

# Przetwarzanie obrazów 5

- Handout

SL 2024/2025

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki



Dr.-Ing. A. Rowińska-Schwarzsteller  
[agnieszka.rowinska-schwarzsteller@ug.edu.pl](mailto:agnieszka.rowinska-schwarzsteller@ug.edu.pl)

1. April 2025

# Spis treści

<b>9 Filtrowanie obrazów: filtry nieliniowe</b>	<b>2</b>
9.1 Filtry rankingowe ( <i>rank value filter</i> ) . . . . .	2
9.2 Inne filtry nieliniowe . . . . .	7
<b>10 Korelacja w przetwarzaniu obrazów</b>	<b>10</b>
10.1 Związek między korelacją a splotem . . . . .	10
10.2 Zastosowania korelacji . . . . .	11

# 9

## Filtrowanie obrazów: filtry nieliniowe

Filtry liniowe mają poważną wadę, gdy używane są do wygładzania i usuwania zakłóceń: struktury obrazu, takie jak punkty, krawędzie i linie, ulegają rozmyciu, co pogarsza ogólną jakość obrazu. Nie da się tego uniknąć w przypadku filtrów liniowych i dlatego ich możliwe zastosowania do tych celów są ograniczone. W filtrach nieliniowych operacje łączenia sąsiednich pikseli to porównywanie i selekcja.

### 9.1 Filtry rankingowe (*rank value filter*)

Wszystkie wartości szarości pikseli znajdujących się pod maską filtra są sortowane w kolejności rosnącej. Ten proces sortowania jest charakterystyczny dla wszystkich filtrów rankingowych. Wynik podstawowych filtrów - minimalnego, maksymalnego i medianowego - różni się jedynie pozycją na liście, z której wybierana jest wartość szarości i zapisywana z powrotem do centralnego piksela. → grafika 9.1

Przykład zastosowania filtrów nieliniowych → grafika

#### Filtr minimalny

filtr kompresujący, filtr erozyjny → grafika 9.3

$$g'(m, n) = \min \{g(m + i, n + j) | (i, j) \in R\}$$

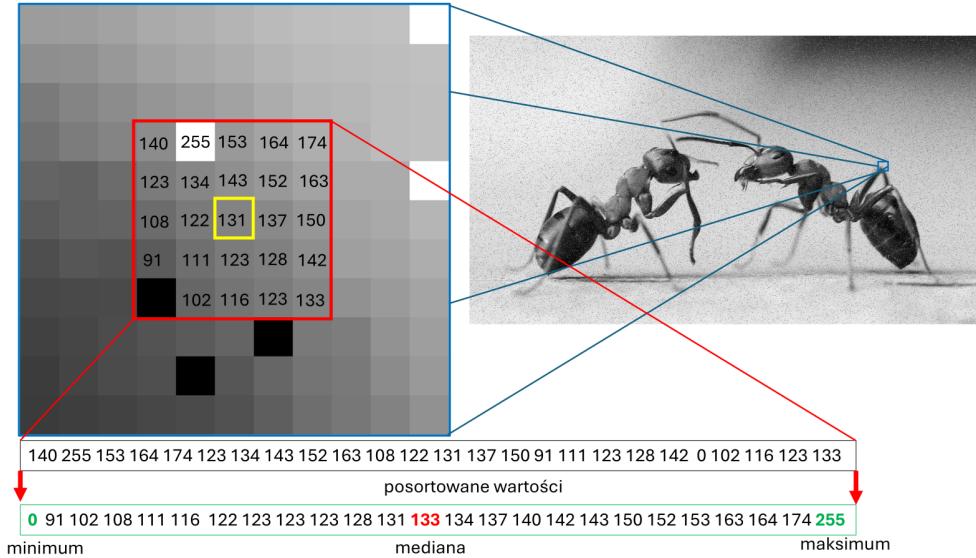
gdzie  $R$  oznacza obszar filtra w bieżącej pozycji  $(m, n)$ .

#### Filtr maksymalny

filtr dekompresujący, filtr ekspansywny → grafika 9.4

$$g'(m, n) = \max \{g(m + i, n + j) | (i, j) \in R\}$$

gdzie  $R$  oznacza obszar filtra w bieżącej pozycji  $(m, n)$ .



Grafika 9.1: Wybór wartości piksela w filtrach nieliniowych.

### Filtr medianowy

$$g'(m, n) = \text{median}(R)$$

gdzie  $R$  oznacza obszar filtra w bieżącej pozycji  $(m, n)$ , a mediana  $2K + 1$  wartości pikseli  $p_i$  jest zdefiniowana jako:  $\text{mediana}(p_1, p_2, \dots, p_{K+1}, \dots, p_{2K+1}) = p_{K+1}$ , czyli wartość środkowa, jeśli ciąg  $(p_1, \dots, p_{2K+1})$  posortowany jest według wielkości jego elementów ( $p_i \leq p_{i+1}$ ).

Przykład zastosowania filtra uśredniającego i medianowego → grafika 9.5. Medianą z reguły eliminuje zakłócenia lepiej niż filtr uśredniający.

### Filtr średniodzakresowy (Mid-Range-Filter, Midpoint-Filter)

→ grafika 9.6, 9.9

$$g'(m, n) = \frac{1}{2} \{ \min g(m+i, n+j) + \max g(m+i, n+j) | (i, j) \in R \}$$

### Filtr średniej uciętej ( $k$ -trimmed-mean Filter, Alpha-trimmed-mean Filter)

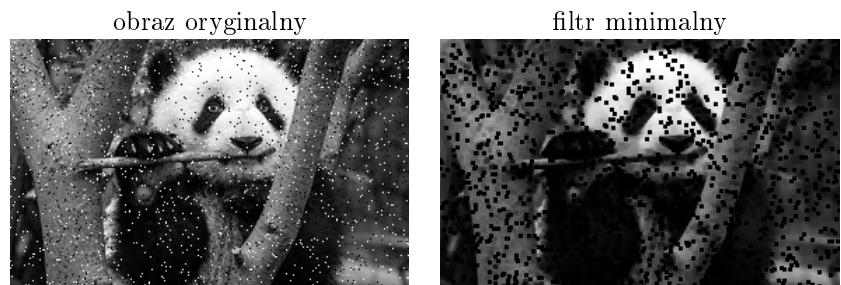
→ grafiki 9.9, 9.7

Dla ciągu  $(p_0, \dots, p_N)$  posortowanego według wielkości jego elementów ( $p_i \leq p_{i+1}$ ) reprezentującego wartości szarości w sąsiedztwie piksela  $g(m, n)$  w obszarze filtra  $R$  w bieżącej pozycji:

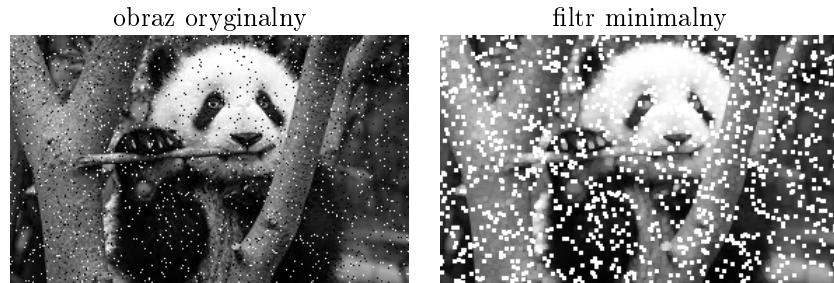
$$g'(m, n) = \frac{1}{N - 2k} \sum_{i=1+k}^{N-k} p_i$$



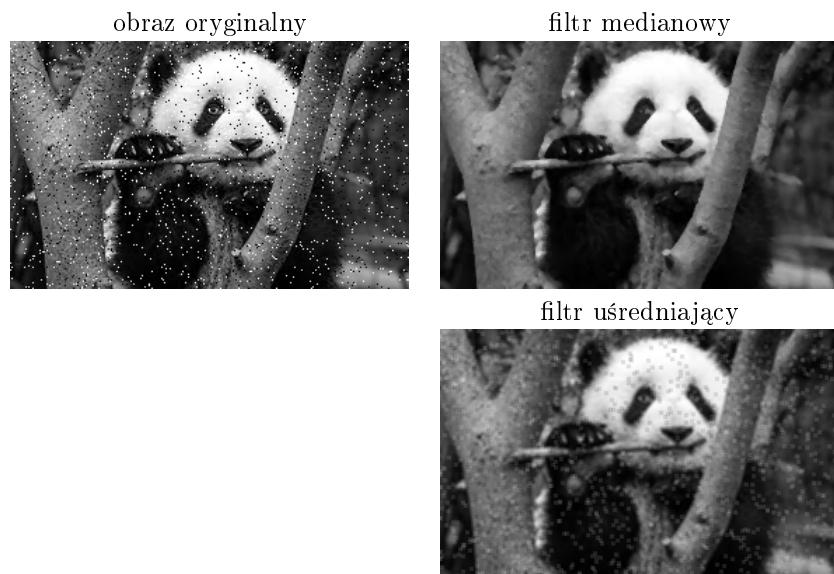
Grafika 9.2: Filtry nieliniowe



Grafika 9.3: Filtr minimalny zastosowany do zaszumionego obrazu



Grafika 9.4: Filtr maksymalny zastosowany do zaszumionego obrazu



Grafika 9.5: Porównanie filtra medianowego i filtra uśredniającego zastosowanych do zaszumionego obrazu



Grafika 9.6: Filtr średnizakresowy zastosowany do zaszumionego obrazu



Grafika 9.7: Filtr k-trimmed-mean. Źródło: <http://www.librow.com/articles/article-7>

### Filtры rankingowe dla obrazów *RGB*

Porównywanie wartości pikseli nie jest możliwe bezpośrednio dla obrazów *RGB*: nie ma sensownego liniowego porządku  $\leq$  dla wektorów RGB.

Filtrowanie nie można przeprowadzać niezależnie na poszczególnych kanałach kolorów, ponieważ może to skutkować uzyskaniem kolorów, które nie mają nic wspólnego z wartościami początkowymi.

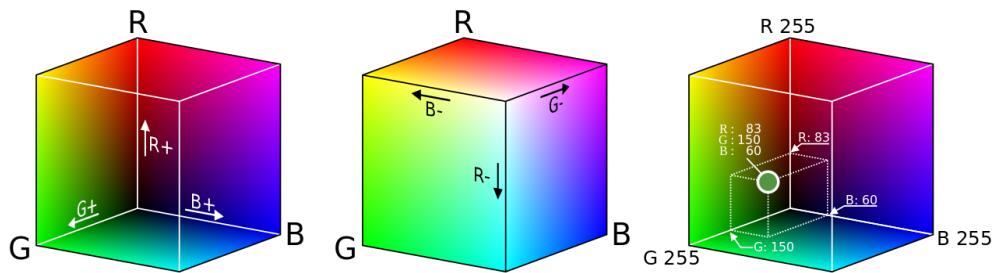
Jednym ze sposobów przeniesienia koncepcji filtrów nielinowych na obrazy kolorowe jest zdefiniowanie odległości euklidesowej dla wartości kolorów pikseli. → grafika 9.8

Niech  $c_0, \dots, c_8$  oznacza wartości pikseli w sąsiedztwie  $3 \times 3$  (sąsiedztwo ośmiosąsiedzkie).

$$c_i = (r_i, g_i, b_i), i \in \{0, \dots, 8\}.$$

**Odległość euklidesowa między wartościami  $(R, G, B)$  pikseli:**

$$\|c_i - c_j\| = \sqrt{(r_i - r_j)^2 + (g_i - g_j)^2 + (b_i - b_j)^2}$$



Grafika 9.8: Odległości euklidesowe w przestrzeni *RGB*. Źródło: Wikimedia Commons

1. filtr minimalny

$k \in \{0, \dots, 8\}$  zostaje wybrany tak, że

$$\|c_k\| = \min_{0 \leq i \leq 8} \{\|c_i\|\}$$

tzn. dla  $c_k$  odległość do koloru czarnego  $c = (0, 0, 0)$  jest minimalna.

2. filtr maksymalny  
 $k \in \{0, \dots, 8\}$  zostaje wybrany tak, że

$$\|c_k\| = \max_{0 \leq i \leq 8} \{\|c_i\|\}$$

tzn. dla  $c_k$  odległość do koloru czarnego  $c = (0, 0, 0)$  jest maksymalna.

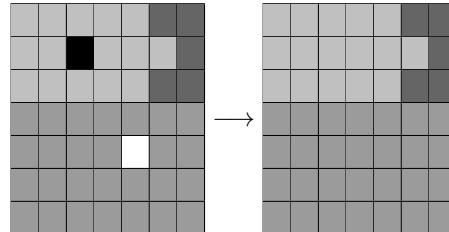
3. median  
 $k \in \{0, \dots, 8\}$  zostaje wybrany tak, że

$$\sum_{j=0}^8 \|c_k - c_j\| = \min_{0 \leq i \leq 8} \left\{ \sum_{j=0}^8 \|c_i - c_j\| \right\}$$

tzn. dla  $c_k$  suma odległości kolorów do wszystkich innych punktów sąsiedztwa jest minimalna.

## 9.2 Inne filtry nieliniowe

### Eliminacja punktów izolowanych



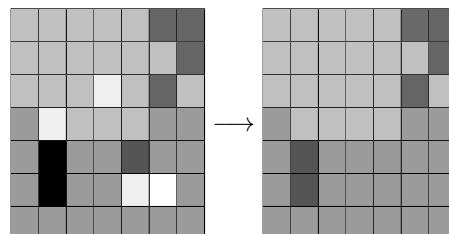
Izolowany punkt obrazu (odstający punkt) to piksel o losowej wartości, która nie ma nic wspólnego z rzeczywistym sygnałem obrazu (wadliwy punkt sensora optycznego).

$$g'(m, n) = \begin{cases} g(m, n) & : |g(m, n) - \mu| < \Theta \\ \mu & : |g(m, n) - \mu| \geq \Theta \end{cases}$$

gdzie  $\mu$  oznacza średnią wartość szarości pikseli w sąsiedztwie bez piksela centralnego.

### k-Nearest Neighbor

→ grafika 9.9



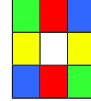
Niech wartości  $g_1, g_2, \dots, g_k$  oznaczają  $k$  wartości szarości pod maską filtra  $R$ , które są najbliższe jasności piksela  $g(m, n)$ :

$$g'(m, n) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k g_i$$

W obrazach 8-bitowych, dla maski filtra  $3 \times 3$  (sąsiedztwo ośmiospójne) Davis i Rosenfeld wykazali, że optymalną wartością  $k$  jest  $k = 6$ .

### Symmetric Nearest Neighbor

→ grafika 9.9



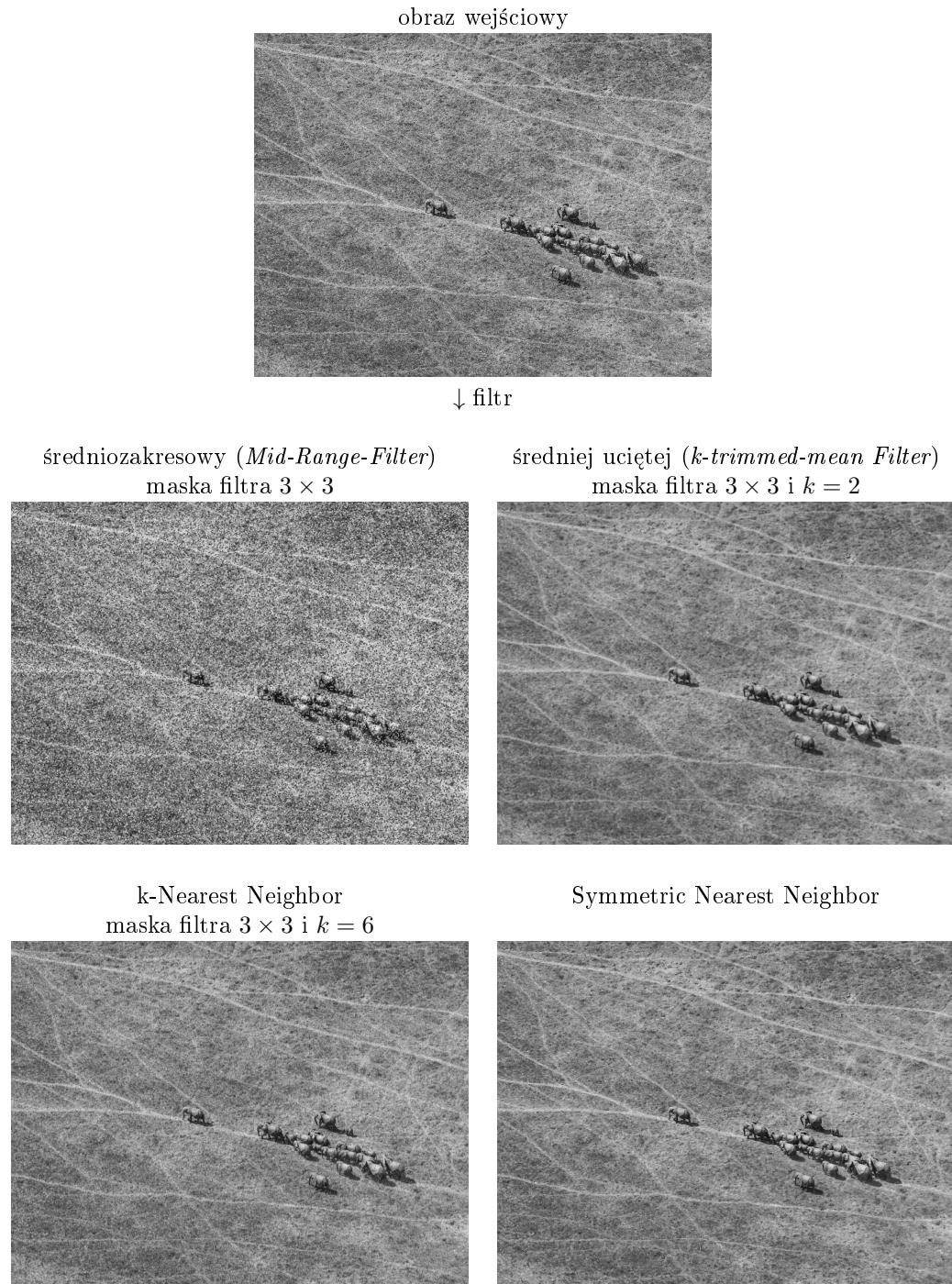
W każdej z czterech par centralnie symetrycznych pikseli w sąsiedztwie środkowego piksela wybierany jest piksel, który jest najbardziej podobny do piksela środkowego. Środkowy piksel zostaje zastąpiony średnią z czterech wybranych sąsiadów.

Niech wartości  $g_1, g_2, g_3, g_4$  oznaczają 4 wartości szarości wybranych sąsiadów  $g(m, n)$ :

$$g'(m, n) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 g_i$$

### Przykład: porównanie filtrów nieliniowych

→ grafika 9.9

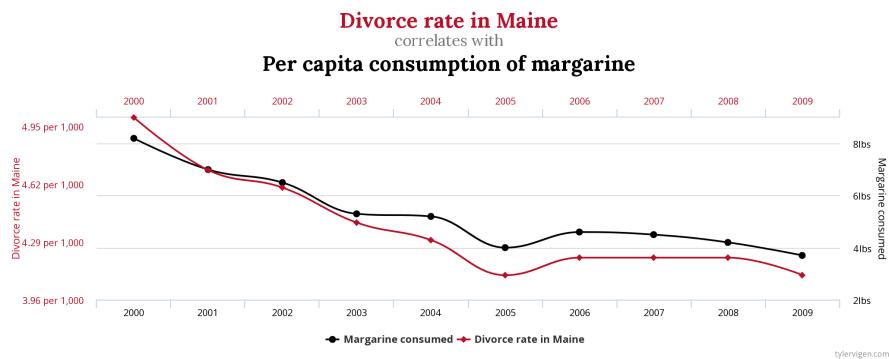


Grafika 9.9: Porównanie filtrów nieliniowych dla zaszumionego obrazu

# 10

## Korelacja w przetwarzaniu obrazów

Korelacja potocznie → grafika 10.1



Grafika 10.1: Potoczne pojęcie korelacji. Źródło:  
<https://www.tylervigen.com/spurious-correlations>

Korelacja (od łac. *współzależność*) w przetwarzaniu sygnału lub przetwarzaniu obrazu opisuje związek (podobieństwo) między dwiema lub większą liczbą funkcji czasowych lub przestrzennych.

W przypadku dyskretnych, dwuwymiarowych funkcji  $g_1$  i  $g_2$  operację korelacji  $g'(m, n)$  definiuje się jako:

$$g'(m, n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} g_1(i, j) \cdot g_2(i + m, j + n)$$

### 10.1 Związek między korelacją a splotem

W przypadku dyskretnych, dwuwymiarowych funkcji  $g_1$  i  $g_2$  zachodzi zależność:

$$\begin{aligned}
 g'(m, n) = g_1(m, n) * g_2(-m, -n) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} g_1(m-i, n-j) \cdot g_2(-i, -j) \\
 &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} g_1(i, j) \cdot g_2(i+m, j+n) \\
 &= g_1(-m, -n) * g_2(m, n)
 \end{aligned}$$

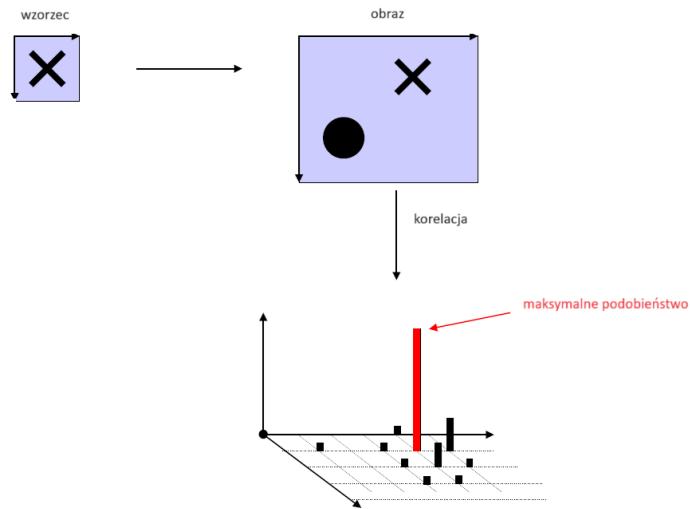
tz. korelacja obrazów  $g_1(m, n)$  i  $g_2(m, n)$  jest splotem obrazu  $g_1(m, n)$  z obrazem  $g_2(-m, -n)$ .

## 10.2 Zastosowania korelacji

Korelacja daje ilościowe oszacowanie podobieństwa dwóch funkcji i przesunięcia czasowego/przestrzennego między nimi.

### Znajdywanie wzorca na obrazie

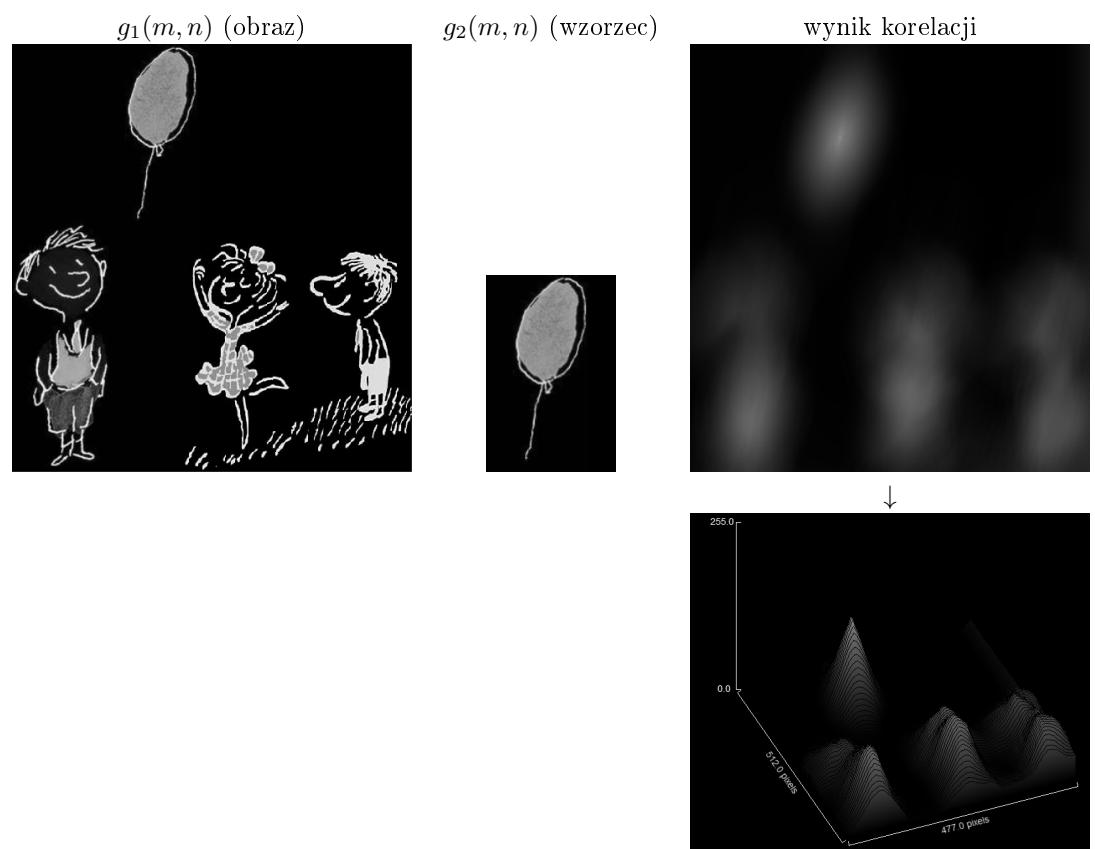
W przetwarzaniu obrazu funkcje korelowe wykorzystuje się m.in. do dokładnego umiejscowienia wzorca (funkcji wzorcowej w sensie korelacji matematycznej) na obrazie.  
→ grafika 10.2



Grafika 10.2: Znajdywanie wzorca w obrazie

Przykład 1: wyszukiwanie wzorca w obrazie → grafika 10.3

Przykład 2: odnajdywanie wzorca w wielu obrazach (korelacja zdjęcia Einsteina z innymi obrazami, w tym z zaszumionym obrazem Einsteina i jego negatywem) →



Grafika 10.3: Korelacja obrazów w celu znalezienia wzorca

grafika 10.4

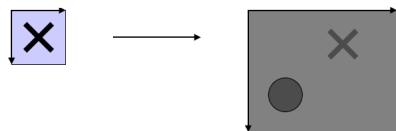
Ogólne wnioski dotyczące znajdywania wzorców poprzez korelację:

- Zalety:

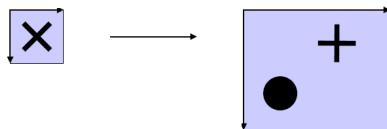
- łatwa implementacja
- wynik rozkładu podobieństwa jest gęsty

- Wady:

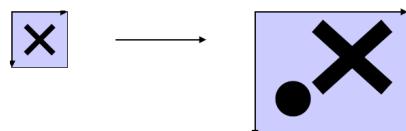
- algorytm jest powolny,
- podatny na różnice w oświetleniu,



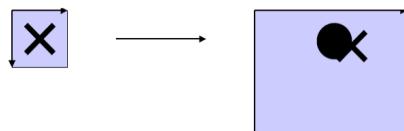
- rotacja nie jest niezmiennikiem,



- skalowanie nie jest niezmiennikiem,

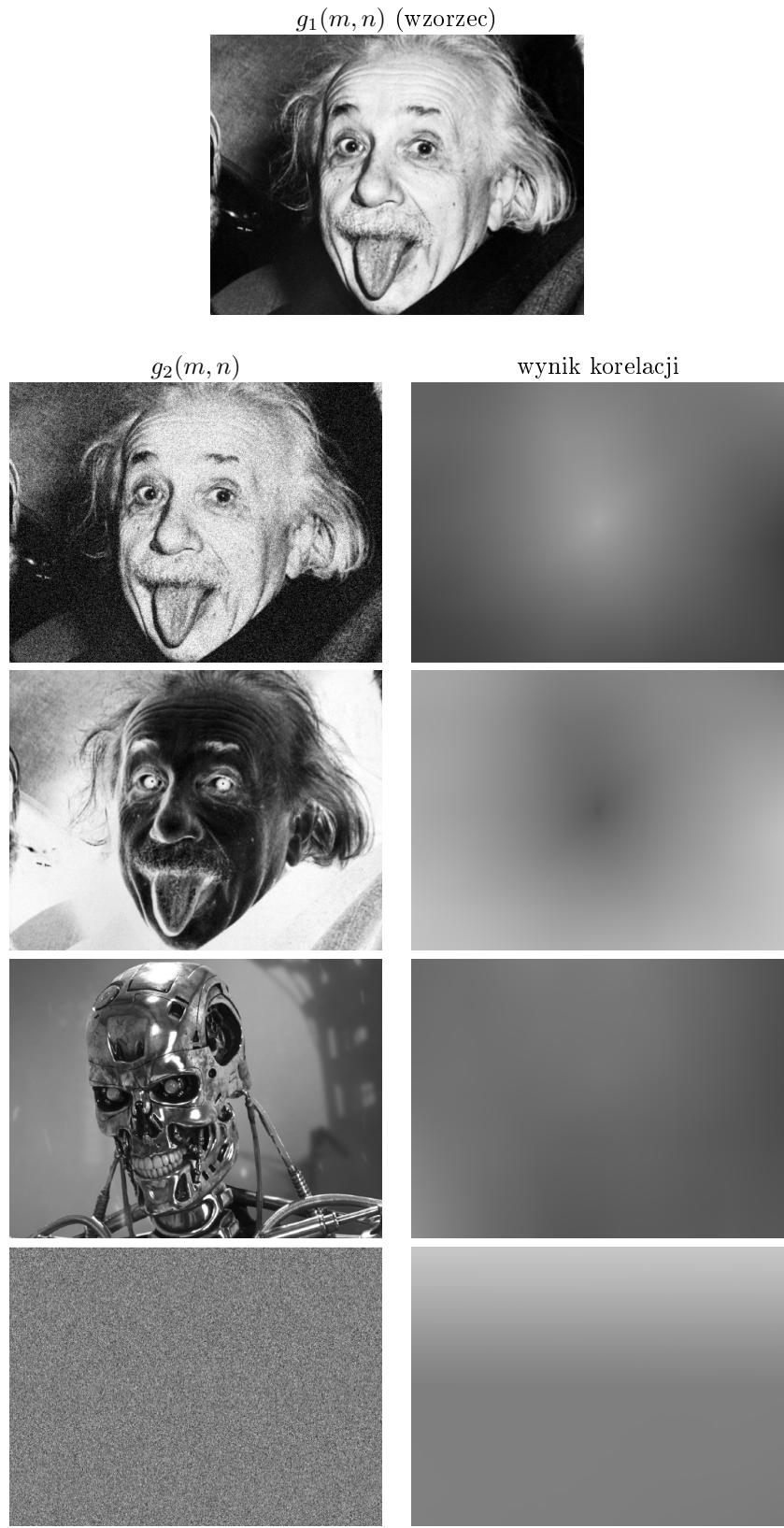


- nie znajduje okluzji.



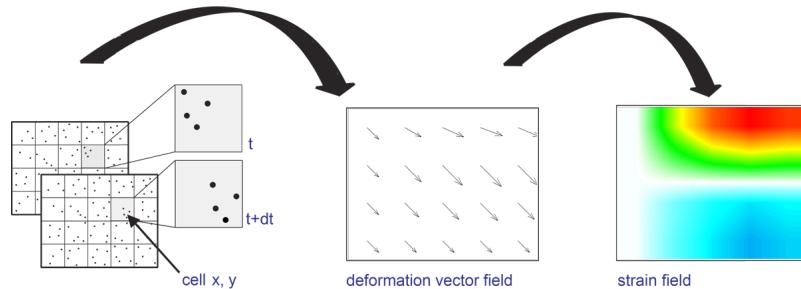
### Digital Image Correlation (DIC)

Śledzenie zmian w serii obrazów: analiza przemieszczenia wzorów w dyskretnych podzbiorach lub elementach fasetowych całego obrazu. Maksymalna korelacja w każdym



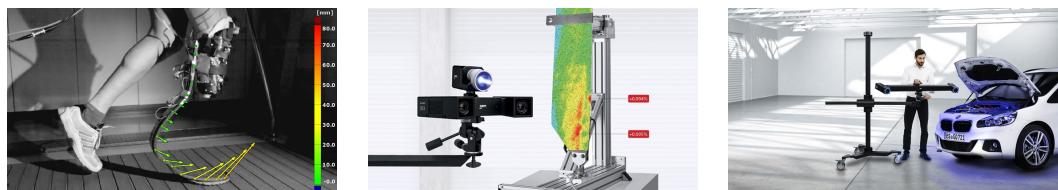
Grafika 10.4: Korelacja obrazów w celu znalezienia wzorca

okno odpowiada przemieszczeniu, co daje długość wektora i kierunek dla każdego okna.  
→ grafika 10.5



Grafika 10.5: Digital Image Correlation (DIC). Źródło: <https://www.lavision.de/en/>

DIC jest metodą bezkontaktowego pomiaru odkształceń. Stosowany jest głównie do testowania materiałów i komponentów mechanicznych. Zastosowanie w przemyśle → grafika 10.6

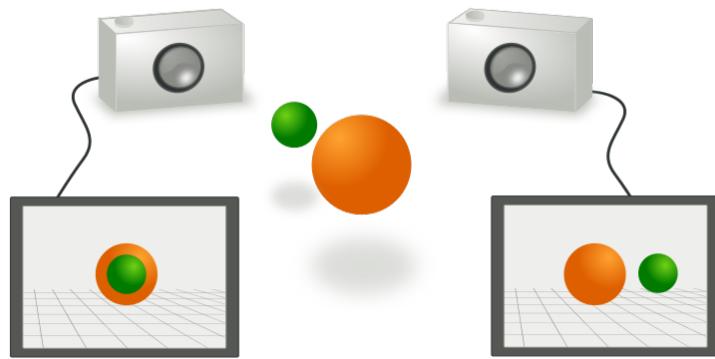


Grafika 10.6: Wykorzystanie korelacji w technice pomiarowej. Źródło: GOM Metrology.

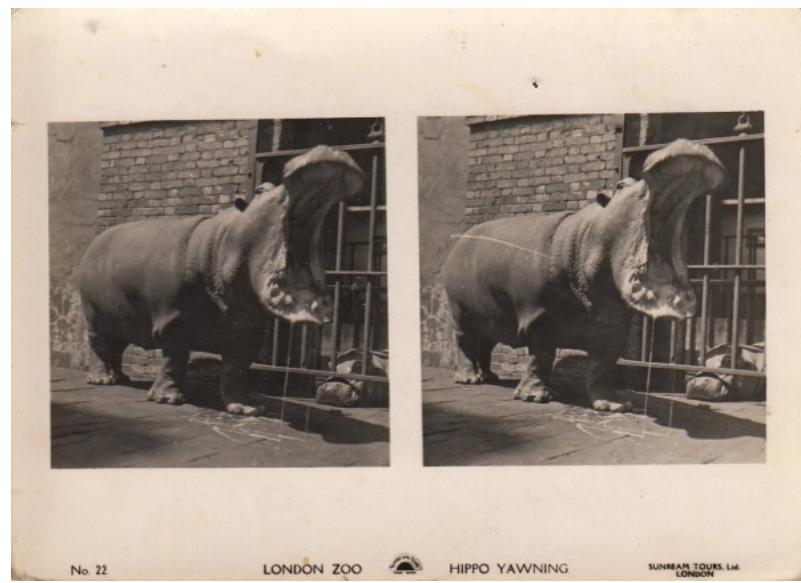
### Ocena par obrazów stereo / fotogrametria (odtwarzanie kształtów, rozmiarów i wzajemnego położenia obiektów)

Aby określić informacje 3D na podstawie obrazów z kamer, muszą być dostępne co najmniej dwa obrazy obiektu lub sceny. Podczas nagrywania te dwa obrazy mają względem siebie określoną pozycję i orientację. → grafika 10.7

Aby móc obliczyć współrzędną przestrzenną punktu, musi istnieć jednoznaczne przyporządkowanie obiektów na parze obrazów stereo. Aby je znaleźć wybiera się z reguły mały fragment jednego obrazu (wzór) i koreluje go dwuwymiarowo z drugim obrazem. Uzyskane współrzędne punktu obiektu można przekształcić na współrzędne przestrzenne za pomocą metod fotogrametrycznych. → grafika 10.8



Grafika 10.7: Stereogrametria. Źródło: wikipedia



Grafika 10.8: Para obrazów stereo. Źródło: <https://www.kotzendes-einhorn.de/blog/2012-09/stereoskopie-vintage-3d/>