

## **Dr. Ole Peter Smith**

### Instituto de Matemática e Estatística Universidade Federal de Goiás ole@ufg.br - http://www.olesmith.com.br



#### LU without Pivotation.

- Ex. 1

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 1.000 & 2.000 & 2.000 \\ 4.000 & 0.000 & -3.000 \end{pmatrix}$$

• n = 0:

$$\underline{\underline{L_0}} = \underline{\underline{L_1'}} \, \underline{\underline{L_2'}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_0} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{U}_0} = \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 0.000 & 3.333 & 1.667 \\ 0.000 & 5.333 & -4.333 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_0} \, \underline{\underline{U}_0} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 0.000 & 3.333 & 1.667 \\ 0.000 & 5.333 & -4.333 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 1.000 & 2.000 & 2.000 \\ 4.000 & 0.000 & -3.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{P}_0} \, \underline{\underline{L}_0} \, \underline{\underline{U}_0}$$

• n = 1:

$$\underline{\underline{L_1}} = \underline{\underline{L'_2}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.600 & 1.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.600 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_1} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 1.600 & 1.000 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{U}_1} = \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 0.000 & 3.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.000 & -7.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_1} \, \underline{\underline{U}_1} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.600 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 0.000 & 3.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.000 & -7.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.000 & -4.000 & 1.000 \\ 1.000 & 2.000 & 2.000 \\ 4.000 & 0.000 & -3.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{P}_1} \, \underline{\underline{L}_1} \, \underline{\underline{U}_1}$$



# **Dr. Ole Peter Smith**

## Instituto de Matemática e Estatística Universidade Federal de Goiás ole@ufg.br - http://www.olesmith.com.br



- Ex. 2

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 1.000 & 1.000 & 3.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 \end{pmatrix}$$

• n = 0:

$$\underline{\underline{L_0}} = \underline{\underline{L'_1}} \, \underline{\underline{L'_2}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\underline{U_0}} = \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 0.000 & 0.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.333 & -3.333 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_0}} \, \underline{\underline{U_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 0.000 & 0.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.333 & -3.333 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 1.000 & 1.000 & 3.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{P_0} \, \underline{L_0} \, \underline{U_0}$$

• n = 1:

$$\underline{\underline{L_1}} = \underline{\underline{L'_2}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_1} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\underline{U}_1} = \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 0.000 & 0.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.000 & -5.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{U_1}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.333 & 1.000 & 0.000 \\ 1.333 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 0.000 & 0.333 & 1.667 \\ 0.000 & 0.000 & -5.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.000 & 2.000 & 4.000 \\ 1.000 & 1.000 & 3.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\underline{A}}} = \underline{\underline{P_1}} \, \underline{\underline{L_1}} \, \underline{\underline{U_1}}$$



## **Dr. Ole Peter Smith**

## Instituto de Matemática e Estatística Universidade Federal de Goiás ole@ufg.br - http://www.olesmith.com.br



- Ex. 3

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 64.000 & 27.000 & 8.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

• n = 0:

$$\underline{\underline{L_0}} = \underline{\underline{L_1'}} \, \underline{\underline{L_2'}} \, \underline{\underline{L_3'}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ 64.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\underline{U_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & -7.000 & -12.000 & -15.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 0.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{U_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & -7.000 & -12.000 & -15.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_0}} \underline{\underline{U_0}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & -7.000 & -12.000 & -3.000 \\ 0.000 & -7.000 & -12.000 & -3.000 \\ 0.000 & -7.000 & -15.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 1.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 1.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 1.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 1.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \\ 0.000 & -37.000 & -56.000 & -63.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3.000 & -3.000 \\ 0.000 & -3$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{P_0}} \, \underline{\underline{L_0}} \, \underline{\underline{U_0}}$$

• n = 1:

$$\underline{\underline{L}_1} = \underline{\underline{L}_2'} \, \underline{\underline{L}_3'} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 37.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 37.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 37.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_1} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 37.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\underline{U}_1} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2.000 & 6.000 \\ 0.000 & 0.000 & 18.000 & 48.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_1}}\,\underline{\underline{U_1}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 37.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2.000 & 6.000 \\ 0.000 & 0.000 & 18.000 & 48.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 64.000 & 27.000 & 8.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{P_1}} \, \underline{\underline{L_1}} \, \underline{\underline{U_1}}$$

• n = 2:

$$\underline{\underline{L}_2} = \underline{\underline{L}_3'} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 9.000 & 1.000 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 9.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}_2} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 37.000 & 9.000 & 1.000 \end{pmatrix}, \qquad \underline{\underline{U}_2} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2.000 & 6.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -6.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{L_2}\,\underline{U_2}} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 16.000 & 7.000 & 1.000 & 0.000 \\ 64.000 & 37.000 & 9.000 & 1.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & -1.000 & -2.000 & -3.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2.000 & 6.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -6.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 4.000 & 3.000 & 2.000 & 1.000 \\ 16.000 & 9.000 & 4.000 & 1.000 \\ 64.000 & 27.000 & 8.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{P_2}} \, \underline{\underline{L_2}} \, \underline{\underline{U_2}}$$