

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМ. С. П. ТИМОШЕНКА

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. директора Інституту механіки  
ім. С.П. Тимошенка НАН України  
академік НАН України



Володимир НАЗАРЕНКО  
зразок 2022 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Теорія стійкості руху та її застосування**

для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти  
«доктора філософії»

галузь знань  
спеціальність  
вид дисципліни

**11 Математика та статистика**  
**113 «Прикладна математика»**  
**вибіркова**

Київ 2022

**Розробники:**

Завідувач відділу стійкості процесів

д-р фіз.-мат. наук, акад. НАН України Анатолій Мартинюк Анатолій Мартинюк

**Робочу програму узгоджено науково-методичною радою**

Протокол від 3 травня 2022 р. № В

Голова науково-методичної ради С

**Робочу програму затверджено Вченою радою Інституту механіки  
ім. С.П. Тимошенка НАН України**

Протокол від 10 травня 2022 року № 4

Голова Вченої ради В.Назаренко Володимир НАЗАРЕНКО

**Робочу програму узгоджено з гарантом освітньо-наукової програми  
(керівником програми) 113 «Прикладна математика» 3 травня 2022 р.**

Гарант освітньо-наукової програми В.Назаренко Володимир НАЗАРЕНКО

**Пролонговано Вченою радою Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка:**

Навчальні роки пролонгації	Голова Вченої ради Імех НАНУ	Підпис	№ протоколу	Дата протоколу
20__/20__				
20__/20__				
20__/20__				
20__/20__				

## 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Найменування показників	Характеристика дисципліни
Вид дисципліни	вибіркова
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120
Курс	2
Семестр	3
Кількість змістових модулів з розподілом:	2
Кількість кредитів	4
Обсяг академічних годин, в тому числі:	120
Лекції	20
Практичні заняття	20
Самостійна робота	80
Форма підсумкового контролю	залік

## 2. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Робоча програма навчальної дисципліни «Стійкість і керування рухом складних систем» є нормативним документом, який розроблено на основі освітньо-наукової програми, далі ОНП, ( затверджена Вченуою радою Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України., протокол № 5 від «27» грудня 2017 року) підготовки здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти відповідно до навчального плану спеціальності 113 «Прикладна математика».

Навчальна дисципліна вільного вибору аспіранта «Стійкість і керування рухом складних систем» є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики за спеціалізацією Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. Дисципліна пов'язується із блоком 2 освітньо-наукової програми, а навчання за цим курсом є тісно переплетеним із науковою діяльністю аспіранта на другому році аспірантури.

**Передумова вивчення:** Навчальна дисципліна «Стійкість і керування рухом складних систем» базується на знаннях отриманих під час здобуття ступеня магістра та обов'язкових курсів освітньо-наукової програми ДВІ.01 та ДВІ.02, які вивчаються на першому курсі аспірантури.

**Метою навчальної дисципліни** «Стійкість і керування рухом складних систем» є прищеплення знань та вмінь, притаманних прикладній математиці, на основі ступеня магістра в галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 113 «Прикладна математика», шляхом здобуття ними компетентностей, необхідних для виконання *самостійних* та *оригінальних*

наукових досліджень за спеціалізацією “математичні проблеми стійкості та теорія керування”, що історично проводяться в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення. Лекційний курс супроводжується індивідуальними завданнями, які аспіранти виконують під час самостійної роботи над лекціями. Ці завдання тісно пов’язуються із роботою над дисертацією, підготовкою наукових праць та презентацій на конференціях.

**Головними завданнями** вивчення навчальної дисципліни «Стійкість і керування рухом складних систем» є формування знань, практичних навичок та компетентностей, потрібних для проведення самостійних кваліфікованих наукових досліджень:

- Загальні компетентності: ЗК1 – ЗК6 (відповідно до переліку загальних компетентностей ОНП).
- Спеціальні (фахові) компетентності: СК1 – СК7 (відповідно до переліку фахових компетентностей ОНП).
- Загальні програмні результати навчання: ПРН1 – ПРН6, ПРН11.

**Програмні результати навчання за дисципліною (вимоги до знань та вмінь):**

В результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен  
*Знати:*

- Основні теореми про властивості розв’язків рівнянь збуреного руху;
- Загальні теореми першого та другого методів Ляпунова дослідження стійкості руху;
- Основні теореми про оптимальну стабілізацію керованих систем.

*Вміти:*

- Виводити рівняння збуреного руху конкретних механічних систем та зводити їх до канонічної форми Гамільтона чи нормальній форми Коші.
- Будувати скалярні, векторні або матричні функції Ляпунова в залежності від складності конкретної механічної системи, а також використовувати їх для дослідження стійкості руху.
- Використовувати комбінації методів Ляпунова з методами порівняння в диференціальній та інтегральній формах.

### 3. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

*Змістовний модуль 1. Основи теорії стійкості та керування рухом*

**Тема 1. Рівняння збуреного руху. Загальні уявлення про задачі стійкості та керування рухом.** Теореми існування і єдності розв’язків. Теореми Пеано, Карateодорі. Продовжуваність розв’язків. Неперервна залежність розв’язків від початкових умов, правої частини рівнянь та параметрів. Теорема Пуанкаре. Постановки задач про стійкість та керування рухом, означення стійкості і керованості системи, методи дослідження стійкості руху.

**Тема 2. Узагальнені теореми прямого методу Ляпунова.** Функції Ляпунова і їх знаковизначеність. Геометрична інтерпретація. Критерій Сильвестра

знаковизначеності квадратичних форм. Теореми про стійкість; теореми про нестійкість. Поняття про обернені теореми прямого методу Ляпунова.

**Тема 3. Стійкість та нестійкість стану рівноваги при потенціальних силах.** Теореми Торічеллі і Лагранжа про стійкість. Теореми Ляпунова і Четаєва про нестійкість. Коефіцієнт стійкості Пуанкаре. Поняття про біфуркацію стану рівноваги.

**Тема 4. Аналіз стійкості лінійних систем рівнянь. Рівновага при дії збурення.** Лінійні рівняння збуреного руху з постійним коефіцієнтами. Теорема Гурвіца. Вибір параметрів стійкої механічної системи. Стійкість неавтономних лінійних систем рівнянь. Нормальні координати. Теорема Вейерштраса. Вплив на рівновагу нового зв'язку. Теореми Кельвіна про вплив дисипативних і гіроскопічних сил. Деякі примусові рухи.

#### *Змістовний модуль 2. Дослідження динаміки складних систем*

**Тема 5. Аналіз стійкості за першим наближенням.** Теореми Ляпунова про стійкість і нестійкість у першому наближенні. Критичні випадки. Випадок з одним нульовим коренем у характеристичного рівняння. Випадок пари чисто уявних коренів. Критерій стійкості і нестійкості.

**Тема 6. Стійкість при постійно діючих збуреннях (п.д.з.).** Теорема Малкіна про стійкість при п.д.з. Теорема про стійкість у нейтральному випадку нелінійного наближення. Стійкість відносно частини змінних.

**Тема 7. Проблеми стабілізації керованих систем.** Постановка задачі про стабілізацію руху. Теореми Красовського та Зубова про оптимальну стабілізацію. Стабілізація програмного руху. Оптимальні регулятори в нелінійній системі. Синтез лінійних керувань.

**Тема 8. Аналіз стійкості періодичних систем.** Інваріантна заміна і структура частинних розв'язків. Наближені методи визначення характеристичного рівняння. Теореми про стійкість і нестійкість за першим наближенням. Метод усереднення Крилова-Боголюбова.

**Тема 9. Елементи теорії складних систем.** Нелінійні системи при структурних збуреннях. Метод матричних функцій Ляпунова аналізу стійкості. Великомасштабні енергосистеми, екологічні багатовидові системи.

**Тема 10. Метод порівняння в теорії стійкості.** Інтегральні нерівності типу Гронуолла-Беллмана оцінки норми розв'язків та функцій Ляпунова для деяких класів рівнянь збуреного руху. Достатні умови стійкості і обмеженості руху. Векторне рівняння порівняння.

#### 4. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ (РОЗПОДІЛ ГОДИН)

№	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота
<i>Змістовний модуль 1. Основи теорії стійкості та керування рухом</i>				
1.	Рівняння збуреного руху. Загальні уявлення про задачі стійкості та керування рухом	2	2	8
2.	Узагальнені теореми прямого методу Ляпунова	2	2	8
3.	Стійкість та нестійкість стану рівноваги при потенціальних силах	2	2	8
4.	Аналіз стійкості лінійних систем рівнянь. Рівновага при дії збурення	2	2	8
<i>Змістовний модуль 2. Дослідження динаміки складних систем</i>				
5.	Аналіз стійкості за першим наближенням	2	2	8
6.	Стійкість при постійно діючих збуреннях (п.д.з.)	2	2	8
7.	Проблеми стабілізації керованих систем	2	2	8
8.	Аналіз стійкості періодичних систем	2	2	8
9.	Елементи теорії складних систем	2	2	8
10.	Метод порівняння в теорії стійкості	2	2	8
Всього годин за семестр		20	20	80

#### 5. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

*Змістовний модуль 1. Основи теорії стійкості та керування рухом*

**Тема 1. Рівняння збуреного руху. Загальні уявлення про задачі стійкості та керування рухом.**

**Лекція 1.** Теореми існування і єдності розв'язків. Теореми Пеано, Карateодорі. Продовжуваність розв'язків. Неперервна залежність розв'язків від початкових

умов, правої частини рівнянь та параметрів. Постановки задач про стійкість та керування рухом, означення стійкості і керованості системи, методи дослідження стійкості руху.

*Практичне заняття 1.* Приклади та контрприклади до теорем існування та єдиності розв'язків. Застосування методів дослідження стійкості руху.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу який винесено на самостійне вивчення:
  - Теорема Пуанкаре.

**Література:** основна – 1, 2, 3, 4; додаткова – 11.

## **Тема 2. Узагальнені теореми прямого методу Ляпунова.**

*Лекція 1.* Функції Ляпунова і їх знаковизначеність. Геометрична інтерпретація. Критерій Сильвестра знаковизначеності квадратичних форм. Теореми про стійкість; теореми про нестійкість.

*Практичне заняття 1.* Застосування теорем про стійкість та нестійкість.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Поняття про обернені теореми прямого методу Ляпунова.

**Література:** основна – 2, 3, 4, 5; додаткова – 9.

## **Тема 3. Стійкість та нестійкість стану рівноваги при потенціальних силах.**

*Лекція 1.* Теореми Торічеллі і Лагранжа про стійкість. Теореми Ляпунова і Четаєва про нестійкість. Поняття про біфуркацію стану рівноваги.

*Практичне заняття 1.* Дослідження стану рівноваги при потенціальних силах. Приклади біфуркацій.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Коефіцієнт стійкості Пуанкаре.

**Література:** основна – 2, 3, 4, 5; додаткова – 9.

## **Тема 4. Аналіз стійкості лінійних систем рівнянь. Рівновага при дії збурення.**

*Лекція 1.* Лінійні рівняння збуреного руху з постійними коефіцієнтами. Теорема Гурвіца. Вибір параметрів стійкої механічної системи. Стійкість неавтономних лінійних систем рівнянь. Нормальні координати. Теорема Вейерштраса. Вплив на рівновагу нового зв'язку. Деякі примусові рухи.

*Практичне заняття 1.* Дослідження стійкості лінійних систем. Побудова та застосування нормальних координат при дії збурення.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Теореми Кельвіна про вплив дисипативних і гіроскопічних сил.

**Література:** основна – 1, 2, 3, 5, 6; додаткова – 9, 11.

*Змістовний модуль 2. Дослідження динаміки складних систем*

## **Тема 5. Аналіз стійкості за першим наближенням.**

*Лекція 1.* Теореми Ляпунова про стійкість і нестійкість у першому наближенні. Критичні випадки. Випадок з одним нульовим коренем у характеристичного рівняння. Критерій стійкості і нестійкості.

*Практичне заняття 1.* Дослідження руху систем за першим наближенням. Рух системи у критичному випадку.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Випадок пари чисто уявних коренів.

**Література:** основна – 1, 3, 4, 5; додаткова – 7.

## **Тема 6. Стійкість при постійно діючих збуреннях (п.д.з.).**

*Лекція 1.* Теорема Малкіна про стійкість при п.д.з. Теорема про стійкість у нейтральному випадку нелінійного наближення.

*Практичне заняття 1.* Особливості руху при постійно діючих збуреннях.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.

2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Стійкість відносно частини змінних.

**Література:** основна – 5.

### **Тема 7. Проблеми стабілізації керованих систем.**

*Лекція 1.* Постановка задачі про стабілізацію руху. Теореми Красовського та Зубова про оптимальну стабілізацію. Стабілізація програмного руху. Оптимальні регулятори в нелінійній системі.

*Практичне заняття 1.* Приклади задач стабілізації руху керованих систем.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Синтез лінійних керувань.

**Література:** основна – 5, 7.

### **Тема 8. Аналіз стійкості періодичних систем.**

*Лекція 1.* Інваріантна заміна і структура частинних розв'язків. Наближені методи визначення характеристичного рівняння. Теореми про стійкість і нестійкість за першим наближенням.

*Практичне заняття 1.* Дослідження руху періодичних систем.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Метод усереднення Крилова-Боголюбова.

**Література:** основна – 1, 3; додаткова – 11, 12.

### **Тема 9. Елементи теорії складних систем.**

*Лекція 1.* Нелінійні системи при структурних збуреннях. Метод матричних функцій Ляпунова аналізу стійкості. Великомасштабні енергосистеми.

*Практичне заняття 1.* Приклади складних систем і їх поведінка.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:

- Екологічні багатовидові системи.

**Література:** додаткова – 8, 10.

### **Тема 10. Метод порівняння в теорії стійкості.**

*Лекція 1.* Інтегральні нерівності типу Гронуолла-Беллмана оцінки норми розв'язків та функцій Ляпунова для деяких класів рівнянь збуреного руху. Достатні умови стійкості і обмеженості руху.

*Практичне заняття 1.* Приклади застосування підходів методу порівняння.

*Завдання для самостійної роботи*

1. Вивчення матеріалу лекції.
2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення:
  - Векторне рівняння порівняння.

**Література:** основна – 2; додаткова – 8, 9.

### **Самостійна робота аспіранта, її зміст та обсяг**

№ п/п	Зміст самостійної роботи аспіранта	Обсяг СР (годин)
1.	Опрацювання лекційного матеріалу	20
2.	Підготовка до практичних занять	20
3.	Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення	40
<b>Всього</b>		<b>80</b>

## **6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ**

### **6.1 Політика дотримання академічної добросерединності**

Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної добросерединності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристройів). У разі виявлення ознак академічної недобросерединності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.

### **6.2 Політика щодо відвідування занять**

Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням

із керівником курсу та керівником аспірантури.

### **6.3. Система рейтингових балів та критерії оцінювання**

Рейтинг аспіранта другого року із спеціальності 113 Прикладна математика зданої дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- 1.Експрес-контроль – 20 балів.
- 2.Активну роботу на практичних заняттях – 20 балів.
- 3.Модульні контрольні роботи – 20 балів ( $2 \times 10 = 20$ )
- 4.Залік - 40 балів.

Заохочується представлення доповіді на наукових конференціях, семінарах, подання статті в журнал за тематикою курсу і додатково оцінюється у 10 балів.

*Експрес-контроль* проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 - 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз (2 - 4) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.

*Штрафні бали:*

1. Відсутність на лекції без поважних причин – (-) 2 бали;
2. Відсутність на індивідуальних заняттях без поважних причин – (-) 2 бали.

*Залік* складається аспірантом в аудиторний час і на нього виносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.

### **6.4. Розрахункова шкала рейтингу для спеціальностей**

Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:

$$20+20+20+40=100 \text{ (балів).}$$

Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням заохочувальних і штрафних балів. Необхідною умовою допуску аспіранта до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

### **Шкала оцінювання: національна та ECTS**

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання

0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
------	---	--	---

**«Відмінно» - А (90-100 балів)** – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з можливими незначними недоліками.

**«Добре» - В (82-89 балів)** – дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок.

**«Добре» - С (74-81 балів)** – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок.

**«Задовільно» - D (64-73 балів)** – виставляється аспіранту, який має знання тільки основного матеріалу, але не засвоїв його деталей, допускає неточності, неправильне тлумачення окремих елементів завдання та відчуває труднощі при виконанні практичних завдань.

**«Задовільно» - Е (60-63 балів)** – достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь).

**«Незадовільно» - FX (35-59 балів)** - виставляється аспіранту, який дає необґрунтовані відповіді на запитання, допускає суттєві помилки у використанні понятійного апарату. Не простежується логічність та послідовність думки. Формульовання хаотичні та не усвідомлені.

**«Незадовільно» - F (1-34 балів)** - виставляється аспіранту, який не засвоїв зміст дисципліни, вміння та навички не набуті.

## **7. ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЗАЛІКУ**

1. Умови існування і єдності розв'язків рівнянь збуреного руху.
2. Теорема Пуанкаре.
3. Означення Ляпунова стійкості руху.
4. Два методи Ляпунова дослідження стійкості руху.
5. Загальні теореми прямого методу Ляпунова.
6. Достатні умови знаковизначеності квадратичних форм. Критерій Сільвестра.
7. Способи побудови функцій Ляпунова.
8. Обернені теореми прямого методу Ляпунова.
9. Теорема Лагранжа про стійкість при потенціальних силах.
10. Теореми про нестійкість. Коefіцієнти стійкості Пуанкаре.
11. Біфуркація станів рівноваги і стаціонарних рухів.
12. Автономні системи лінійних рівнянь збуреного руху. Елементарні дільники. Канонічний вигляд рівнянь першого наближення.
13. Теорема Гурвіца. Критерій, рівносильні теоремі Гурвіца.
14. Дія сил збурення на стан рівноваги.
15. Теореми Кельвіна про вплив дисипативних і гіроскопічних сил на стан рівноваги.
16. Теореми Ляпунова про стійкість у першому наближенні.

17. Теорема Малкіна про стійкість при постійно діючих збуреннях.
18. Критичні випадки в теорії стійкості. Випадок пари чисто уявних коренів.
19. Критерії стійкості і нестійкості у критичних випадках.
20. Постановка задачі про стабілізацію руху. Оптимальна стабілізація.
21. Способи побудови оптимальних функцій Ляпунова для керованих систем.
22. Синтез лінійних керувань. Оптимальні регулятори лінійних систем.
23. Стійкість розв'язків періодичних систем. Структура частинних розв'язків.
24. Метод усереднення Крилова-Боголюбова.
25. Поняття складної системи. Нелінійні системи при структурних збуреннях.
26. Стійкість великомасштабних систем. Енергосистеми, багатовидові екологічні системи.
27. Основні теореми методу порівняння. Диференціальні нерівності для повної похідної функції Ляпунова.
28. Стійкість складних систем. Критерій асимптотичної стійкості автономних систем порівняння.
29. Загальний принцип порівняння.

## **8. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

### **8.1. Основні рекомендовані джерела**

- [1] Ляпунов А.М. Общие задачи об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950.
- [2] Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М.: Мир, 1980. – 300 с.
- [3] Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М.: Гостехиздат, 1955.
- [4] Дубошин Г.Н. Основы теории устойчивости движения, М.: Изд-во МГУ, 1952. – 318 с.
- [5] Малкин И.Г. Теория устойчивости движения – Изд. 2-е, испр. – М.: Наука, 1966. – 530 с.
- [6] Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
- [7] Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

### **8.2. Додаткові рекомендовані джерела**

- [8] Lakshmikantham V., Leela S., Martynyuk A.A. Stability Analysis of Nonlinear Systems, New-York: Marcel Dekker, Inc., 1989. – 315 p.
- [9] Martynyuk A.A. Radziszewski B., Szadkowski A. Stability: Elements of the Theory and Applications with Examples. Warsaw: SCIENDO, 2020. – 314 p.
- [10] Fieguth P. An Introduction to Complex Systems: Society, Ecology, and Nonlinear Dynamics. Cham: Springer, 2021. – 463 p.
- [11] Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения, том 1. М.: ИЛ, 1953. – 346 с.
- [12] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М., 1958. – 408 с.

### **8.3. Інші інформаційні джерела (ресурси)**

Оскільки цей курс по вибору безпосередньо пов'язується із темою дисертаційних досліджень, список додаткових інформаційних джерел, який складається із наукових статей, опублікованих, як правило, останні 2-3 року, складається індивідуально для кожного аспіранта.