

## ВІДЗІВ

офіційного опонента на дисертацію Пославського Сергія Юрійовича  
“Критерії стійкості нелінійних механічних систем з запізненням” на здобуття  
наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю  
01.02.01 – теоретична механіка

Дисертаційна робота Пославського Сергія Юрійовича “Критерії стійкості нелінійних систем з запізненням” присвячена важливим проблемам математики і механіки, а саме, одержанню умов стійкості та обчисленню оцінок розв’язків нелінійних диференціально-різницевих рівнянь з запізненням. Системи такого типу набули поширене дослідження останнього часу в задачах біології, динаміки популяцій, економіці. Необхідність дослідження такого виду систем виникає також в задачах механіки при наявності керування у вигляді оберненого зв’язку. До задач такого типу приводять численні проблеми, що пов’язані з дослідженням математичних моделей в механіці, фізиці, керуванні технічними процесами, які використовують диференціально-різницеві рівняння і системи рівнянь. Математичні моделі згаданих процесів суттєво використовують ефект післядії, що значно ускладнює дослідження. За свою природою диференціальні рівняння з післядією є диференціальними рівняннями в банаховому просторі. Тому при отриманні конструктивних алгоритмів їх дослідження виникають суттєві труднощі. Таким чином, в **актуальності** вибраної проблеми не виникає сумнівів.

Дисертація складається із вступу (загальної характеристики роботи), чотирьох розділів, висновків, переліку використаних джерел та ілюстрацій.

**У вступі** обґрунтовано актуальність проблеми, сформульовано мету роботи, визначено практичне значення. Наведено апробацію роботи.

**Перший розділ** має оглядовий характер. В ньому наведено детальний аналіз робіт з теми дисертації. Наведено огляд проблем та результатів систем з післядією. Відмічено сильні та слабі сторони методу кроків, що використовується при розв’язуванні систем з запізненням, можливість інтегрального представлення розв’язків лінійних неоднорідних неавтономних систем за допомогою фундаментальної системи розв’язків у фрмі Коші. Дано огляд дослідження методів дослідження стійкості нульового розв’язку. Відмічено, що незважаючи на універсальність другого методу Ляпунова, практично він має обмежене застосування достатнього характеру. Частинним, але важливим випадком при дослідженні нелінійних

систем є задачі абсолютної стійкості. В цих задачах розглядається нелінійність спеціального випадку, а саме, випадок, коли нелінійність обмежена «умовами сектору». Системи диференціальних рівнянь з післядією є, по суті, системами в банановому просторі. Тому автор дисертації слушно звертається до класичної монографії Ю.Л.Далецького, М.Г.Крейна. Основна увага автора приділяється використанню методів дослідження, що базуються на обчисленні старших показників Ляпунова. Цікавим є розділ, що присвячений системам з перемиканнями. Вказано особливості цих систем, а саме, можливість за рахунок перемикання отримати, як стійкі, так і нестійкі стани рівноваги. Звернуто увагу на проблему існування спільної функції Ляпунова для нелінійних систем з перемиканням.

**Другий розділ має базове значення.** В ньому розглянуті питання оцінки показників Ляпунова. Розглядається нелінійна система (2.1) з виділеною лінійною частиною. Нелінійна частина задовольняє досить «жорстким умовам» (2.2). Отримана верхня оцінка для максимального показника Ляпунова (теорема 2.1). З використанням цієї оцінки записано умови стійкості системи (теорема 2.2). Дається нижня оцінка максимального показника Ляпунова. Нелінійна частина системи замінюється «лінійною мажорантою» (2.13) і оцінка проводиться з її використанням (2.15). Наведені приклади обчислення оцінок. Вони приведені для систем з сталою матрицею лінійної частини. Запропонована методика підрахунку, що базується на класичному зведенні лінійної частини системи до жорданової форми. Тоді умови асимптотичної стійкості формулюються (в теоремі 2.5) з використанням матриці лінійних перетворень.

**Третій розділ** присвячений дослідженню стійкості деяких спеціальних систем, що є узагальненням, викладених у другому розділі. Розглянуто нелінійні системи з виділеними неавтономними лінійними частинами зі змінним запізненням і з лінійно інтегрально розподіленими параметрами. Методика дослідження та отримання умов стійкості залишається аналогічними тим, що викладені в попередньому розділі. Отримано верхню оцінку максимального показника Ляпунова. При її обчисленні використовується фундаментальна матриця лінійної неавтономної системи. Обчислена верхня межа (теорема 3.1), нижня оцінка максимального показника Ляпунова (3.13), точне значення максимального показника Ляпунова (теорема 3.3). Як і в попередньому розділі, розглянуто метод підрахунку, що базується на приведенні матриці лінійної частини до жорданової форми. Як частинний випадок, розглянуто системи з чистим запізненням. У п'ятому параграфі розділу розглянуто системи з перемиканням.

У четвертому розділі розглянуто приклади механічних систем з запізнюванням. Отримано умови стійкості та стабілізації перевернутого маятника з запізненням. Обчислено області стійкості. Розглянута математична модель процесу фрезерування з однією та двома ступенями вільності. Модель також представлена у рівняння коливання другого порядку. Наведено чисельні результати.

На мій погляд, найбільш цікавими та суттєвими результатами, що одержані в дисертації, є наступні.

1. Отримані умови експоненціальної стійкості нелінійних систем диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами та змінним запізненням (теореми 3.6, 3.7).
2. Отримані умови експоненціальної стійкості нелінійних систем зі змінними та інтегрально розподіленим запізненням (теореми 3.8, 3.9).
3. Одержано умови стійкості систем з перемиканням (теорема 3.13).

Всі одержані автором результати, які виносяться на захист, є новими. Особливо, на мій погляд, слід відмітити теореми про оцінки показників Ляпунова. На відміну від існуючих, вони мають конструктивний характер і дозволяють одержувати конкретні залежності.

Достовірність одержаних результатів ґрунтуються на строгому математичному доведенні та несуперечності відомим раніше фактам.

Результати, що одержані в дисертації Пославського С.Ю., мають як теоретичну, так і практичну значимість. Вони є подальшим розвитком теорії стійкості динамічних систем, що описуються різними типами рівнянь

Основні результати опубліковані в 12 статтях і працях конференцій. Серед них 6 статей у фахових виданнях ВАК України та 6 тез доповідей наукових конференцій. Дисертація пройшла хорошу апробацію. По результатах роботи зроблені доповіді на багатьох представницьких вітчизняних та міжнародних конференціях і семінарах. Автореферат дисертації повно та адекватно відображає зміст роботи.

Зміст дисертації повністю відповідає спеціальності 01.02.01 – теоретична механіка. В ній знайшли місце як традиційні проблеми стійкості звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь з імпульсними збуреннями, так і питання дослідження систем з запізнюванням, що розвиваються останнім часом.

Слід відзначити відмінне оформлення роботи. Викладення результатів проводиться коротко та чітко. Всі одержані результати доведені класично строго та аргументовано. Спочатку приведено відомі результати та посилання на них. Список літератури, на яку посилається автор, достатньо повний і добре відображає стан проблеми.

На підставі аналізу дисертації в цілому, виступів автора на наукових конференціях і семінарах та особистої бесіди з ним вважаю, що наукова кваліфікація Пославського С.Ю. відповідає кваліфікації кандидата фізико-математичних наук.

До недоліків роботи слід віднести наступне.

1. На стор. 22 дано означення експоненціально стійкої системи. Але означення дано через умову від'ємності максимального показника Ляпунова. Фактично, це не означення, а умова асимптотичної стійкості в цілому нульового розв'язку. На підставі введеного означення автор далі використовує означення «стійка система». До цього слід відноситись досить обережно. Якщо для лінійних систем існує поняття «стійка», бо там всі розв'язки або стійкі, або нестійкі, то для нелінійних систем існує досить багато інших понять – «груба», «орбітно стійка»,... та інше.
2. В дисертації використовується термін «нелінійна система». Але нелінійність задовольняє в околі нульового стану рівноваги досить жорстким умовам знаходження в конусі зі сталою, на яку далі накладаються обмеження «малості». Тому система має лише один стан рівноваги – нульовий. Більш доцільна назва – «система зі слабкою нелінійністю».
3. Проблематичною завжди була і залишається побудова фундаментальної матриці розв'язків для неавтономних систем, навіть без запізнення.
4. В прикладах розглядаються лише системи зі сталою лінійною частиною. Це дає можливість обчислювати їх власні числа.
5. Не визначено умови перемикання в системах з перемиканням (за часом, за логічними умовами фазових змінних та інше). В різних випадках можливі різні підходи.

Але приведені недоліки мають, в основному, методичний характер і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи в цілому.

На підставі наведеного вважаю, що:

- дисертаційна робота «Критерії стійкості нелінійних механічних систем з запізненням» є роботою, самостійно підготовленою дисертантом;
- повністю відповідає спеціальності 01.02.01 – теоретична механіка ;
- дисертантом одержані значні результати в області теорії стійкості руху систем, що описуються динамічними системами з перемиканням, диференціальними, диференціально-різницевими рівняннями, сукупність яких є значним досягненням в розвитку теорії стійкості руху механічних систем.

Вважаю, що дисертаційна робота «Критерії стійкості нелінійних механічних систем з запізненням» за обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю, науковим рівнем, значимістю та кількістю і якістю публікацій відповідає всім вимогам п.11 та п. 13 постанови Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 року « Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» щодо кандидатських дисертацій, а її автор Пославський Сергій Юрійович заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка.

Професор  
кафедри моделювання складних систем  
факультету кібернетики  
Київського національного університету  
Імені Тараса Шевченка  
доктор фізико-математичних наук

Хусайнов Д.Я.

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ  
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР НДІ  
КАРАУЛЬНА Н.В.  
14.10.2012

