- Métodos computacionales 2:
  Alejandro Segura
- **Fourier**

  a) Subir código y cálculos matemáticos a cada repositorio de grupo.

Contents

List of Figures

1 Fourier Series

1.1 Series de Fourier

Demostrar (con rigor matemático) los siguientes teoremas:

1. Si $f(t)$ es continua cuando $-T/2 \leq t \leq T/2$ con $f(-T/2) = f(T/2)$, y si la derivada $f'(t)$ es continua por tramos y diferenciable; entonces la serie de Fourier:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n cos(n\omega_0 t) + b_n sin(n\omega_0 t)) \tag{1}$$

se puede diferenciar término por término para obtener:

$$f'(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n\omega_0(-a_n sin(n\omega_0 t) + b_n cos(n\omega_0 t)) \tag{2}$$

Sea $f(t)$ continua por tramos en el intervalo $-T/2 \leq t \leq T/2$ y sea $f(t+T) = f(t)$. Demostrar que la serie de Fourier se puede integrar término por término para obtener:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = \frac{1}{2}a_0(t_2-t_1)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\omega_0}[-b_n(cos(n\omega_0 t_2)-cos(n\omega_0 t_1))+a_n(sen(n\omega_0 t_2)-sen(n\omega_0 t_1))] \tag{3}$$

1.2 Presentación de funciones

1. Encontrar (analíticamente) la serie de Fourier de la función $f(t) = t$ para el intervalo $(-\pi, \pi)$ y $f(t+2\pi) + f(t)$. Animar los primeros 50 armónicos usando el paquete `Camera`.

$$f(t) = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n} sin(nt) \tag{4}$$

1.3 Función $\zeta(s)$ de Riemann

1. Integrar (analítcamente) la serie de Fourier de $f(t) = t^2$ en el intervalo $-\pi \leq t \leq \pi$ y $f(t+2\pi) = f(t)$.

2. Usando dicha integral y la identidad de Parseval, pensar en un programa para estimar numéricamente la función $\zeta(6)$ de Riemman:

$$\zeta(6) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^6} = \frac{\pi^6}{945}. \tag{5}$$

1.4 Derivada espectral

1. Estime la derivada espectral en 100 puntos equi-espaciados del intervalo $(-2\pi, 2\pi)$ de la función:

$$f(x) = e^{-0.1x} sin(x) \tag{6}$$

   donde el paso de derivación es $\Delta x = 100/(4\pi)$.

2. Haga la comparación grafica entre la derivada exacta, la derivada derecha y la derivada espectral.

1.5 Manchas Solares

1. Descargue los datos de las manchas solares desde 1600. `https://github.com/asegura4488/DataBase/blob/main/MetodosComputacionales/ManchasSolares.dat`. La columna 1 es el año, la segunda es el mes y la tercera es el número de manchas. Para encontrar el periodo de manchas solares desde 1900, sugiero el siguiente enfoque:

   a) Filtrar los datos a partir del año 1900.
   b) Quitar el valor medio de los datos para que la frecuencia este centrada en cero.
   c) Calcular la transformada rápida de Fourier (`np.fft.fft`) y las frecuencias (`np.fft.fftfreq`).
   d) Encontrar la frecuencia dominante por año, es decir, solo dejar la frecuencia fundamental en el espectro de frecuencias.
   e) Usar este valor para encontrar el periodo por año.
   f) Reproducir la Figura [1].

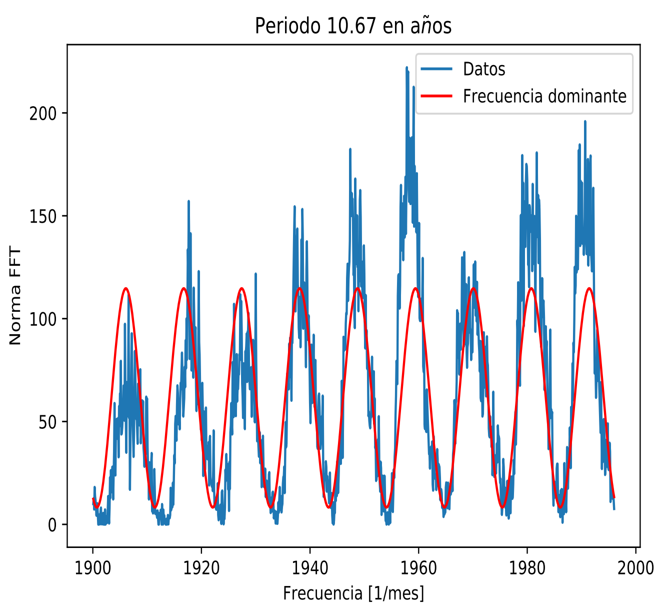

Figure 1: Frecuencia de manchas solares después de 1900.