



Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра математической физики

Отчет по 4 заданию курса

“Компьютерные технологии в математическом моделировании”

Выполнила:
Студентка 601 группы
Зими́на О́льга Николаевна

ЧАСТЬ 1

Постановка задачи

Задача для уравнения Гельмгольца в круге:

$$-\Delta u + \alpha u = f(x, y), \quad 0 < x^2 + y^2 < R, \quad 0 < y < \pi$$

$$\frac{du}{dn} \Big|_{y>0} = g(x, y), \quad x^2 + y^2 = R^2,$$

$$u \Big|_{y<0} = h(x, y), \quad x^2 + y^2 = R^2$$

Вариационная постановка задачи:

$$a(u, v) = (\nabla u, \nabla v) dx + \alpha(v, u) dx, \quad L = f v dx + g v ds$$

Везде ниже берем $R = 1$.

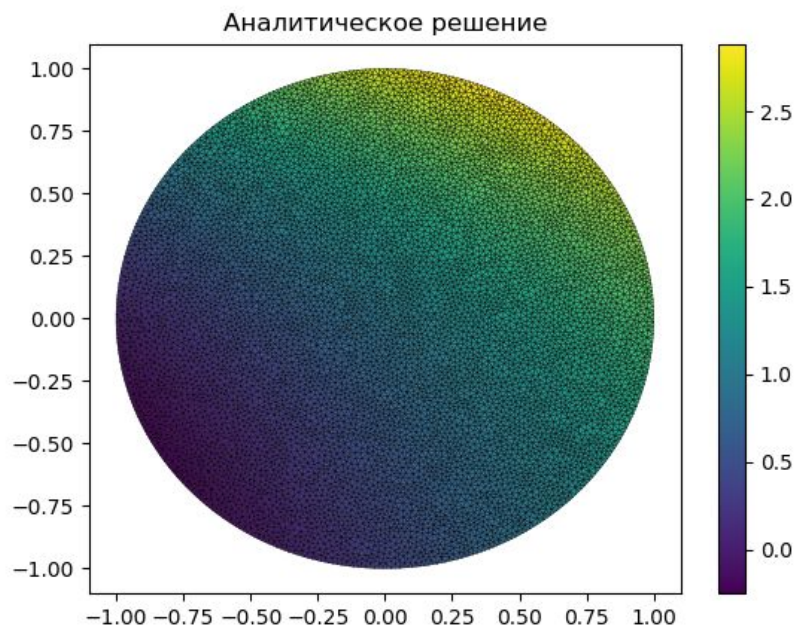
1) Функция

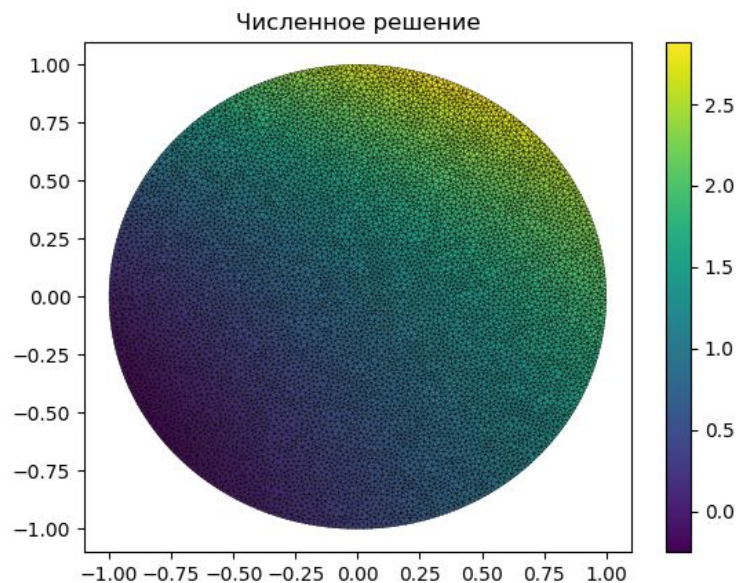
$$h(x, y) = e^y + x, \quad f(x, y) = (\alpha - 1)e^y + \alpha x, \quad g(x, y) = \frac{x}{R} + \frac{e^y y}{R}, \quad \alpha = 10$$

Нормы отклонения точного аналитического решения u от полученного численно u_D :

$$\|u_D - u\|_{L_2} = 0.00006.823691530539581$$

$$\|u_D - u\|_C = 0.00011242015997070531$$





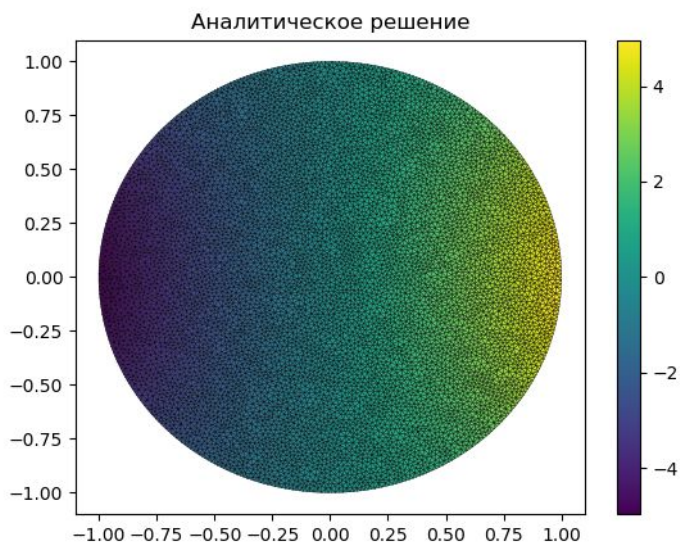
2)Функция

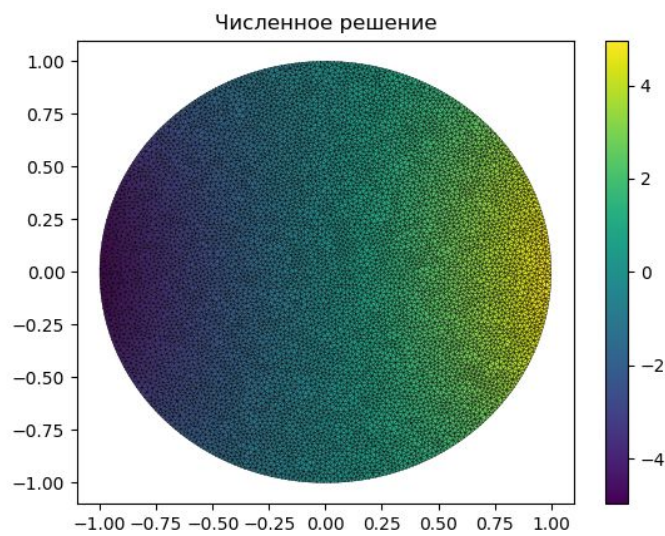
$$h(x,y) = 5x\cos(y), \quad f(x,y) = 5(\alpha + 1)x\cos(y), \quad g(x,y) = 5\frac{\cos(y)x}{R} - 5\frac{\sin(y)xy}{R}, \quad \alpha = 1$$

Нормы:

$$\|u_D - u\|_{L_2} = 0.00020145769309857522$$

$$\|u_D - u\|_C = 0.00021282460609040044$$





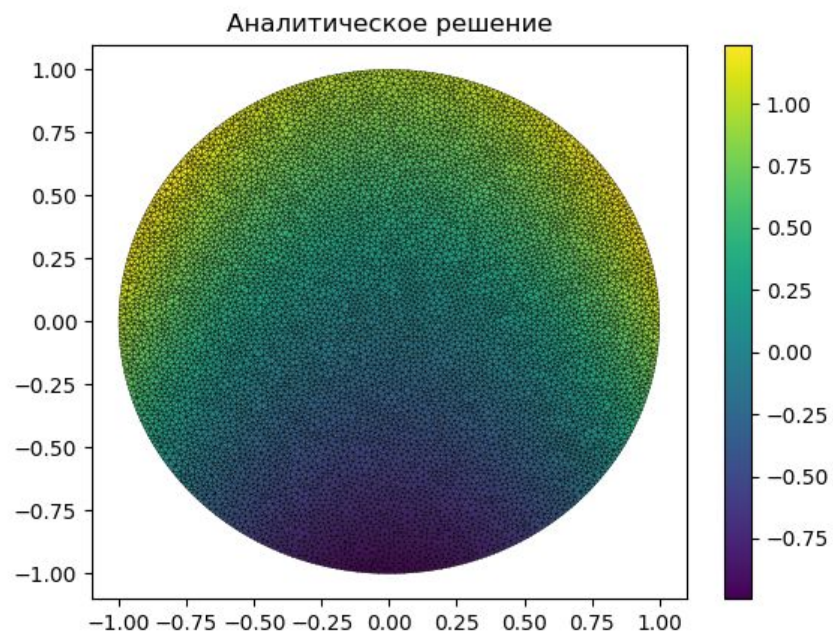
3) Функция

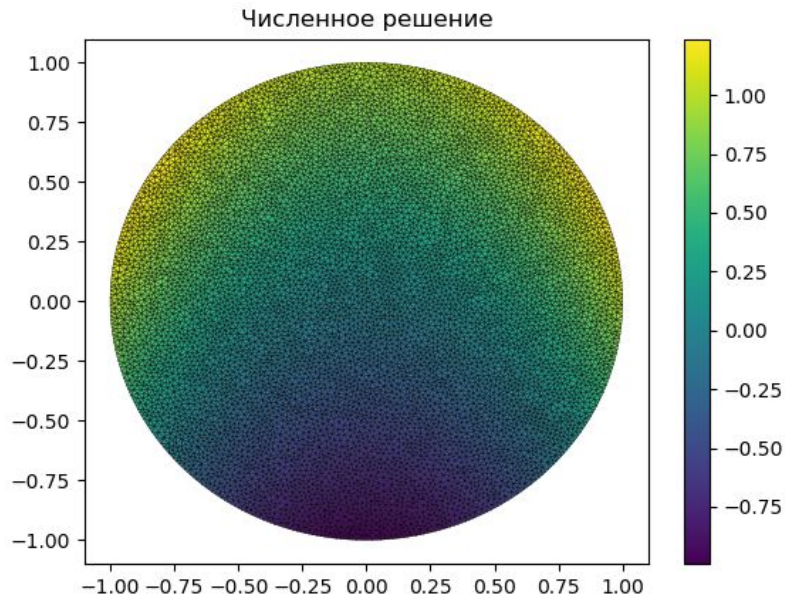
$$h(x,y) = x^2 + y, \quad f(x,y) = \alpha(x^2 + y) - 2, \quad g(x,y) = 2\frac{x^2}{R} + \frac{y}{R}, \quad \alpha = 2$$

Нормы:

$$\|u_D - u\|_{L_2} = 0.00012191540007038966$$

$$\|u_D - u\|_C = 0.00012158859249811194$$





ЧАСТЬ 2

Постановка задачи

Задача для уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \alpha \Delta u + f(x, y, t), \quad 0 < x^2 + y^2 < R, \quad 0 < y < \pi \\ \frac{du}{dn} \Big|_{y>0} &= g(x, y, t), \quad x^2 + y^2 = R^2, \\ u \Big|_{y<0} &= h(x, y, t), \quad x^2 + y^2 = R^2 \end{aligned}$$

Вариационная постановка задачи:

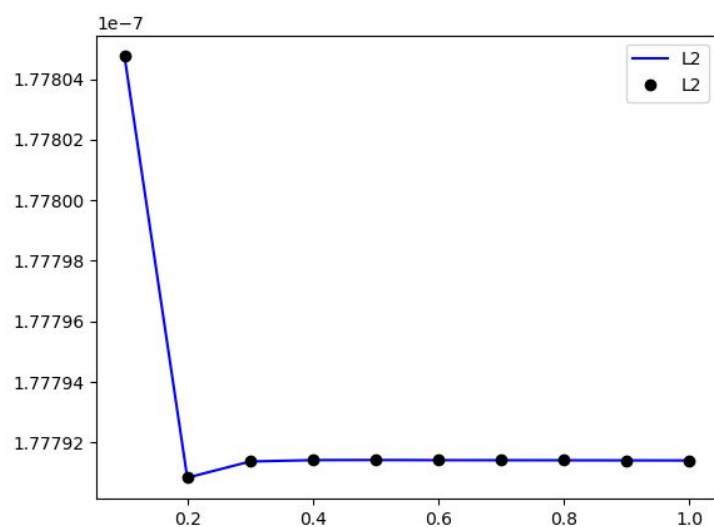
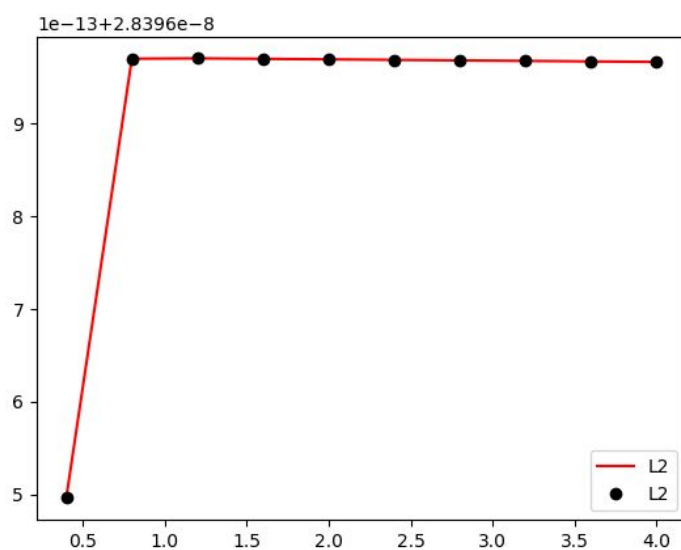
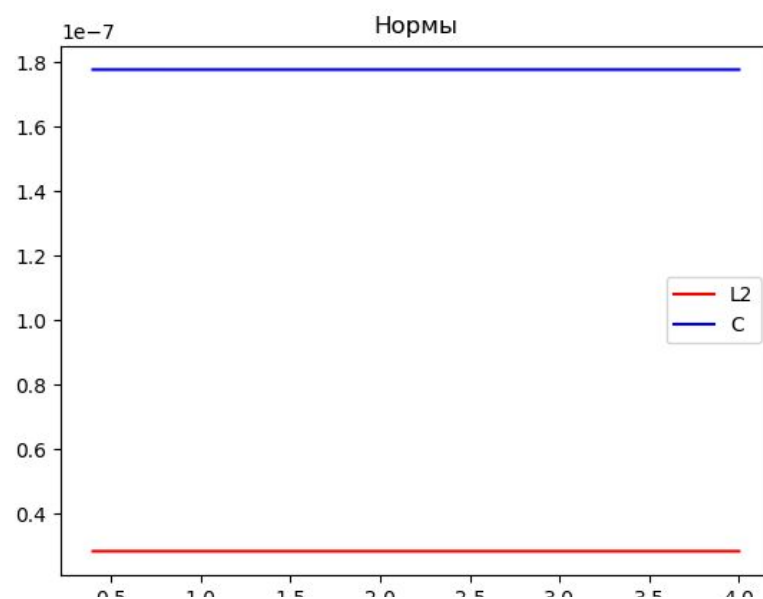
$$a(u, v) = \alpha (\nabla u, \nabla v) dx dt + (v, u) dx, \quad L = (u_i + dt f) v dx + \alpha g v ds dt$$

Везде ниже берем $R = 1$, $T = 4$, количество шагов по времени – 10.

1) Функция

$$h(x, y, t) = e^y + xt, \quad f(x, y, t) = x - \alpha e^y, \quad g(x, y, t) = \frac{tx}{R} + \frac{e^y y}{R}, \quad \alpha = 10$$

Визуализация численного и аналитического решений в файлах an_1.gif и num_1.gif

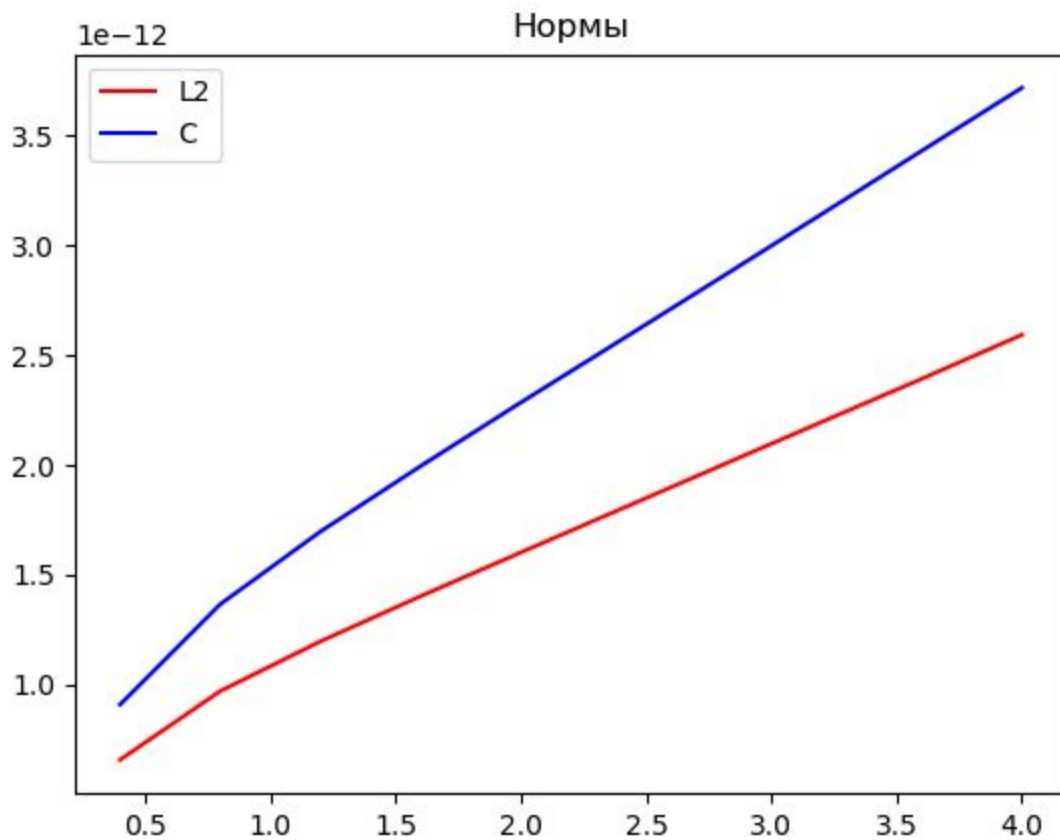


2) Функция

$$h(x, y, t) = 1 + x^2 + y^2 + t, \quad f(x, y, t) = 1 - 4\alpha,$$

$$g(x, y, t) = \frac{2x^2}{R} + \frac{2y^2}{R}, \quad \alpha = 0.5, \quad T = 4$$

Визуализация численного и аналитического решений в файлах an_2.gif и num_2.gif



3) Функция

$$h(x, y, t) = \sin(0.1x - t) + xyt, \quad f(x, y, t) = 0.01\alpha \sin(0.1x - t) - \cos(0.1x - t) + xy,$$

$$g(x, y, t) = \frac{0.1 \cos(0.1x - t) + yt}{R} + \frac{xt}{R}, \quad \alpha = 0.1, \quad T = 1$$

Визуализация численного и аналитического решений в файлах an_3.gif и num_3.gif

