**Відповіді на теоретичні запитання:**

1. **Що таке лінійні трансформації?**

Зображення, що містить текст, Шрифт, знімок екрана, білий

Автоматично згенерований описЛінійне перетворення/відображення/перетворення — це математична функція, яка відображає вхідні дані з одного простору в інший, зберігаючи певні властивості.

1. **Як і в яких галузях застосовуються лінійні трансформації?**

Лінійні перетворення є основоположною концепцією машинного навчання та науки про дані.

Лінійні перетворення використовуються в машинному навчанні для представлення даних, виконання операцій над даними та навчання моделей машинного навчання.

* Представлення даних: лінійні перетворення можна використовувати для представлення даних у спосіб, який легше зрозуміти та маніпулювати. Наприклад, лінійне перетворення можна використовувати для представлення зображень у вигляді векторів.
* Виконання операцій над даними: лінійні перетворення можна використовувати для виконання операцій над даними, таких як масштабування, обертання та відображення тощо. Ці операції можна використовувати для підготовки даних для алгоритмів машинного навчання.
* Навчання моделей машинного навчання: лінійні перетворення можна використовувати для навчання моделей машинного навчання. Наприклад, лінійне перетворення можна використовувати для навчання моделі класифікації зображень.
* Розробка функцій: лінійні перетворення використовуються для створення нових функцій або зміни існуючих. Наприклад, під час обробки зображень кольорове зображення можна перетворити на градації сірого шляхом застосування певного матричного перетворення.
* Аналіз основних компонентів (PCA): PCA — це техніка зменшення розмірності, яка використовує лінійні перетворення для перетворення набору даних у нову систему координат. Це неймовірно корисно для зменшення розмірності даних, зберігаючи якомога більше інформації.
* Згорткові нейронні мережі (CNN): у CNN використовують лінійні перетворення (згортки) для вилучення ознак із зображень або інших даних із сітчастими структурами. Ці перетворення допомагають мережі розпізнавати шаблони та об’єкти.

1. **Що таке матриця лінійної трансформації та як її можна інтерпретувати?**

У машинному навчанні лінійні перетворення часто представляють у вигляді матриць. Матриця має таку саму кількість стовпців = розмірність другого простору, кількість рядків = розмірність першого простору. Кожен елемент матриці представляє величину, на яку множиться відповідний компонент вектора.

Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, число

Автоматично згенерований описНаприклад, розглянемо лінійне перетворення, яке відображає двовимірні вектори на тривимірні. Вихідний простір — це площина, а цільовий — простір. Матриця для цього перетворення мала б два рядки та три стовпці. Перший рядок представлятиме величину, на яку множиться х-компонента вектора, другий ряд міститиме значення, на яку множиться y-компонента вектора, а третій ряд міститиме значення, на яке z- компонента вектора множиться на.

1. **Які особливості та властивості має матриця обертання?**

У лінійній алгебрі матриця обертання — це матриця перетворення , яка використовується для виконання обертання в евклідовому просторі . Наприклад, використовуючи наведену нижче умову, матрицю Зображення, що містить Шрифт, текст, білий, типографія

Автоматично згенерований опис повертає точки в площині xy проти годинникової стрілки на кут θ відносно початку двовимірної декартової системи координат . Для виконання повороту на площині точки зі стандартними координатами v = ( x , y ) її слід записати у вигляді вектор-стовпця і помножити на матрицю R : Зображення, що містить текст, Шрифт, ряд, білий

Автоматично згенерований опис

У тривимірному просторі: Зображення, що містить текст, Шрифт, знімок екрана, число

Автоматично згенерований опис.

-Якщо множити вектор на матрицю обертання, то фігура обертатиметься за годинниковою стрілкою.

-Для двовимірних і тривимірних матриць обертання детермінант завжди дорівнює 1, що вказує на те, що обертання зберігає орієнтацію і об'єм.

-Матриця обертання зберігає довжину векторів. Якщо v — довільний вектор, то після обертання довжина (норма) вектора не зміниться: ∥Rv∥=∥v∥

- Загалом матриця обертання має ті самі властивості, що й матриця лінійних перетворень.

1. **Чи залежить фінальний результат від порядку трансформацій? Провести експерименти з фігурами або зображеннями з частин 1-2.**

Так, фінальний результат залежить від порядку трансформацій. У лінійній алгебрі порядок виконання лінійних перетворень (трансформацій) має значення, і зміна порядку множення матриць може призвести до різних результатів, оскільки множення матриць не комутативне.

1. **Була здійснена якась довільна лінійна трансформація; як знайти матрицю лінійної трансформації, що поверне все до початкового вигляду? Чи завжди можна здійснити обернену трансформацію?**

Щоб знайти матрицю оберненої лінійної трансформації, яка поверне все до початкового вигляду, потрібно знайти обернену матрицю до даної матриці лінійної трансформації.

Обернену трансформацію можна здійснити тільки якщо матриця лінійної трансформації є невиродженою, тобто має обернену матрицю. Іншими словами:

1. Невироджена матриця**:** Обернена трансформація існує лише тоді, коли детермінант матриці не дорівнює нулю (det(A)≠0). Якщо детермінант дорівнює нулю, матриця є виродженою і не має оберненої.
2. Квадратна матриця: Лише квадратні матриці можуть мати обернену. Якщо матриця не є квадратною (має різну кількість рядків і стовпців), то вона не має оберненої.
3. **Модуль визначника матриці трансформації менше 1, які висновки можна зробити про дану трансформацію (як змінюється простір при даній трансформації)? А якщо більше 1? Дорівнює 1? Дорівнює 0?**

Величина детермінанта матриці трансформації дає важливу інформацію про властивості цієї трансформації і про те, як вона змінює простір. Ось основні висновки, які можна зробити в залежності від модуля детермінанта:

1. Модуль детермінанта менше 1 (|det(A)| < 1)

Якщо модуль детермінанта матриці трансформації менше 1, це означає, що дана трансформація зменшує об'єм простору. Відповідно, площі (в двовимірному випадку) або об'єми (в тривимірному випадку) зменшуються. Іншими словами, трансформація виконує "стиснення" простору.

2. Модуль детермінанта більше 1 (|det(A)| > 1)

Якщо модуль детермінанта матриці трансформації більше 1, це означає, що дана трансформація збільшує об'єм простору. Відповідно, площі (в двовимірному випадку) або об'єми (в тривимірному випадку) збільшуються. Іншими словами, трансформація виконує "розтягнення" простору.

3. Детермінант дорівнює 1 (det(A) = 1)

Якщо детермінант матриці трансформації дорівнює 1, це означає, що дана трансформація зберігає об'єм простору. Прикладом такої трансформації є обертання або відображення, яке не змінює площі (в двовимірному просторі) чи об'єму (в тривимірному просторі).

4. Детермінант дорівнює -1 (det(A) = -1)

Якщо детермінант матриці трансформації дорівнює -1, це також означає, що об'єм простору зберігається, але при цьому простір відображається. Це характерно для трансформацій, які включають відображення, наприклад, відображення через площину в тривимірному просторі або через пряму в двовимірному просторі.

5. Детермінант дорівнює 0 (det(A) = 0)

Якщо детермінант матриці трансформації дорівнює 0, це означає, що дана трансформація перетворює весь простір в меншу розмірність. Відповідно, вся площа (в двовимірному випадку) або об'єм (в тривимірному випадку) стискаються до меншої розмірності (наприклад, в площину або пряму). Це властивість характерна для вироджених матриць, де простір колапсується і частина інформації втрачається. Така трансформація є незворотною.

- (|det(A)| < 1): Трансформація стискає простір.

- (|det(A)| > 1): Трансформація розтягує простір.

- (det(A) = 1): Трансформація зберігає об'єм без відображення.

- (det(A) = -1): Трансформація зберігає об'єм з відображенням.

- (det(A) = 0): Трансформація зводить простір до меншої розмірності, колапсує його, і така трансформація є незворотною.