д — дійсні та комплексні матеріальні характеристики розглянутих п'єзоелектричних матеріалів, Е містить акт впровадження дисертації в навчальному процесі Київського національного університету будівництва і архітектури.

Загальний обсяг дисертації становить 340 сторінок. Всі розділи дисертаційної роботи є завершеними і ґрунтовними.

### Значення роботи для науки і практики

В роботі розроблено ефективну чисельну методику, що дозволяє з досліджувати динамічні процеси в однорідних, композитних, багатошарових та функціонально-неоднорідних п'єзоелементах у формі плоских тіл, порожнистих циліндрів та куль при дії електричних та механічних навантажень. Розроблені в роботі чисельні підходи і рекомендації мають перспективи застосування при розв'язанні аналогічних задач для інших електромеханічних та механічних систем.

Практичне значення роботи полягає в тім, що отримані в ній результати і положення можуть бути застосовані при проєктуванні неоднорідних електров'язкопружних елементів конструкцій, прогнозування їх електромеханічного відгуку та оцінки їх динамічної міцності та надійності, при комплексному вивченні динамічного напруженого-деформованого стану подібних

електромеханічних систем за даними натурних експериментів. Результати можуть бути також застосовані для автоматизації обробки експериментальних даних з врахуванням затухання коливань та впливу гідроакустичного середовища. Найбільш доцільно застосовувати розроблені в роботі підходи, результати і рекомендації безпосередньо на етапах проєктування неоднорідних елементів конструкцій для оптимізації матеріальних характеристик.

Отримані висновки і рекомендації мають перспективи застосування і при розв'язанні аналогічних задач для п'єзоперетворювачів інших, ніж розглянутих в дисертаційній роботі, конструктивних виконань. Встановлені в роботі нові закономірності поширення збурень в неоднорідних тілах є корисними для опису динамічного електромеханічного стану п'єзоелементів функціонально-неоднорідної структури.

#### Рекомендації щодо використання результатів проведених досліджень

Отримані в дисертаційній роботі результати, в тому числі виконані постановки задач, розроблені підходи до їх чисельного розв'язання та зроблені висновки можуть бути використані при подальших дослідженнях, що проводяться в Інституті механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Національному технічному університеті «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київському національному університеті будівництва і архітектури та інших науково-дослідних інститутах та навчальних установах. Їх також можна використовувати у проектно-конструкторських і виробничих організаціях, що здійснюють теоретичні та експериментальні дослідження з метою аналізу міцності й довговічності електропружинних елементів конструкцій, а також прогнозування їх надійності.

#### Повнота викладення результатів дисертації у фахових виданнях

Зміст дисертаційної роботи з достатньою повнотою відображенено в 39 наукових роботах здобувачки, серед яких 23 статті опубліковані у фахових виданнях відповідно до вимог публікації матеріалів кандидатських і докторських дисертацій, один розділ в колективній монографії закордонного видання та 15 тез доповідей на міжнародних конференціях та симпозіумах. В тому числі, 15 робіт опубліковано самостійно, 11 статей проіндексовано в міжнародних наукометрических базах Scopus та Web of Science, 4 з них у виданнях другого та третього квартилю (Q2 та Q3).

Основні положення і результати дисертації досить повно представлені на науково-технічних конференціях, наукових семінарах та симпозіумах.

Результати роботи повністю висвітлені в наукових публікаціях здобувача. Зміст реферату і основні положення дисертації співпадають. Основні положення та результати кандидатської дисертації не входять до представленої до захисту роботи

## Зауваження

За змістом роботи можна зробити наступні зауваження:

1) Дослідження дисертації побудовані на рівняннях лінеаризованої теорії електров'язкопружності, тобто отримані результати не описують не-лінійних ефектів, які спостерігаються в ході експерименту при певних рівнях напруженості електричного поля та деформацій. Таким чином, методологія даної роботи має певні обмеження щодо області їх використання, які недостатньо висвітлені в роботі.

2) При дослідженні коливань композитних п'єзоелектрических циліндрів було б корисно провести порівняння характеру коливань багатошарового циліндра та циліндра з усередненими характеристиками для підтвердження адекватності выбраної моделі композитного матеріалу.

3) В роботі недостатня увага приділена питанням концентрації електромеханічних полів і пов'язаним з цим фундаментальним питанням втомної міцності елементів.

4) Коефіцієнт демпфування за Релеєм не є матеріальною характеристикою по суті і за його визначенням (2.107), де він явно залежить від параметрів навантаження, зокрема частоти.

5) В аналізі результатів є необґрунтовані висновки, наприклад висновок до рис. 3.18, 3.19: «амплітуда коливань зростає внаслідок зменшення жорсткості конструкції (матеріалу)». Рівень резонансної амплітуди залежить від дисипативних характеристик матеріалу або узгодженості навантаження і форми коливань.

6) Незрозуміло, в яких випадках при наявності акустичного середовища можна нехтувати внутрішньою дисипацією в матеріалі. Також незрозуміло, коли в композитах з полімерною складовою можна нехтувати втратами в керамічній складовій.

7) Є неточності у формулах (2.80), (2.86), (2.91), (3.2.2).

8) Пункт 4 у висновках практичного характеру в загальному випадку є сумнівним, наприклад, при жорсткому защемленні елемента основними втратами є діелектричні, бо механічні відсутні взагалі.

9) Точність наближених методів краще оцінювати не порівнянням між ними, а порівнянням з точним рішенням.

Зазначені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

## Загальні висновки

Дисертаційна робота Григор'євої Л.О. «Чисельне моделювання динамічних процесів в п'єзоелектрических тілах з урахуванням дисипативних властивостей та неоднорідності матеріалу» присвячена розробці ефективної чисельної методики дослідження динамічних процесів деформування неоднорідних електров'язкопружеских елементів конструкцій в умовах електромеханічного навантаження, що є вирішенням актуальної та важливої наукової проблеми механіки зв'язаних полів.

Враховуючи актуальність тематики дисертації, обґрунтованість, зна-

чущість та важливість отриманих у ній результатів, вважаю, що вона повністю відповідає вимогам «Порядку присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук», що висуваються до докторських дисертацій, а її авторка, Григор'єва Людмила Олександрівна, заслуговує присудження їй наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

Офіційний опонент,  
головний науковий співробітник  
відділу термопружності Інституту  
механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,  
докт. фіз.-мат. наук, с. н. с.

Ігор СЕНЧЕНКОВ

Підпис І.К. Сенченкова засвідчує  
Вчений секретар Інституту  
механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України  
докт. техн. наук, с. н. с.

09.09.2025р.

Юрій Скосаренко



Надійшло 10.09.2025р.

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради № 26.166.01

д. ф.-м.н.

Анатолій  
Хорошун