

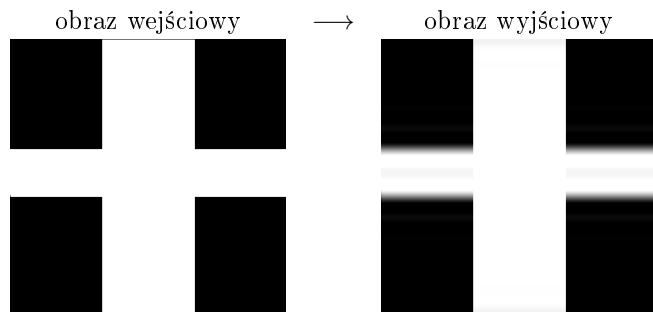
Przetwarzanie obrazów

Zestaw zadań nr 4

*: zadania na ocenę

1. Idealne filtry liniowe - egzamin SL 2024

Obraz wejściowy został przetworzony filtrem idealnym:



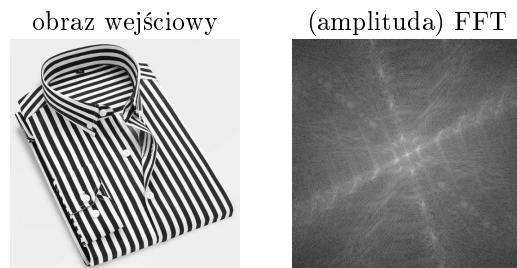
Który z idealnych filtrów a , b , c czy d został zastosowany?

a b c d



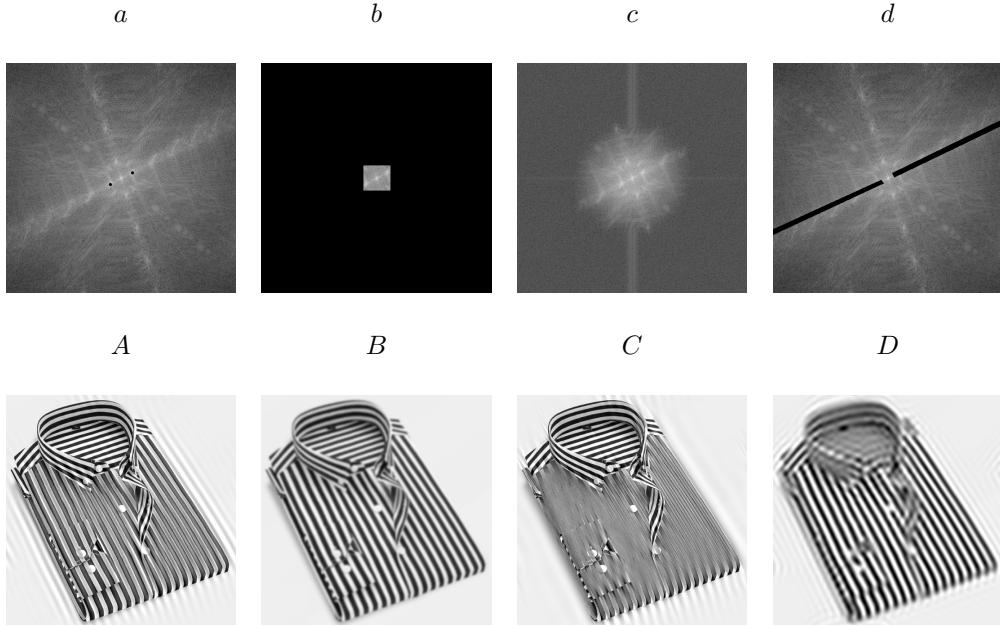
2. Filtrowanie w dziedzinie widma - egzamin SZ 2025

Poniższy obraz wejściowy został przetworzony w dziedzinie częstotliwości:



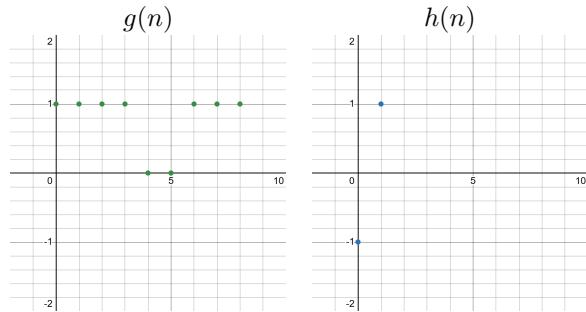
Proszę przyporządkować transformaty (amplitudy FFT) na obrazach a , b , c i d do obrazów wyjściowych A , B , C , D po przeprowadzonej operacji

filtrowania obrazu wejściowego .



3. Splot sygnałów 1D

Dane są sygnały g i h :



Proszę

- (a) wykonać operację $g * h$,
- (b) wykonać operacje $(g * h) * h$
- (c) wykonać operacje $g * (h * h)$.

Jaki cel ma zastosowanie jądra filtra h ? Jak zmieniają się wyniki, jeżeli dla wszystkich operacji zastosowany zostanie clipping (ograniczenie wartości do liczb ≥ 0)?

4. Jądro filtra - egzamin SZ 2024

Proszę połączyć przez splot dwa jednowymiarowe jądra filtrów w jeden filtr:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

5. Filtrowanie obrazów 1

Dany jest obraz w skali szarości i jądro filtra h . Proszę podać wynik filtrowania obrazu (splot) w zaznaczonych pozycjach na obrazie wynikowym. Centralny piksel jądra ("hot spot") jest zaznaczony na czerwono. (Zakres wartości wynikowego obrazu może zawierać liczby ujemne.)

obraz												
1	4	5	6	5	8	4	6	1	1	3	1	1
1	4	2	4	5	3	8	9	1	5	1	9	
0	3	4	5	7	2	8	6	1	3	6	1	
1	3	4	3	7	1	7	6	1	1	5	1	
1	4	5	6	5	8	4	6	3	1	3	3	
1	2	3	3	5	6	7	8	7	6	5	4	

h		
1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

obraz wyjściowy

			X	X	X							

6. Filtrowanie obrazów 2

Dany jest obraz w skali szarości i jądro filtra h . Proszę podać wynik filtrowania obrazu (splot) w zaznaczonych pozycjach na obrazie wynikowym. Centralny piksel jądra ("hot spot") jest zaznaczony na czerwono. (Zakres

wartości wynikowego obrazu może zawierać liczby ujemne.)

obraz										h	
1	4	5	6	5	8	4	6	1	1	3	1
4	2	2	1	1	6	3	1	5	1	9	3
0	3	1	1	5	3	2	6	1	3	6	1
1	3	0	4	3	4	2	6	1	1	5	1
1	4	5	6	5	8	4	6	3	1	3	3
1	2	3	3	5	6	7	8	7	6	5	4

7. Filtry liniowe - egzamin SZ 2025

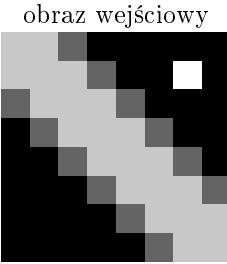
Dany jest obraz wejściowy g oraz jądro filtra liniowego (operator Prewitta) h

g				
255	255	255	255	255
255	255	255	255	255
255	255	255	255	255
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Który obraz g_A, g_B, g_C czy g_D jest obrazem wyjściowym po operacji filtrowania q na 8-bitach?

8. Filtrowanie obrazu - egzamin SL 2024

(Zaszumiony) obraz wejściowy o wymiarach 8×8



	a	b	c	d	e	f	g	h
1	200	200	100	0	0	0	0	0
2	200	200	200	100	0	0	255	0
3	100	200	200	200	100	0	0	0
4	0	100	200	200	200	100	0	0
5	0	0	100	200	200	200	100	0
6	0	0	0	100	200	200	200	100
7	0	0	0	0	100	200	200	200
8	0	0	0	0	0	100	200	200

ma zostać przetworzony filtrem o jądrze $h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

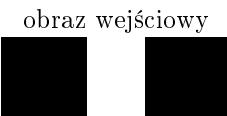
Proszę wyznaczyć wartości szarości w obrazie wyjściowym w punktach P_1, \dots, P_4 (kontynuacja obrazu wartościami 0):

bez clippingu z clippingiem

P_1 $= (h, 2)$		
P_2 $= (d, 3)$		
P_3 $= (d, 5)$		
P_4 $= (d, 7)$		

9. Filtrowanie obrazu - egzamin SZ 2024

(Zaszumiony) obraz wejściowy o wymiarach 8×8



	a	b	c	d	e	f	g	h
1	0	0	0	255	255	0	0	0
2	0	0	0	255	255	0	0	0
3	0	0	0	255	255	0	0	0
4	255	255	255	255	255	255	255	255
5	255	255	255	255	255	255	255	255
6	0	0	0	255	255	0	0	0
7	0	255	0	255	255	0	0	0
8	0	0	0	255	255	0	0	0

ma zostać przetworzony filtrem o jądrze $h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Proszę wyznaczyć wartości szarości w obrazie wyjściowym w punktach P_1, \dots, P_4 (kontynuacja obrazu wartościami 0):

	bez clippingu	z clippingiem
P_1 = $(c, 4)$		
P_2 = $(c, 5)$		
P_3 = $(f, 3)$		
P_4 = $(g, 4)$		

10. Filtrowanie obrazów w ImageJ $\star (1 + 0.5 + 0.5)$

- (a) Proszę wykonać operacje filtrowania obrazu TestFiltrowSlon.png (znormalizowanymi) filtrami o jądrach splotu

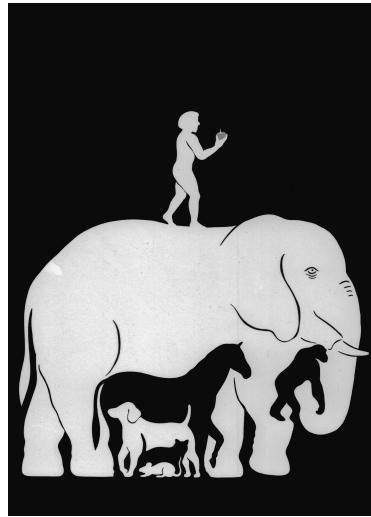
$$h_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h_b = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$h_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad h_d = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b) Które jądra filtrów są filtrami dolnoprzepustowymi, które górnoprzepustowymi?

- (c) Które krawędzie (wschód, południowy-wschód, południe, itp.) uwypukla filtr h_c ?

Które krawędzie (wschód, południowy-wschód, południe, itp.) wykrywa gradientowy filtr kierunkowy h_d ?



Uwaga: W ImageJ możliwe jest podanie współczynników wag filtra liniowego h^* w formie macierzy: *Process* → *Filters* → *Convolve*. Formalnie obliczana w ten sposób operacja to korelacja. Jednak w przetwarzaniu sygnałów filtrowanie realizowane jest za pomocą operacji splotu, ponieważ splot w przestrzeni odpowiada iloczynowi transformat Fouriera. Jądro splotu h powiązane jest ze współczynnikami wag filtra h^* poprzez wyrażenie $h(i, j) = h^*(-i, -j)$.

11. Filtry liniowe - egzamin SZ 2025

Dany jest obraz wejściowy:

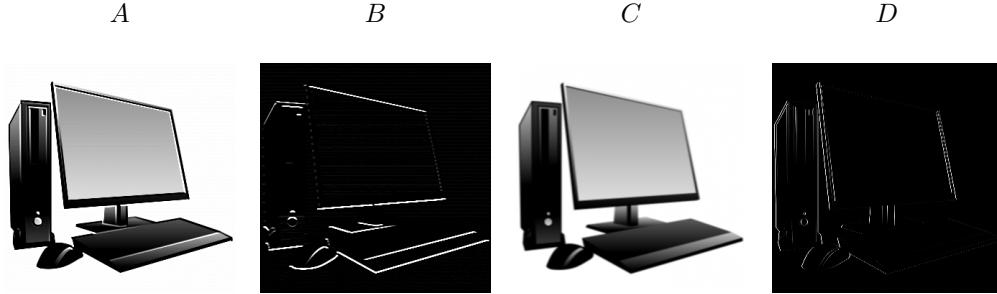


i jądra filtrów:

$$h_a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad h_b = (-1 \ 2 \ -1) * (-1 \ 2 \ -1) \quad h_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad h_d = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Proszę przyporządkować zastosowane jądra filtrów h_a, h_b, h_c, h_d do obra-

zów wyjściowych A, B, C, D (wynik 8-bit).



12. Filtr dolnoprzepustowy o współczynnikach dwumianowych

Proszę wyznaczyć jądro filtra h o współczynnikach dwumianu Newtona i wymiarach 7×7 .

13. Splot jąder filtrów $\star (0.5 + 1 + 0.5)$

Obraz g (smok.png) ma zostać wygładzony filtrem uśredniającym h_1 o rozmiarach 3×3 , a następnie przetworzony jednowymiarowym pionowym

$$\text{filtrem gradientowym } h_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$



Proszę

- (a) wyznaczyć w ImageJ obrazy $g_1 = g * h_1$ i $g_2 = g_1 * h_2$
- (b) połączyć przez splot jądra filtrów h_1 i h_2 w jeden dwuwymiarowy filtr $h_3 = h_1 * h_2$ i wyznaczyć w ImageJ obraz $g_3 = g_1 * h_3$,
- (c) zinterpretować wyniki.

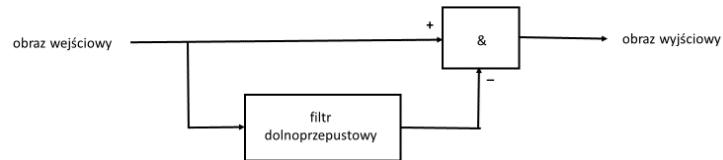
14. Jądro filtru - egzamin SL 2024

Proszę połączyć przez splot dwa jednowymiarowe jądra filtrów w jeden dwuwymiarowy filtr:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

15. Filtrowanie poprzez różnicę z obrazem wstępnie przetworzonym filtrem dolnoprzepustowym - egzamin SZ 2024

Obraz wejściowy został przetworzony zgodnie z następującym schematem



przy czym jako filtr dolnoprzepustowy wykorzystany został filtr Gaussa.
Który z obrazów A, B, C czy D jest obrazem wyjściowym zastosowanego algorytmu?

obraz wejściowy



A

B

C

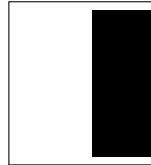
D



16. Wykrywanie krawędzi w obrazie $\star (1 + 1 + 1 + 1)$

Dla obrazów o wymiarach 7×7 (kontynuacja obrazu poza tym obszarem ma wartość 0)

- krawędzi $g_1(m, n)$



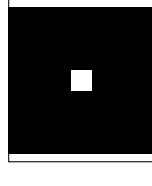
$$g_1(m, n) = \begin{pmatrix} 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- linii $g_2(m, n)$



$$g_2(m, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- punktu (szumu) $g_3(m, n)$



$$g_3(m, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

proszę

- (a) podać gradientowy filtr kierunkowy h_g , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
- obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_g$, $g'_2 = g_2 * h_g$ i $g'_3 = g_3 * h_g$,
 - ocenić na podstawie wyników, czy filtr gradientowy
 - pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
- (b) podać filtr kierunkowy Prewitta h_P , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
- obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_P$, $g'_2 = g_2 * h_P$ i $g'_3 = g_3 * h_P$,

- ii. ocenić na podstawie wyników, czy filtr Prewitta
- pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
- (c) podać filtr kierunkowy Sobela h_S , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
- i. obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_S$, $g'_2 = g_2 * h_S$ i $g'_3 = g_3 * h_S$,
 - ii. ocenić na podstawie wyników, czy filtr Sobela
- pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
- (d) podać filtr Laplace'a h_L , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
- i. obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_L$, $g'_2 = g_2 * h_L$ i $g'_3 = g_3 * h_L$,
 - ii. ocenić na podstawie wyników, czy filtr Laplace'a
- pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?

17. Jądro filtra - egzamin 2024

Do czego służy jądro filtra h ?

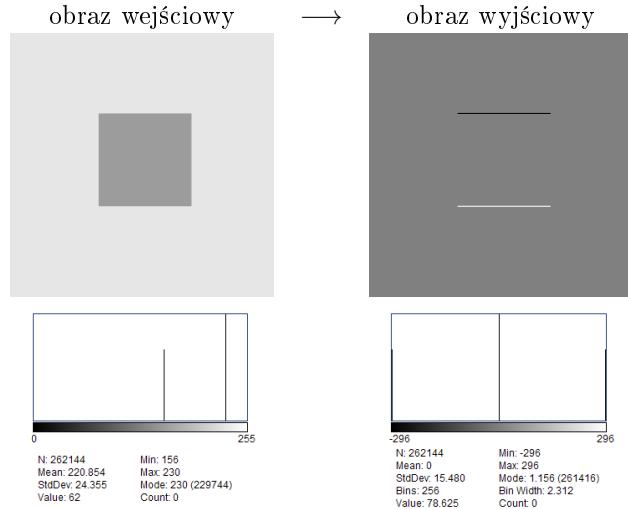
$$h = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Tylko wygładzanie w kierunku y
- (b) Wygładzanie w kierunku y i wykrywanie krawędzi w kierunku x
- (c) Wykrywanie krawędzi w kierunku y i wygładzanie w kierunku x
- (d) Tylko wygładzanie w kierunku x
- (e) Wykrywanie krawędzi w kierunkach x i y

18. Filtry liniowe - egzamin SL 2024

Którym filtrem liniowym (operatorem Sobel'a) h_A, h_B, h_C czy h_D został

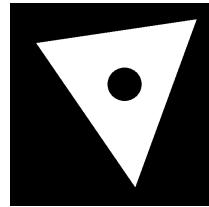
przetworzony obraz wejściowy na rysunku poniżej (wynik 32-bit)?



$$h_A = \begin{pmatrix} a & & \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h_B = \begin{pmatrix} b & & \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad h_C = \begin{pmatrix} c & & \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad h_D = \begin{pmatrix} d & & \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

19. Filtry liniowe - egzamin SL 2024

Dany jest obraz wejściowy:

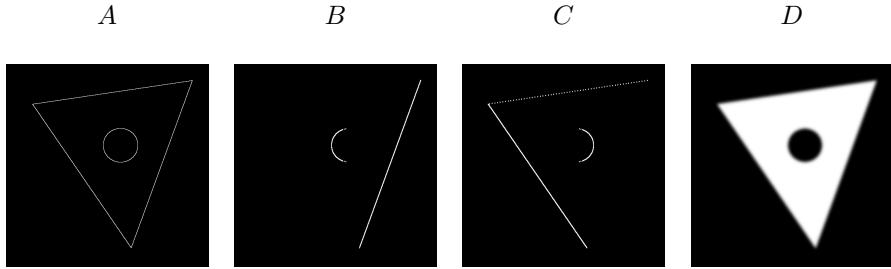


i jądra filtrów:

$$h_a = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad h_b = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad h_c = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad h_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Proszę przyporządkować zastosowane jądra filtrów h_a, h_b, h_c, h_d do obra-

zów wyjściowych A, B, C, D (wynik 8-bit).



20. **Znajdywanie krawędzi w obrazie \star** (0.5 + 0.5 + 0.5)

W ImageJ funkcja wykrywająca krawędzie ("Find Edges") wykorzystuje dwa operatory Sobela h_1 i h_2 , które generują pochodne pionowe i poziome w obrazie wejściowym g :

$$h_1 = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

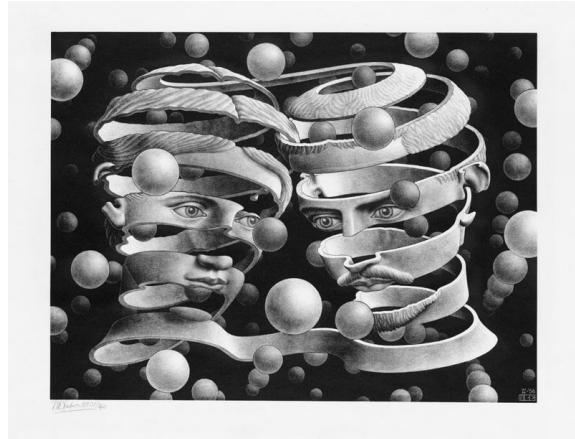
Obraz wyjściowy f obliczany jest ze wzoru

$$f = \sqrt{(g * h_1)^2 + (g * h_2)^2}$$

Wykorzystując operacje na 32 bitach proszę dla obrazu Escher.png (obraz g)

- (a) wykonać sploty $g_1 = g * h_1$ z operatorem generującym pionową pochodną h_1 i $g_2 = g * h_2$ z operatorem generującym poziomą pochodną h_2 ,
- (b) obliczyć obraz wyjściowy $g_3 = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$,
- (c) porównać obraz g_3 z obrazem wejściowym g filtrowanym funkcją "Find Edges" w ImageJ.

Proszę zinterpretować wyniki.



Zdjęcie: The M.C. Escher Company B.V.

21. Detektor krawędzi Kirscha $\star (1 + 0.5)$

Detektor krawędzi Kirscha wykorzystuje 8 filtrów h_1, \dots, h_8 typu Kirsch (operacje na 8 bitach):

$$h_1 = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Jądra h_2, \dots, h_8 to obrócone o $45^\circ, 90^\circ, \dots, 315^\circ$ jądro h_1 .

Dla obrazu wejściowego g obraz wyjściowy f obliczany jest ze wzoru

$$f(m, n) = \max_{i=1, \dots, 8} \{g * h_i|_{m,n}\}$$

Proszę

(a) wyznaczyć krawędzie obrazu z zadania 20 detektorem krawędzi Kirscha.

(b) porównać wyniki z obrazem wejściowym filtrowanym finkcją "Find Edges" w ImageJ.

Proszę zinterpretować wyniki.

22. Highboost filtering $\star (0.5)$

Proszę zastosować technikę maskowania nieostrego (Highboost filtering)

do wyostrzenia obrazu nosorożec.png.



Jako filtr wygładzający (dolnoprzepustowy) proszę zastosować filtr Gaussa. Do rozwiązania proszę załączyć wykorzystany obraz nieostrej maski (unsharp mask).

23. Dekonwolucja Van-Citterta - egzamin SZ 2024

Obraz g został przetworzony filtrem uśredniającym w kierunku x : tzn. $g' = g * h$.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & g' \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & \textcolor{gray}{2} & 3 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} \quad h = \frac{1}{3} (1 \ 1 \ 1)$$

Proszę wykonać na zaznaczonym pikselu obrazu g' pierwszy krok iteracji algorytmu dekonwolucji Van-Citterta (wyznaczyć wartość g_1):

$$\begin{aligned} g_0 &= g' \\ g_{k+1} &= g' + (\delta - h) * g_k \end{aligned}$$

24. Dekonwolucja obrazu $\star (2)$

Obraz bocian_filtered.png



to wynik filtrowania obrazu wejściowego filtrem dolnoprzepustowym o współczynnikach dwumianu Newtona $h = \frac{1}{256} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Proszę wykonać dekonwolucję obrazu algorytmem Van-Citterta. Do rozwiązania proszę załączyć obrazy po $k = 2, 5, 15$ iteracjach algorytmu oraz obrazy (symetrycznej) różnicy tych obrazów do obrazu wejściowego.