

Задача А. Перекрёстная проверка

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Разбейте множество из N объектов, каждый из которых принадлежит к одному из M классов, на K частей. Каждый объект должен попасть ровно в одну часть так, чтобы размеры частей, а также распределение классов по этим частям было сбалансировано. Формально, пусть $cnt(x, c)$ — число объектов с классом c попавших в часть x , тогда должно выполняться $\forall x, y, c : |cnt(x, c) - cnt(y, c)| \leq 1$ и $\forall x, y : |\sum_c cnt(x, c) - \sum_c cnt(y, c)| \leq 1$.

Формат входных данных

Первая строка: три целых числа N, M, K ($1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M, K \leq N$) — число объектов, классов и частей.

Вторая строка: N целых чисел C_i ($1 \leq C_i \leq M$) — класс i -го объекта.

Формат выходных данных

Выведите K строк. Каждая строка x начинается с целого числа S — размера части x . Далее идут S целых чисел — номера объектов попавших в часть x . Объекты нумеруются с единицы.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
10 4 3	4 1 4 9 10
1 2 3 4 1 2 3 1 2 1	3 2 3 5
	3 6 7 8

Замечание

В первой части содержится четыре объекта, два из них первого класса, один второго и один четвёртого. Во второй и третьей части по три объекта первых трёх классов.

Задача В. F-мера

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В результате эксперимента по классификации на K классов была получена матрица неточностей (Confusion matrix) CM , где $CM[c, t]$ — число объектов класса c , которые были классифицированы как t . Посчитайте по данной матрице неточностей средневзвешенную по классам макро и микро F-меру.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число K — число классов ($1 \leq K \leq 20$). Далее идёт K строк — описание матрицы неточностей. Каждая строка c содержит K целых чисел — c -тая строка матрицы неточностей. $\forall c, t : 0 \leq CM[c, t] \leq 100$ и $\exists c, t : CM[c, t] \geq 1$.

Формат выходных данных

Выведите два вещественных числа с плавающей точкой — взвешенно усреднённую по классам макро и микро F-меру. Абсолютная погрешность ответа не должна превышать 10^{-6} .

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 0 1 1 3	0.6 0.6
3 3 1 1 3 1 1 1 3 1	0.326860841 0.316666667

Замечание

В первом примере классы распределены как 1:4. Точность (precision), полнота (recall) и F-мера первого класса равны 0, а второго 0.75. При этом средняя точность, полнота и F-мера равны 0.6.

Задача С. Непараметрическая регрессия

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Реализуйте алгоритм непараметрической регрессии, который бы поддерживал различные функции расстояний, ядер и окон. Описание ядер можно найти здесь: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?oldid=911077090>

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа N и M — число объектов и признаков ($1 \leq N \leq 100$, $1 \leq M \leq 10$).

Далее идёт N строк — описание набора данных. Каждая строка i содержит $M + 1$ целое число $d_{i,j}$ ($-100 \leq d_{i,j} \leq 100$) — описание i -го объекта. Первые M из этих чисел признаки i -го объекта, а последнее — его целевое значение.

Следующая строка описывает объект запроса q . Она состоит из M целых чисел $d_{q,j}$ ($-100 \leq d_{q,j} \leq 100$) — признаки объекта q .

Далее идут три строки состоящих из строчных латинских букв.

Первая из них — название используемой функции расстояния: *manhattan*, *euclidean*, *chebyshev*.

Вторая — название функции ядра: *uniform*, *triangular*, *epanechnikov*, *quartic*, *triweight*, *tricube*, *gaussian*, *cosine*, *logistic*, *sigmoid*.

Третья — название типа используемого окна: *fixed* — окно фиксированной ширины, *variable* — окно переменной ширины.

Последняя строка содержит параметр окна: целое число h ($0 \leq h \leq 100$) — радиус окна фиксированной ширины, либо целое число K ($1 \leq K < N$) — число соседей учитываемое для окна переменной ширины.

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — результат запроса.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 0 2 1 1 1 0 2 0 1 0 0 euclidean uniform fixed 2	0.0000000000
3 2 0 2 1 1 1 0 2 0 1 0 0 euclidean gaussian variable 2	0.6090086848

Задача D. Линейная регрессия

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Найдите уравнения прямой аппроксимирующей положение объектов из заданного набора данных.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа N ($1 \leq N \leq 10^4$) — число объектов в обучающем множестве, и M ($1 \leq M \leq \min(N, 1000)$) — число признаков у объектов исключая зависимую переменную.

Следующие N строк содержат описание объектов. i -тая из этих строк содержит описание i -го объекта, $M + 1$ целых чисел. Первые M из этих чисел: $X_{i,j}$ ($|X_{i,j}| \leq 10^9$) — признаки i -го объекта, а последнее Y_i ($|Y_i| \leq 10^9$) — значение его зависимой переменной.

Формат выходных данных

Выведите $M + 1$ вещественных чисел с плавающей точкой A_j — коэффициенты прямой из уравнения $Y = A_0 \cdot X_0 + A_1 \cdot X_1 + \dots + A_{M-1} \cdot X_{M-1} + A_M$

Система оценки

Пусть $Score = 100 \cdot \frac{B-S}{B-J}$, где S — SMAPE вашего решения, J — SMAPE решения эталона с запасом $\approx 1\%$, B — SMAPE наивного решения с запасом $\approx 2\%$.

Тогда Verdict = $\begin{cases} \text{Ok} & \text{Score} \geq 100 \\ \text{PartiallyCorrect} & 0 \leq \text{Score} < 100 \\ \text{WrongAnswer} & \text{Score} < 0 \end{cases}$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 1 2015 2045 2016 2076	31.0 -60420.0
4 1 1 0 1 2 2 2 2 4	2.0 -1.0

Задача Е. Наивный байесовский классификатор

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Реализуйте оптимальный наивный байесовский классификатор.

Априорные вероятности классов оцениваются обыкновенным частотным методом.

Вероятности встречи отдельных слов в каждом классе оцениваются с использованием аддитивного сглаживания (сглаживание Лапласа) $p(x) = \frac{\text{count}(x) + \alpha}{\sum_{y \in Q} \text{count}(y) + \alpha \cdot |Q|}$, где x — рассматриваемое событие, а Q — множество всех событий.

Каждое слово это отдельный признак с двумя возможными событиями встретилось / не встретилось.

Формат входных данных

В первой строке содержится целое положительное число K ($1 \leq K \leq 10$) — число классов.

Во второй строке содержится K целых положительных чисел λ_C ($1 \leq \lambda_C \leq 10$) — штрафы за ошибки классификации сообщений соответствующих классов.

В третьей строке содержится целое положительное число α ($1 \leq \alpha \leq 10$) — интенсивность аддитивного сглаживания.

Следующая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 200$) — число сообщений в обучающей выборке.

Следующие N строк содержат описания соответствующих сообщений из обучающей выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа C_i ($1 \leq C_i \leq K$) — класса к которому относится i -е сообщение. Далее следует целое положительное число L_i ($1 \leq L_i \leq 10^4$) — число слов в i -м сообщении. Затем следует содержание сообщения — L_i слов состоящих из маленьких латинских букв.

Далее в отдельной строке содержится целое положительное число M ($1 \leq M \leq 200$) — число сообщений в проверочной выборке.

Следующие M строк содержат описания соответствующих сообщений из проверочной выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа L_j ($1 \leq L_j \leq 10^4$) — число слов в j -м сообщении. Затем следует содержание сообщения — L_j слов состоящих из маленьких латинских букв.

Гарантируется, что сумма длин всех сообщений в обучающей и проверочной выборке меньше чем $2 * 10^6$.

Формат выходных данных

Выведите M строк — результаты мягкой классификации оптимального наивного байесовского классификатора соответствующих сообщений из проверочной выборки.

Каждый j -й результат мягкой классификации должен содержать K чисел p_C — вероятности того, что j -е сообщение относится к классу C .

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3	0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
1 1 1	0.1741935484 0.7340501792 0.0917562724
1	0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
4	0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
1 2 ant emu	0.4869739479 0.3420173681 0.1710086840
2 3 dog fish dog	
3 3 bird emu ant	
1 3 ant dog bird	
5	
2 emu emu	
5 emu dog fish dog fish	
5 fish emu ant cat cat	
2 emu cat	
1 cat	

Замечание

В примере условные вероятности выглядят следующим образом:

$p(w_x c_y)$	ant	bird	dog	emu	fish
c_1	3/4	1/2	1/2	1/2	1/4
c_2	1/3	1/3	2/3	1/3	2/3
c_3	2/3	2/3	1/3	2/3	1/3

Слово cat не рассматривается, так как оно ни разу не встретилось в обучающей выборке.

Для первого запроса $p(c_1|M) \cdot p(M) = \frac{2}{4} \cdot (1 - \frac{3}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{2}) \cdot (\frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{4})$ и
 $p(c_1|M) = \frac{3/256}{3/256+1/243+2/243}$

Задача F. Дерево принятия решений

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Постройте дерево принятия решений.

Формат входных данных

Первая строка содержит три целых положительных числа M ($1 \leq M \leq 100$) — число признаков у объектов (исключая класс), K ($1 \leq K \leq 20$) — число классов и H ($1 \leq H \leq 10$) — максимальная глубина (в рёбрах) дерева принятия решений.

Вторая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 4000$) — число объектов в обучающей выборке.

Следующие N строк содержат описания объектов в обучающей выборке. В i -й из этих N строк перечислено $M+1$ целое число: первые M чисел $A_{i,j}$ ($|A_{i,j}| \leq 10^9$) — признаки i -го объекта, последнее число C_i ($1 \leq C_i \leq K$) — его класс.

Формат выходных данных

Выведите построенное дерево принятия решений.

В первой строке выведите целое положительное число S ($1 \leq S \leq 2^{11}$) — число вершин в дереве.

В следующих S строках выведите описание вершин дерева. В v -й из этих строк выведите описание v -й вершины:

- Если v -я вершина узел, выведите через пробел: заглавную латинскую букву 'Q', целое положительное число f_v ($1 \leq f_v \leq M$) — индекс признака по которому происходит проверка в данном узле, вещественное число с плавающей точкой b_v — константа с которой происходит сравнения для проверки, два целых положительных числа l_v и r_v ($v < l_v, r_v \leq S$) — индекс вершины дерева в которую следует перейти, если выполняется условие $A[f_v] < b_v$, и индекс вершины дерева в которую следует перейти, если условие не выполняется.
- Если v -я вершина лист, выведите через пробел: заглавную латинскую букву 'C' и целое положительное число D_v ($1 \leq D_v \leq K$) — класс объекта попавшего в данный лист.

Вершины нумеруются с единицы. Корнем дерева считается первая вершина.

Система оценки

Решение будет проверено на секретном наборе данных. На основании предсказанных и реальных классов вычисляется усреднённая по классам микро F_1 -мера.

Пусть $Score = 100 \cdot \frac{F-B}{J-B}$, где F — F_1 -мера вашего решения, J — F_1 -мера решения эталона с запасом $\approx 1\%$, B — F_1 -мера наивного решения с запасом $\approx 2\%$.

$$\text{Тогда } Verdict = \begin{cases} Ok & Score \geq 100 \\ PartiallyCorrect & 0 \leq Score < 100 \\ WrongAnswer & Score < 0 \end{cases}$$

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 4 2	7
8	Q 1 2.5 2 5
1 2 1	Q 2 2.5 3 4
2 1 1	C 1
3 1 2	C 4
4 2 2	Q 2 2.5 6 7
3 4 3	C 2
4 3 3	C 3
1 3 4	
2 4 4	

Задача G. Логическое выражение

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Постройте искусственную нейронную сеть, вычисляющую логическую функцию f , заданную таблицей истинности.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число M ($1 \leq M \leq 10$) — число аргументов f . Следующие 2^M строк содержат значения f в таблице истинности (0 — ложь, 1 — истина). Строки в таблице истинности последовательно отсортированы по аргументам функции от первого к последнему. Например:

$M = 1$	$M = 2$	$M = 3$
$f(0)$	$f(0, 0)$	$f(0, 0, 0)$
$f(1)$	$f(1, 0)$	$f(1, 0, 0)$
	$f(0, 1)$	$f(0, 1, 0)$
	$f(1, 1)$	$f(1, 1, 0)$
		$f(0, 0, 1)$
		$f(1, 0, 1)$
		$f(0, 1, 1)$
		$f(1, 1, 1)$

Формат выходных данных

В первой строке выведите целое положительное число D ($1 \leq D \leq 2$) — число слоёв (преобразований) в вашей сети.

На следующей строке выведите D целых положительных чисел n_i ($1 \leq n_i \leq 1500$ и $n_D = 1$) — число искусственных нейронов на i -м слое. Предполагается, что $n_0 = M$.

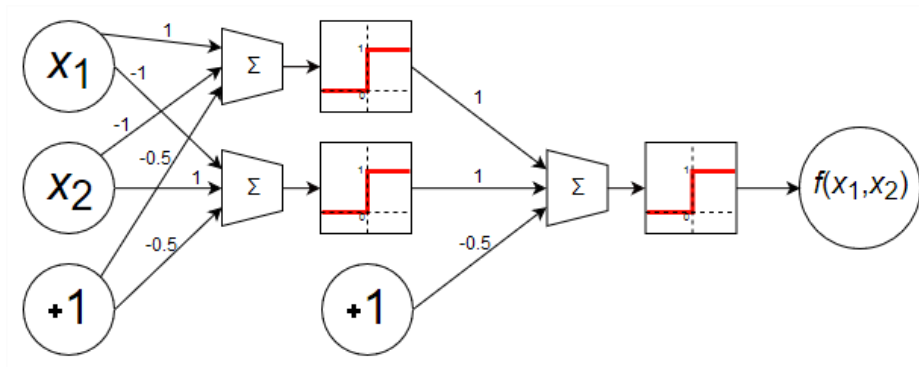
Далее выведите описание D слоёв. i -й слой описывается n_i строками, описанием соответствующих искусственных нейронов на i -м слое. Каждый искусственный нейрон описывается строкой состоящей из n_{i-1} вещественных чисел с плавающей точкой w_j и одного вещественного числа b — описание линейной зависимости текущего нейрона от выходов предыдущего i -го слоя. Линейная зависимость задается по формуле: $Y = \sum w_j \cdot x_j + b$. Предполагается, что после каждого вычисления линейной зависимости к её результату применяется функция ступенчатой активации $a(Y) = \begin{cases} 1 & Y > 0 \\ 0 & Y < 0 \end{cases}$. Обратите внимание, что в нуле данная функция не определена, и если в ходе вычисления вашей сети будет вызвана активация от нуля, вы получите ошибку.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	2
0	2 1
1	1.0 -1.0 -0.5
0	1.0 1.0 -1.5
1	1 1 -0.5
2	2
0	2 1
1	1.0 -1.0 -0.5
1	-1.0 1.0 -0.5
0	1 1 -0.5

Замечание

Во втором примере в результате получается следующая сеть:



Задача Н. Матричная функция

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

По заданному графу вычислений. Вычислите матричную функцию и её производную.

Формат входных данных

В первой строке содержится три целых положительных числа N , M , K ($1 \leq M, K \leq N \leq 50$) — число вершин в графе вычислений, число входных параметров (вершин) и число выходных параметров (вершин). Далее следует N строк — описание вершин графа вычислений. i -я из этих строк содержит описание i -й вершины:

- **var** r c ($1 \leq r, c \leq 25$) — входной параметр функции, матрица состоящая из r строк и c столбцов.
- **tnh** x ($1 \leq x < i$) — матрица из значений гиперболического тангенса вычисленного от соответствующих компонент матрицы полученной из x -й вершины графа вычислений.
- **rlu** α^{-1} x ($1 \leq \alpha^{-1} \leq 100$, $1 \leq x < i$) — матрица из значений функции параметрического линейного выпрямителя с параметром α вычисленной от соответствующих компонент матрицы полученной из x -й вершины графа вычислений. α^{-1} - целое число.
- **mul** a b ($1 \leq a, b < i$) — произведение матриц полученных из a -й b -й вершины графа вычислений соответственно.
- **sum** len u_1 u_2 ... u_{len} ($1 \leq len \leq 10$, $\forall 1 \leq j \leq len : 1 \leq u_j < i$) — сумма матриц полученных из вершин u_1, u_2, \dots, u_{len} графа вычислений.
- **had** len u_1 u_2 ... u_{len} ($1 \leq len \leq 10$, $\forall 1 \leq j \leq len : 1 \leq u_j < i$) — произведение Адамара (покомпонентное) матриц полученных из вершин u_1, u_2, \dots, u_{len} графа вычислений.

Гарантируется, что первые M вершин и только они имеют тип **var**. Последние K вершин считаются выходными.

Далее следует описание M матриц — входных параметров соответствующих вершин графа вычислений.

Затем следует описание K матриц — производных функции по соответствующим выходным вершинам.

Каждая строка, каждой матрицы расположена на отдельной строке. Матрицы состоят из целых чисел по модулю не превышающих 10.

Формат выходных данных

Выведите K матриц — значение параметров соответствующих выходных вершин графа вычисления. Затем выведите M матриц производных функции по соответствующим входным вершинам.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
6 3 1	0.0 -0.1
var 1 3	-3.8 2.0 -1.9
var 3 2	2.0 -0.2
var 1 2	-3.0 0.3
mul 1 2	-5.0 0.5
sum 2 4 3	-1.0 0.1
rlu 10 5	
-2 3 5	
4 2	
-2 0	
2 1	
4 -2	
-1 1	

Замечание

В примере вычисляется функция $ReLU_{\alpha=0.1} \left((-2 \ 3 \ 5) \times \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + (4 \ -2) \right)$, а $(-1 \ 1)$ производная по её выходу.

Задача I. Коэффициент корреляции Пирсона

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте корреляцию Пирсона двух численных признаков.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых числа x_1 и x_2 ($-10^9 \leq x_1, x_2 \leq 10^9$) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — корреляцию Пирсона двух признаков у заданных объектов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 1 4 2 5 3 1 4 2 5 3	-0.500000000

Задача J. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте ранговую корреляцию Спирмена двух численных признаков.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых числа x_1 и x_2 ($-10^9 \leq x_1, x_2 \leq 10^9$) — значения первого и второго признака описываемого объекта. Гарантируется, что все значения каждого признака различны.

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — коэффициент ранговой корреляции Спирмена двух признаков у заданных объектов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 1 16 2 25 3 1 4 4 5 9	-0.500000000

Задача К. Расстояния

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте зависимость категориального признака Y от числового X по внутриклассовому и межклассовому расстоянию:

- Внутриклассовое расстояние = $\sum_{i,j:y_i=y_j} |x_i - x_j|$
- Межклассовое расстояние = $\sum_{i,j:y_i \neq y_j} |x_i - x_j|$

Формат входных данных

Первая строка содержит одно целое положительное число K ($1 \leq K \leq 10^5$) — максимальное число различных значений Y второго признака.

Следующая строка содержит одно целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых числа x и y ($|x| \leq 10^7, 1 \leq y \leq K$) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно целое число — внутриклассовое расстояние.

Во второй строке выведите одно целое число — межклассовое расстояние.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	8
4	12
1 1	
2 2	
3 2	
4 1	

Задача L. Условная дисперсия

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте условную дисперсию $D(Y|X)$.

Формат входных данных

Первая строка содержит одно целое положительное число K ($1 \leq K \leq 10^5$) — максимальное число различных значений признака X .

Следующая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа x и y ($1 \leq x \leq K, |y| \leq 10^9$) — значения признаков X и Y .

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — условную дисперсию.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 4 1 1 2 2 2 3 1 4	1.25

Задача М. Хи-квадрат

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте зависимость двух категориальных признаков согласно критерию хи-квадрат (критерий согласия Пирсона).

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых положительных числа K_1 и K_2 ($1 \leq K_1, K_2 \leq 10^5$) — максимальное число различных значений первого и второго признака.

Следующая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа x_1 и x_2 ($1 \leq x_1 \leq K_1, 1 \leq x_2 \leq K_2$) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — критерий хи-квадрат зависимости двух признаков у заданных объектов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 3 5 1 2 2 1 1 1 2 2 1 3	0.833333333

Замечание

В примере реальное число наблюдений наблюдений выглядит как

	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	0

, а ожидаемое число

	1	2	3
наблюдений 1	1.2	1.2	0.6
2	0.8	0.8	0.4

Задача N. Условная энтропия

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Посчитайте условную энтропию $H(Y|X)$. При расчётах используйте натуральные логарифмы $\ln(x)$, либо логарифмы идентичные натуральному $\log_e(x)$.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых положительных числа K_x и K_y ($1 \leq K_x, K_y \leq 10^5$) — максимальное число различных значений признаков X и Y .

Следующая строка содержит целое положительное число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число объектов.

Следующие N строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих N строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа x и y ($1 \leq x \leq K_x, 1 \leq y \leq K_y$) — значения признаков X и Y .

Формат выходных данных

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — условную энтропию.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 3 5 1 2 2 1 1 1 2 2 1 3	0.9364262454248438