

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка

СКОСАРЕНКО Юрій Валентинович

УДК 539.3

**ДИНАМІКА ТА СТІЙКІСТЬ ОБОЛОНОК НУЛЬОВОЇ ГАУССОВОЇ
КРИВИНИ З КОНСТРУКТИВНИМИ ОСОБЛИВОСТЯМИ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2016

Дисертацію є рукопис.

Робота виконана в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України.

Науковий консультант доктор технічних наук, професор,
Луговий Петро Захарович
завідувач відділу будівельної механіки
тонкостінних конструкцій Інституту
механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
м. Київ.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Дзюба Анатолій Петрович,
завідувач кафедри обчислювальної механіки
і міцності конструкцій, Дніпропетровський
національний університет ім. О. Гончара,
м. Дніпропетровськ;
доктор технічних наук, професор
Іванченко Григорій Михайлович,
декан будівельного факультету,
Київський національний університет
будівництва і архітектури, м. Київ;
доктор технічних наук, професор
Марчук Олександр Васильович,
завідувач кафедри опору матеріалів,
Національний транспортний університет,
м. Київ.

Захист відбудеться **«08» листопада 2016р. о 10-00** на засіданні спеціалізованої вченої
ради Д 26.166.01 Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою:
03057, м. Київ-57, вул. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту механіки
ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ-57, вул. Нестерова, 3.

Автореферат розісланий «__» 2016 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01
доктор фізико-математичних наук

О.П.Жук

ВСТУП

Актуальність теми. В роботі виконано дослідження динаміки та стійкості оболонок з конструктивними особливостями у вигляді поздовжніх і кільцевих ребер, одномірних жорстких та пружних елементів (консолей), з'єднаних одним кінцем з оболонкою, протилежним кінцем – з твердим тілом (масою), прямокутних пружних пластин, з'єднаних з оболонкою однією чи двома кромками, а також взаємодіючих з пружною основою. Вони широко застосовуються в багатьох галузях техніки: ракето –, літако –, кораблебудуванні, хімічній промисловості зустрічаються конструкції вказаного виду. На них діють різні зовнішні сили, і попередній розрахунок з метою оцінки виникаючих в процесі їх експлуатації деформацій, напружень, прискорень елементів конструкцій, має важливе значення для проектування і безпечної експлуатації об'єктів техніки і будівництва. Тому ця тема є актуальною проблемою механіки твердого деформівного тіла.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, що викладені в дисертаційній роботі, виконано у відповідності з планами та науковими темами Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, а саме: "Розробка нових методик оцінки критичних напружень для ребристих оболонок, які мають форму, наблизену до циліндричної, та циліндричних оболонок з високими ребрами, навантажених поздовжніми силами" (№ держ. реєстрації 0101U002864, 2001-2003 pp.); "Особливості коливань та втрати стійкості циліндричних оболонок та прямокутних пластин, які обумовлені дискретним розміщенням ребер та наявністю технологічних недосконалостей" (№ держ. реєстрації 0102U000302, 2002-2004 pp.); "Побудова ефективних підходів до розрахунку полів напружень і динамічних характеристик оболонкових елементів конструкцій з неоднорідних композитних матеріалів" (№ держ. реєстрації 0102U007024, 2002-2006 pp.); "Дослідження впливу дискретного розміщення ребер на динамічні характеристики циліндричних оболонок, виготовлених з матеріалів з низькою зсувною жорсткістю" (№ держ. реєстрації 0103U003860, 2003-2005 pp.); "Стійкість пластинчато-оболонкових циліндричних систем і оболонок з локальними початковими прогинами" (№ держ. реєстрації 0105U002142, 2005-2007 pp.); "Стійкість та коливання конструкцій з циліндричних оболонок та пластин з врахуванням впливу зовнішнього середовища та технологічних особливостей" (№ держ. реєстрації 0107U008618, 2008-2012 pp.); "Розробка нового підходу до чисельного розрахунку критичних навантажень в недосконалих гладких і ребристих оболонках та його експериментальне обґрунтування" (№ держ. реєстрації 0107U001998, 2007-2009 pp.); "Розробка нових нетрадиційних підходів на основі дискретно-континуальних методів і комбінованих моделей до дослідження деформування і руйнування композитних матеріалів для розв'язання проблем міцності і довговічності сучасних конструкцій" (№ держ. реєстрації 0107U000435, 2007-2011 pp.); "Дослідження механічної поведінки неоднорідних анізотропних елементів сучасних конструкцій складної структури за допомогою нових підходів на основі різних моделей" (№ держ. реєстрації 0112U000249, 2012-2016 pp.); "Коливання та стійкість гладких та дискретно підкріплених циліндричних оболонок на пружній основі при статичних та імпульсних навантаженнях" (№ держ. реєстрації 0113U000646, 2013 р.); Договір про

наукове співробітництво № 7 від 14 квітня 2013р. між Інститутом механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України і “Конструкторським бюро “Південне” ім.М.К. Янгеля”, підпунктом якого є “Дослідження в галузі динаміки та стійкості гладких та підкріплених оболонок обертання під дією стаціонарних та імпульсних навантажень”; “Коливання та стійкість гладких та дискретно підкріплених циліндричних оболонкових елементів при статичних та імпульсних навантаженнях” (№ держ. реєстрації 0114U002164, 2014-2015 рр.); Договір між Інститутом механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України і “Конструкторським бюро “Південне” ім.М.К. Янгеля” “Динаміка і міцність оболонок обертання ” № 151 – 2016.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є створення нової ефективної методики для дослідження динаміки та стійкості оболонок з конструктивними особливостями. Розв’язок задач поздовжньої стійкості оболонкових систем, що включають в себе гладкі та ребристі оболонки, пластиини, та взаємодіють із змінною вздовж твірної оболонки пружною основою. Розв’язок задач динаміки (задачі про власні коливання та динамічний напружене-деформований стан) оболонок, які несуть на собі одномірні жорсткі або пружні елементи (консолі) з масою на кінці, прямокутні пружні пластиини, приєднані до оболонки однією чи двома кромками та взаємодіють з пружною основою, що розглядається за моделями Пастернака або Вінклера.

Об’єктом дослідження є стійкість оболонкових систем з поздовжніми та кільцевими ребрами жорсткості, пластиинами, взаємодіючими з пружною основою та власні коливання і напружений стан при дії динамічних короткочасних навантажень оболонкових систем з поздовжніми та кільцевими ребрами жорсткості, пластиинами, жорсткими або пружними консолями з масами, взаємодіючими з пружною основою.

Предметом дослідження є параметри динаміки та стійкості циліндричних та зрізаних конічних оболонок з поздовжніми та кільцевими ребрами жорсткості, пластиинами, одномірними жорсткими та пружними консолями з масами, оболонок на пружній основі.

Методи дослідження. Для розв’язку задач стійкості і динаміки ребристих циліндричних і зрізаних конічних оболонок з конструктивними особливостями використані лінійні рівняння, отримані з допомогою класичної теорії, яка базується на гіпотезах Кірхгофа (оболонки, пластиини, одномірні елементи) та гіпотезах Кірхгофа – Клебша (ребра жорсткості). Для вивчення впливу деформацій поперечного зсуву в підкріплюючих ребрах на критичні напруження і частоти власних коливань використана теорія багатошарових ортотропних циліндричних оболонок, що враховує деформації поперечного зсуву в оболонці і ребрах за моделлю типу С.П. Тимошенка. Рівняння руху і стійкості оболонок, а також природні граничні умови, отримані за допомогою варіаційних методів. Розв’язок рівнянь в задачах стійкості та на власні коливання знаходиться методом Бубнова – Галеркіна при апроксимації переміщень та кутів повороту тригонометричними рядами по просторовим координатам. Розв’язок задач про напружене-деформований стан системи при динамічному навантаженні отримано методом розкладення розв’язку по формах власних коливань.

Наукова новизна отриманих результатів.

- вперше виконана постановка задач про динаміку та стійкість циліндричних і конічних оболонок з приєднаним до них пружними одномірними елементами з масою на кінці та приєднаними однією чи двома кромками прямокутними пружними пластиналами;
- вперше отримані рівняння руху та стійкості ребристих циліндричних та конічних оболонок з пружними одномірними елементами з масою та пружними пластиналами, що з'єднуються з оболонкою однією або двома кромками;
- для розв'язання задач про напружене-деформований стан оболонок з конструктивними особливостями адаптовано метод розкладення розв'язку по формах власних коливань;
- розв'язана задача про поздовжню стійкість ребристих циліндричних оболонок з вставленими пластиналами. Отримані нові механічні ефекти, пов'язані з впливом параметрів пластин на критичні напруження та форми втрати стійкості оболонок;
- розв'язана задача про поздовжню стійкість ребристих циліндричних оболонок, що взаємодіють з осесиметричною пружною основою на частині її поверхні або її жорсткість змінюється по заданому закону. Отримані нові результати про вплив параметрів пружної основи на критичні напруження і форми втрати стійкості;
- розв'язана задача про власні коливання гладких та ребристих циліндричних і конічних оболонок, з'єднаних з одномірними елементами з масою на кінці, пластиналами та контакуючими з осесиметричною пружною основою на частині поверхні. Отримані нові результати про вплив вказаних конструктивних особливостей на частоти і форми власних коливань оболонок;
- з допомогою методу розкладення розв'язку по формах власних коливань отримано розв'язок задачі про напружене-деформований стан гладких і ребристих циліндричних оболонок, в тому числі контакуючих з осесиметричною пружною основою при дії розподілених і локальних короткочасних сил. Отримані нові результати про вплив пружної основи, форм імпульсу сил на переміщення, згинальні моменти в оболонці та на прискорення точок її серединної поверхні.

Теоретична і практична цінність отриманих в роботі результатів.

Теоретична цінність отриманих у роботі результатів полягає в виведених рівняннях та результатах розв'язків задач динаміки і стійкості оболонкових систем з різними конструктивними елементами. Ці результати та використані моделі, що дозволили врахувати наявність пружних елементів в складі оболонкових систем, можуть застосовуватись в подальшому для розв'язку інших задач. Практична цінність отриманих результатів полягає в розробленій методиці, створених програмах для розрахунку вказаних оболонкових систем та в виявленіх при проведенні досліджень механічних ефектах, які можуть бути використані в практиці проектування реальних конструкцій.

Достовірність результатів.

Достовірність розв'язків розглянутих у роботі задач забезпечується коректністю їх постановок, обґрунтованістю використаних механічних і

математичних моделей і методів, наявністю практичної збіжності обчислювальних процесів, узгодження результатів розрахунку із точними теоретичними розв'язками інших авторів та рядом експериментальних даних.

Особистий внесок здобувача. Всі основні результати дисертаційної роботи отримано автором самостійно. Матеріали, опубліковані у співавторстві, та використані в дисертації, отримані здобувачем особисто, включаючи постановку задач, побудову систем розв'язувальних рівнянь, розробку методів їх розв'язання та програм для їх комп'ютерної реалізації і безпосереднє виконання і аналіз досліджень. Співавторами належить участь в аналізі та інтерпретаціях результатів досліджень.

Апробація результатів дисертації.

Дисертаційна робота пройшла достатньо повну апробацію. Матеріали дослідження за дисертацією доповідалися і обговорювалися на Міжнародних конференціях: Proceedings of the 2-nd European Conference on Computational Mechanics «Solid, Structure and Couple Problems in Engineering», Cracow, Poland, 2001, June; Theoretical Foundations of Civil engineering. Polish-Ukrainian Transactions, Warsaw - Dnepropetrovsk, June-July, 2001; The 7-th Conference “Shell Structures, Theory and Applications”, Gdansk – Jurata (Poland), 2002; Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian Transactions, Warsaw- Dnepropetrovsk, June, 2003; Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian Transactions, Warsaw-Dnepropetrovsk, June, 2004; Міжнародна наукова конференція “Математичні проблеми технічної механіки ”, Дніпроджерзинськ – Дніпропетровськ, 2009; Міжнародна наукова конференція “Математичні проблеми технічної механіки ”, Дніпропетровськ, 2012; XIII Міжнародна науково-технічна конференція «Фізичні процеси та поля технічних та біологічних об'єктів ”, Кременчук, 2014; Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2015» Дніпродзержинськ, 2015; Всеукраїнська наукова конференція «Математичне моделювання та математична фізика», Кременчук: КНУ ім. М. Остроградського, 2015; Окремі положення дисертації періодично доповідались на наукових семінарах відділу будівельної механіки тонкостінних конструкцій, Київ, (1984 – 2016 рр.).

Дисертаційна робота у завершенному вигляді доповідалась та обговорювалась:

- на розширеному науковому семінарі відділу будівельної механіка тонкостінних конструкцій Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, м. Київ, 2016 р.;
- на розширеному науковому семінарі секції за напрямком „Механіка оболонкових систем ” Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, м. Київ, 2016 р.;
- на загальноінститутському науковому семінарі з механіки Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, м. Київ, 2016 р., і отримала позитивні оцінки.

Публікації. Теоретичні та практичні результати дисертаційної роботи з достатньою повнотою відображені у 36 наукових працях, серед яких колективна монографія, глава в колективній монографії, 24 статті, у тому числі 17 самостійних, опублікованих в наукометричних виданнях.

Структура і обсяг роботи. Робота складається із вступу, шести розділів, висновків та списку використаної літератури (411 найменування). Загальний обсяг роботи становить 325 сторінок тексту, 60 рисунків та графіків, 21 таблиця, додаток (акт впровадження результатів дисертації) на одній сторінці.

Автор виражає щиро сердну подяку науковому консультанту, доктору технічних наук, професору Петру Захаровичу Луговому за постійну увагу та консультації при підготовці та написанні дисертації.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми роботи, сформульовано мету і задачі досліджень, розкрито наукову новизну одержаних результатів, наведено відомості щодо їх практичного застосування, дані про публікації та апробацію результатів дисертації, відзначено особистий внесок здобувача та описано структуру роботи.

В першому розділі розглянуто сучасний стан теоретичних і експериментальних досліджень в області стійкості і динаміки оболонок обертання з різними типами неоднорідностей, таких як ребра жорсткості, приєднані тіла і маси, приєднані пластини, пружна основа, неоднорідність структури, отвори і т. і.

Основні результати в області механіки оболонок отримані в роботах відомих вчених, зокрема в роботах С. О. Амбарцумяна, И. Я. Аміро, В.З. Власова, А.С. Вольміра, О.М. Гузя, Я.М. Григоренка, В.О. Заруцького, В.Д. Кубенка, В.А. Баженова, О.Е. Богдановича, В.І. Гуляєва, В.В. Новожилова, В.Г. Піскунова, Л.П. Хорошуна, М.О. Шульги, Е.Г. Янютіна, E. Carrera, A.K. Noor, J. Singer.

Значна кількість досліджень присвячена задачам динаміки і стійкості оболонок з підкріплюючими ребрами, початковими прогинами та вирізами. Треба відзначити роботи таких авторів, як І.Я. Аміро, I.B. Андріанов, В.А. Баженов, А.А. Багдасарян, О.Е. Богданович, Г.А. Ванін, Г.Д. Гавриленко, Я.М. Григоренко, О.Я. Григоренко, А.П. Дзюба, Ю.П. Жигалко, В.О Заруцький, С.С. Кан, А.В. Кармішин, В.В. Костицко, В.Л. Красовський, Д.Е. Ліповський, I.C. Малютін, А.І. Маневич, А.С.Юдина, Бушнелл, Уонг, R. Karmakar, H. Pappa, S.S. Rao, C.T.F. Ross, J. Singer, T. Weller, J.G. Williams.

Динаміка оболонок при імпульсному навантаженні, коливання, розповсюдження хвиль в підкріплених та багатошарових оболонках, оболонках, що взаємодіють із зовнішнім середовищем, яке розглядається, як пружна основа, або на основі розв'язку зв'язаних задач: оболонка – зовнішня середовище, розглядались в роботах С.О. Амбарцумяна, I.Я. Аміро, H.B. Андріанова, O.Є. Богдановича, O.Я. Григоренка, O.М. Гузя, В.І. Гуляєва, Ю.П. Жигалка, В.О. Заруцького, Г.М. Іванченка, А.В. Кармішина, В.Д. Кубенка, O.I. Лиходєда, П.З. Лугового, O.O. Малиніна, L.I. Маневича, O.B. Марчука, В.Ф. Мейша, В.П. Мукоїда, M.O. Шульги, E.Г. Янютіна, R. Karmakar, A.K. Noor, H.Y. Sheng, X. Wang.

Стійкість та динаміка гладких та підкріплених ребрами оболонок, з'єднаних з масами, пружними тілами, пластинами, розглянуті в значно меншій кількості робіт, таких авторів, як Л.В. Андреев, В.Е., Бреславський, О.І. Власов, А.Л. Дишко, Ю.П. Жигалко, А.С. Каїров В.А. Каїров, М.Д. Кормілкін, А.Д. Легостаєв, I.Д. Павленко, В.Г. Паламарчук, А.М. Носаченко, В.П. Шевченко, Б.П. Умушкин. На цій підставі вважаємо, що тема даної роботи, є актуальнна.

В другому розділі зробена постановка задач та виведені рівняння стійкості та руху оболонкових систем, які складаються з циліндричних або зрізаних конічних оболонок, поздовжніх та кільцевих ребер, осі яких співпадають з лініями головних кривизн, жорстких або пружних консолей, одним кінцем з'єднаних з оболонкою, а протилежним – з зосередженою масою, прямокутних пластин, з'єднаних з оболонкою однією або двома протилежними кромками. Оболонка контактує з одно - чи двопараметричною пружною основою, яка враховується за моделлю Пастернака чи Вінклера.

Приймається, що напружено-деформований стан оболонок і пластин можна цілком визначити в рамках лінійної теорії, що ґрунтуються на гіпотезах Кірхгофа – Лява. Для розрахунку ребер використовується теорія криволінійних стержнів Кірхгофа – Клебша.

Задачі стійкості розв'язуються в припущенні, що докритичний стан оболонки, пластин та ребер є однорідним і безмоментним. Втрата стійкості характеризує можливість існування суміжного з вихідним рівновісного стану.

Локальна система координат вибрана таким чином, що координатні лінії співпадають з лініями головних кривизн серединної поверхні оболонки. Кути повороту виражаються через переміщення формулами $\varphi_1 = -\partial w / \partial x$, $\varphi_2 = -\partial w / \partial y - v / R_2$, де R_2 - радіус серединної поверхні оболонки; x, y - поздовжня і колова координати; u, v, w - поздовжнє, колове і нормальні переміщення точок серединної поверхні оболонки.

Приймається, що на торцях оболонки, поздовжніх ребер та на поперечних кромках пластин задані умови шарнірного обпирання.

Напружено-деформований стан ребер визначаємо через переміщення точок осі та кути повороту їх поперечного перерізу в площині ребра та в площині, перпендикулярній осі ребра. З умови жорсткого з'єднання ребер з оболонкою та з урахуванням прийнятих гіпотез маємо такі співвідношення між переміщеннями ребер і оболонки:

- поздовжні ребра

$$u_{i_1} = (u + h_{i_1} \varphi_1); \quad v_{i_1} = (v + h_{i_1} \varphi_2); \quad w_{i_1} = w; \quad \varphi_{i_1} = \varphi_1; \quad \varphi_{kri_1} = \varphi_2 \quad (2.1)$$

- кільцеві ребра

$$u_{i_2} = (u + h_{i_2} \varphi_1); \quad v_{i_2} = (v + h_{i_2} \varphi_2); \quad w_{i_2} = w; \quad \varphi_{i_2} = \varphi_2; \quad \varphi_{kri_2} = \varphi_1 \quad (2.2)$$

Формули (2.1), (2.2) дозволяють виразити деформації та внутрішні сили і напруження в ребрах через переміщення точок серединної поверхні оболонки.

Напружено-деформований стан консолей (рис.2.1), вплив яких досліджується в задачах динаміки, також визначаємо через переміщення u, v, w і кути повороту φ_1, φ_2 перерізів оболонки в точках їх з'єднання з серединною поверхнею та через умови контакту консолі з масою на протилежному її кінці.

В точці перетину осі консолі з серединною поверхнею оболонки приймаємо умови рівності переміщень та кутів повороту торця консолі переміщенням та відповідним кутам повороту серединної поверхні:

при $z_{i_3} = 0$

$$\begin{aligned}
u_{i_3} &= w \Big|_{\substack{x=x_{i_3} \\ y=y_{i_3}}} = \emptyset, & v_{i_3} &= v \Big|_{\substack{x=x_{i_3} \\ y=y_{i_3}}} = \emptyset, & w_{i_3} &= u \Big|_{\substack{x=x_{i_3} \\ y=y_{i_3}}} = \emptyset \\
\P w_{i_3} / \P z=j_1 &\Big|_{\substack{x=x_{i_3} \\ y=y_{i_3}}} = j_1^0, & \P v_{i_3} / \P z=j_2 &\Big|_{\substack{x=x_{i_3} \\ y=y_{i_3}}} = j_2^0.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

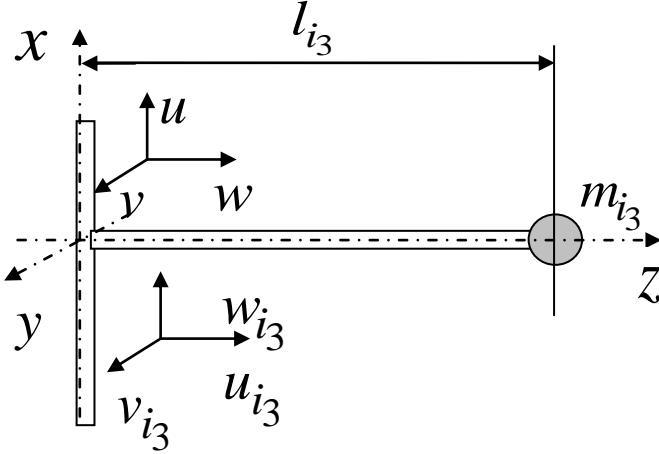


Рис. 2.1 – схема приєднання консолі з масою до оболонки

На протилежному кінці консолі, де прикріплена зосереджена маса, поздовжня та перерізуючі сили дорівнюють відповідним силам інерції маси, а згинальні моменти – нулю.

при \$z_{i_3} = l_{i_3}\$

$$T_{i_4} = m_{i_3} \frac{\P^2 u_{i_3}}{\P t^2}, \quad Q_{xi_3} = m_{i_3} \frac{\P^2 w_{i_3}}{\P t^2}, \quad Q_{yi_3} = m_{i_3} \frac{\P^2 v_{i_3}}{\P t^2}, \quad M_{xi_3} = M_{yi_3} = 0. \tag{2.4}$$

Припускаємо, що деформування осі консолі в процесі її взаємодії з оболонкою можна прийняти у вигляді розв'язку рівнянь руху консолі, як одномірного пружного елемента

$$\begin{aligned}
E_{i_3} F_{i_3} \frac{\partial^2 u_{i_3}}{\partial z^2} - \rho_{i_3} F_{i_3} \frac{\partial^2 u_{i_3}}{\partial t^2} &= 0, \\
E_{i_3} I_{yi_3} \frac{\partial^4 w_{i_3}}{\partial z^4} + \rho_{i_3} F_{i_3} \frac{\partial^2 w_{i_3}}{\partial t^2} &= 0, \\
E_{i_3} I_{xi_3} \frac{\partial^4 v_{i_3}}{\partial z^4} + \rho_{i_3} F_{i_3} \frac{\partial^2 v_{i_3}}{\partial t^2} &= 0,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

де \$t\$ - час, \$\rho_{i_3}, E_{i_3}\$ - густинна і модуль пружності матеріалу \$i_3\$ - ої консолі, \$F_{i_3}, I_{yi_3}, I_{xi_3}\$ - площа поперечного перерізу і його моменти інерції відносно колової і поздовжньої координат, відповідно.

Перше рівняння системи (2.5) описує коливання вздовж осі консолі, друге і третє рівняння – згинальні коливання в меридіональній та радіальній площиніах.

У випадку гармонічних коливань розв'язки рівнянь (2.5) мають вигляд

$$\begin{aligned}
u_{i_3} &= (A_{1i_3} \cos \chi_{1i_3} z + A_{2i_3} \sin \chi_{1i_3} z) \cos \omega t, \\
v_{i_3} &= (B_{1i_3} \cos \chi_{2i_3} z + B_{2i_3} \sin \chi_{2i_3} z + B_{3i_3} \operatorname{ch} \chi_{2i_3} z + B_{4i_3} \operatorname{sh} \chi_{2i_3} z) \cos \omega t, \\
w_{i_3} &= (C_{1i_3} \cos \chi_{3i_3} z + C_{2i_3} \sin \chi_{3i_3} z + C_{3i_3} \operatorname{ch} \chi_{3i_3} z + C_{4i_3} \operatorname{sh} \chi_{3i_3} z) \cos \omega t, \\
\text{де } \chi_{1i_3} &= \omega (\rho_{i_3} / E_{i_3})^{1/2}, \quad \chi_{2i_3} = (\chi_{1i_3} / \kappa_{1i_3})^{1/2}, \quad \chi_{3i_3} = (\chi_{1i_3} / \kappa_{2i_3})^{1/2}, \\
\kappa_{1i_3}^2 &= I_{xi_3} / F_{i_3}, \quad \kappa_{2i_3}^2 = I_{yi_3} / F_{i_3}.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Довільні константи, що входять в (2.6), визначаються з граничних умов (2.3), (2.4). Після перетворень знаходимо зв'язок між переміщеннями точок осі консолі і переміщеннями точки кріплення осі консолі до серединної поверхні оболонки в явному вигляді:

$$u_{i_3} = \delta_{1i_3}(z)\tilde{w}, \quad v_{i_3} = \delta_{2i_3}(z)\tilde{v} + \delta_{3i_3}(z)\tilde{\varphi}_2, \quad w_{i_3} = \delta_{4i_3}(z)\tilde{u} + \delta_{5i_3}(z)\tilde{\varphi}_1, \tag{2.7}$$

де коефіцієнти $\delta_{1i_3}, \delta_{2i_3}, \delta_{3i_3}, \delta_{4i_3}, \delta_{5i_3}$ залежать від фізичних і геометричних параметрів консолі, маси та координати z .

В окремому випадку, коли консоль розглядається як абсолютно жорстка, зв'язок між переміщеннями точок її осі і переміщеннями точок серединної поверхні оболонки задається формулами (2.7) при таких значеннях коефіцієнтів:

$$\delta_{1i_3} = \delta_{2i_3} = \delta_{4i_3} = 1, \quad \delta_{3i_3} = \delta_{5i_3} = z. \tag{2.8}$$

Розглядається два варіанти з'єднання пластин з оболонкою. В першому варіанті (рис. 2.2а) пластини лежать в меридіональних площиніах оболонки, однією кромкою з'єднуються з пластиною, протилежна кромка вільна або підкріплена фланцем, який розглядається як балка, шарнірно обперта на торцях. В другому варіанті (рис. 2.2б) пластини з'єднуються з оболонкою двома поздовжніми кромками, розташовані з боку внутрішньої поверхні оболонки та не перетинаються одна з одною.

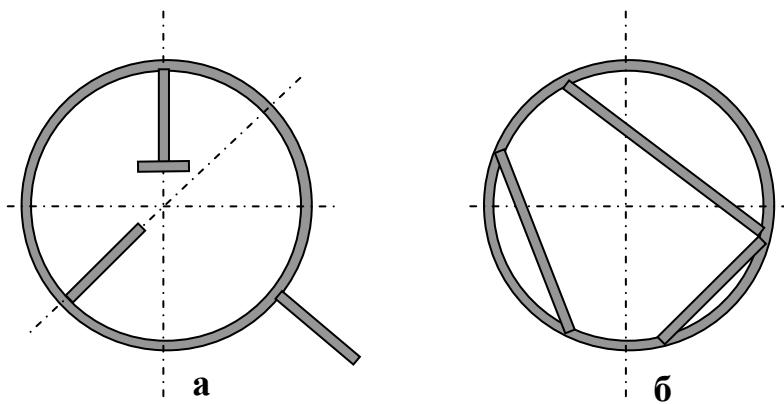


Рис. 2.2 – Схема розміщення пластин (поперечний переріз оболонки)

Для визначення переміщень пластини через переміщення точок серединної поверхні оболонки при першому варіанті розташування пластин використано загальний розв'язок рівняння її згину із своєї площини. Деформування пластин в своїй площині не враховувалось. За умови шарнірного спирання пластини на поперечних кромках, вказаний розв'язок представляємо залежністю:

$$w_{i_4} = [(A_1 + A_2 \bar{\alpha}_{i_4}) ch \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} + (A_3 + A_4 \bar{\alpha}_{i_4}) sh \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4}] \sin m \pi x / L, \quad (2.9)$$

де $\bar{\alpha}_{i_4} = z / b_{i_4}$.

Довільні константи A_1, A_2, A_3, A_4 визначаються з граничних умов на поздовжніх кромка пластиин:

$$\begin{aligned} & \text{- при } z = \alpha_{i_4} = 0 \quad w_{pi} = v, \quad -\frac{\partial w_{pi}}{\partial z} = \varphi_2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} & \text{- при } z = \alpha_{i_4} = b_{i_4} \quad \frac{\partial^2 w_{i_4}}{\partial z^2} + \mu_{i_4} \frac{\partial^2 w_{i_4}}{\partial x^2} = 0, \\ & -D_{i_4} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2 w_{i_4}}{\partial z^2} + (2 - \mu_{i_4}) \frac{\partial^2 w_{i_4}}{\partial x^2} \right] = E_{i_4} I_{\phi z i_4} \frac{\partial^4 w_{i_4}}{\partial x^4}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Після підстановки (2.9) в умови (2.10, 2.11) отримуємо вираз для прогину пластиини, як функцію координати z , параметрів пластиини та переміщень точок серединної поверхні оболонки, розташованих на лінії її перетину з середньою площину пластиини (лінія контакту):

$$w_{i_4} = [\delta_{1i_4}(z)v|_{y=y_{i_4}} + \delta_{2i_4}(z)b_{i_4}\varphi_2|_{y=y_{i_4}}] \sin m \pi x / L, \quad (2.12)$$

де $\delta_{1i_4}(z) = (1 + \beta_1 z / b_{i_4}) ch \gamma_{i_4} z / b_{i_4} + (\beta_3 + \beta_5 z / b_{i_4}) sh \gamma_{i_4} z / b_{i_4}$,

$$\delta_{2i_4}(z) = \beta_2 z / b_{i_4} ch \gamma_{i_4} z / b_{i_4} + (\beta_4 + \beta_6 z / b_{i_4}) sh \gamma_{i_4} z / b_{i_4}, \quad \gamma_{i_4} = m \pi b_{i_4} / L,$$

b_{i_4} - ширина пластиини (розмір вздовж координати z), m - число півхвиль по довжині оболонки, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6$ - коефіцієнти, залежні від фізичних і геометричних параметрів пластиини.

Для оболонок циліндричної форми розглянуто другий варіант розташування пластиин, при реалізації якого враховувалось деформування пластиин в своїй площині. На додаток до (2.9) використано також загальний розв'язок плоскої задачі для пружних прямокутних пластиин:

$$\begin{aligned} u_{i_4} &= -\bar{\gamma}_{i_4} (\phi_{1i_4} B_1 + \phi_{2i_4} B_2 + \phi_{3i_4} B_3 + \phi_{4i_4} B_4) \cos m \pi x / L, \\ v_{i_4} &= -\bar{\gamma}_{i_4} (\phi_{3i_4} B_1 + \phi_{4i_4}^* B_2 + \phi_{1i_4} B_3 + \phi_{2i_4}^* B_4) \sin m \pi x / L, \end{aligned} \quad (2.13)$$

де $\phi_{1i_4} = \gamma_{i_4} sh(\gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4})$, $\phi_{2i_4} = ch \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} + \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} sh \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4}$,

$$\phi_{2i_4}^* = \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} sh \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} - 2 \frac{1 - \mu_{i_4}}{1 + \mu_{i_4}} ch \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4}, \quad \phi_{3i_4} = \gamma_{i_4} ch(\gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4}),$$

$$\phi_{4i_4} = sh \gamma_{i_4} \bar{\alpha}_{i_4} + \gamma_{pi} \bar{\alpha}_{pi} ch \gamma_{pi} \bar{\alpha}_{pi}, \quad \phi_{4i_4}^* = -2 \frac{(-\mu_{i_4})}{(1 + \mu_{i_4})} sh \gamma_i \bar{\alpha}_i + \gamma_{4pi} \bar{\alpha}_{pi} ch \gamma_{pi} \bar{\alpha}_{pi},$$

$\bar{\gamma}_{i_4} = (1 + \mu_{i_4}) \gamma_{i_4}$, $\bar{\alpha}_{i_4} = \alpha_{i_4} / b_{i_4}$, α_{i_4} - вісь координат, що лежить в площині пластиини і направлена перпендикулярно до осі x від лінії контакту 1 при $y = y_{1i_4}$ до лінії контакту 2 при $y = y_{2i_4}$.

Границні умови на лініях контакту оболонки з пластинаами мають вигляд:
при $a_{i_4} = 0$ ($y = y_{1i_4}$)

$$u_{i_4} = \theta, v_{i_4} = (\% \sin j - \% \cos j), w_{i_4} = (% \cos j + \% \sin j), - \frac{\Psi^{wpi}}{\Psi^{api}} = f_2$$

при $a_{i_4} = b_{i_4}$ ($y = y_{2i_4}$)

$$u_{i_4} = \theta, v_{i_4} = (% \sin j + \% \cos j), w_{i_4} = (- \% \cos j + \% \sin j), - \frac{\Psi^{wpi}}{\Psi^{api}} = f_2$$

де $j = p / 2 - (q_{2i_4} - q_{1i_4}) / 2$, (2.14)

$q_{1i_4} = y_{1i_4} / r, q_{2i_4} = y_{2i_4} / r$ – відносні колові координати ліній контакту пластини з оболонкою.

Після підстановки (2.9), (2.13) в (2.14) отримуємо залежності для переміщень пластиин, виражені через переміщення точок серединної поверхні оболонки на лініях контакту з пластиинами:

$$\begin{aligned} w_{i_4} &= [a_{11}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{1i_4}} + a_{12}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{1i_4}} + a_{13}(\alpha_{i_4})\varphi_2|_{y=y_{1i_4}} + \\ &+ a_{14}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{2i_4}} + a_{15}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{2i_4}} + a_{16}(\alpha_{i_4})\varphi_2|_{y=y_{2i_4}}] \sin m\pi x / L, \\ u_{i_4} &= [b_{11}(\alpha_{i_4})u|_{y=y_{1i_4}} + b_{12}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{1i_4}} + b_{13}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{1i_4}} + \\ &+ b_{14}(\alpha_{i_4})u|_{y=y_{2i_4}} + b_{15}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{2i_4}} + b_{16}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{2i_4}}] \cos m\pi x / L, \\ v_{i_4} &= [b_{21}(\alpha_{i_4})u|_{y=y_{1i_4}} + b_{22}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{1i_4}} + b_{23}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{1i_4}} + \\ &+ b_{24}(\alpha_{i_4})u|_{y=y_{2i_4}} + b_{25}(\alpha_{i_4})v|_{y=y_{2i_4}} + b_{26}(\alpha_{i_4})w|_{y=y_{2i_4}}] \sin m\pi x / L, \end{aligned} \quad (2.15)$$

Коефіцієнти $a_{1j_1}(\alpha_{i_4}), b_{1j_1}(\alpha_{i_4}), b_{2j_1}(\alpha_{i_4})$ визначаються, як результат перемноження строк, елементами яких є функції $\zeta_{1j_1}, \psi_{1j_1}, \psi_{2j_1}$, залежні від координати α_{i_4} , на матриці, елементи яких $g_{j_1j_2}, h_{j_1j_2}$ залежать від фізичних та геометричних параметрів пластиин. Тут $j_1 = 1, \dots, 4$ – число довільних сталих в загальному розв'язку рівнянь згину і плоскої задачі, $j_2 = 1, \dots, 6$ – число деформаційних факторів оболонки, через які виражаються переміщення пластиин;

$$\begin{aligned} \zeta_{11} &= ch\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \quad \zeta_{12} = \bar{\alpha}_{i_4} ch\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \quad \zeta_{13} = sh\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \quad \zeta_{14} = \bar{\alpha}_{i_4} sh\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \\ \psi_{11} &= \psi_{12}\gamma_m sh\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \quad \psi_{12} = -(1 + \mu_{i_4})\gamma_m, \quad \psi_{11} = \psi_{12}\gamma_m ch\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \\ \psi_{14} &= \psi_{12}sh\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4} + \psi_{13}\bar{\alpha}_{i_4}, \quad \psi_{21} = \psi_{13}, \quad \psi_{22} = \psi_{13}\bar{\alpha}_{i_4} + 2(1 - \mu_{i_4})\gamma_m sh\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}, \\ \psi_{23} &= \psi_{11}, \quad \psi_{24} = \psi_{11}\bar{\alpha}_{i_4} + 2(1 - \mu_{i_4})\gamma_m ch\gamma_m \bar{\alpha}_{i_4}. \end{aligned}$$

В роботі розглядається взаємодія оболонки з осесиметричною пружною основою, яка враховується за моделлю типа Пастернака і за моделлю Вінклера (при $C_{2uo} = 0$, як окремий випадок). Приймається, що жорсткісні параметри пружної

основи можуть змінюватись по довжині оболонки або контактувати лише на заданій ділянці по її довжині. Зв'язок між переміщеннями пружної основи в напрямку, нормальному до серединної поверхні оболонки w_f , задається співвідношенням:

$$w_f = r_o(r_o + z)^{-1} (C_{1uo} w + r_o C_{2uo} \frac{\Psi_w}{\Psi_x}), \quad (2.16)$$

де C_{1uo} , C_{2uo} - безрозмірні коефіцієнти жорсткості пружної основи.

Як видно з (2.16), пружна основа перешкоджає нормальним переміщенням оболонки, а також її обертанню навколо координатної осі y .

Вивід розв'язувальних рівнянь виконано за допомогою варіаційних методів. Для всіх елементів оболонкової системи за допомогою виразів (2.1), (2.2), (2.7), (2.12) чи (2.15), (2.16) отримані вирази для потенційної енергії у відхиленому стані, кінетичної енергії та роботи прикладених зовнішніх сил через переміщення точок серединної поверхні оболонки. На підставі принципу стаціонарності дії отримана система рівняння стійкості даної оболонкової системи у вигляді, що по своїй суті виражає метод Бубнова - Галеркіна

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} L_{o\xi} \delta u r_o^2 s d\xi d\theta + \int_0^{L/r_o} \left[\sum_{i_1=1}^{k_1} L_{i_1\xi} \delta u \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} + \sum_{i_4=1}^{k_4} (L_{i_4\xi}^{(1)} \delta u_1 + L_{i_4\xi}^{(2)} \delta u_2) \right] r_o d\xi - \\ & - \int_0^{2\pi} (\tilde{T}_{1\xi} \delta u r_o s d\theta \Big|_{\xi=0, L/r_o}) = 0. \\ & \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} L_{o\theta} \delta v r_o^2 s d\xi d\theta + \int_0^{L/r_o} \sum_{i_4=1}^{k_4} (L_{i_4\theta}^{(1)} \delta v_1 + L_{i_4\theta}^{(2)} \delta v_2) r_o d\xi + \\ & + \int_0^{2\pi} \left[\sum_{i_2=1}^{k_2} L_{i_2\theta} \delta v r_o s \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} - \int_0^{2\pi} \tilde{S}_\xi \delta v r_o s \Big|_{\xi=0, L/r_o} \right] d\theta = 0. \\ & \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} (L_{oz} \delta w + L_f \delta w) r_o^2 s d\xi d\theta + \int_0^{L/r_o} \left[\sum_{i_1=1}^{k_1} L_{i_1z} \delta w \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} + \sum_{i_4=1}^{k_4} (L_{i_4z}^{(1)} \delta w_1 + L_{i_4z}^{(2)} \delta w_2) \right] r_o d\xi + \\ & + \int_0^{2\pi} \sum_{i_2=1}^{k_2} L_{i_2z} \delta w r_o s d\theta \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} - \int_0^{2\pi} (\tilde{Q}_{1\xi} \delta w - \tilde{M}_{1\xi} \delta \frac{\partial w}{r_o \partial \xi}) r_o s d\theta \Big|_{\xi=0, L/r_o} + \\ & + \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} L_{oz}^\sigma \delta w r_o^2 s d\xi d\theta + \int_0^{L/r_o} \left[\sum_{i_1=1}^{k_1} L_{i_1z}^\sigma \delta w \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} r_o d\xi + \int_0^{2\pi} \sum_{i_2=1}^{k_2} L_{i_2z}^\sigma \delta w r_o s \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} d\theta \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Аналогічно, на підставі принципу Гамільтона отримана система рівнянь руху

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} (L_{o\xi} + L_{o\xi}^\omega - q_1) \delta u r_o^2 s d\xi d\theta - \int_0^{2\pi} (\tilde{T}_{1\xi} \delta u r_o s \Big|_{\xi=0, L/r_o}) d\theta +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{L/r_o} \left\{ \sum_{i_1=1}^{k_1} [(L_{i_1\xi} + L_{i_1\xi}^\omega - q_1) \delta u] \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} + \sum_{i_4=1}^{k_4} [(L_{i_4\xi}^{(1)} + L_{i_4\xi}^{(1\omega)}) \delta u_1 + (L_{i_4\xi}^{(2)} + L_{i_4\xi}^{(2\omega)}) \delta u_2] \right\} r_o d\xi + \\
& + \int_0^{2\pi} \left(\sum_{i_2=1}^{k_2} L_{i_2\xi}^\omega \delta u r_o s \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} \right) d\theta + \sum_{i_3=1}^{k_3} (L_{i_3\xi} + L_{i_3\xi}^\omega) \delta u \Big|_{\xi=\xi_{i_3}, \theta=\theta_{i_3}} = 0, \\
& \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} (L_{o\theta} + L_{o\theta}^\omega - q_2) \delta v r_o^2 s d\xi d\theta - \int_0^{2\pi} (\tilde{S}_\xi \delta v r_o s \Big|_{\xi=0, L/r_o}) d\theta + \\
& + \int_0^{L/r_o} \left\{ \sum_{i_1=1}^{k_1} L_{i_1\theta}^\omega \delta v \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} + \sum_{i_4=1}^{k_4} [(L_{i_4\theta}^{(1)} + L_{i_4\theta}^{(1\omega)}) \delta v_1 + (L_{i_4\theta}^{(2)} + L_{i_4\theta}^{(2\omega)}) \delta v_2] \right\} r_o d\xi + \\
& + \int_0^{2\pi} \left[\sum_{i_2=1}^{k_2} (L_{i_2\theta} + L_{i_2\theta}^\omega) \delta v r_o s \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} \right] d\theta + \sum_{i_3=1}^{k_3} (L_{i_3\theta} + L_{i_3\theta}^\omega) \delta v \Big|_{\xi=\xi_{i_3}, \theta=\theta_{i_3}} = 0, \\
& \int_0^{2\pi} \int_0^{L/r_o} (L_{oz} + L_{oz}^\omega + L_f + L_f^\omega - q_3) \delta w r_o^2 s d\xi d\theta - \int_0^{2\pi} (\tilde{Q}_{1\xi} \delta w - \tilde{M}_{1\xi} \delta \frac{\partial w}{r_o \partial \xi}) r_o s \Big|_{\xi=0, L/r_o} d\theta + \\
& + \int_0^{L/r_o} \left\{ \sum_{i_1=1}^{k_1} (L_{i_1z} + L_{i_1z}^\omega) \delta w \Big|_{\theta=\theta_{i_1}} + \sum_{i_4=1}^{k_4} [(L_{i_4z} + L_{i_4z}^\omega) \delta w_1 + (L_{2i_4z} + L_{2i_4z}^\omega) \delta w_2] \right\} r_o d\xi + \\
& + \int_0^{2\pi} \left[\sum_{i_2=1}^{k_2} (L_{i_2z} + L_{i_2z}^\omega) \delta w r_o s \Big|_{\xi=\xi_{i_2}} \right] d\theta + \sum_{i_3=1}^{k_3} (L_{i_3z} + L_{i_3z}^\omega) \delta w \Big|_{\xi=\xi_{i_3}, \theta=\theta_{i_3}} = 0. \tag{2.18}
\end{aligned}$$

В (2.17), (2.18) позначено: $x = x/r_o$, $q = y/r_o$ – поздовжня і колова безрозмірні координати; k_1 , k_2 , k_3 , k_4 – кількість поздовжніх, кільцевих ребер, консолей з масами і пластин, відповідно; оператори виду L_{mn} відображають члени рівнянь, які залежать від жорсткісних параметрів оболонки, якщо на місці m стоїть o ($m^R o$), поздовжніх ребер – $m^R i_1$, кільцевих ребер – $m^R i_2$, консолей з масами – $m^R i_3$, пластин – $m^R i_4$, пружної основи – $m^R f$. Нижнім індексом n при $n^R x$ позначені доданки, які отримані при варіюванні функціоналу енергії по переміщенню u , при $n^R q$ – по переміщенню v , при $n^R z$ – по переміщенню w . Верхні індекси позначають порядковий номер доданку і ті доданки, які відображають фіктивні сили, прикладені до оболонки і ребер, це оператори з верхнім індексом s , і інерційні сили – це оператори з верхнім індексом W . Нижнім індексом при переміщеннях точок серединної поверхні оболонки позначено відповідні переміщення ліній контакту пластин з оболонкою, наприклад, $u_1 = u \Big|_{\theta=\theta_{1i_4}}$, $u_2 = u \Big|_{\theta=\theta_{2i_4}}$ причому, друга лінія контакту має місце в тому випадку, коли пластина приєднується до оболонки двома кромками. Доданки, що

включають в себе поздовжні $\tilde{T}_{1\xi}$, дотичні \tilde{S}_ξ , перерізуючі $\tilde{Q}_{1\xi}$ сили та згинальні моменти $\tilde{M}_{1\xi}$ на поперечних краях оболонки, виражають природні граничні умови.

В роботі на прикладі ребристих циліндричних оболонок досліджено вплив деформацій поперечного зсуву в оболонці і ребрах на критичні напруження і частоти власних коливань. Для цих досліджень використані рівняння руху та стійкості, отримані автором в співавторстві з В.А Заруцьким, для багатошарових ортотропних циліндричних оболонок, підкріплених поздовжніми та кільцевими ребрами, в яких враховані деформації поперечного зсуву по моделі типу Тимошенка.

В третьому розділі викладено методи, які використані для розв'язку задач стійкості та динаміки розглядуваної оболонкової системи та проведена перевірка отриманих розв'язків шляхом дослідження збіжності результатів, порівняння з результатами інших авторів та з експериментальними даними.

Для розв'язку задач стійкості і на власні коливання використовується метод Бубнова – Гальоркіна, який природним чином витікає з варіаційного рівняння і математично виражений системами рівнянь (2.17), (2.18). Розшукувані розв'язувальні функції представляють повною системою тригонометричних функцій по просторових координатах з урахуванням заданих на торцях оболонки граничних умов шарнірного обпирання.

Задачі стійкості.

Представлення шуканих функцій u, v, w в задачах стійкості має вигляд:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (1 - d_{0,(m+n)}) (u_{1mn}^1 \cos nq + u_{1mn}^2 \sin nq) \cos d_m x; \\ v &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M (u_{2mn}^1 \sin nq + u_{2mn}^2 \cos nq) \sin d_m x; \\ w &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M (u_{3mn}^1 \cos nq + u_{3mn}^2 \sin nq) \sin d_m x, \end{aligned} \quad (3.1)$$

де $u_{1mn}^1, u_{1mn}^2, \dots, u_{3mn}^2$ – невідомі сталі, m, n – номери гармонік по поздовжній та коловій координатах, відповідно, M, N – кількість утримуваних в розв'язку членів рядів вздовж поздовжньої та колової координат, відповідно, $d_m = m \pi r_0 / L$, $d_{0,(m+n)}$ – символ Кронекера.

Прийняте представлення (3.1) для оболонок циліндричної форми точно задовольняє граничні умови шарнірного обпирання на її торцях. У випадку оболонки конічної форми задані граничні умови точно не виконуються. Доданки в рівняннях (2.17), які описують умови на торцях оболонки, після підстановки в (2.17) рядів (3.1) не обертаються в нуль. Але, завдяки тому, що вказані доданки залишаються в тілі рівнянь, граничні умови виконуються тим точніше, чим більше число членів утримується в заданих рядах. Дане зауваження дійсне і для задач динаміки.

Таким чином, після підстановки виразів (3.1) в систему рівнянь (2.17) та виконання операцій диференціювання та інтегрування по просторовим координатах,

отримуємо систему однорідних алгебраїчних рівнянь в загальному випадку порядку більше $M + N$.

Далі розглядаються механічні системи, в яких поздовжні ребра, пластини та тверді тіла мають такі параметри та таке розташування, що напружене – деформований стан конструкції в коловому напрямку носить циклічно – симетричний характер, в силу чого отримані системи алгебраїчних рівнянь розпадаються, як мінімум, на дві незалежні системи порядку $3 \leq M + N$:

$$\mathbf{S}^1 \mathbf{u}^1 - s_{1kr} \mathbf{T}_{\sigma 1}^1 - s_{2kr} \mathbf{T}_{\sigma 2}^1 = 0; \quad \mathbf{S}^2 \mathbf{u}^2 - s_{1kr} \mathbf{T}_{\sigma 1}^2 - s_{1kr} \mathbf{T}_{\sigma 2}^2 = 0, \quad (3.2)$$

де $\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2$ – вектор – стовбці, компонентами яких є шукані сталі, відповідно, з верхнім індексом 1 та 2 в рядах (3.1); $\mathbf{S}^1, \mathbf{T}_{\sigma}^1$ – матриці жорсткості та стійкості, отримані в результаті вказаних вище перетворень системи (3.1), при сталих з верхнім індексом 1; $\mathbf{S}^2, \mathbf{T}_{\sigma}^2$ – те саме при сталих з верхнім індексом 2.

Нетривіальне рішення систем алгебраїчних рівнянь (3.2) дозволяє отримати критичне напруження та відповідну форму втрати стійкості розглядуваної механічної системи. Реалізація обчислень критичних напружень та форм втрати стійкості виконувалась за допомогою стандартних програм математичного (програмного) забезпечення.

Задачі на власні коливання.

Переміщення оболонки при розв'язку задач на власні значення представляємо також тригонометричними рядами по просторових координатах (3.1), помноженими на гармонічну функцію часу.

Після перетворень в (2.18), подібних до виконаних вище, поклавши, $q_1 = q_2 = q_3 = 0$, отримуємо дві розв'язувальні однорідні системи алгебраїчних рівнянь порядку $3(M + N)$:

$$\mathbf{S}^1 \mathbf{u}^1 - w^2 \mathbf{M}_{\omega}^1 = 0; \quad \mathbf{S}^2 \mathbf{u}^2 - w^2 \mathbf{M}_{\omega}^2 = 0, \quad (3.3)$$

де W – колова частота власних коливань, $\mathbf{M}_{\omega}^1, \mathbf{M}_{\omega}^2$ – матриці мас.

Нетривіальне рішення систем алгебраїчних рівнянь (3.3) дозволяє отримати власні частоти та відповідні форми власних коливань даної механічної системи. Реалізація обчислень, як і для задач стійкості, виконувалась за допомогою стандартних програм математичного забезпечення.

Розв'язок рівнянь стійкості та руху в постановці, що враховує деформації поперечного зсуву, також отримано при представленні переміщень і кутів повороту оболонкового елементу подібними (3.1) тригонометричними рядами, аналогічним способом.

Задачі про напружено – деформований стан при дії динамічних сил.

В даній роботі відомий метод розкладення розв'язку по формах власних коливань адаптовано до розв'язку задач динаміки оболонок з різними конструктивними особливостями.

При дії на оболонку зовнішніх сил, змінних у часі, розв'язок задачі також апроксимуємо тригонометричними рядами по просторових координатах з шуканими множниками, які є функціями часу:

$$\begin{aligned}
u &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (1 - d_{0,(m+n)}) [u_{1mn}^1(t) \cos nq + u_{1mn}^2(t) \sin nq] \cos d_m x; \\
v &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M [u_{2mn}^1(t) \sin nq + u_{2mn}^2(t) \cos nq] \sin d_m x; \\
w &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M [u_{3mn}^1(t) \cos nq + u_{3mn}^2(t) \sin nq] \sin d_m x,
\end{aligned} \tag{3.4}$$

В даному разі після підстановки апроксимуючих виразів (3.4) в рівняння (2.18), їх диференціювання та інтегрування по просторових змінних, отримаємо системи звичайних неоднорідних диференційних рівнянь порядку, відповідно, $3\zeta M + N$ у виді

$$\mathbf{M}_{\omega}^1 \frac{\partial^2 \mathbf{u}^1}{\partial t^2} + \mathbf{S}^1 \mathbf{u}^1 = \mathbf{Q}^1, \quad \mathbf{M}_{\omega}^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}^2}{\partial t^2} + \mathbf{S}^2 \mathbf{u}^2 = \mathbf{Q}^2. \tag{3.5}$$

Тут $\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2$ – вектор-стовбці, складені, відповідно, з функцій часу $u_{1mn}^1, u_{2mn}^1, u_{3mn}^1$ і $u_{1mn}^2, u_{2mn}^2, u_{3mn}^2$, $\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2$ – вектор-стовбці, отримані в результаті інтегрування по просторових координатах доданків в (2.18), які містять в собі зовнішні сили q_1, q_2, q_3 . В загальному випадку сили задавались у вигляді добутку функцій, залежних від просторових координат та від часу

$$q_1 = q_{1xy}(x, q) \Psi_{1t}(t), q_2 = q_{2xy}(x, q) \Psi_{2t}(t), q_3 = q_{3xy}(x, q) \Psi_{3t}(t) \tag{3.6}$$

Для використання методу розкладення розв'язку по формах власних коливань на першому етапі розв'язуємо задачу на власні значення і знаходимо діагональні матриці Ω^1, Ω^2 , елементами яких є квадрати кругових частот власних коливань $(\omega_i^1)^2, (\omega_i^2)^2$, та матриці форм власних коливань $\mathbf{A}^1, \mathbf{A}^2$, елементами яких є довільні сталі власних форм $a_{i,j}^1, a_{i,j}^2$.

Далі, рівняння (3.5) приводимо до головних координат, помножуючи їх зліва на транспоновану матрицю форм власних коливань. Отримаємо замість (3.5) рівняння в головних координатах:

$$\mathbf{M}_g \frac{\partial^2 \mathbf{u}_g^1}{\partial t^2} + \mathbf{S}_g^1 \mathbf{u}_g^1 = \mathbf{Q}_g^1, \quad \mathbf{M}_g \frac{\partial^2 \mathbf{u}_g^2}{\partial t^2} + \mathbf{S}_g^2 \mathbf{u}_g^2 = \mathbf{Q}_g^2, \tag{3.7}$$

Матриці $\mathbf{M}_g^1, \mathbf{M}_g^2, \mathbf{S}_g^1, \mathbf{S}_g^2$, є діагональними матрицями, в силу чого системи рівнянь (3.7) по суті складаються з ряду не зв'язаних між собою рівнянь. Якщо матриці форм власних коливань $\bar{\mathbf{A}}^1, \bar{\mathbf{A}}^2$ нормовані по відношенню до відповідних матриць мас $\mathbf{M}_{\omega}^1, \mathbf{M}_{\omega}^2$, замість рівнянь (3.7) також маємо ряд не зв'язаних між собою звичайних неоднорідних диференційних рівнянь виду

$$\ddot{u}_{g,i}^1(t) + (w_i^1)^2 u_{g,i}^1(t) = q_{g,i}^1(t), \quad \ddot{u}_{g,i}^2(t) + (w_i^2)^2 u_{g,i}^2(t) = q_{g,i}^2(t). \tag{3.8}$$

Кількість рівнянь (3.8) дорівнює порядку систем (3.5).

Отримавши розв'язок рівнянь (3.8), виконуємо зворотний перехід до вихідної системи розв'язувальних функцій:

$$\mathbf{u}^1 = \bar{\mathbf{A}}^1 \mathbf{u}_g^1, \quad \mathbf{u}^2 = \bar{\mathbf{A}}^2 \mathbf{u}_g^2. \quad (3.9)$$

Подібним чином знаходимо прискорення точок серединної поверхні оболонки за формулами

$$\ddot{\mathbf{u}}^1 = \bar{\mathbf{A}}^1 \ddot{\mathbf{u}}_g^1, \quad \ddot{\mathbf{u}}^2 = \bar{\mathbf{A}}^2 \ddot{\mathbf{u}}_g^2. \quad (3.10)$$

Якщо за наближеною методикою врахувати розсіяння енергії при коливаннях механічної системи, замість рівняння (3.8) маємо рівняння

$$\ddot{w}_{gi}^1(t) + 2c_{gi}^1 \dot{w}_{gi}^1(t) + (w_{gi}^1)^2 u_{gi}^1(t) = q_{gi}^1(t), \quad \ddot{w}_{gi}^2(t) + 2c_{gi}^2 \dot{w}_{gi}^2(t) + (w_{gi}^2)^2 u_{gi}^2(t) = q_{gi}^2(t), \quad (3.11)$$

де $c_{gi}^1 = g_i w_i^1$, $c_{gi}^2 = g_i w_i^2$ – сталі демпфування по i -й формі власних коливань, g_i – відповідний коефіцієнт демпфування.

Розв'язок рівнянь (3.11) розшукуємо в припущенні, що до початку дії зовнішніх сил механічна система знаходиться в стані покою.

В силу однакової структури рівнянь (3.11), опускаючи верхні індекси 1, 2, запишемо розв'язок для i – того рівняння у вигляді інтеграла Дюамеля

$$u_{gi} = \frac{e^{-g_i w_i t}}{w_{di}} \int_0^t e^{-g_i w_i \bar{t}} q_{gi}(\bar{t}) \sin w_{di}(t - \bar{t}) d\bar{t}, \quad (3.12)$$

де $w_{di} = w_i(1 - g_i^2)^{1/2}$.

У випадку, коли зовнішні сили змінюються у часі по лінійному закону $q_t = a_1 + a_2 t$, при $t_1 \leq t \leq t_2$; і $q_t = 0$, при $t_1 > t > t_2$, після інтегрування в (3.12), отримуємо залежність для переміщень в головних координатах в явному виді:

$$\begin{aligned} u_g(t) &= \frac{q_{gi}}{w_i^2} \left\langle a_1 + a_2 \left(t - \frac{2\gamma_i}{w_i}\right) - e^{-\gamma_i w_i (t - t_1)} \left\{ [a_1 b_{1i} a_2 (b_{1i} t_1 + \frac{b_{2i}}{w_i})] \sin w_{di}(t - t_1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + [a_1 + a_2 (t_1 - \frac{2\gamma_i}{w_i})] \cos w_{di}(t - t_1) \right\} \right\rangle, \quad \text{при } t_1 \leq t \leq t_2 \\ u_{gi}(t) &= \frac{q_{gi}}{w_i^2} \left\langle -e^{-\gamma_i w_i (t - t_1)} \left\{ [a_1 b_{1i} + a_2 (b_{1i} t_1 + \frac{b_{2i}}{w_i})] \sin w_{di}(t - t_1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + [a_1 + a_2 (t_1 - \frac{2\gamma_i}{w_i})] \cos w_{di}(t - t_1) \right\} + e^{-\gamma_i w_i (t - t_2)} \left\{ [a_1 b_{1i} + a_2 (b_{1i} t_2 + \frac{b_{2i}}{w_i})] \sin w_{di}(t - t_2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + [a_1 + a_2 (t_2 - \frac{2\gamma_i}{w_i})] \cos w_{di}(t - t_2) \right\} \right\rangle, \quad t > t_2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

де $b_{1i} = \gamma_i / (1 - \gamma_i^2)^{1/2}$, $b_{2i} = (1 - 2\gamma_i^2) / (1 - \gamma_i^2)^{1/2}$.

Достовірність результатів.

В даному розділі на прикладі циліндричних, конічних оболонок, підкріплених поздовжніми, кільцевими, та перехресною системою ребер, виконані дослідження збіжності чисельних результатів, та проведено порівняння з відомими

експериментальними даними. Зроблено висновок, що для обчислення власних значень (критичних зусиль або частот власних коливань) та відповідних форм з задовільною точністю достатньо утримувати до 30 членів по просторових координатах (до 2% в порівнянні із значеннями, отриманими при утриманні 60 членів). При цьому відмінність між теоретичними і експериментальними значеннями нижніх частот власних коливань становить 10 – 15%.

На прикладі циліндричної оболонки з поздовжніми ребрами при дії рівномірно розподіленого по поверхні статичного навантаження проведено порівняння з точним розв'язком. Показано, що при визначені динамічного (статичного також) напруженого – деформованого стану методом розкладення розв'язку по формах власних коливань необхідно утримувати велику кількість форм (в даному прикладі – до тридцяти членів апроксимуючих рядів), щоб отримати задовільний результат.

Вказано також, що в особливих точка (в районі стрибкоподібної зміни товщини оболонки, т. і) сама теорія оболонок не описує дійсне розподілення напружень. Розглянута задача про напруженого – деформований стан циліндричної оболонки з кільцевими ребрами при дії зовнішнього тиску за допомогою теорії ребристих оболонок (4 різних підходи: 1 – ребриста оболонка, 2 – ребра, як пружна основа, 3 – розгалужені оболонки, 4 – ребра, як розрив серединної поверхні) і за допомогою методу скінчених елементів в просторовій постановці. Отримано, що результати розрахунку напружень в кутовій точці (де товщина оболонки різко змінюється за рахунок ребра) по теорії ребристих оболонок, а також по інших оболонкових теоріях суттєво відрізняються від отриманих по просторовій теорії. Але, на відстані від ребра, рівній половині товщини оболонки, різниця вже не перевищує 11%.

Четвертий розділ. Задачі стійкості оболонок в лінійній постановці розглядалися багатьма авторами, що проаналізовано і дані висновки в першому розділі дисертації. Тому в цій главі розглядаються лише деякі питання, які, на думку дисертанта, не знайшли достатнього висвітлення в більш ранніх дослідженнях.

Проведені дослідження поздовжньої стійкості циліндричних оболонок з прямоокутними пластинами та оболонок, що взаємодіють з пружною основою. Досліджено також вплив деформацій поперечного зсуву в поздовжніх ребрах при дії осьових сил та в кільцевих ребрах при дії зовнішнього тиску.

Оболонка з пластинами, приєднаними до неї однією кромкою.

Як зазначалось раніше, розглянуто два види розташування пластин по відношенню до оболонки. Спочатку зупинимось на варіанті, коли пластиини одною поздовжньою кромкою стикуються з оболонкою, а інша кромка підкріплена фланцем у вигляді пружної балки, або вільна.

Дослідження проводимо на прикладі оболонки з відносними параметрами: $h/r_o = 1/400$, $L/r_o = 2$. Оболонка підкріплена вісьмома одинаковими регулярно розташованими поздовжніми пластинами товщиною $h_{i_4} = h$. Прийнято, що матеріал всіх елементів оболонки один і той же $m = m_{i_4} = 0,3$; $E_o = E_{i_4} = 0,68 \times 10^{11} \text{ Н/м}^2$. Ширина пластин b_{i_4} змінювалась.

В розв'язку утримувалось до 20 “зв'язаних” членів рядів (3.1), що дозволило отримати результати з достатньою точністю. Проаналізована залежність критичних напружень і форм втрати стійкості від ширини пластин і наявності фланців.

В табл. 4.1 наведені результати розрахунку параметрів критичних напружень оболонки, підкріпленої пластинами без фланців, при різних значеннях ширини пластин. Позначено Nc – число повних хвиль, що виникають по колу оболонки в результаті розрахунку форми втрати стійкості; m – число півхвиль, що виникають по довжині оболонки при втраті стійкості; $h_{1kr} = r_o s_{1kr} / hE$ – параметр критичних напружень оболонки з пластинами; $h_{1kr}^* = r_o s_{1kr}^* / hE$ – параметр критичних напружень оболонки з ребрами (пластини розглядалися також як ребра з такими ж геометричними параметрами).

Таблиця 4.1

b_{i_4} / h		5	10	20	30	40	80
Пластини	m	1	1	1	6	8	16
	Nc	7	8	7	16	16	12
	h_{1kr}	0,601	0,586	0,587	0,582	0,543	0,301
Ребра	m	1	1	1	22	22	22
	Nc	7	8	7	8	8	8
	h_{1kr}^*	0,600	0,586	0,586	0,605	0,605	0,605

З табл. 4.1 випливає, що величини h_{1kr} и h_{1kr}^* при $b_{i_4} = 5h \text{ є } 20h$ мало відрізняються одне від одного, як і форми втрати стійкості оболонки. При цьому ребра або згинаються і закручуються ($\text{Nc}=7$) або лише згинаються ($\text{Nc}=8$). Далі, із збільшенням ширини пластин форма втрати стійкості оболонки з ребрами стабілізується, параметр критичних напружень h_{1kr}^* стає рівним параметру критичних напружень непідкріпленої оболонки. Це пояснюється тим, що форми втрати стійкості такі, що вздовж ліній контакту ребер з оболонкою розташовуються вузлові лінії форми і оболонка практично не “відчуває” наявність ребер. На відміну від цього, значення h_{1kr} оболонки, підкріпленої пластинами, при $b_{i_4} \text{ і } 30h$ суттєво зменшується. Відповідні форми втрати стійкості також відрізняються від отриманих для оболонки з ребрами.

В табл. 4.2 наведені результати розрахунку стійкості оболонки, підкріпленої пластинами ($b_{i_4} = 80h$) з фланцями, згинальний момент інерції яких змінювався.

Як видно з табл. 4.2, із зростанням жорсткості фланця, зростає параметр критичних напружень h_{1kr} .

Таблиця 4.2

γ_{fzi}	0	1,56	42,2	100	195,3	337,5	536,0
m	16	2	1	1	1	1	23
Nc	12	12	8	8	8	8	4
h_{1kr}	0,301	0,334	0,421	0,466	0,531	0,596	0,606

При $\gamma_{fz_i} = 536$, оболонка змінюється форма втрати стійкості з $m=1$, $\gamma_f=8$ на $m=23$, $\gamma_f=4$, жорсткість фланця вже настільки велика, що фланець утримує зовнішній край пластини поблизу її вихідного положення рівноваги.

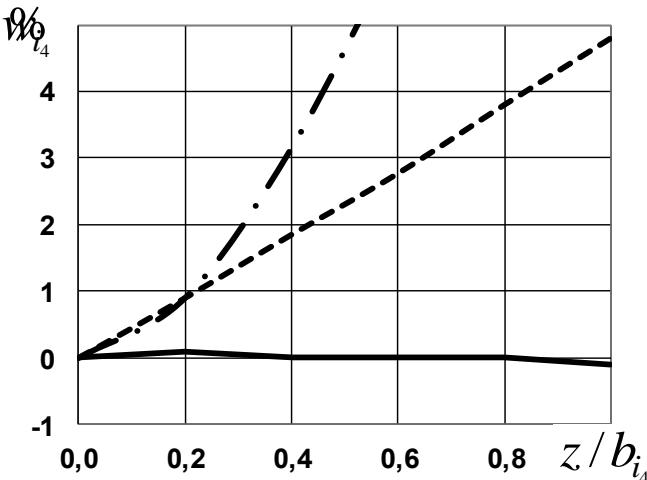


Рис. 4.1 – форма деформування пластини

На рис. 4.1 наведені залежності відносного прогину пластин $\frac{W_{i_4}}{w^{\max}} = w_{i_4} / w^{\max}$ (w^{\max} – максимальний прогин оболонки) від координати Z , які характеризують форму втрати стійкості. Графіки побудовані для пластини шириною $b_{i_4} = 80h$. Штрих-пунктирна крива отримана при $\gamma_{fz_i} = 0$, пунктирна крива – при $\gamma_{fz_i} = 337,5$, суцільна крива – при $\gamma_{fz_i} = 536$.

Отримані результати показали, що підкріплення оболонки пластинами, ширина яких більше двадцяти товщин обшивки, може привести до суттевого зниження критичних напружень. При цьому наявність фланців запобігає випинанню пластин лише при достатній згинальній жорсткості фланців. Розроблена методика дозволяє розрахунковим шляхом підібрати такі параметри пластин, при яких не будуть зменшені критичні напруження втрати стійкості конструкції, що розраховується.

Оболонка з пластинами, приєднаними до неї двома кромками.

Розглянута також задача про стійкість ребристих оболонкових конструкцій, в склад яких входять пластини, прикріплені до оболонки двома поздовжніми кромками. На прикладі оболонки з тими ж фізичними та геометричними параметрами, що наведені вище, досліджувалась стійкість оболонки підкріпленої вісімома поздовжніми ребрами з прямокутним перерізом $h \times 10h$ та з одною пластиною, положення якої і товщина змінювались.

В рядах (3.1) для заданого значення m (одночленна апроксимація вздовж оболонки) утримувались підряд всі члени рядів по коловій координаті до $N = 28$. При подвоєному числі членів ($N = 56$) уточнення результатів становить 5%-7%.

На рис. 4.2 наведені результати розрахунку, коли пластина пересувалась від дотичного положення ($q_{i_4}^0 = 0^\circ$) до положення, яке співпадає з діаметральною площею ($q_{i_4}^0 = 180^\circ$), при цьому ширина пластини змінювалась від нуля до $b_{i_4} = 2r_o$. Суцільна крива побудована для пластини товщиною $h_{i_4} = 10h$, штрих-пунктирна крива – при $h_{i_4} = 2h$. Тут і далі через S_{1kr} позначено відношення S_{1kr} до критичного напруження даної ребристої оболонки без пластини або без

інших факторів, які досліджуються, через $q_{i_4}^0$ – центральний кут в градусах, що лежить в площині, перпендикулярній до осі оболонки, промені якого проходять через лінії з'єднання пластини з оболонкою.

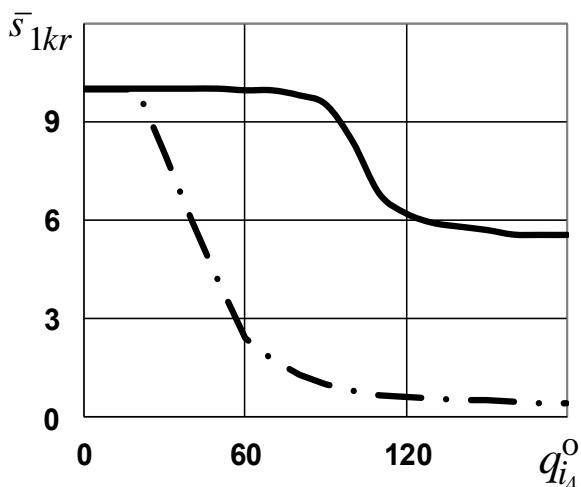


Рис. 4.2 – залежність критичних напружень від ширини пластини

Як видно з графіку, критичні напруження зменшуються із збільшенням ширини пластини. Форма втрати стійкості така, що в більшості випадків вздовж оболонки виникає одна пів хвиля $m = 1$. Лише для пластини з $h_{i_4} = 2h$ при $20^\circ \leq q_{i_4}^0 \leq 60^\circ$ мали місце форми втрати стійкості з $m = 2$ і $m = 3$. Відмітимо також, що при $h_{i_4} = 2h$, $q_{i_4}^0 \leq 20^\circ$ і при $h_{i_4} = 10h$, $q_{i_4}^0 \geq 90^\circ$ наявність пластини практично не вплинула на критичні напруження розглядуваної конструкції.

Дослідження впливу товщини пластиин показало, що в широкому діапазоні товщин (в розглянутому прикладі до 14 товщин оболонки при ширині пластини $b_{i_4} = 1,932r_o$) критичні напруження системи менше ніж оболонки без пластини. При більших значеннях товщин пластини критичні напруження досягають критичних напружень в оболонці без пластини і слабо зростають із збільшенням товщини.

Оболонка, що взаємодіє з пружною основою.

Досліджена поздовжня стійкість циліндричної оболонки, підкріпленої дводцяттю чотирма поздовжніми та трьома кільцевими ребрами, яка взаємодіє з осесимметричною пружною основою, жорсткість якої змінюється по довжині оболонки по заданому закону або діє на частині довжині оболонки. Розрахунки виконані на прикладі оболонки радіусом $r_o = 0,2$ м довжиною $L = 0,4$ м, товщиною $h = 0,5 \times 10^{-3}$ м. Матеріал оболонки і ребер одинаковий ($m = m_{i_1} = m_{i_2} = 0,3$, $E_0 = E_{si_1} = E_{hi_2} = 0,68 \times 10^{11}$ Н/м²). Геометричні параметри ребер такі: $F_{i_1} = F_{i_2} = 0,4 \times 10^{-5}$ м², $h_{i_1} = h_{i_2} = 0,01$ м; $I_{i_1q} = I_{i_2x} = 1,3 \times 10^{-7}$ м⁴. Параметри та модель пружної основи змінювались.

Розрахунки виконані при утримуванні в рядах (3.1) по координаті θ трьох “зв’язаних” між собою членів. Критичні напруження і форми, розраховані при утриманні по коловій координаті до двадцяти членів, в даному випадку не дали суттєвого уточнення. По поздовжній координаті ξ утримувалось до сорока членів.

Показано, що критичні напруження зростають із збільшенням жорсткості пружної основи і суттєво залежать від зміни параметрів пружної основи по довжині оболонки. На рис. 4.3 наведені результати обчислень критичних напружень в

залежності від розміру ділянки ξ_f , де є пружна основа. Крива 1 побудована при $a_{1f} = C_{1f}^2 E_f / E_o = 2 \cdot 10^{-2}$, $a_{2f} = C_{2f}^2 E_f / E_o = 0$ крива 2 – при $a_{1f} = 0$, $a_{2f} = 2 \cdot 10^{-5}$. Вкажемо, що оболонка без пружної основи втрачає стійкість по формі з виникненням по її довжині 20 пів хвиль. Як показують графіків, критичні напруження мало відрізняються від критичних напружень оболонки без пружної основи до тих пір, поки пружна основа не заважає деформуванню оболонки на крайній частині її довжини, меншій ніж довжина півхвилі, що виникає при втраті стійкості (в даному разі 1/20 довжини оболонки). З побудованих форм втрати стійкості видно також, що при неповному покритті оболонки пружною основою, вона значно

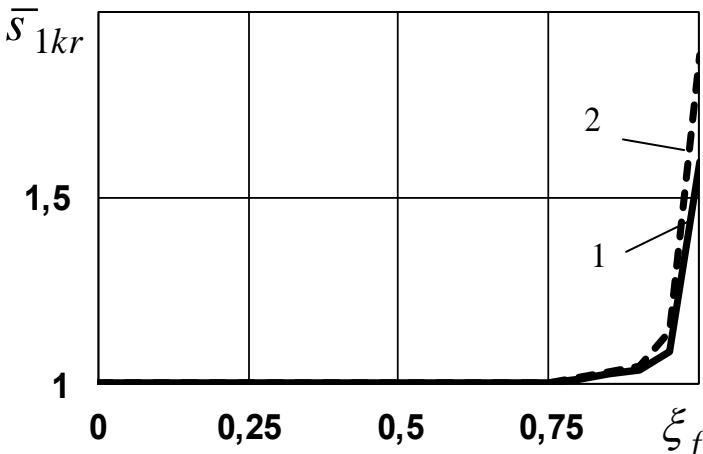


Рис.4.3 – залежність критичних напружень від довжини ділянки взаємодії з пружною основою

обмежує деформування оболонки в місцях її наявності. Оболонка суттєво деформується лише там, де пружна основа відсутня.

Дослідження впливу деформацій поперечного зсуву.

Впливу деформацій поперечного зсуву на стійкість оболонок, підкріплених ребрами, досліджувався на прикладі багатошарових ортотропних циліндричних оболонок, рівняння нейтральної рівноваги яких наведені в розділі 2.

Дослідження поздовжньої стійкості виконані на прикладі одношарової ортотропної оболонки підкріпленої шістьма зовнішніми поздовжніми ребрами, у якої $r_o = 200$ мм; $h/r_o = 1/40$; $L/r_o = 2$; $F_{i_1} = 104,7$ мм²; $h_{i_1} = 11,7$ мм; $I_{i_1q} = 0,457 \cdot 10^4$ мм⁴; $I_{kri_1} = 0,736 \cdot 10^3$ мм⁴. В першому варіанті розрахунку

розглядалась оболонка з матеріалу – однона правлений вуглепластик з характерними для даного матеріалу фізичними константами: $m_1 = 0,32$; $m_2/m_1 = E_2/E_1 = 0,064$; $G_{12}/E_1 = 0,0384$. В другому варіанті розрахунку – оболонка, виконана з бороалюмінію з $m_1 = 0,32$; $m_2/m_1 = E_2/E_1 = 0,57$; $G_{12}/E_1 = 0,38$. Змінювались модулі поперечного зсуву оболонки та ребер $G_{13} = G_{23}$ і G_{i_1} .

Розрахунки виконані при утриманні в рядах (3.1) двадцяти “зв’язаних” членів. З отриманих результатів випливає, що для поздовжньо підкріплених оболонок з розглянутих матеріалів і при $h/r_o \geq 1/40$ врахування деформацій поперечного зсуву в оболонці і ребрах при $G_{13}/G_{12} \leq 0,1$ незначно впливає на критичні напруження (не більше 8%) і форму втрати стійкості. При $G_{13}/G_{12} = 0,01$ критичні напруження знизились в порівнянні з отриманими без врахування

деформацій поперечного зсуву на 35% (однонаправлений вуглепластик) і на 23% (бороалюміній). В обох випадках змінилась форма втрати стійкості.

Вплив деформацій поперечного зсуву на стійкість при дії зовнішнього тиску досліджувався на прикладі непідкріплених оболонок, та оболонок, підкріплених кільцевими ребрами. Розрахунки проведені для тришарових ортотропних оболонок, у яких $r_o = 100$ мм;; $L = 500$ мм; $h^{(1)} = h^{(3)} = 0,5$ мм; (товщина першого і третього шарів); $h^{(2)} = 4$; $m_2^{(2)} = m_1^{(3)} = m_2^{(3)} = 0,3$; $E_1^{(1)} = E_2^{(1)} = E_1^{(3)} = E_2^{(3)} = 1,1 \times 10^{11}$ Па; $E_1^{(2)} = E_2^{(2)} = 5,20 \times 10^9$ Па, $G_{12}^{(1)} = G_{13}^{(1)} = G_{23}^{(1)} = G_{12}^{(3)} = G_{13}^{(3)} = G_{23}^{(3)} = G_{12}^{(2)} = 4,23 \times 10^{10}$ Па.

При розрахунку непідкріплених оболонок змінювались модулі поперечного зсуву середнього шару і товщина середнього шару таким чином, що $h / r_o = 1/20$; $1/10$; $1/5$.

При розрахунку шпангоутних оболонок приймалось $h / r_o = 1/20$, модулі пружності та зсуву матеріалу середнього шару, відповідно $E_1^{(2)} = E_2^{(2)} = 5,20 \times 10^9$ Па, $G_{13}^{(2)} = G_{23}^{(2)} = 2 \times 10^9$ Па. Змінювались параметри: число зовнішніх шпангоутів – від одного до трьох; висота ребер прямокутного поперечного перерізу при постійній ширині $b_{i_1} = 2h; 3h; 4h; 6h$; модуль поперечного зсуву шпангоутів $G_{i_2} = 3,44 \times 10^8$ є $4,23 \times 10^{10}$ Па.

Розрахунки виконані при утримуванні в (3.1) по координаті x тридцяти членів.

Отримано, що із збільшенням жорсткості (висоти) кільцевих ребер критичні напруження зростають. Якщо форма деформування оболонки при втраті стійкості така, що кільцеві ребра деформуються із згином, критичні напруження зовнішнього тиску знижуються із зменшенням модуля зсуву матеріалу кільцевих ребер (в деяких випадках до 20%). Якщо форма хвилеутворення при втраті стійкості така, що кільцеві ребра тільки закручуються, їх жорсткість на зсув не впливає на критичні напруження, і вони залежать тільки від модуля поперечного зсуву в оболонці. При заданому відношенні $h / r_o = 1/20$ зниження критичних напружень зовнішнього не перевищує 7% в порівнянні з обчисленими без врахування деформацій поперечного зсуву.

В п'ятому розділі досліджено вплив конструктивних елементів на власні коливання оболонок.

Оболонки з приєднаними твердими та пружними тілами.

Для ряду оболонок циліндричної форми проведені дослідження впливу величини, кількості, положення приєднаних мас по відношенню до підкріплюючих ребер, вплив довжини та жорсткості консолі на мінімальні і нижні частоти власних коливань та відповідні форми.

Розрахунки виконані для оболонки, підкріпленої регулярною системою перехресних ребер, яка несе одну масу, приєднану до оболонки за допомогою абсолютно жорсткої або пружної консолі. Геометричні та фізичні параметри оболонки і ребер наступні: $m = 0,3$; $r_o / E_o = 0,392 \times 10^{-7}$ $\text{с}^2 / \text{м}^2$; $r_o = 0,16$ м;

$$L = 0,33 \text{ м}; h = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}; k_{i_1} = 32 \text{ (кут } 0,5\text{г 3г 4 мм}); k_{i_2} = 2 \text{ (кут } 0,5\text{г 6г 8 мм}).$$

Ребра і консоль з масою приєднувались до внутрішньої поверхні оболонки. Центр площини контакту консолі з оболонкою мав координати $x_{i_3} = 0,5$; $q_{i_3} = 0$. При такому розташуванні маси в силу симетрії оболонки відносно площини $x = 0,5$ спектр частот власних коливань оболонки розпадається на чотири групи, які характеризуються такими ознаками: перша – в центрі площини контакту виникає пучність (максимум прогину); друга – через центр площини контакту проходить колова вузлова лінія; третя – через центр площини контакту проходить поздовжня вузлова лінія; четверта – в центрі площини контакту перетинаються колова та поздовжня вузлові лінії. Тобто консоль з масою здійснює або поступальні рухи в напрямку прогину (перша група) або переважно обертальні рухи навколо відповідних координатних ліній (друга та третя групи). В четвертому випадку консоль з масою практично заходиться в покой (можливе обертання навколо своєї осі) і не впливають на частоти і форми коливань оболонки.

На прикладі оболонки з вказаними вище параметрами при довжині консолі $\bar{l}_{i_3} = l_{i_3} / r_O = 0,5625$ і приєднаній масі $\bar{m}_{i_3} = m_{i_3} / m_O = 0,4$, (m_O – маса оболонки і ребер) встановлено, що для достатньої точності результатів (до 5%) в розв'язку в рядах по коловій координаті достатньо утримувати до 25 членів, в рядах по x – до 5 членів для частот з першої і третьої груп і до 7 членів для частот з другої групи.

Отримано, що стрімке зниження мінімальних частот власних коливань відбувається вже при малих величинах приєднаної маси. Подальше збільшення її величини призводить до помірного зниження мінімальної частоти власних коливань.

Збільшення довжини консолі призводить до стрибкоподібної зміни форми коливань, яка відповідає мінімальній частоті, і подальшому зменшенню останньої.

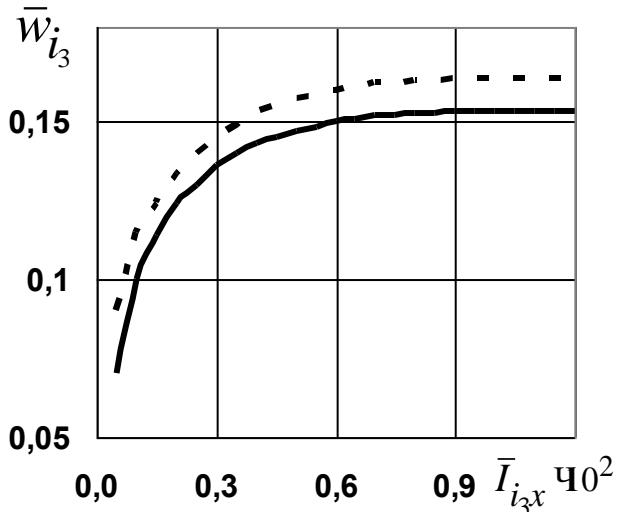


Рис. 5.1 – залежність мінімальної частоти від моменту інерції поперечного перерізу консолі

перерізу консолі мінімальна частота власних коливань зростає, і наближається до

Причому, в розглянутих прикладах в достатньо широкому діапазоні значень маси, зміна форми виникає при одній і тій же довжині консолі (для даної оболонки при $\bar{l}_{i_3} \gg 0,08$).

На рис. 5.1 наведені результати дослідження впливу згинальної жорсткості консолі $\bar{I}_{i_3x} = \sqrt{I_{i_3x} / l_{i_4}^4}$ на мінімальну частоту власних коливань оболонки. В розрахунках приймалось $\bar{m}_{i_3} = 0,1$; $\bar{l}_{i_3} = 0,2$. Суцільна крива відповідає розташуванню консолі з масою на внутрішній стороні оболонки, штрихова – на її зовнішній стороні. Як і очікувалось, при збільшенні моменту інерції поперечного

мінімальної частоти оболонки з абсолютно жорсткою консоллю. В даному разі вже при $\bar{I}_{i_3x} = 0,6 \cdot 10^{-2}$ різниця між мінімальними частотами оболонки з пружною і жорсткою консоллю становить 3,5%.

Відзначимо той факт, що мінімальна частота оболонки при розташуванні консолі на її зовнішній поверхні трохи вища ніж при її встановленні на внутрішній поверхні. Даний результат пояснюється тим, що при переносі консолі з однієї сторони оболонки на іншу інерційні сили, що виникають в приєднаній масі від лінійних переміщень і оберточних рухів, в одному випадку додаються, а в іншому віднімаються, що по різному впливає на форму власних коливань і відповідну мінімальну частоту. Ці міркування підтверджуються побудованими на рис. 5.2а, 5.2б залежностями переміщень V , W точок серединної поверхні оболонки (форма коливань, що відповідає мінімальній частоті, обраховувалась при $\bar{I}_{i_3x} = 10^{-2}$) в характерних перерізах (рис. 5.2 а – $q = 0$, рис. 5.2 б – $x = 0,5$). Як видно з наведених графіків, колове переміщення більш чутливе ніж прогин до переміщення консолі з масою з внутрішньої на зовнішню сторону оболонки.

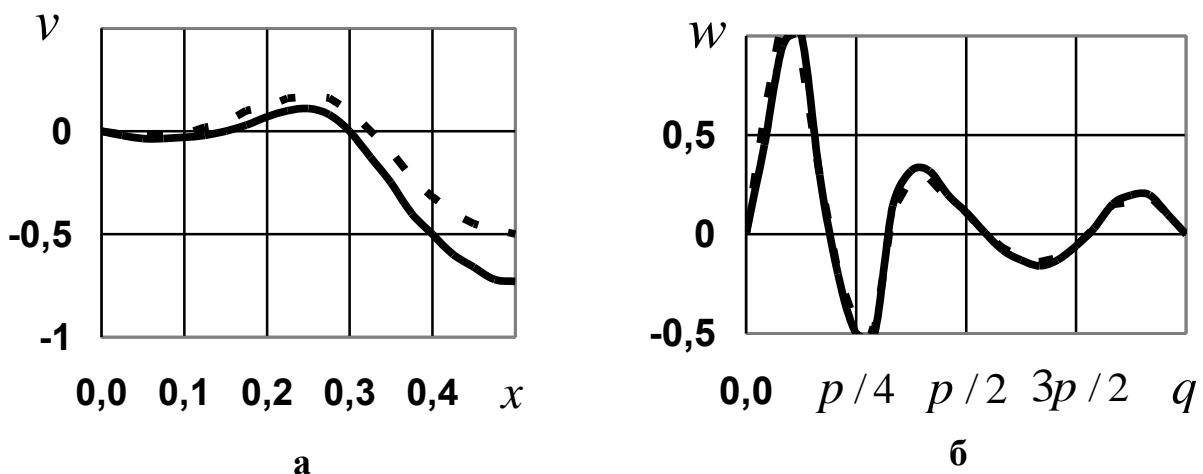


Рис. 5.2 – форма деформування оболонки при розташуванні консолі з масою на її внутрішній та зовнішній поверхні

Переходячи до конічних оболонок з приєднаними масами, відмітимо, що основні закономірності обумовлені їх наявністю і способом кріплення, залишаються такі ж, як і у випадку циліндричних оболонок. Тому зупинимось лише на вивченні впливу кута конусності та місця розташування маси на твірній оболонки на мінімальні частоти оболонки з масами. Розглянемо конічну оболонку, підкріплена шістнадцятьма поздовжніми і трьома кільцевими ребрами з прикріпленою за допомогою консолі масою $\bar{m}_{i_3} = 0,1$. Інші параметри: $m = 0,3$; $r_o / E_o = 0,392 \cdot 10^{-7}$ $\text{с}^2/\text{м}^2$; $r_o = 0,250\text{м}$; $r_l = 0,125\text{м}$; $h = 0,5 \cdot 10^{-3}\text{м}$ висота оболонки $H=0,32$ м; поздовжні ребра – кут 0,5г 5г 5 мм, кільцеві ребра – кут 0,6г 6г 8 мм.

На рис. 5.3 для оболонки з кутом конусності $b_o = 0,348$ приведені мінімальні власні частоти для ряду положень маси вздовж твірної оболонки (з шагом $Dx_{i_3} = 0,125$). При $x_{i_3} = 0,25; 0,5; 0,75$ точки кріплення мас співпадають з положенням одного з кільцевих ребер. Ломана залежність 1 побудована для випадку кріплення маси без консолі, залежність 2 – за допомогою абсолютно жорсткої консолі довжиною $\bar{l}_{i_3} = 0,2$.

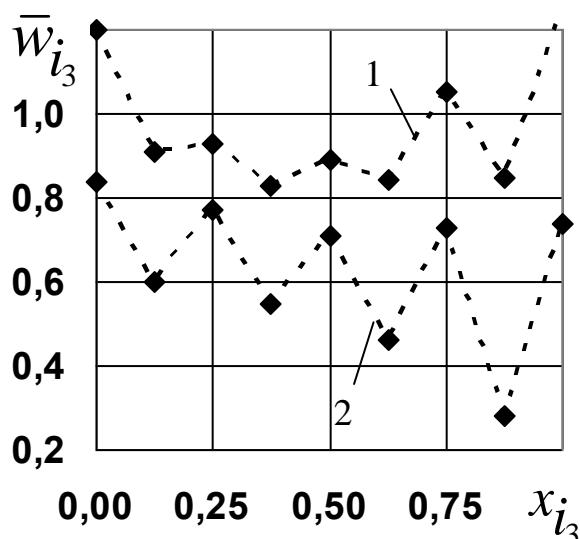


Рис. 5.3 – залежність мінімальної частоти від положення маси на твірній конічної оболонки

На рис. 5.4 наведені залежності мінімальних частот власних коливань від кута конусності при різному розташуванні маси $\bar{m}_{i_3} = 0,1$ вздовж твірної оболонки на одному з поздовжніх ребер. Криві 1, 2 побудовані при $\bar{l}_{i_3} = 0$ в точках, відповідно, $x_{i_3} = 0,75; 0,375$.

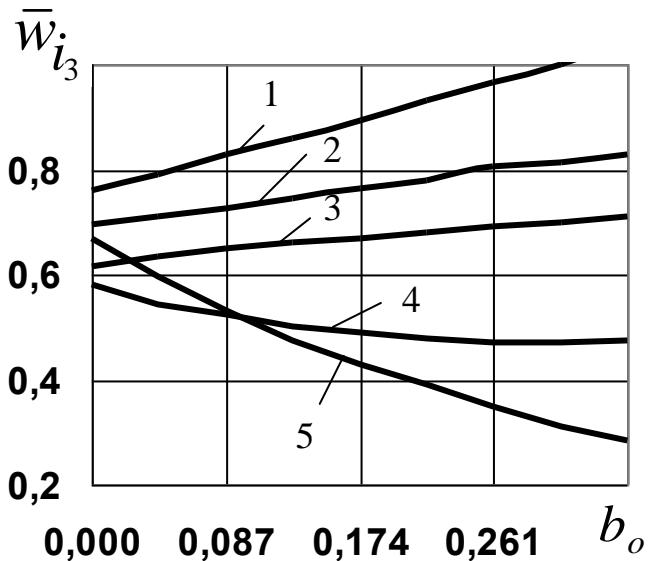


Рис. 5.4 – залежність мінімальної частоти від кута конусності оболонки

власних коливань циліндричних та конічних оболонок від числа регулярно розташованих по їх колу мас, приєднаних до оболонок в середньому перерізі. Отримані криві носять немонотонний характер, обумовлений тим, що приєднані

Криві 3, 4, 5 отримані для випадку кріплення маси за допомогою консолі при $\bar{l}_{i_3} = 0,2$, в точках $x_{i_3} = 0,5; 0,625; 0,875$, відповідно.

З графіків видно, що у випадку кріплення маси без консолі збільшення кута конусності призводить до збільшення мінімальної частоти власних коливань. При кріпленні маси за допомогою консолі частота зростає тільки при розташуванні маси на кільцевому ребрі, у випадках розташування між кільцевими ребрами, частота зменшується і тим сильніше, чим вона більше від меншої основи.

Досліджувалась залежність нижчих частот конічних оболонок від числа регулярно розташованих по їх колу мас, приєднаних до оболонок в середньому перерізі. Отримані криві носять немонотонний характер, обумовлений тим, що приєднані

маси «нав'язують» форму коливань або близьку, або суттєво змінену в порівнянні з формою коливань оболонки без мас, яка відповідає мінімальній частоті.

Оболонки з пластинами.

Розглядається задача про власні коливання гладкої циліндричної оболонки із вставленими прямокутними пластинами, що з'єднуються з оболонкою по двом поздовжнім кромкам. Обчислення виконані на прикладі оболонки з параметрами: $r_o = 0,2$ м; $L = 0,4$ м; $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $m = m_{i_4} = 0,3$; $r_o = r_{i_4} = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³; $E_o = E_{i_4} = 0,68 \cdot 10^{11}$ Н/м². Варіювались кількість пластин і їх товщина.

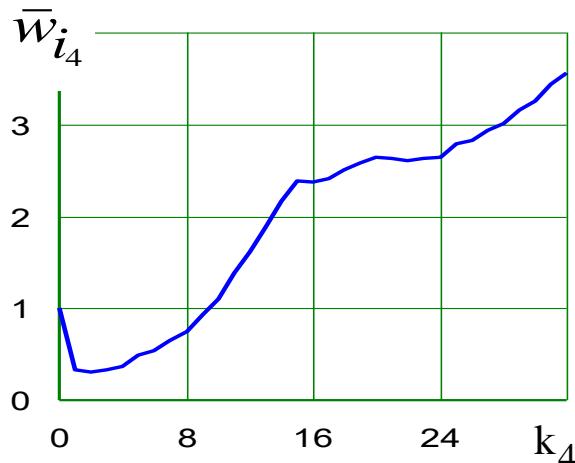


Рис. 5.5 – залежність мінімальної частоти від кількості пластин

товщині оболонки. Як видно з графіку, при малій кількості пластин (в даному разі до десяти) мінімальна частота системи менша, ніж мінімальна частота оболонки без

В силу однорідності конструкції по її довжині для кожного m в рядах по x маємо незалежну систему, порядок якої залежить від числа членів, утримуваних в рядах (3.1) по q (в даному випадку утримувались члени до $N = 36$, що в порівнянні з подвоєним числом членів цих рядів дає похибку менше 5%).

На рис. 5.5 показана залежність відносної мінімальної частоти оболонки від кількості пластин, які регулярно розміщувались по колу оболонки і були дотичні одна до одної. Товщина пластин приймалась однаковою і дорівнювала

приймалась однаковою і дорівнювала

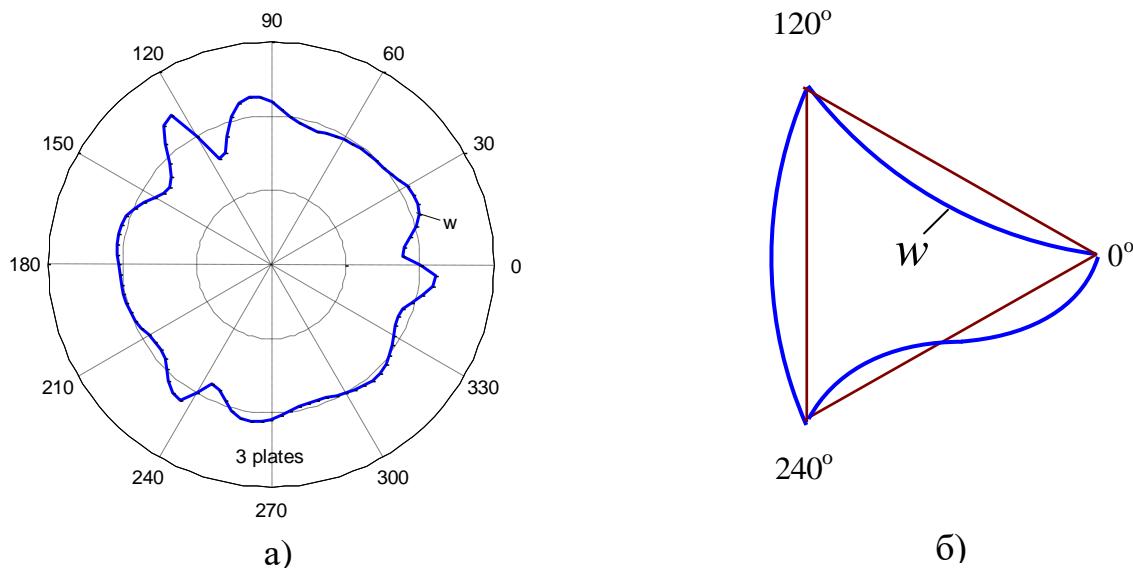


Рис. 5.6 – форма деформування оболонки з трьома пластинами

пластин, потім вона зростає і стає більшою за ω_o . Відмітимо, що форма деформування оболонки, як без пластин, так і з пластинами, яка відповідає мінімальній частоті, має одну півхвилю по її довжині.

На рис. 5.6 показана форма деформування оболонки (а) і пластин (б), яка відповідає мінімальній частоті коливань при $k_4 = 3$. Як бачимо, форма деформування оболонки має ось антисиметрії (лінія $120^\circ - 300^\circ$). Присутність трьох пластин суттєво змінює форму коливань оболонки, яка відповідає мінімальній частоті. Оболонка без пластин на мінімальній частоті деформується по гармоніці з сімома хвилями по колу. Максимальне відхилення прогину пластини приблизно в сім раз перевищує максимальне значення прогину в оболонці (форми коливань побудовані без врахування масштабу).

Відмітимо, що при всіх непарних k_4 форма коливань, що відповідає мінімальній частоті, має ось антисиметрії, при парному числі пластин форма коливань оболонкової системи – циклічно симетрична.

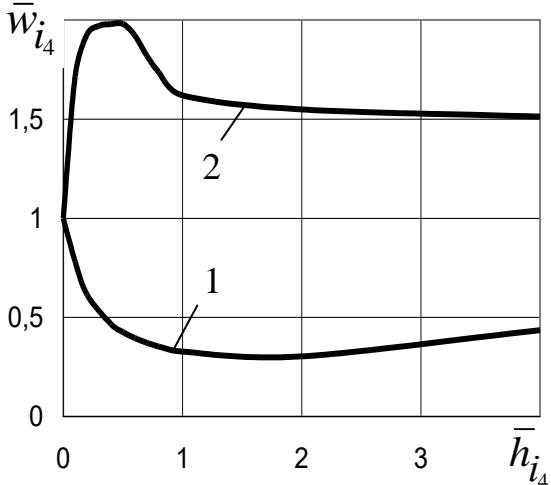


Рис. 5.7 – залежність мінімальної частоти від товщини пластини

частота системи значно вища мінімальної частоти самої оболонки (крива 2), має місце екстремум. В даному випадку мінімальна частота досягає максимуму при $\bar{h}_{i_4} \gg 0,4 \ddot{\text{e}} 0,6$, тобто коли товщина пластин менша за товщину оболонки.

Отримані дані показують, що підкріplення оболонки достатньо великим числом пластин дозволяє суттєво збільшити мінімальну частоту власних коливань пружної системи в порівнянні з непідкріпленою оболонкою. Ефект може бути підсиливий за рахунок підбору оптимальної товщини підкріплюючих пластин.

Вплив пружної основи.

Дослідження впливу пружної основи на нижчі частоти і форми власних коливань виконано на прикладі циліндричної оболонки підкріпленої 16 поздовжніми та чотирма кільцевими ребрами. Прийнято $\mu = 0,3$; $\rho_o = \rho_{i_1} = \rho_{i_2} = 8,23 \times 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$; $E = E_{i_1} = E_{i_2} = 2,1 \times 10^{11} \text{ Па}$, $r_o = 0,16 \text{ м}$, $L = 0,43 \text{ м}$, $h = 0,44 \times 10^{-3} \text{ м}$. Поздовжні ребра, як і кільцеві, розташувались на однаковій відстані одне від одного і мали одинакові розміри поперечного перетину $F_{i_1} = 3,3975 \times 10^{-6} \text{ м}^2$;

На рис. 5.7 приведені залежності мінімальної частоти від товщини пластин. Через \bar{h}_{i_4} позначено відношення товщини пластини до товщини оболонки (товщина всіх пластин однакова). Крива 1 побудована при $k_4 = 3$, крива 2 – при $k_4 = 12$. Як видно з графіків, при малому числі пластин (крива 1) мінімальна частота системи суттєво нижче мінімальної частоти власних коливань оболонки без пластин і слабо змінюється в широкому діапазоні відносної товщини, в даному разі $\bar{h}_{i_4} \gg 0,5 \ddot{\text{e}} 4$. Коли мінімальна

$$h_{i_1} = 1,3854 \times 10^{-3} \text{ м};$$

$$I_{i_1\theta} = 5,2658 \times 10^{-12} \text{ м}^4;$$

$$F_{i_2} = 5,1975 \times 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$h_{i_2} = 1,8866 \times 10^{-3} \text{ м}$, $I_{i_2\xi} = 18,3842 \times 10^{-12} \text{ м}^4$. Жорсткість пружної основи і її положення по довжині оболонки варіювались. При розрахунках в розв'язку утримувалися члени рядів по поздовжній координаті до $M = 21$, по коловій координаті – п'ять “зв'язаних” членів рядів.

Отримано, що збільшення жорсткості пружної основи приводить до зростання мінімальної частоти власних коливань.

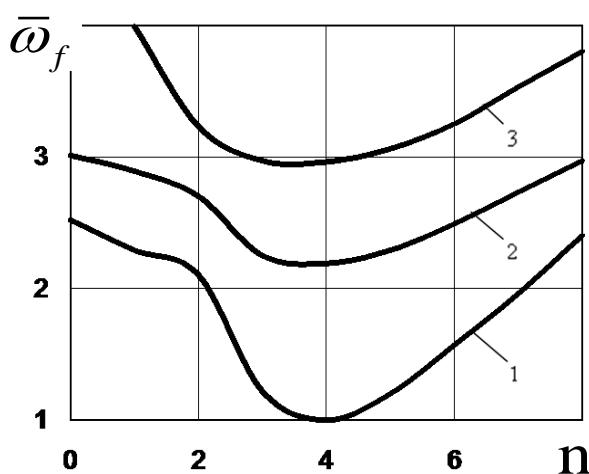


Рис. 5.8 – залежність нижніх частот оболонки з пружною основою від параметру хвилеутворення n

з пружною основою, та місця розташування даної ділянки по довжині оболонки. Параметр x_{f1} (рис. 5.9 а) – це відстань від торця оболонки до перерізу, в якому

На рис. 5.8 приведені залежності нижніх частот від параметра хвилеутворення в коловому напрямку n . Крива 1 побудована для оболонки без пружної основи, крива 2 – пружна основа враховується по моделі 1 – Вінклера ($\alpha_{1f} = 0,48 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{2f} = 0$), крива 3 – пружна основа враховується по моделі 2 – Пастернака ($\alpha_{1f} = 0,48 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{2f} = 0,48 \cdot 10^{-3}$). Результати показують, що врахування пружної основи по другій моделі сильніше впливає на нижні частоти власних коливань. На рис. 5.9 а, б показана залежність мінімальної частоти власних коливань від розміру ділянки, на якій оболонка взаємодіє

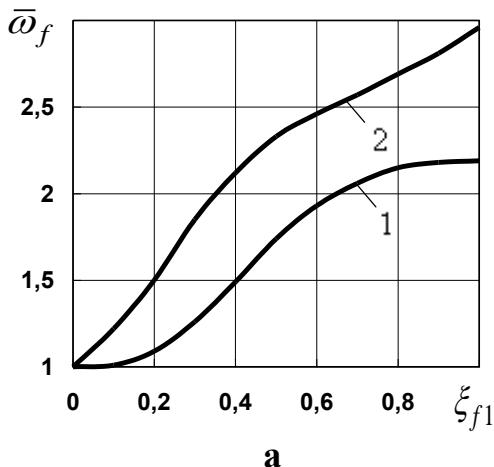
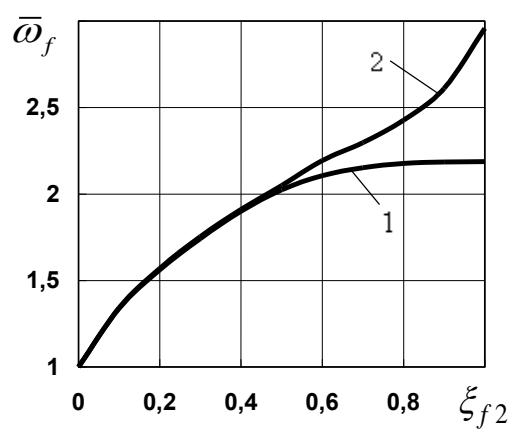


Рис. 5.9 – залежність мінімальної частоти від параметрів ξ_{f2} , ξ_{f1}



б

пружна основа «обривається», а параметр x_{f2} (рис. 5.9 б) – це ширина поясу взаємодії пружної основи з оболонкою, причому середина цього поясу співпадає з серединою оболонки. Як видно з графіків, у випадку, коли пояс пружної основи

контактує з оболонкою на ділянці від її краю до перерізу x_{f1} (рис. 5.9 а), різниця між мінімальними частотами, отриманими по першій моделі (крива 1) і другій моделі (крива 2) суттєво відрізняється на всьому діапазоні значень x_{f1} .

Якщо пружна основа прикладена в середній частині оболонки, то при $x_{f2} \leq 0,5$ мінімальні частоти, розраховані по обох моделям приблизно рівні між собою, а при $x_{f2} > 0,5$ різниця між ними зростає. Такий ефект можливо пояснюється тим, що згинальні деформації в середній частині оболонки незначні у випадку, коли вона коливається по формі, що відповідає її мінімальній частоті.

Вплив деформацій поперечного зсуву.

Для оболонки з параметрами $\mu = 0,3$; $\rho_o / E_o = 0,392 \cdot 10^{-7} \text{ c}^2 / \text{м}^2$; $r_o = 0,16 \text{ м}$; $L = 0,32 \text{ м}$, $h = 0,5 \times 10^{-3} \text{ м}$ досліджено вплив деформацій поперечного зсуву в поздовжніх ребрах на нижні частоти власних коливань. Оболонка була підкріплена вісьмома ребрами з сумарною площею їх поперечного перерізу $\sum_{i_1=1}^{k_1} F_{i_1} = 120h^2$.

Жорсткість на кручення не враховувалась. Змінювалась висота всіх ребер $b_{i_1} = 10h \dots 30h$.

Отримано, що в заданому діапазоні варіювання b_{i_1} при $m = 1$ навіть при дуже малій жорсткості ребер на зсув ($G_{i_4} = 0$) вплив деформацій поперечного зсуву незначний. Для першого окремого випадку деформування (ребра лише згинаються) різниця становить 1,5%, а при $m = 3$ вона досягає вже 3-5% залежно від випадку деформування і висоти ребер.

Далі для оболонки з тими ж параметрами (8 поздовжніх ребер) при $b_{i_1} = 20h$, $F_{i_1} = 20h^2$ варіювались радіус (в межах $h / r_o \in 1/20$) і довжина оболонки.

Результати показали, що вплив зсувних деформацій тим більший, чим менша довжина оболонки і чим менший модуль зсуву матеріалу ребер. Цей вплив більш сильніший для вищих частот власних коливань, що відповідають першому окремому випадку деформування (ребра тільки згинаються). Вплив же на частоти, що відповідають другому окремому випадку значно менший (ребра переважно закручуються).

На прикладі оболонки з $\mu = 0,3$; $\rho_o / E_o = 0,392 \cdot 10^{-7} \text{ c}^2 / \text{м}^2$; $L / r_o = 5$; $h / r_o = 1/20$ вивчався вплив на власні частоти поперечного зсуву в кільцевих ребрах. Прийнято, додатна площа поперечного перерізу всіх кільцевих ребер незмінна $\sum_{i_2=1}^{k_2} F_{i_2} / r_0 h = 1$, $h_{i_2} / r_o = 0,5025$, $\sum_{i_2=1}^{k_2} I_{i_2x} / r_0 h^3 = 33,3$. Розрахунки виконані при вказаних параметрах оболонки і кільцевих ребер при $k_2 = 1, 2, 3$, а також при $k_2 = 1$ і $h / r_o = 1/50$ та із зменшеними в два з половиною рази параметрами поперечного перерізу ребер.

В рядах по поздовжній координаті утримувалось тридцять членів.

Порівняння даних показує, що у всіх випадках на мінімальну частоту коливань при $G_{i_2} = G$ врахування деформацій поперечного зсуву впливає мало (менше 1%). При наближенні модуля зсуву в кільцевих ребрах до нуля ($G_{i_2} = 0$) цей вплив збільшується: при $k_2 = 1$ він становить 26,8% ($h / r_o = 1 / 50$) та 26,1% ($h / r_o = 1 / 20$), при $k_2 = 2 - 20,9\%$, при $k_2 = 3 - 10,7\%$.

На основі наведених результатів можна зробити наступні висновки. Для оболонок з достатньо сильним кільцевим підкріпленням врахування деформацій поперечного зсуву в кільцевих ребрах приводить до суттєвого зниження нижніх частот власних коливань при малих параметрах хвилеутворення по колу оболонки ($n = 0, 2, 3, 4$). Цей ефект збільшується із зменшенням жорсткості кільцевих ребер на зсув і може досягнути 50% – 80%, при цьому зниження мінімальної частоти власних коливань може скласти 10% – 30%.

Порівняння результатів з результатами розрахунку оболонок з поздовжніми ребрами показує, що врахування деформацій поперечного зсуву в кільцевих ребрах більш впливає на частоти власних коливань оболонки, ніж врахування цих деформацій в поздовжніх ребрах з такими ж розмірами поперечного перерізу.

Шостий розділ роботи присвячено дослідженню напружено – деформованого стану підкріплених циліндричних оболонок при дії динамічних розподілених на всій або на частині поверхні та локальних короткочасних сил.

Оболонка під дією навантаження, розподіленого на частині поверхні. Вплив розсіяння енергії.

Розглянута задача про напружено – деформований стан оболонки, підкріпленої трьома кільцевими та 28 поздовжніми ребрами, під дією навантаження, розподіленого на частині її поверхні:

$$q_1 = 0; q_2 = 0; q_3 = q \cos q \text{ при } -p / 2 \leq q \leq p / 2; q_3 = 0 \text{ при } p / 2 \leq q \leq 3p / 2.$$

У часі зовнішня сила змінюється по спадному закону:

$$q_t = 1 - t / t_1 \text{ при } 0 \leq t \leq t_1; q_t = 0 \text{ при } t > t_1,$$

де t_1 – час дії навантаження, який дорівнює, в даному прикладі, максимальному періоду власних коливань.

Параметри оболонки наступні: $\mu = 0,3$; $\rho_o / E_o = 0,4 \cdot 10^{-7} \text{ c}^2 / \text{m}^2$, $L / r_o = 2,11$; $h / r_o = 1,66 \cdot 10^{-3}$. Матеріал оболонки і ребер одинаковий. Відносні параметри поперечного перерізу поздовжніх ребер наступні: $d_{l_{i_1}} = F_{i_1}(1 - m_{l_{i_1}}) / h r_o = 0,139$; $d_{2l_{i_1}} = d_{l_{i_1}} h_{l_{i_1}} / r_o = -0,244 \cdot 10^{-2}$; $d_{3l_{i_1}} = d_{2l_{i_1}} h_{l_{i_1}} / r_o = 0,428 \cdot 10^{-4}$; $h_{l_{i_1}} = I_{i_1 q}(1 - m_{l_{i_1}}) / h r_o^3 = 0,271 \cdot 10^{-4}$; $m_{l_{i_1}} = G_{i_1} I_{kri_1}(1 - m_{l_{i_1}}) / E h r_o^3 = 0,23 \cdot 10^{-8}$, кільцевих ребер – $d_{l_{i_2}} = 0,285$; $d_{2l_{i_2}} = -0,605 \cdot 10^{-2}$; $d_{3l_{i_2}} = 0,182 \cdot 10^{-3}$; $h_{l_{i_2}} = 0,106 \cdot 10^{-3}$; $m_{l_{i_2}} = 0,599 \cdot 10^{-4}$.

Розрахунки виконані при врахуванні поздовжніх ребер на основі конструктивно – ортотропної схеми, кільцевих ребер – як дискретно розміщених. В рядах утримувалось 40 непарних членів ряду по поздовжній координаті (в силу симетрії конструкції та заданого навантаження відносно середнього перерізу

оболонки) і 12 членів по коловій координаті $n = 0, 1, 2, 4, 6, \dots, 20$, тобто 480 форм власних коливань.

Проведені дослідження напружено – деформованого стану оболонки в різні моменти часу та вплив розсіяння енергії на прогини та згиальний моменти в оболонці.

Зроблено висновок, що при використаних значеннях коефіцієнта демпфування при досить малому часі розвитку процесу деформування оболонки (в межах максимального періоду власних коливань) врахування розсіяння енергії може відчутно вплинути на максимальні значення прогинів і внутрішніх зусиль в оболонці. Однак реальну величину коефіцієнтів демпфування δ_i треба експериментально визначати для кожної реальної конструкції.

Оболонка під дією осесиметричного навантаження. Вплив пружної основи.

Циліндрична оболонка з вісьмома поздовжніми ребрами, яка взаємодіє з пружною основою, має параметри: $\mu = 0,3$; $\rho_o = 8,23 \cdot 10^3$ кг/м³; $E_o = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; $L = r_o = 0,25$ м; $h = 10^{-3}$ м. Прийнято, що поздовжні ребра працюють на згин, момент інерції поперечного перерізу кожного ребра дорівнює $I_{i,q} = 8,274 \cdot 10^{-11}$ м⁴. На оболонку діє рівномірно розподілене нормальне навантаження, яке змінюється в часі по ступінчатому закону: $q_t = 1$ при $0 \leq t \leq t_1$, $q_t = 0$ при $t > t_1$. Час дії навантаження та коефіцієнти пружної основи a_{1f} , a_{2f} варіювались.

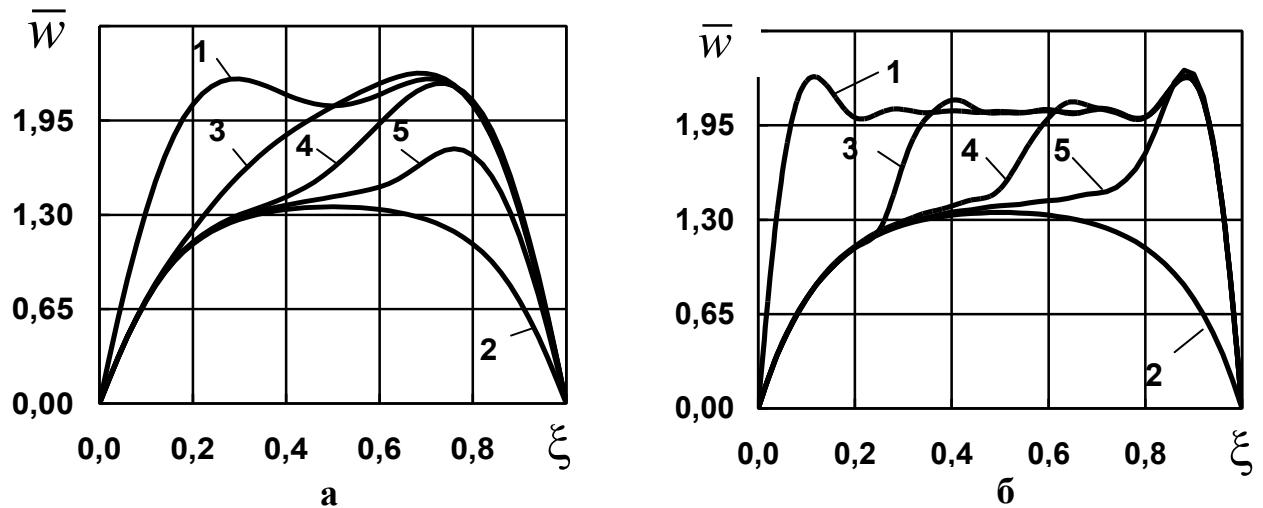


Рис. 6.1 – прогин оболонки в поздовжньому перерізі

Визначені залежності прогину і згиальних моментів в оболонці від коефіцієнтів пружної основи. Отримано, що найбільші значення прогинів і згиальних моментів зменшуються майже по лінійному закону при зростанні жорсткості пружної основи (за обома моделями) в заданому діапазоні параметрів a_{1f} , a_{2f} .

Проведено дослідження залежності напруженого стану оболонки від розміру області взаємодії пружної основи з оболонкою. На рис. 6.1, 6.2 показані залежності прогину та колового згиального моменту від поздовжньої координати для випадку, коли оболонка не взаємодіє з пружною основою (криві 1), пружна

основа взаємодії з оболонкою на всій її довжині (криві 2), взаємодіє на одній четвертій довжині (від $x = 0$ до $x = 1/4$), на половині довжини і на трьох четвертях довжини оболонки (криві 3, 4, 5, відповідно). Розрахунки виконані при $t_1 = 3 \text{ с}$,

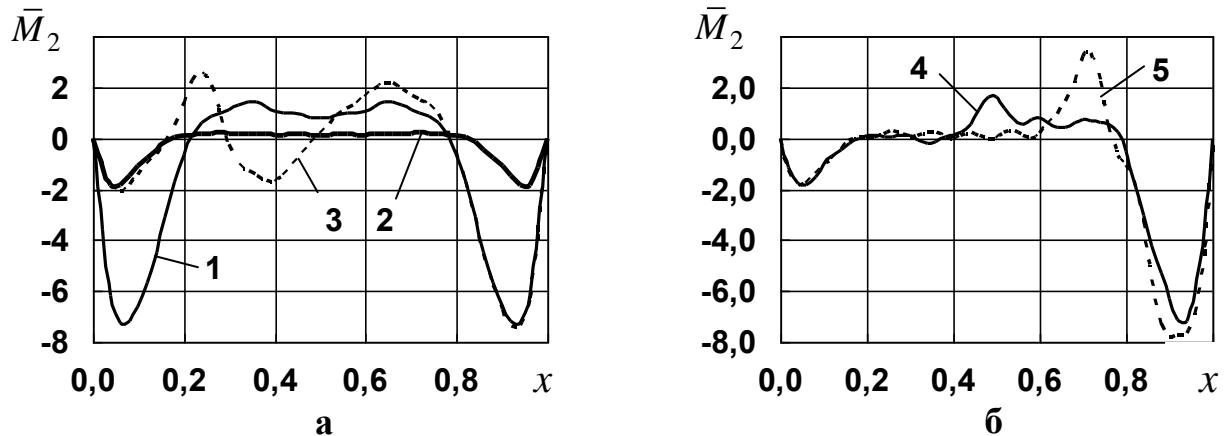


Рис. 6.2 - згинальний момент \bar{M}_2 в перерізі $q = 0$

$a_{1f} = 3\dot{\Phi}10^{-3}$, $a_{2f} = 1,5\dot{\Phi}10^{-4}$ в момент часу $t = 2,75 \text{ с}$ в перерізі вздовж ребра $q = 0$ (рис. 6.1 а, рис. 6.2) та в перерізі посередині між ребрами $q = p/8$ (рис. 6.1 б).

Як видно з графіків, в місцях прикладення пружної основи придушуються крайові ефекти, а також ефекти, пов'язані з дискретним розміщенням ребер. А саме, на відзнаку від оболонки без пружної основи прогини на ребрах і між ними приблизно рівні по всій довжині, де оболонка взаємодіє з пружною основою. Згинальні моменти в зоні краєвого ефекту зменшуються у разі наявності пружної основи в 4 – 6 разів. В місцях «обриву» пружної основи спостерігаються «сплески» згинальних моментів, однак їх максимальні величини менші, ніж в зоні краєвого ефекту оболонки без пружної основи.

Оболонка під дією локальних короткос часових сил. Вплив форми зовнішнього імпульсу.

В рамках теми впровадження (№ держ. реєстрації 0114U002164, 2014-2015 pp.) та договору про співпрацю між КБ «Південне» та Інститутом механіки розглядалась задача про деформований стан гладкої циліндричної оболонки - адаптера з параметрами $r = 2,65\dot{\Phi}10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$; $E = 0,7\dot{\Phi}10^{11} \text{ Па}$; $m = 0,3$; $r = 0,185 \text{ м}$; $L = 0,27 \text{ м}$; $h = 0,0045 \text{ м}$. На оболонку діють такі навантаження: на проміжку часу від нуля до $0,007 \text{ с}$ прикладені дві нормальні до серединної поверхні сили, розподілені на прямокутних площацках розміром $a \times l$ $a = 0,034 \text{ м}$, центри яких мають координати $x_1 = x_3 = 0,2$ $q_1 = 11p/15$ (точка 1) и $q_3 = 19p/15$ (точка 3). На вказаному проміжку часу $0 \leq t \leq 0,007 \text{ с}$ навантаження постійне в часі: $q_t = 1$, і дорівнює нулю $q_t = 0$ при $t > 0,007$. В моменти часу $0,7 \leq t \leq 0,707$ до оболонки прикладається ще дві таких же по величині і напрямку сили, але в точках з координатами $x_2 = x_4 = 0,2$; $q_2 = 11p/15$ (точка 2) и $q_4 = 9p/5$ (точка 4).

Розрахунки виконані при утриманні в рядах (2) членів до $M = 30$, $N = 40$, при яких досягається практична збіжність результатів. При збільшенні їх кількості числові значення уточнюються, але характер кривих не змінюється.

Для даної оболонки отримані дані про зміну прогинів і прискорень точок її серединної поверхні від просторових координат та у часі. Так на рис. 6.3а наведені залежності прогину на заданому інтервалі часу в точці прикладення локальної сили ($q = p / 5$; $x = 0,2$, суцільна лінія) та в середній частині оболонки ($q = p / 5$; $x = 0,5$,

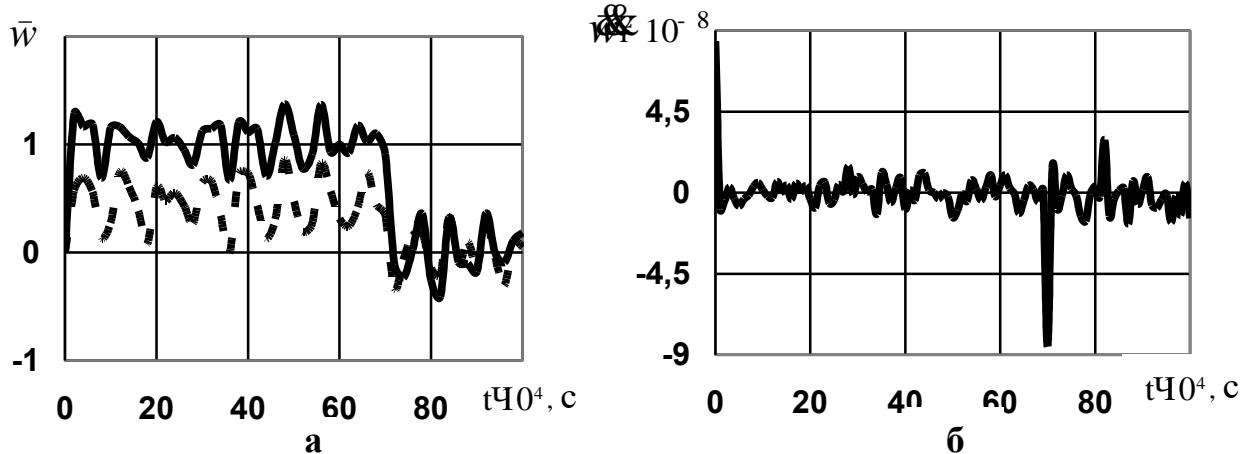


Рис. 6.3 – залежність прогину та прискорення від часу

пунктирна лінія). На рис. 6.3б показана зміна прискорення в точці дії сили від часу.

З кривих на рис. 6.3а видно, що переміщення оболонки досягають найбільших значень під час дії навантаження. Після припинення дії зовнішніх сил точки серединної поверхні оболонки коливаються навколо положення рівноваги в ненавантаженому стані. Максимальне відхилення під час дії сил перевищує максимальне відхилення точки після припинення дії сил трохи більше ніж в 3 рази.

При заданому законі зміни сили у часі (сходинка) максимальні прискорення виникають в точках прикладення зовнішніх сил в моменти початку і кінця їхньої дії (рис. 6.3б). В інші моменти часу рівень максимальних прискорень значно менше вказаних. Обраховані розмірні значення прискорень, наприклад, в момент часу $t = 0$ абсолютне значення прискорення в точці дії сили дорівнює $\ddot{w} = 2241G$, в момент часу $t = 0,007$ с – $\ddot{w} = 2277G$, в момент часу $t = 0,0082$ – $\ddot{w} = 788G$, а прискорення в точці з координатами $q = p / 5$; $x = 0,5$ в момент часу $t = 0,0001$ с дорівнює $\ddot{w} = 396G$, в момент часу $t = 0,0071$ – $\ddot{w} = 653G$. Відзначимо, що обраховані величини прискорень (за винятком тих, що мають місце в точці 1 при $t = 0$ та при $t = 0,007$ с) близькі до експериментальних даних, які вимірювались в моменти часу після закінчення дії навантажень.

З проведеного дослідження впливу локального навантаження на параметри коливань і деформування оболонки - адаптера отримано, що при локальних у просторі і короткочасних у часі навантаженнях, спостерігається локалізація переміщень і прискорень в місцях прикладення сил. Порівняння з експериментальними даними, наданими ДП КБ «Південне», вказує на те, що для даного адаптера і характеру механічної дії пірозамків виключена можливість виникнення великих деформацій і резонансних явищ, які можуть призвести до аварійних ситуацій.

Для оболонки з параметрами, як і у попередньої, але підкріпленої 16 поздовжніми ребрами ($F_{i_1} = 4,5 \cdot 10^{-5}$ м³; $h_{i_1} = 7,25 \cdot 10^{-3}$ м; $I_{i_1q} = 3,75 \cdot 10^{-10}$ м⁴) і чотирма регулярно розташованими кільцевими ребрами ($F_{i_2} = 8,1 \cdot 10^{-5}$ м³; $h_{i_2} = 1,125 \cdot 10^{-2}$ м; $I_{i_2x} = 2,167 \cdot 10^{-9}$ м⁴) розрахунки виконані при дії двох нормальну напривлених сил в проміжку часу від нуля $t=0$ до $t=t_1$. Вони розподілені на прямокутних площацах розміром $a \times a = 0,034 \times 0,034$ м, центри яких мають координати $x_1 = 0,2$; $q_1 = p/5$ (точка 1) і $x_2 = 0,2$; $q_2 = 19p/15$. Прийнято, що всі ребра і оболонка виконані з одного матеріалу.

Розрахунки виконані при такій самій кількості членів ряді у розв'язку і тій же величині імпульсу зовнішніх сил, діючих на заданих площацах ($q_3 a^2 t_1 = 2,18$ н·с), як і для непідкріпленої оболонки.

Розглядалось три варіанти зміни навантаження у часі (форми імпульсу):

1. $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ (інтенсивність розподіленого по площаці навантаження постійне на заданому проміжку часу t_1).
2. $a_1 = 0$, $a_2 = 2q_3/t_1$ при $0 \leq t \leq t_1$ (інтенсивність навантаження лінійно зростає на проміжку часу від нуля до t_1)
3. $a_1 = 0$, $a_2 = 4q_3/t_1$ при $0 \leq t \leq t_1/2$ (інтенсивність навантаження лінійно зростає на проміжку часу від нуля до $t_1/2$) і $a_1 = 4q_3$, $a_2 = -4q_3/t_1$ при $t_1/2 < t \leq t_1$ (інтенсивність навантаження лінійно убиває на проміжку часу від $t_1/2$ до t_1).

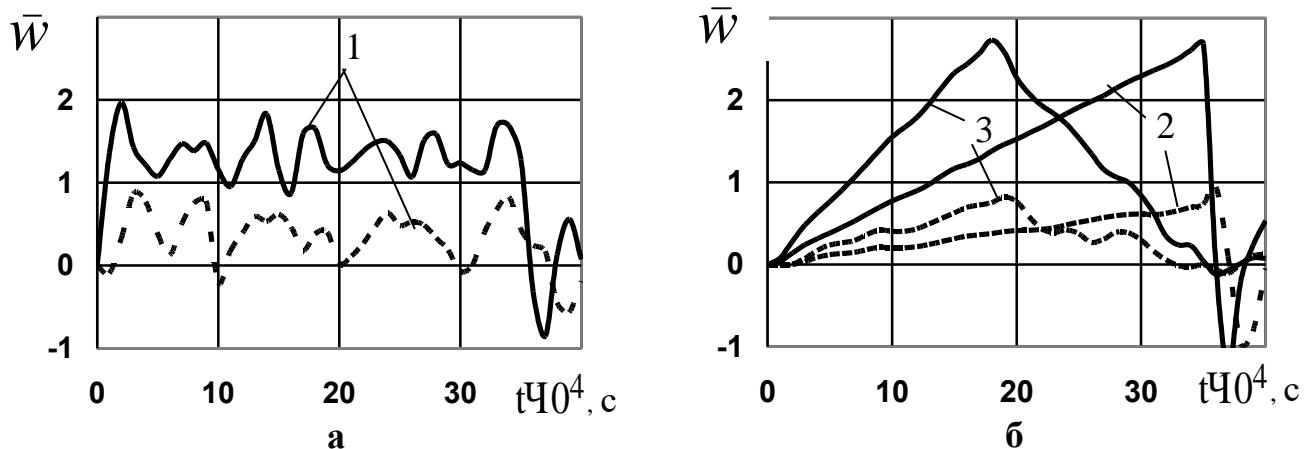


Рис. 6.4 – прогин оболонки при дії імпульсу сили різної форми

Результати отримані при часі дії зовнішнього навантаження $t_1 = 0,0035$ с; криві позначені цифрами 1, 2, 3 відповідають вказаним вище формам імпульсу.

На рис. 6.4 представлені залежності прогину від поточного часу в точці 1 (суцільні криві) і в точці 3 з координатами $x = 0,5$; $q = p/5$, розташованій в середньому перерізі оболонки (пунктирні криві). З графіків витікає, що при миттєвому прикладенні сили (криві 1) і $t \leq t_1$ коливання здійснюються навколо деякого відхиленого положення. При плавній зміні навантаження прогин оболонки також плавно зростає або зростає – убуває з невеликим відхиленням від лінійної

залежності. При $t > t_1$ і миттевому скиданні навантаження (криві 1, 2) збуджується інтенсивний коливальний процес. Відмітимо, що при варіантах навантаження 2, 3 максимальне відхилення оболонки від початкового стану в точці прикладення навантаження більше максимального відхилення в тій же точці при першому варіанті навантаження приблизно в 1,4 рази.

В точці оболонки 1 (рис.6.5 а, б) визначені також їх прискорення в нормальному напрямку. З графіків видно, що максимальні значення прискорень спостерігаються в моменти часу, що відповідають різкій зміні навантаження, в

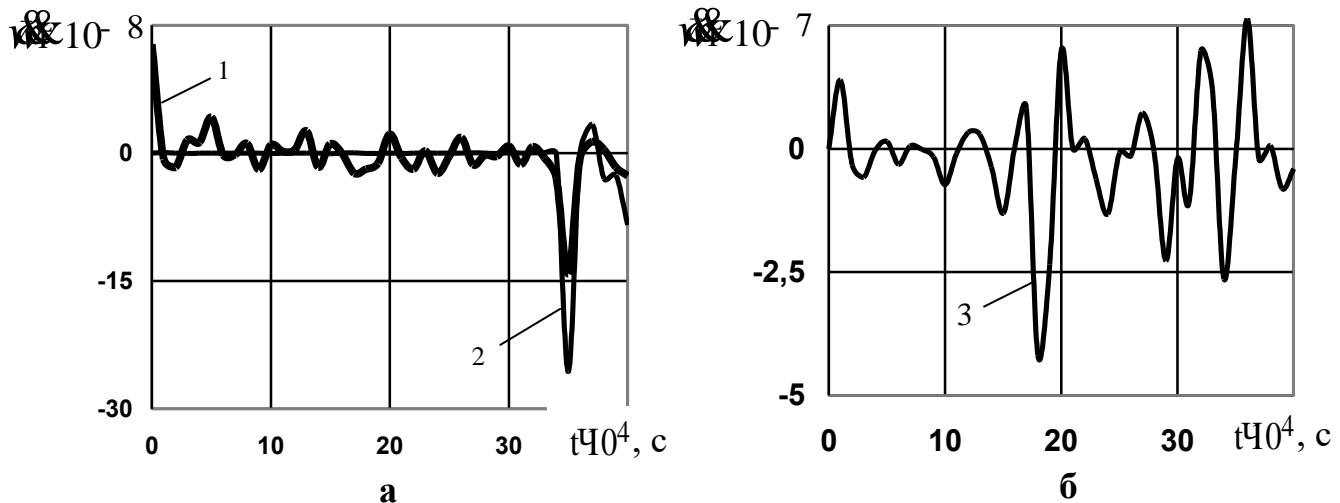


Рис. 6.5 – прискорення точки серединної поверхні оболонки
при дії імпульсу сили різної форми

даному випадку при першому и другому варіантах навантаження при $t = 0$ и $t = 0,0035$ сек. В інші моменти часу, а також при третьому варіанті навантаження, коли зовнішня сила змінюється досить плавно, прискорення в даних точках на один – два порядки менше.

Проаналізована також форма деформування оболонки від дії заданих сил і зроблено порівняння переміщень і прискорень ребристої і непідкріпленої оболонок при однаковому імпульсі сил. Отримано, що підкріплення оболонки значно зменшує її максимальні переміщення і впливає на форму деформування. В той час, як максимальне прискорення точок поверхні гладкої оболонки більше максимального прискорення в тих же точках ребристої оболонки на 3,3%.

Таким чином, отримано, що переміщення оболонки досягають максимальних значень в місцях прикладення локальних сил і в проміжки часу, коли діють зовнішні сили. При постійному імпульсі зовнішніх сил величина максимального прогину тим більше, чим більші максимальні значення цих сил. (менше час їх дії). Прискорення точок серединної поверхні оболонки різко змінюються (міняють знак) навіть при малій зміні часу. Максимальні значення прискорень локалізовані в місцях прикладення зовнішніх сил в моменти їх стрибкоподібній зміні у часі. Підкріплення оболонки ребрами жорсткості суттєво впливає на прогини оболонки і мало впливає на прискорення точок її серединної поверхні.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язана науково – технічна проблема: розв'язок задач стійкості і динаміки оболонкових систем з конструктивними особливостями, а саме ребристих циліндричних і зрізаних конічних оболонок, з'єднаних з пружними або жорсткими одномірними елементами (консолями) з масами, прямоугутними пластиналами, які приєднуються до оболонки однією чи двома протилежними кромками, та оболонок, які взаємодіють з пружною основою. Задачі динаміки включають в себе задачі про власні коливання і задачі про напружене – деформований стан оболонок при дії розподілених і локальних динамічних навантажень.

Головні наукові і практичні результати роботи полягають в формулюванні постановки вказаних задач для оболонок у склад яких входять пружні одномірні елементи з масами і пластиналами та виведенні рівняння стійкості та руху оболонкової системи. Розробці алгоритмів розв'язку задач на основі варіаційних підходів за допомогою методу Бубнова – Гальоркіна та методу розкладення розв'язку по формах власних коливань і створенню на їх основі методик і обчислювальних програм. Практичним результатом є, також, використання результатів досліджень в розробках ДП КБ «Південне», що підтверджується актом впровадження результатів.

Досліжено вплив ширини, товщини пластиналів, параметрів пружної основи на критичні напруження і форми втрати стійкості оболонок при дії поздовжніх сил. Отримано, що у разі підкріплення оболонки пластиналами, з'єднаними з нею однією кромкою, при малій ширині пластиналів (в розглянутому прикладі меншій, ніж 20 товщин оболонки) їх можна враховувати на основі теорії ребристих оболонок. При більших ширинах пластиналів критичні напруження оболонкової системи знижуються по відношенню до критичних напружень, розрахованих по теорії ребристих оболонок, тобто застосування останньої буде не обґрунтоване, бо дає завищені значення критичних напруженень. У випадку, коли пластина з'єднується з оболонкою двома кромками (з боку внутрішньої сторони оболонки), критичні напруження оболонкової системи можна, змінюючи параметри пластиналів (ширину і товщину), як збільшити, так і зменшити по відношенню до критичних напружень оболонки без пластиналів.

Осьсиметрична пружна основа, яка взаємодіє з оболонкою по всій її довжині збільшує критичні навантаження. Якщо пружна основа діє на частині довжини оболонки, її вплив на критичні сили залежить від співвідношення між хвилевими параметрами форми втрати стійкості оболонки та довжиною її покриття пружною основою.

Розглянуто задачі та отримано нові результати про власні коливання оболонкової системи з масами, приєднаними до оболонки за допомогою жорсткої або пружної консолі, та пластиналами, приєднаними до оболонки двома кромками. Досліжено вплив параметрів консолей і мас, їх кількості, кута конусності, положення консолі з масою по довжині оболонки на частоти і форми власних коливань. Отримано ряд нових механічних ефектів, що мають практичне значення. Досліжено вплив параметрів пластиналів та пружної основи на нижні частоти власних коливань.

Отримано розв'язок задач про стійкість і власні коливання ребристих циліндрических оболонок на основі теорії, що враховує деформації поперечного зсуву в оболонці і ребрах. Досліджено вплив деформації поперечного зсуву в ребрах на критичні напруження і мінімальні частоти власних коливань ортотропних багатошарових циліндрических оболонок з поздовжніми ребрами при дії осьового стиску та з кільцевими ребрами при зовнішньому тиску. Зроблені висновки про випадки, коли необхідно враховувати деформації поперечного зсуву при розрахунку частот власних коливань.

Методом розкладення розв'язку по формах власних коливань отримано розв'язок задачі про напружене-деформованій стан гладких і ребристих циліндрических оболонок, в тому числі контактуючих з пружною основою при дії розподілених і локальних короткочасних навантажень. Отримані нові результати про вплив пружної основи, форми імпульсу зовнішніх сил на переміщення, згинальні моменти в оболонці та на прискорення точок її серединної поверхні.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Скосаренко Ю.В. Собственные колебания ребристой оболочки нулевой гауссовой кривизны с консольно присоединенной массой // Прикл. механика. – 1984. –**20**, №2. С.35–41.
2. Скосаренко Ю.В. О влиянии жесткости консоли на частоты собственных колебаний ребристой цилиндрической оболочки. // Исследования по расчету пластин и оболочек. – Ростов-на-Дону; РИСИ, 1986. – С. 42 – 47.
3. Скосаренко Ю.В. О влиянии положения массы и угла конусности на частоты собственных колебаний ребристых оболочек. // Прикл. механика. – 1987. –**23**, № 2. – С. 119 – 122.
4. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Ревуцкий В.Н., Скосаренко Ю.В., Телалов А.И., Фиалко С.Ю. Колебания ребристых оболочек вращения Киев: Наук. думка, 1988. – 192 с.
5. Скосаренко Ю.В. Напряженно-деформированное состояние меридионально подкрепленной цилиндрической оболочки с присоединенными массами под действием гармонической нагрузки. // Прикл. механика. – 1988. –**24**, № 4. С. 122 – 126.
6. Скосаренко Ю.В. Влияние числа регулярно присоединенных масс на собственные колебания ребристых цилиндрических и конических оболочек. // Прикл. механика. – 1990. –**26**, № 5. С. 119 – 123.
7. Скосаренко Ю.В., Случак И.В. Напряженно-деформированное состояние ребристой конической оболочки при резонансе. // Прикл. механика. – 1991. –**27**, № 4. – С. 25 – 29.
8. Скосаренко Ю.В., Напряженно-деформированное состояние ребристой цилиндрической оболочки при действии кратковременной нагрузки. // Прикл. механика. – 1992. –**28**, № 6. С. 35 – 41.
9. Скосаренко Ю.В. Устойчивость цилиндрических оболочек с высокими ребрами // Прикл. механика. – 2003. –**39**, № 2. С. 91 – 96.

10. Скосаренко Ю.В. Устойчивость упругой системы, состоящей из цилиндрической оболочки и непересекающихся продольных пластин // Прикл. механика. – 2004. – **40**, № 8. С. 119 – 130.
11. Скосаренко Ю.В. Собственные колебания цилиндрической оболочки, подкрепленной прямоугольными пластинами // Прикл. механика. – 2006. – **42**, № 3. С. 89 – 96.
12. Скосаренко Ю.В. Устойчивость ребристой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 5. С. 77 – 83.
13. Скосаренко Ю.В. Собственные колебания ребристой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием // Прикл. механика. – 2014. – **50**, № 5. С. 111– 118.
14. Скосаренко Ю.В. Напряженно – деформированное состояние ребристой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием, при кратковременных нагрузках// Прикл. механика. – 2015. – **51**, № 1. С. 112 – 122.
15. Луговий П.З., Сіренко В.М., Скосаренко Ю.В., Батутіна Т.Я. Математичне моделювання динаміки циліндричного адаптера під дією локального імпульсного навантаження // Наука та інновації. – 2016. – **12**, № 3. С. 35 – 43.
16. Заруцкий В.А., Скосаренко Ю.В. О влиянии деформаций поперечного сдвига на собственные колебания ортотропных цилиндрических оболочек, усиленных продольными ребрами. // Прикл. механика. – 1989. – **25**, № 2. С. 48 – 55.
17. Заруцкий В.А., Скосаренко Ю.В. О влиянии деформаций поперечного сдвига на собственные колебания цилиндрических оболочек, усиленных кольцевыми ребрами. // Прикл. механика. – 1991. – **27**, № 2. С. 54 – 62.
18. Заруцкий В.А., Скосаренко Ю.В. О влиянии деформаций поперечного сдвига на устойчивость многослойных ортотропных ребристых цилиндрических оболочек. // Прикл. механика. – 1994. – **30**, № 4. С. 91 – 96.
19. Заруцкий В.А., Жемчужникова И.В., Кашперский В.С., Скосаренко Ю.В. Устойчивость оболочек вращения. В кн. Механика композитов. Т. 10 Устойчивость элементов конструкций. Глава 9. – Киев, «А.С.К.», 2001. – С. 218 - 262.
20. Заруцкий В.А., Сивак В.Ф., Скосаренко Ю.В. Экспериментальное определение собственных частот колебаний системы оболочек. // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 1989. – Вып. 55. – С. 15 – 19.
21. Галишин А.З., В.А. Мерзляков, Скосаренко Ю.В. О применимости различных подходов к определению осесимметричного напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек, подкрепленных кольцевыми ребрами. // Прикл. механика. – 1990. – **26**, № 10. С. 50 – 55.
22. Скосаренко Ю.В. Исследование влияния кольцевых ребер на частоты собственных колебаний конических оболочек // Прикл. механика. – 1983. – **19**, №9. С.121–124.
23. Скосаренко Ю.В. К определению напряженно – деформированного состояния оболочек вращения, подкрепленных регулярной системой меридиональных ребер. // Прикл. механика. – 1985. – **21**, №5. С.68–73.

- 24.Zarutsky V., Prokopenko N., Skosarenko Yu. On influence of discrete ribs placing on the stability of ribbed plates and shells // Computational Mechanics «Solid, Structure and Couple Problems in Engineering», Abstracts, vol.2, Cracow, Poland, 2001, p.1006-1007.
- 25.Скосаренко Ю.В. Колебания цилиндрических оболочек с высокими ребрами. Theoretical Foundations of By W. Szczesniak, DWPW,Civilengineering – IX Ed.Warsaw, 2001. – p. 159 – 160.
- 26.Skosarenko Yu. On the influence of high ribs on the stability of cylindrical shells. The 7- th Conference Shell Structures, Theory and Applications”, Gdansk – Jurata (Poland), 2002. – p. 215.
- 27.Заруцкий В.А., Скосаренко Ю.В. Колебания и устойчивость ребристых цилиндрических оболочек, изготовленных из материалов с низкой сдвиговой жесткостью. Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian Transactions 11, Warsaw- Dnepropetrovsk, June, 2003. – vol.11. – P. 113 – 120.
- 28.Заруцкий В.А., Прокопенко Н.Я., Скосаренко Ю.В. Собственные колебания неоднородных цилиндрических оболочек. Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish-Ukrainian Transactions 12, Warsaw- Dnepropetrovsk, June, 2004. – vol.11. – P. 671-678.
- 29.Скосаренко Ю.В. О влиянии упругого основания на устойчивость ребристой цилиндрической оболочки // Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. Матеріали конференції. – (20 – 23 квітня 2009р.). – С. 245.
- 30.Скосаренко Ю.В. Напряженно-деформированное состояние цилиндрической оболочки при действии кратковременных нагрузок. Математичні проблеми технічної механіки. Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного університету (технічні науки), Дніпродзержинськ, 2012, С. 37 – 42.
- 31.Скосаренко Ю.В. О влиянии упругого основания на напряженно-деформированное состояние ребристой цилиндрической оболочки при действии кратковременных нагрузок. Математичні проблеми технічної механіки. Міжнародна наукова конференція. Матеріали конференції (Т. 1). – (16-19 квітня 2012р.). – С. 119.
- 32.Скосаренко Ю.В. Напряженно-деформированное состояние подкрепленной цилиндрической оболочки при действии кратковременной нагрузки. «Сучасні проблеми фізико-математичних наук та підготовка фахівців у цій галузі».XІY Всеукраїнська конференція, 12-14 вересня, Миколаїв, 2013. С. 38 – 39.
- 33.Луговий П.З., Скосаренко Ю.В. До розрахунку задач динаміки циліндричної оболонки при дії зосереджених навантажень. XIII Міжнародна науково – технічна конференція «Фізичні процеси та поля технічних та біологічних об'єктів. Матеріали конференції». – Кременчук, 2014. С.160 – 161.
- 34.Луговий П.З., Скосаренко Ю.В. Дослідження динамічних характеристик підкріпленої циліндричної оболонки при дії короткочасних локальних навантажень. Матеріали міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки –2015» Дніпродзержинськ, 2015, С. 46.
- 35.Луговий П.З., Скосаренко Ю.В. Деформированное состояние цилиндрической оболочки при локальных кратковременных нагрузках. Всеукраїнська наукова конференція «Математичне моделювання та математична фізика», Кременчук: КНУ ім. М. Остроградського, 2015. С.65 – 66.

36.Луговий П.З., Скосаренко Ю.В. Исследование деформированного состояния цилиндрической оболочки при действии локальных импульсных нагрузок. «Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій». Збірник наукових праць. –Дніпропетровськ: Ліра, 2015. – Вип. 24. – С. – 152 – 163.

АНОТАЦІЯ

Скосаренко Ю.В. Динаміка та стійкість оболонок нульової гауссової кривини з конструктивними особливостями. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла (технічні науки). – Інститут механіки НАН України ім. С.П. Тимошенка, Київ, 2016.

В дисертаційній роботі в лінійній постановці розроблена методика розв'язку задач стійкості і динаміки оболонкових систем з конструктивними особливостями, а саме ребристих циліндрических і зрізаних конічних оболонок, з'єднаних з пружними або жорсткими одномірними елементами (консолями) з масами, прямокутними пластинами, які приєднуються до оболонки однією чи двома протилежними кромками, та оболонок, які взаємодіють з пружною основою. Задачі динаміки включають в себе задачі про власні коливання і задачі про напружене – деформований стан оболонок при дії розподілених і локальних динамічних сил.

Отримані розв'язки задач про поздовжню стійкість та власні коливання оболонок з конструктивними особливостями, досліджено вплив параметрів пластин, консолей з масами, пружної основи на критичні напруження і форми втрати стійкості при дії поздовжніх сил, а також на нижні частоти і форми власних коливань оболонкової системи. Отримані розв'язки задач про напружене – деформований стан ребристих циліндрических оболонок при дії розподілених або локальних короткочасних сил та досліджено вплив на нього розсіяння енергії, параметрів пружної основи, форми імпульсу зовнішніх сил.

Стійкість, коливання, динамічний напружений стан, ребриста оболонка, консоль, маса, пластина, пружна основа

SUMMARY

Skosarenko Y.V. Dynamics and stability of shells of zero Gaussian curvature with constructive features. - Manuscript copyright

Thesis research for the academic degree of Doctor of Technical Science, specialty 01.02.04 - mechanics of deformed solid body (technical sciences). - Institute of Mechanics of NAS of Ukraine named after S.P. Tymoshenko, Kyiv, 2016.

The method of stability and dynamics of shells systems with constructive features problems solution is developed in the thesis research in a linear positioning. Namely, the ribbed cylindrical and truncated conical shells, connected with elastic or rigid one-dimension elements (consoles) with masses, rectangular plates, which are joined to the shell by one or two opposite edges, and to the shells that interact with an elastic base. The

dynamics problems include the own vibrations and the stress - strained state of shells problems, at the action of distributed and local dynamic forces.

The problems solution about longitudinal stability and own vibrations of the shells with constructive features were obtained, the influence of plates, consoles with masses, elastic base parameters on critical tension and loss of stability forms under the action of longitudinal forces and as well on the lower frequencies and own vibrations forms of the shell system was researched . The problems solution about stress - strained ribbed cylindrical shells under the action of distributed or local short-term forces were obtained and the influence on it of energy scattering, elastic base parameters, impulse forms of external forces was researched.

Stability, vibration, dynamic stress state, ribbed shell, console, mass, plate, elastic base

АННОТАЦИЯ

Скосаренко Ю.В. Динамика и устойчивость оболочек нулевой гауссовой кривизны с конструктивными особенностями. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформированного твердого тела (технические науки). – Институт механики НАН Украины им. С.П. Тимошенко, Киев, 2016.

В диссертационной работе в линейной постановке разработана методика решения задач устойчивости и динамики оболочечных систем с конструктивными особенностями, а именно ребристых цилиндрических и усеченных конических оболочек, соединенных с упругими или жесткими одномерными элементами (консолями) с массами, прямоугольными пластинами, которые присоединяются к оболочке одной или двумя противоположными кромками, и оболочек, взаимодействующих с упругим основанием. Задачи динамики включают в себя задачи о собственных колебаниях и задачи о напряженно – деформированном состоянии оболочек при действии распределенных и локальных динамических сил.

Проведен анализ современного состояния теоретических и экспериментальных исследований в области динамики и устойчивости оболочек вращения с разными типами неоднородностей, таких как ребра жесткости, присоединенные тела и массы, присоединенные пластины, упругое основание, неоднородность структуры, отверстия и т. п.

Сделана постановка задач и выведены уравнения устойчивости и движения оболочечной системы, которая состоит из цилиндрических или конических оболочек, продольных и кольцевых ребер, оси которых совпадают с линиями главных кривизн, жестких или упругих консолей, одним концом соединенных с оболочкой, а противоположным – с сосредоточенной массой, прямоугольных пластин, соединенных с оболочкой одной или двумя противоположными кромками. Оболочка контактирует с одно - или двухпараметрическим упругим основанием, учитываемым по модели Пастернака, или Винклера (как частный случай). Принимается, что напряженно-деформированное состояние оболочек и пластин вполне можно определить в рамках линейной теории, основанной на гипотезах

Кирхгофа – Лява. Для расчета ребер используется теория криволинейных стержней Кирхгофа – Клебша. Задачи устойчивости решаются в предположении об однородности и безмоментности докритического состояния оболочки, ребер и пластин. На торцах оболочки пластин и продольных ребер заданы условия шарнирного опищения.

Уравнения устойчивости и движения оболочечной системы получены на основе вариационных методов, представлены в форме интегро-дифференциальных уравнений, которые содержат естественные граничные условия, и по своей сути выражают метод решения задач по Бубнову – Галеркину. Дано решение задач о напряженно – деформированном состоянии оболочек при динамическом нагружении методом разложения решения по формам собственных колебаний.

Приведены результаты исследования продольной устойчивости ребристых оболочек, состыкованных с пластинами и оболочками, взаимодействующих с упругим основанием. Исследовано влияние ширины, толщины пластин, параметров упругого основания на критические напряжения и формы потери устойчивости оболочек. Получено, что меняя параметры пластин (ширину и толщину), можно как увеличить, так уменьшить критические напряжения оболочечной системы по сравнению с критическими напряжениями оболочки без пластин. Осесимметричное упругое основание, действующее на всей длине оболочки, увеличивает критические нагрузки. Если упругое основание действует на части длины оболочки, ее влияние на критические силы зависит от соотношения между волновыми параметрами формы потери устойчивости оболочки и длиной покрытия упругим основанием.

Рассмотрены задачи и получены новые результаты о собственных колебаниях оболочечной системы с массами, присоединенными к оболочке с помощью жесткой или упругой консоли, и пластинами, соединенными с оболочкой двумя кромками. Исследовано влияние параметров консолей и масс, их числа, угла конусности, положения консоли с массой по длине оболочки на частоты и формы собственных колебаний. Получен ряд механических эффектов, имеющих практическое значение. Исследовано влияние параметров пластин и упругого основания на нижние частоты собственных колебаний.

Методом разложения решения по формам собственных колебаний решены задачи о напряженно-деформированном состоянии гладких и ребристых цилиндрических оболочек, в том числе взаимодействующих с упругим основанием, при действии распределенных и локальных кратковременных нагрузок. Получены новые результаты о влиянии упругого основания, формы импульса внешних сил на перемещения, изгибные моменты в оболочке и на ускорения точек ее срединной поверхности.

Устойчивость, колебания, динамическое напряженное состояние, оболочка, ребро, консоль, масса, пластина, упругое основание