## Лабораторна робота №1
## «Системи числення»

Мета роботи: ознайомитися із системами числення, вивчити принципи переведення чисел між системами числення.

### Теоретичні відомості

Під системою числення розуміють спосіб представлення будь-якого числа з допомогою певного алфавіту символів.

Всі системи числення діляться на позиційні і непозиційні.

Непозиційні системи – це такі системи числення, в якій кожен символ зберігає своє значення незалежно від місця їхнього положення в числі. Прикладом непозиційної системи числення є римська система.

До недоліків таких систем відноситься велика кількість знаків і складність виконання арифметичних операцій.

Система числення називається позиційною, якщо одна і та ж цифра має різне значення, яке визначається позицією цифри в послідовності цифр зображуваного числа. Це значення змінюється за певним законом в однозначній залежності від позиції.

Прикладом позиційної системи числення є десяткова система, яка використовується в повсякденному житті.

Кількість $p$ різних цифр, які використовуються в позиційній системі, визначають назву системи і є основою системи числення – « $p$ »‖.

В десятковій системі використовуються десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Основою цієї системи є число «10».

Будь-яке число $N$ в позиційній системі числення з основою $p$ може бути представлено у вигляді полінома від основи $p$ :

$$N = a_K p^K + a_{K-1} p^{K-1} + \ldots + a_1 p^1 + a_0 p^0 + a_{-1} p^{-1} + a_{-2} p^{-2} + \ldots . (1.1),$$

де $N$ – число, $a$ – коефіцієнти поліному (цифри числа), $p$ – основа системи числення ( p >1).

Прийнято представляти числа у вигляді послідовності цифр:

$$N = a_K a_{K-1} \dots a_1 a_0 , a_{-1} a_{-2} \dots .$$

В цій послідовності кома відділяє цілу частину числа від дробової (коефіцієнти при додатних степенях, включаючи нуль, від коефіцієнтів при від'ємних степенях).

В ЕОМ використовують позиційні системи числення з не десятковою основою: двійкову, четвіркову, вісімкову і шістнадцяткову.

В апаратній системі ЕОМ лежать двохпозиційні елементи, які можуть знаходитися лише у двох станах, один з яких визначається 0, а інший – 1. Тому основною системою числення, яка використовується в ЕОМ є двійкова система.

***Двійкова система числення.*** Алфавіт двійкової системи складається з двох цифр: 0 і 1. В цій системі числення будь-яке число може бути представлено у вигляді:

$$X = b_M b_{M-1} \dots b_1 b_0 , b_{-1} b_{-2 \dots} ,$$

де $b$ або 0, або 1.

***Вісімкова система числення.*** Використовується вісім цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Застосовується в ЕОМ як допоміжна для запису інформації в скороченому вигляді. Для представлення однієї цифри вісімкової системи використовується три двійкових розряди (тріада) (таблиця 1).

***Шістнадцяткова система числення.*** Для зображення чисел використовується 16 знаків. Перші десять позначаються цифрами від 0 до 9, а решту – латинськими буквами: 10–A, 11–B, 12–C, 13–D, 14–E, 15–F.

Шістнадцяткова система числення використовується для запису інформації у скороченому вигляді. Для представлення однієї цифри шістнадцяткової системи числення використовується чотири двійкових розряди (тетрада) (таблиця 1).

Таблиця 1

Основні системи числення

| Двійкова (основа $p$=2) | Вісімкова (основа $p$=8) | | Десяткова (основа $p$=10) | Шістнадцяткова (основа $p$=16) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $p$ | тріади | | $p$ | Тетроди |
| 0 | 0 | 000 | 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 1 | 001 | 1 | 1 | 0001 |
| | 2 | 010 | 2 | 2 | 0010 |
| | 3 | 011 | 3 | 3 | 0011 |
| | 4 | 100 | 4 | 4 | 0100 |
| | 5 | 101 | 5 | 5 | 0101 |
| | 6 | 110 | 6 | 6 | 0110 |
| | 7 | 111 | 7 | 7 | 0111 |
| | | | 8 | 8 | 1000 |
| | | | 9 | 9 | 1001 |
| | | | | A | 1010 |
| | | | | B | 1011 |
| | | | | C | 1100 |
| | | | | D | 1101 |
| | | | | E | 1110 |
| | | | | F | 1111 |

***Перевід чисел з однієї системи у іншу .*** Перевід чисел у десяткову систему здійснюється шляхом складання степеневого ряду з основою тієї системи, з якої число переводиться. Потім підраховується значення суми.

Приклади:

а) Перевести $10101101{,}101_2 \to$ "10" с.ч.*

$$10101101{,}101_2 = 1\cdot 2^7 + 0\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 +$$
$$+ 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3} = 173{,}625_{10}$$

б) Перевести $703{,}04_8 \to$ "10" с.ч.

$$703{,}04_8 = 7\cdot 8^2 + 0\cdot 8^1 + 3\cdot 8^0 + 0\cdot 8^{-1} + 4\cdot 8^{-2} = 451{,}0625_{10}$$

в) Перевести $B2E{,}4_{16} \to$ "10" с.ч.

$$B2E{,}4_{16} = 11\cdot 16^2 + 2\cdot 16^1 + 14\cdot 16^0 + 4\cdot 16^{-1} = 2862{,}25_{10}.$$

Перевід цілих десяткових чисел в вісімкову, шістнадцяткову і двійкову систему здійснюється послідовним діленням десяткового числа на основу тієї системи, у яку воно переводиться, до тих пір, поки частка не стане меншою основи.

Число в новій системі записується у вигляді послідовності останньої частки і залишків від ділення, починаючи з останнього.

Приклади.

а) Перевести $181_{10} \to "8"$ с.ч.

$$
\begin{array}{r|r|l}
181 & 8 & \\
\underline{176} & 22 & 8 \\
\mathbf{5} & \underline{16} & \mathbf{2} \\
 & \mathbf{6} &
\end{array}
$$

Результат $181_{10} = 265_8$.

б) Перевести $622_{10} \to "16"$ с.ч.

$$
\begin{array}{r|r|l}
622 & 16 & \\
\underline{48} & 38 & 16 \\
142 & \underline{32} & \mathbf{2} \\
\underline{128} & \mathbf{6} & \\
\mathbf{14} & &
\end{array}
$$

Результат $622_{10} = 26E_{16}$.

Перевід правильних дробів з десяткової системи числення у двійкову, вісімкову і шістнадцяткову системи числення.

Для переводу правильного десяткового дробу в іншу систему даний дріб необхідно послідовно множити на основу тієї системи, у яку воно переводиться.

При цьому множаться лише дробові частини, а цілі відкидаються. Дріб у новій системі записується у вигляді цілих частин добутків, починаючи з першого.

Приклади:

Перевести $0{,}3125_{10} \to "8"$ с.ч.

$$
\begin{array}{c|l}
\mathbf{0} & 3125 \times 8 \\
\hline
\mathbf{2} & 5000 \times 8 \\
\mathbf{4} & 0000
\end{array}
$$

Результат $0{,}3125_{10} = 0{,}24_8$.

Зауваження. Кінцевому десятковому дробу в іншій системі числення може відповідати нескінченний (інколи періодичний) дріб. В цьому випадку кількість знаків у представленні дробу в новій системі береться залежно від потрібної точності.

Приклад:

перевести $0{,}65_{10} \to "2"$ с.ч. Точність 6 знаків.

$$
\begin{array}{c|l}
\mathbf{0} & 6\,5 \times 2 \\
\hline
\mathbf{1} & 3 \times 2 \\
\mathbf{0} & 6 \times 2 \\
\mathbf{1} & 2 \times 2 \\
\mathbf{0} & 4 \times 2 \\
\mathbf{0} & 8 \times 2 \\
\mathbf{1} & 6 \times 2 \\
 & \ldots
\end{array}
$$

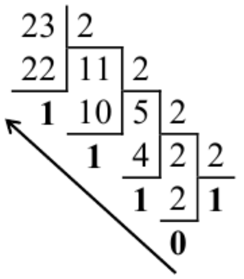
Результат $0{,}65_{10} \approx 0{,}10(1001)_2$.

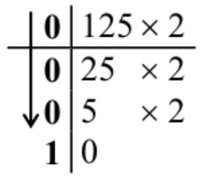
Для переведення неправильного десяткового дробу в систему числення з не десятковою основою необхідно окремо перевести цілу частину і окремо дробову.

Приклад.

Перевести $23{,}125_{10} \to "2"$ с.ч.

1) Переведемо цілу частину: 2) Переведемо дробову частину:





Таким чином $23_{10} = 10111_2$; $0{,}125_{10} = 0{,}001_2$.

Результат: $23{,}125_{10} = 10111{,}001_2$.

Для переведення вісімкового або шістнадцяткового числа у двійкову форму достатньо замінити кожну цифру цього числа відповідним трьохрозрядним двійковим числом (тріадою) або чотирозрядним двійковим числом (тетрадою) (таблиця 1), при цьому відкидаються непотрібні нулі в старших і молодших розрядах.

Приклади:

а) $\underbrace{3}_{011}\underbrace{0}_{000}\underbrace{5}_{101},\underbrace{4}_{100}{}_{8} = 11000101{,}1_2$;

б) $\underbrace{7}_{0111}\underbrace{B}_{1011}\underbrace{2}_{0010},\underbrace{E}_{1110}{}_{16} = 1111011001\ 0{,}111_2$.

Для переходу від двійкової до вісімкової або шістнадцяткової системи роблять наступним чином: рухаючись від коми вліво і вправо, розбивають двійкове число на групи по три (чотири) розряди, доповнюючи за небхідністю нулями крайні ліву і праву групи. Пізніше тріаду (тетраду) замінюють вісімковою (шістнадцятковою) цифрою.

Приклади.

а) Перевести $1101111001{,}1101_2 \to "8"$ с.ч.

$\underbrace{001}_{1}\underbrace{101}_{5}\underbrace{111}_{7}\underbrace{001}_{1},\underbrace{110}_{6}\underbrace{100}_{4} = 1571.{,}64_8$

б) Перевести $1111111101\ 1{,}100111_2 \to "16"$ с.ч.

$\underbrace{0111}_{7}\underbrace{1111}_{F}\underbrace{1011}_{B},\underbrace{1001}_{9}\underbrace{1100}_{C} = 7FB{,}9C_{16}$

Переведення із вісімкової у шістнадцяткову і назад здійснюється через двійкову систему з допомогою тріад і тетрад.

Приклади. Перевести $175{,}24_8 \to "16"$ с.ч.

$$\underbrace{1}_{001}\underbrace{7}_{111}\underbrace{5}_{101},\underbrace{2}_{010}\underbrace{4}_{100}\,{}_8 = 1111101{,}0101_2 = = (\underbrace{0111}_{7}\underbrace{1101}_{D},\underbrace{0101}_{5})_2 = 7D{,}5_{16}$$

Результат: $175{,}24_8 = 7D{,}5_{16}$.

**Хід роботи:**

1. Згідно заданого варіанту виконати переведення чисел.

| Номер варіанту | Числа для переведення | |
|---|---|---|
| 1 | $73{,}56_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{16}$ | $50{,}13_8 – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 2 | $15{,}97_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_8$ | $41{,}A3_{16} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 3 | $38{,}01_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{16}$ | $57{,}71_8 – – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 4 | $73{,}82_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_8$ | $47{,}5C_{16} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 5 | $25{,}81_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{16}$ | $16{,}67_8 – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 6 | $18{,}12_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_8$ | $DF, AD_{16} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 7 | $21{,}23_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{16}$ | $74{,}27\ _8 –(\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 8 | $59{,}73_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_8$ | $AF{,}71_{16} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 9 | $59{,}3_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{16}$ | $17{,}12_8 – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |
| 10 | $35{,}23_{10} – (\ldots)_2 – (\ldots)_8$ | $5A3_{16} – (\ldots)_2 – (\ldots)_{10}$ |

2. Оформити звіт.

**Контрольні запитання**

1. Що таке система числення?
2. Які системи числення Ви знаєте?
3. Які системи числення використовуються в комп’ютерній техніці?
4. Що таке основа системи числення?
5. Скільки символів використовується в шістнадцятковій системі числення?
6. Що означає символ А шістнадцяткової системи числення?