

Моделювання еволюції екосистеми на базі рівнянь Вольтерри-Лотки

студент групи ДА-31:
Петенок Олена Володимирівна

науковий керівник:
доцент, кандидат технічних наук
Булах Богдан Вікторович

Мета: створення програмного забезпечення, на базі рівнянь Вольтерри-Лотки, що забезпечувало б моделювання еволюції екосистем.

Предмет: аналіз і модифікація рівнянь Вольтерри-Лотки для еволюційного моделювання екосистем.

Актуальність

Сучасні проблеми екології

- Зменшення площі лісів, що призводить до загибелі багатьох видів тварин і рослин та порушення газообміну в біосфері.
- Руйнування рослинного покриву і зниження біологічної продуктивності екосистем в умовах опустелювання.
- Знищення великих копитних, зниження чисельності дрібних рослиноїдних тварин і пов'язане з цим зменшення чисельності хижаків.

Сучасні проблеми екології

- Зменшення чисельності видів унаслідок промислового видобудку і браконьєрства.
- Порушення шляхів міграції тварин прокладанням магістральних трубопроводів.
- Знищення місць мешкання тварин і рослин через господарське освоєння територій.
- Аварії нафтоперевізного обладнання.
- Порушення рослинного покриву через використання важкого транспорту і випасу свійських тварин.

Задачі

- Побудувати математичну модель еволюції екосистеми з довільним числом видів і врахуванням впливу людини.
- Розробити ПЗ, що реалізує дану модель для симуляції динаміки різноманітних екосистем.

Есopath з Ecosim



- Ecopath з Ecosim – програмний пакет для екологічного моделювання, перша імітаційна модель рівня екосистеми.
- Ecosim – модуль динамічного моделювання в часі для дослідження екосистем.
- Створений для моделювання водних екосистем. Розвиток зосереджено в Центрі рибальства Університету Британської Колумбії.

Ecolego



- Ecolego – програмний інструмент для створення динамічних моделей і виконання детермінованих або імовірнісних симуляцій.
- Використовується для проведення оцінок ризику складних динамічних систем, що розвиваються з часом з будь-якою кількістю видів.

Моделі міжвидової конкуренції

Перші моделі:

- ряд Фібоначчі (1202): 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ...

- модель експоненціального зростання

Мальтуса (1798): $dx/dt = r \cdot x$ (r коефіцієнт приросту)

- модель обмеженого зростання Ферхюльста (1838): $dx/dt = r \cdot x \cdot (1 - x/k)$ (r — коефіцієнт приросту, k — абстрактна ємність популяції)

Модель Вольтерри-Лотки

Перша модель взаємодії видів – модель Вольтерри-Лотки (1926, 1925).

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x \\ \frac{dy}{dt} = (-\gamma + \delta x)y \end{cases}$$

x – кількість жертв,

y – кількість хижаків,

α – коефіцієнт народжуваності жертв,

β – коефіцієнт вбивства жертв хижаками,

γ – коефіцієнт смертності хижаків,

δ – коефіцієнт народжуваності хижаків.

Модифікації моделі Вольтерри-Лотки

Модифікації, варіації, узагальнення моделі Вольтерри-Лотки або створювались для вирішення конкретної задачі:

- Колмагорова (1972)

$$\frac{dx}{dt} = k_1(x)x - L(x)y, \quad \begin{array}{l} k_1(x) - \text{функція народжуваності жертв,} \\ k_2(x) - \text{функція народжуваності хижаків,} \\ L(x) - \text{функція вбивства жертв хижаками.} \end{array}$$
$$\frac{dy}{dt} = k_2(x)y.$$

Модифікації моделі Вольтерри-Лотки

- Розенцвейга-Макартура (1965)

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - yL(x),$$

$f(x)$ – функція народжуваності жертв,

$L(x)$ – функція хижацтва,

$-e$ – коефіцієнт смертності хижаків,

k – коефіцієнт народжуваності хижаків.

- Базикіна (1969)

$$\frac{dx}{dt} = Ax - \frac{Bxy}{1 + px} - Ex^2,$$

A – коефіцієнт народжуваності жертв,

C – коефіцієнт смертності хижаків,

B – коефіцієнт вбивства жертв,

D – коефіцієнт приросту хижаків через вбивства,

p – абстрактний коефіцієнт, що балансує систему,

E, M – абстрактні коефіцієнти зміни популяції через причини, що не регулюються системою.

$$\frac{dy}{dt} = -Cy + \frac{Dxy}{1 + px} - My^2$$

Багатовимірна модель Вольтерри-Лотки

Трофічні піраміди

Екосистеми мають складну будову: кілька рівнів, між якими існують різноманітні трофічні (харчові) зв'язки.



Матриця взаємозв'язків

Повну структуру парних взаємодій між n видами можна зобразити за допомогою матриці з $n \times n$ елементів. Елемент (i, j) являє собою 1, -1 або 0 і показує вплив i -го виду на j -й.

Узагальнене рівняння моделі

$$\frac{dN_i}{dt} = N_i \left(\varepsilon_i - \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} N_j \right)$$

N – кількість видів – $i, j \in (1, N)$,

t – одиниця часу,

N_i – кількість особин i -го виду,

N_j – кількість особин j -го виду,

ε_i – коефіцієнт природного приросту або смертності,

γ_{ij} – коефіцієнт впливу i -го виду на j -й з матриці взаємозв'язків.

Власні модифікації багатовимірної моделі

Навіщо?

- Вихідна модель не передбачає вплив людини.
- Смертність хижаків від нестачі їжі у вихідній моделі вираховується занадто абстрактно.
- Користувачу легше вводити коефіцієнти приросту і смертності окремо, а не вираховувати загальний коефіцієнт.
- При програмній реалізації доцільно внести невелику частину випадковості в коефіцієнти приросту і смертності.

Матриця коефіцієнтів

Повну структуру парних взаємодій між n видами можна зобразити за допомогою матриці з $n \times n$ елементів. Елемент (i, j) являє собою коефіцієнт виїдання j -го виду i -м.

Рівняння без врахування смертності хижаків

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = N_i(g - d)_i - \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} N_j + h_i$$

N – кількість видів – $i, j \in (1, N)$,

t – одиниця часу,

N_i – кількість особин i -го виду,

N_j – кількість особин j -го виду,

g – коефіцієнт природного приросту,

d – коефіцієнт природної смертності,

γ_{ij} – коефіцієнт впливу i -го виду на j -й з матриці взаємозв'язків,

h_i – вплив людини на вид N_i (кількість особин, випущена на волю або вбита).

Врахування смертності хижаків

У вихідній моделі смертність регулювалася добутком кількості i -го виду на j -й та на коефіцієнт з матриці взаємозв'язків. Це не враховує різну поживність видів жерт для хижаків, тому додамо наступні коефіцієнти:

- m – поживність організму;
- f – необхідна кількість їжі.

Тоді, необхідна кількість їжі для хижаків – $N(i-te) * f(i-te)$, а реальна можлива кількість їжі – сума всіх кількостей видів можливих жертв, помножених на їх поживність.

Врахування смертності хижаків

У випадку недостатньої кількості їжі для видів, вони відмирають, в залежності від коефіцієнту, який вираховується як відношення реальної кількості їжі до необхідної.

Якщо цей коефіцієнт більше одиниці, вимирання не відбувається, у інших випадках, особини вмирають пропорційно до коефіцієнту.

Засоби створення

- мова програмування Java
- IntelliJ IDEA Community Edition v. 2017.1.3
- Java Development Kit 8
- бібліотека Swing (для GUI)
- бібліотека JFreeChart 1.0.19 (для графіків)

Результати роботи програми

Двовимірна модель

Початкові дані

Матриця коефіцієнтів

1. Жертва: 200.0 $g=0.8$ $d=0.7$ $m=0.5$ $f=0.0$ $h=0$

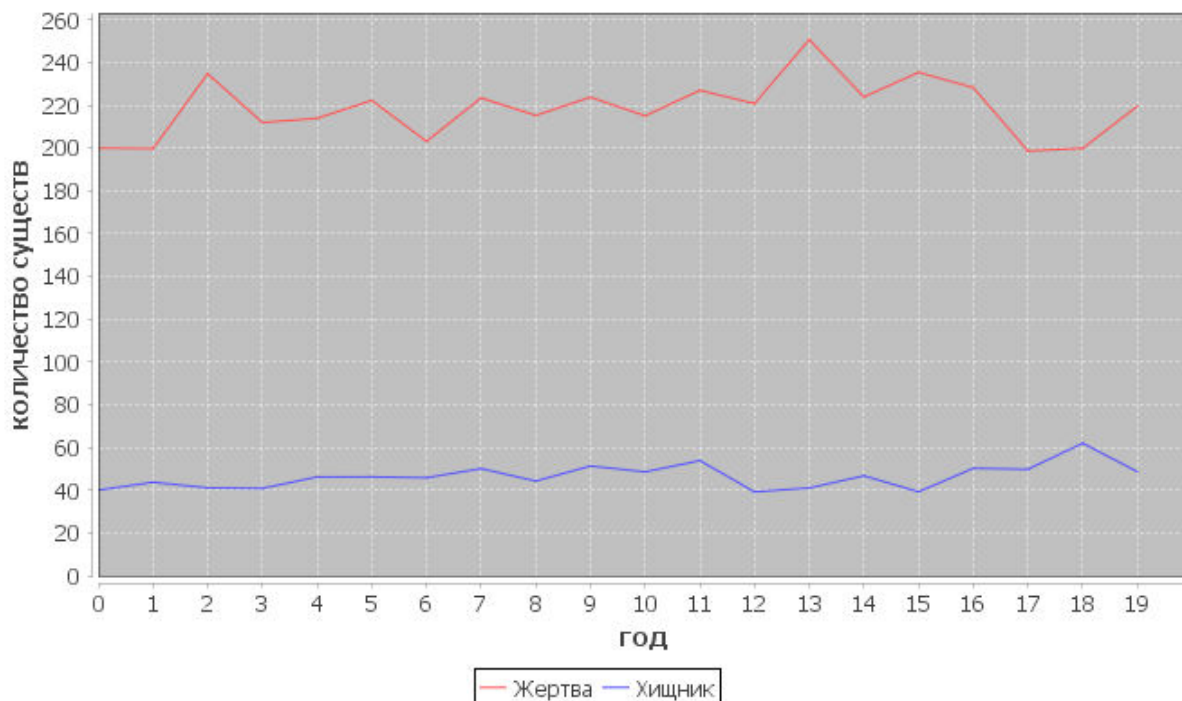
0 0.13

2. Хищник: 40.0 $g=0.95$ $d=0.86$ $m=0.0$ $f=0.1$ $h=0$

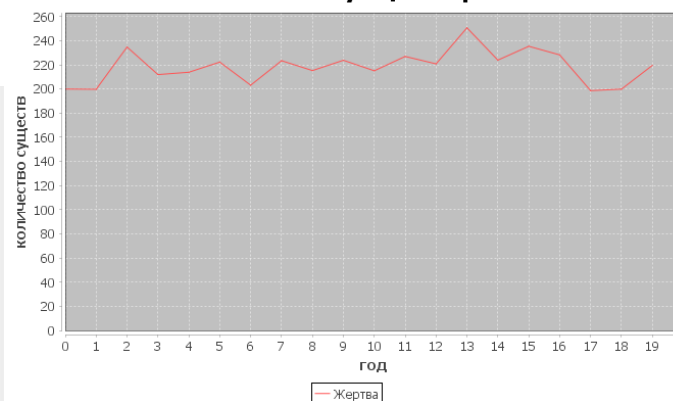
0 0

20 років симуляції

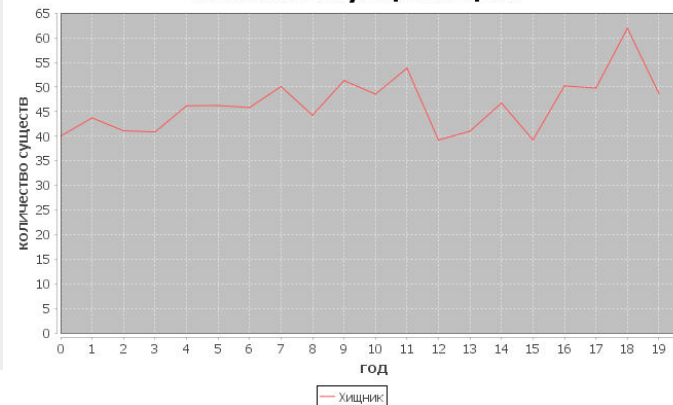
Колебания популяций



Колебание популяции Жертва



Колебание популяции Хищник



Двовимірна модель

Початкові дані

1. Жертва: 1100.0 $g=0.8$ $d=0.7$ $m=0.5$ $f=0.0$ $h=0$

2. Хищник: 170.0 $g=0.95$ $d=0.86$ $m=0.0$ $f=0.1$ $h=0$

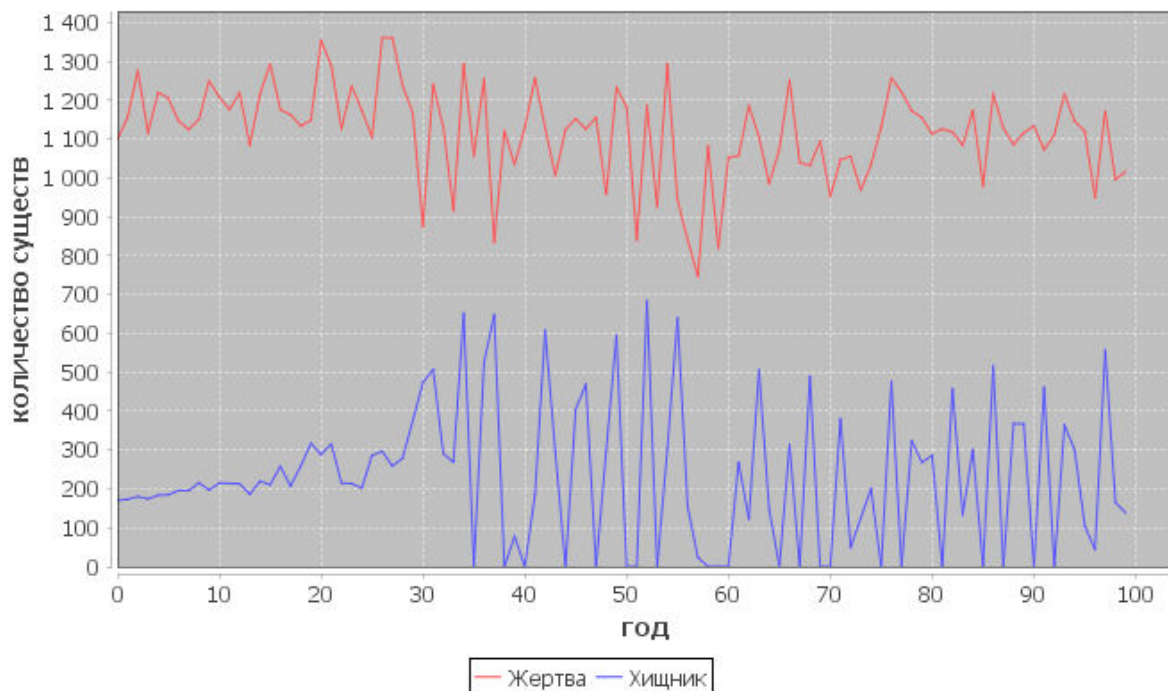
Матриця коефіцієнтів

0 0.13

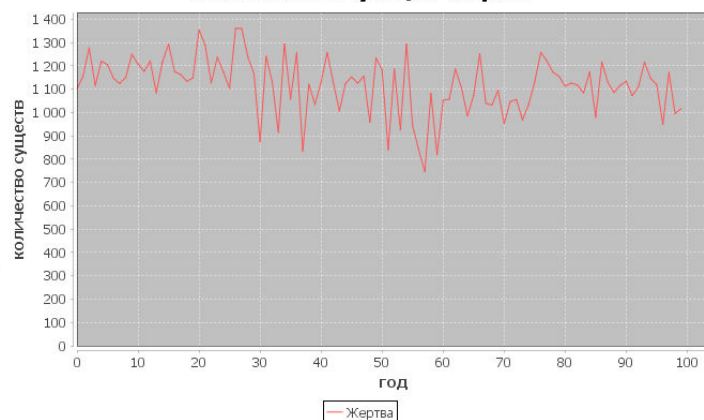
0 0

100 років симуляції

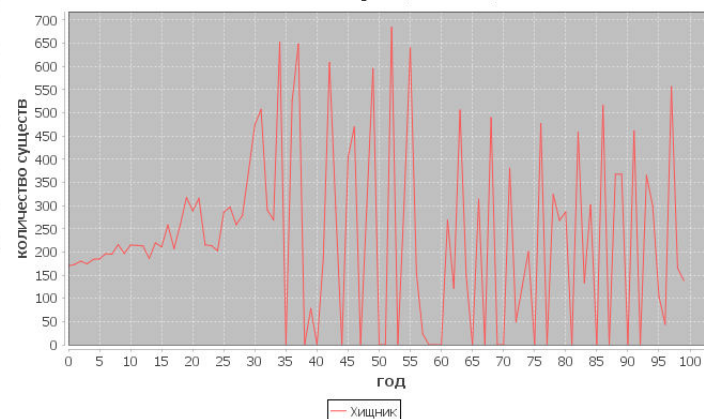
Колебания популяций



Колебание популяции Жертва



Колебание популяции Хищник



Багатовимірна модель –
приклад на плакаті

Потенційне застосування

- Для моделювання екосистем, аналізу їх проблем і пропонування рішень цих проблем на базі результатів роботи програми за різних вхідних даних.
- Для аналізу небезпеки промислового видобутку тварин і прийняття рішень щодо можливої кількості такого видобутку, за якого екосистемі не буде нанесено суттєвої шкоди.
- Для моделювання штучних екосистем (наприклад, ставків) та прийняття рішень щодо впливу на їх розвиток.

Порівняння з існуючим ПЗ

- Вводити дані в систему швидше (не треба створювати мапу місцевості).
- Є можливість впливу людини на систему.
- Немає візуалізації трофічних пірамід.
- Немає взаємодії з місцевістю, бо система розглядає тільки динаміку зміни чисельності популяцій.

Варіанти розвитку

- Додати візуалізації трофічних пірамід за матрицею коефіцієнтів.
- Розроблене на мові Java ядро моделювання може використовуватись колективно, оскільки його легко можна перенести на веб-сервер.
- Автоматизація вибору коефіцієнтів рівнянь на основі накопиченої статистики (наприклад, нейронні мережі).

Висновки

- Досліджено моделювання еволюції екосистеми на базі рівнянь Вольтерри-Лотки та існуючі модифікації цієї моделі.
- Модифіковано модель Вольтерри – Лотки для багатовимірного випадку (враховано вплив людини на систему та замінена функція смертності хижаків).
- Створено та протестовано ПЗ за модифікованою моделлю.

Дякую за увагу!