

Comentário ao livro *Dados de Euclides* feito pelo filósofo Marino¹

Tradução e notas de²:
Húdson Canuto,
Instituto Federal de Alagoas (IFAL)
canutohudson@gmail.com

Juliana Cecci Silva,
Universidade Tiradentes
julianacecci@yahoo.com.br

William de Siqueira Piauí
Departamento de Filosofia e Letras da Universidade
Federal de Sergipe (DFL – UFS)
piauiusp@gmail.com

DOI 10.1515/kjps-2016-0010

1 Valemos-nos aqui da tradução para o latim mencionada por Michaux, ou seja, da obra “Euclides, *Data*, aos cuidados de H. Menge e I. L. Heiberg, de 1896, Leipzig: Ed. Teubner”; obra bilíngue (grego-latim) que corresponde ao VI volume da *Opera Omnia* de Euclides; é a esta edição que se referem os algarismos “234.1” e “256.25”, por exemplo, do texto em grego que aparece ao final da presente tradução, isto é, página 234 (íncio do texto), linha 1 ou página 256 (final do texto), linha 25. Também consultamos a tradução latina de Claude Hardy de 1625 (que certamente foi lida por Leibniz), obra que também é bilíngue. Como não podia ser diferente, a nossa tradução assumiu como referência o trabalho do já mencionado Maurice Michaux, o *Le commentaire de Marinus aux Data d'Euclide*, de 1947. Segundo o próprio Michaux, Marino teria nascido por volta de 440 d.C em Flávia Neápolis, antiga Sichem, na Palestina; ele substituirá Proclo (410–485) à frente da Academia de Atenas a partir de 484, depois de uma disputa acirrada com Isidoro de Alexandria (ou de Gaza); não se sabe exatamente quando morreu, de qualquer modo, outros historiadores mencionam seu nascimento e morte em mais ou menos 450–500 estimativa que poderíamos estender também para Isidoro.

2 Húdson Canuto é Professor do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia na Universidade Federal de Sergipe (DFL-UFS). Juliana Cecci Silva é Professora da Universidade Tiradentes, tradutora e mestra pelo Programa de Pós-Graduação em Estudos da Tradução na Universidade de Brasília (Postrad – UnB), e membra do grupo de pesquisa Escritura: Linguagem e Pensamento. William de Siqueira Piauí é doutor em Filosofia pela Universidade de São Paulo (FFLCH – USP), licenciado em matemática pelo IME-USP/Unit e professor adjunto do Departamento de Filosofia e Letras da Universidade Federal de Sergipe (DFL – UFS).

[234.1]³ É preciso, em primeiro lugar [1.0], estabelecer o que é o *dado* (δεδομένον), em seguida [2.0], dizer qual é a utilidade do estudo dessa questão e, em terceiro lugar [3.0], a qual ciência ele se associa.

[1.1] O *dado* é definido de maneiras variadas, [234.5] uma para os antigos outra para os contemporâneos; daí a razão que a sua verdadeira explicação seja difícil de ser fornecida. Alguns nem mesmo deram uma definição dele, mas esforçaram-se em descobrir nele algo particular; outros, combinando o que disseram os primeiros, tentaram defini-lo [234.10]; e mesmo estes não estão em perfeita harmonia.

Todavia, todos parecem coincidir quanto à suposição de que o *dado* é, com efeito, algo *compreendido* (καταληπτὸν). Pois os mais limitados deles também tentaram descrever o *dado* a partir de alguma diferença; uns identificaram o *dado* [234.15] com algo *ordenado* (τεταγμένον), como [o fez] Apolônio⁴ em seu tratado *Sobre as inclinações* (Περὶ νεύσεων) e em seu *Tratado universal* (Καθόλου πραγματείᾳ); outros, contudo, associaram *dado* com o que seria *conhecido* (γνώριμον), como [o fez] Diodoro⁵: “Com efeito, é por essa razão que se diz que os raios e os ângulos são *dados* e, em geral, tudo aquilo que alcança algum *conhecimento* (γνῶσιν), ainda que se refira a [algo] não *comensurável* (εἰ μὴ ἀριθμήσιν εἴη).

³ Com a numeração “[234.1]”, por exemplo, esperamos ajudar o leitor a se localizar com maior precisão e facilidade no texto original grego; com a numeração “[1.0]”, “[2.0]” e “[3.0]”, quanto às três grandes partes do texto, ou seja, quanto à investigação sobre qual é de fato a natureza do *dado*, qual a utilidade do estudo de tal questão e a qual ciência ela deve estar associada; além disso, com “[1.1]”, “[1.2]”, “[1,3]” e “[1,4]” quanto às subpartes da primeira grande parte, respectivamente, quanto à suposição que o *dado* é algo compreendido, quanto às definições que o apresentam a partir de pares de conceitos, sobre o que há de comum e divergente sobre tais conceitos e, por fim, qual é de fato a definição do *dado*: é o conhecido (gênero) realizável (espécie) [250.25].

⁴ Marino se refere ao terceiro geômetra mais famoso da Antiguidade depois de Euclides (c. 325–c. 265 a.C.) e Arquimedes (287–212 a.C.), ou seja, a Apolônio de Pérga ou Pérgamo (c. 262 –c. 190 a.C.) de quem a obra mais importante foi o *Tratado das Cônicas*, talvez aqui considerado com seu *Tratado Universal*; outros seis trabalhos escritos por ele e lembrados por Papus foram os seguintes: *Sobre secções proporcionais*, *Sobre secções espaciais*, *Sobre secções determinadas*, *Lugares planos*, *Sobre as inclinações* (mencionado acima) e *Tangências*. Segundo Eves (2004, p. 200), desta lista somente o primeiro, em sua versão árabe, chegou aos nossos dias.

⁵ Diodoro de Alexandria, matemático e astrônomo do primeiro século a.C., famoso pupilo de Posidônio de Apameia (135–51 a.C.). Não conseguimos saber quais obras teria escrito e se haveria dentre elas uma com título similar a *Sobre os dados*.

Outros, entretanto, acreditaram que seria o próprio [234.20] *comensurável* (πότιστὸν), como queria Ptolomeu⁶, que chama *dado* àquilo cuja medida é conhecida (γνώριμον) [236.1] exatamente ou muito proximamente [do exato].

E outros pensaram que o *dado* era aquilo que se propõe na hipótese por aquele que a enuncia. Nos *Elementos* [de Euclides] (ταῖς πρώταις στοιχείωσεσι), fala-se pela primeira vez também em um outro sentido, como de uma dada [236.5] reta, como se alguém determinasse e desse o comprimento dessa dada reta.

Todas essas coisas, de fato, tendem a significar uma certa *compreensão* (κατάληψίν). É por isso que, entre as definições, as mais aceitas são as que melhor expressam o *compreendido* (καταληπτὸν), como mostraremos em seguida.

[236.10] [1.2] Agora, contudo, expomos as diferentes sentenças daqueles que não caracterizam de modo limitado a natureza do *dado* como algo único, e que dele dão mais de um tipo de definição⁷. Todavia, podemos enumerar muito facilmente as diferentes sentenças de todos eles.

Com efeito, uns definiram o *dado* como aquilo que é conjuntamente *ordenado* (τεταγμένον) e *realizável* (πόριμον)⁸ [236.15]; outros, conjuntamente *ordenado* (τεταγμένον) e *conhecido* (γνώριμον); outros, por fim, conjuntamente *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον). Pois, como os precedentes, parecem ter em mente a *compreensão* (κατάληψίν) e mesmo a *apreensão* (λῆψίν) e a *invenção* (εὕρεσιν) do *dado*, para defini-lo da maneira que dissemos.

Também para [236.20] percebermos mais plena e abundantemente e, em meio a todas aquelas, extrair a verdadeira definição do *dado* em questão, investigaremos primeiramente o significado de cada termo simples e de seu contrário, quero dizer, do *desordenado* (ἀτάκτου), do *desconhecido*

⁶ Cláudio Ptolomeu (c. 95-c. 165), filósofo antigo que escreveu o “trabalho grego definitivo sobre astronomia” (EVES, 2004, p. 204), ou seja, o famoso *Almagesto*, e que é mencionado aqui certamente por seus trabalhos em Matemática, disciplina que, como ficará claro principalmente ao final da presente tradução, não estava separada da Física, Astronomia ou Música.

⁷ Na verdade, Marino se refere a definições fornecidas aos pares, como ficará claro no parágrafo imediatamente seguinte.

⁸ Seguimos aqui a sugestão de tradução feita por Maurice Michaux (1947), p. 26.

(ἀγνώστου) [236.25], do *irrealizável* (ἀπόρου), e do *irracional* (ἀλόγου), pois essas coisas dizem respeito à matéria geométrica (γεωμετρικὴν), as que, com efeito, se referem igualmente à física (φυσικὰ πράγματα) e às outras disciplinas matemáticas (μαθηματικὰς ἐπιστήμας).

[238.1] Certamente, o *ordenado* (τεταγμένον) é definido como aquilo que permanece sempre idêntico a si mesmo a partir do que se diz *que está ordenado* (καθ ὃ τετάχθαι), seja em grandeza (μέγεθος), seja em figura (εἶδος), seja quanto ao que quer que for diferente ou de outro modo se defina; o que não pode ser de outra maneira, mas continua imutável [238.5] em um lugar bem delimitado; como, por exemplo, a reta (εὐθεῖα) traçada por dois pontos (σημείων) dados se diz *que está ordenada* (τετάχθαι), posto que não pode ser dito de um outro modo e tem uma posição fixa. O *desordenado* (ἄτακτος), por outro lado, se diz da circunferência (περιφέρεια) que passa por dois [pontos], de fato, ela pode ser traçada de variadas maneiras e tem posição fixa, traçando círculos (κύκλου) [238.10] maiores ou menores, ao infinito (ἄπειρον), que passem por esses dois pontos. Ao contrário, a circunferência passando por três pontos é *ordenada* (τεταγμένη); pois essas coisas também se chamam *ordenadas* (τεταγμένων). Como construir um triângulo equilátero (ἰσόπλευρον τρίγωνον) sobre uma reta dada; visto que pode ser construído de dois modos, mas, de cada [238.15] lado da reta, só se pode fazê-lo de uma maneira única (μοναχῶς) e invariável (ἀμεταπτώτως). E como dividir certa reta a partir de apenas uma proporção (λόγον), de fato, só de uma maneira pode ser feito, em duas iguais. *Desordenadas* (ἄτακτα) são as coisas opostas àquilo que precede; como, por exemplo, constituir-se de modo desigual (σκαληνὸν)⁹ e dividir a reta de uma maneira [238.20] indefinida (ἀορίστως). Assim, é preciso associar à definição o aspecto sob o qual a coisa se diz *ordenada* (καθ ὃ τέτακται), pois uma e a mesma coisa pode ser *ordenada* (τεταγμένον) sob um aspecto, mas *desordenada* (ἄτακτον) sob um outro; por exemplo, o triângulo equilátero (ἰσόπλευρον τρίγωνον), enquanto equilátero, se diz *ordenado* (τέτακται), mas em grandeza ele é não determinado (οὐχ ὕρισται) inteiramente.

⁹ Escaleno se diz o triângulo com três lados diferentes.

[238.25] O *conhecido* (γνώριμον) é aquilo que é reconhecido (γιγνωσκόμενον) como evidente (δῆλον) e compreendido (καταλαμβανόμενον) por nós. Do mesmo modo, o *desconhecido* (ἄγνωστον) é aquilo que não é reconhecido nem compreendido por nós. Por exemplo, para dizer que a extensão da estrada é *conhecida* (γνώριμον) é preciso que se tenha compreendido quantos [240.1] estádios¹⁰ ela tem; e, do mesmo modo, o fato de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois retos e que a [reta] binomial (έκ δύο ὀνομάτων)¹¹ é irracional (ἄλογός). Também são ditas *conhecidas* (γνώριμα) coisas tais como: partindo de um ponto exterior [240.5] para duas das partes, existe apenas uma tangente (ἐφαπτομένην) que toca na espiral (ἔλικος)¹², se houvesse alguma outra, então duas retas compreenderiam certo espaço (χωρίον), o que é impossível (ἀδύνατον). Entretanto, as que são *desconhecidas* (ἄγνωστα) não são as *irracionais* (ἄλογά), mas sim aquelas que não são nem *conhecidas* (γιγνωσκόμενα) nem *compreendidas* (καταλαμβανόμενα) por nós.

O *realizável* (πόριμον) diz-se daquilo que é possível (δυνατόν) fazermos ou [240.10] construirmos (ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι), isto é, fazermos vir ao pensamento (εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν). Por outro lado, porém, o *realizável* (πόριμον) se diz daquilo que se pode realizar por demonstração (ἀποδείξεως), ou aquilo que é manifesto (φαινόμενον) mesmo sem demonstração; como, por exemplo, traçar um círculo conhecendo o centro e o raio; compor tanto um triângulo [240.15] equilátero quanto um escaleno; encontrar a reta binomial (έκ δύο ὀνομάτων) e três retas comensuráveis (ρήτας) só potencialmente (δυνάμει)¹³. Mesmo as que de infinitas maneiras (ἀπειραχῶς) são *realizáveis* (πόριμά), como, por exemplo, traçar um círculo que passe por dois pontos. O *irrealizável* (ἄπορον) é o que leva ao oposto, como, por exemplo, a quadratura do círculo (κύκλου τετραγωνισμός)

10 Antiga medida de extensão equivalente a 125 passos, algo próximo de 206,25 metros.

11 Expressão que aparece especialmente a partir da proposição 36 do livro X dos *Elementos* de Euclides.

12 Traduzimos o termo grego ἔλικος por “espiral” (que corresponderia ao grego σπείρα, e não ἔλικος) tendo em vista que, como nos indica Maurice Michaux (cf. op. cit. p. 58), certamente trata-se de lembrar o problema da hélice ou espiral plana (επίπεδη ἔλικα) de Arquimedes, que escreveu um tratado de título *Sobre as espirais*.

13 Expressão que segundo Michaux significa das “quais os quadrados são comensuráveis”, op. cit. p. 58.

[240.20]¹⁴. Pois ainda não está *realizado* (πόρω), ainda que *realizável* (πορισθῆναι) e cognoscível (έπιστητόν), pois o conhecimento (έπιστήμη) da quadratura do círculo ainda não foi alcançado. Mas, nesse momento, nós tratamos daquilo que já está *realizado* (πόρω), daquilo que chamamos de *legitimamente realizável* (κυρίως πόριμον). Pois aquilo que ainda não foi *realizado* (πόρω), [240.25] mas eventualmente é *realizável* (πορισθῆναι), é designado *particularmente* de *realizado* (ποριστὸν ἴδιως). O *irrealizável* (ἄπορον), como foi chamado, é o contrário do *realizável* (πορίμω), ou seja, é aquilo sobre o que a investigação não encontrou solução.

O *comensurável* (ῥήτον) é aquilo do que podemos fornecer a grandeza (μέγεθος), a figura (εἶδος) [242.1] ou a convenção (θέσιν); no entanto, esta definição é geral demais; propriamente e em si mesmo, o *comensurável* (ῥήτόν) é aquilo de que nós conhecemos a quantidade com relação a uma medida convencionada, como o palmo ou mesmo o dedo.

[242.5] [1.3] Definidos estes termos, a partir de agora será mais fácil examinar o comum e o divergente quanto às noções das quais falamos.

E primeiramente qual relação há entre o *ordenado* (τεταγμένον) e o *conhecido* (γνώριμον) e os que se opõem a eles. Com efeito, não dizemos que estes termos são convertíveis [242.10] nem com os que são mais amplos que eles; ainda que muitas coisas lhes sejam comuns, por exemplo, traçar uma reta passando por dois pontos e constituir lados iguais [de um triângulo] a partir de três círculos, entretanto, a quadratura do círculo tanto é *ordenada* (τεταγμένον), quanto *desconhecida* (ἄγνωστον); assim como o fato de existir apenas uma tangente que toca na [242.15] espiral (ελικός) partindo de um ponto para duas das partes faz parte das coisas que são *ordenadas* (τεταγμένων) e não pode ser de outro modo; pois não se conhece (ἔγνωσται) sua demonstração (άπόδειξις) nem sua construção (κατασκευή). Novamente, a divisão (τομῇ) infinita (ἄπειρον) em partes desi-

¹⁴ Como nos lembra Eves (2004, p. 140): “Provavelmente nenhum outro problema exerceu um fascínio maior ou mais duradouro do que aquele de construir um quadrado de área igual à área de círculo dado. [...] O primeiro grego conhecido cujo nome se liga ao problema é Anaxágoras (c. 499-c. 427 a.C.), mas sua contribuição é desconhecida. Hipócrates de Quio, um contemporâneo de Anaxágoras, teve sucesso na quadratura de certas lunas especiais [...]. Alguns anos mais tarde, Hípias de Elís (c. 425 a.C.) inventou uma curva que se tornou conhecida como *quadratriz*. [...] Pode-se conseguir uma solução elegante do problema da quadratura com a espiral de Arquimedes que, efetivamente, foi utilizada por ele com essa finalidade”.

guais¹⁵ (*σκαληνοῦ*) [de uma reta] se conhece (*ἔγνωσται*), mas não se ordena (*τέτακται*); assim, parece [242.20] que o *ordenado* (*τεταγμένου*) tanto será o *conhecido* (*γνώριμον*) quanto o *desconhecido* (*ἄγνωστον*), e, inversamente, que o *conhecido* (*γνώριμον*) tanto será o *ordenado* (*τεταγμένου*) quanto o *desordenado* (*ἄτακτον*). E esses termos se relacionam assim como o lógico (*λογικὸν*) e o vulgar (*πεζόν*): não dizemos que estes termos se assemelham nem mesmo [242.25] com os que são mais amplos que eles¹⁶.

A mesma relação existe entre o *ordenado* (*τεταγμένου*) e o *desordenado* (*ἄτακτον*) de um lado, e o *realizável* (*πόριμον*) e o *irrealizável* (*ἄπορον*) de outro. De fato, a semelhança entre estes termos é a maior possível, mas diferem pelos motivos que [244.1] dissemos. Portanto, a espiral (*ἕλιξ*) é *ordenada* (*τέτακται*), mas ela não estava *realizada* (*πορίμη*) antes de Arquimedes. Pelos mesmos motivos as que podem ser conhecidas de infinitas maneiras (*ἀπειραχῶς*) fazem parte das *desordenadamente realizáveis* (*ἀτάκτως πόριμα*), se alguém conhecesse sua constituição e sua construção; de qualquer modo, entretanto, elas não fazem parte [244.5] das *ordenadas* (*τεταγμένα*). Constituir um triângulo escaleno, por exemplo, e ter trazido ao intelecto (*ἀναγαγεῖν τὴν διάνοιαν*) a sua realização a partir do equilátero não é nada difícil, ainda que seja *desordenado* (*ἄτακτων*) e de infinitas maneiras (*ἀπείρων*).

E também a relação entre o *comensurável* (*βόητὸν*) e o *irracional* (*ἄλογον*) de um lado e [244.10] o *ordenado* (*τεταγμένον*) e o *desordenado* (*ἄτακτον*) de outro lado; pois, se convêm em muitos termos, pelos mesmos motivos também diferem. De fato, esses termos nem se tornam alternadamente iguais nem um comprehende o outro; com efeito, a reta binomial (*ἐκ δύο ὀνομάτων*)¹⁷ e as irracionais (*ἄλογοι*) estão entre as *ordenadas* (*τεταγμέναι*),

15 Marino parece se referir à seguinte afirmação feita anteriormente: “É como dividir certa reta a partir de apenas uma proporção (*λόγον*); de fato, só de uma maneira pode ser feito, em duas iguais. *Desordenadas* (*ἄτακτα*) são as coisas opostas àquilo que precede; como, por exemplo, constituir-se de modo desigual (*σκαληνὸν*) e dividir a reta de uma maneira indefinida (*ἀριστώς*) (no original: [238.15] εἰ γὰρ καὶ διχῶς γίγνεται, ἀλλὰ καθ’ ἑκάτερον μέρος τῆς εὐθείας μοναχῶς καὶ ἀμεταπτώτως· καὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν· μοναχῶς γάρ ἀν καὶ τοῦτο γένοιτο ἐπὶ θάτερα τῆς διχοτομίας. ἄτακτα δέ ἔστι τὰ τούτοις ἀντικειμένως ἔχοντα, ὡς τὸ σκαληνὸν συστήσασθαι καὶ τὴν εὐθεῖαν ἀορίστως τεμεῖν).

16 Retomada do que disse mais acima: “Com efeito, não dizemos que estes termos são convertíveis nem com os que são mais amplos que eles” (no original: [242.10] οὐκ ἔστι δὴ τῶν ἀντιστρεφόντων τὰ τοιαῦτα οὐδὲ μὴν ἐκείνων ἐν οἷς τὸ ἔτερον τοῦ ἐτέρου ἐπὶ πλέον ἔστιν).

17 Cf. [240.8] e [240.15].

[244.15] mas não entre as *comensuráveis* (ρηταῖ), tal como a relação da diagonal (διαμέτρου) com o lado [do quadrado]. Mas, muito do que pertence ao *comensurável* (ρητῶν) é *desordenado* (ἄτακτά), como o que de muitas e indeterminadas maneiras é conhecido; pois, o triângulo escaleno pode ser medido a partir de uma medida *comensurável* (ρητοῦ) convencionada e determinada, ainda que seja [244.20] *desordenado* (ἄτακτον).

Qualquer um pode emparelhar facilmente as semelhanças entre o *conhecido* (γνωρίμου) e o *realizável* (πόριμον), todavia, é difícil ter compreendido a diferença; com efeito, eles são por natureza muito próximos um do outro e, por conseguinte, parecem ser equivalentes. Mas não é nada disso para quem examiná-los [244.25] com mais diligência, quando alguma diferença será percebida; pois, é um fato aceito e *conhecido* (γνώριμον), que só existe um ponto em que uma única reta tangente toca à espiral (εἱλικός); mas nem por isso já é *realizável* (πόριμόν) [a resolução] do problema (πρόβλημα) que ainda nem foi [246.1] *compreendido* (κατειλημμένον). Assim como tudo o que é *conhecido* (γνώριμον) nem por isso é *realizável* (πόριμόν); certamente, tudo aquilo que é *realizável* (πόριμόν) também é *conhecido* (γνώριμον); assim, pois, o *conhecido* (γνώριμον) é mais amplo que o *realizável* (πορίμου).

Ademais, o *conhecido* (γνώριμον) e o *comensurável* (ρήτὸν) [246.5] concordam em alguns pontos, mas não em outros, pelos mesmos motivos que já dissemos. Com efeito, as linhas irracionais (ἀλογοί) mencionadas são *conhecidas* (γνώριμοι), mas não *comensuráveis* (ρηταῖ); enquanto todo número é *comensurável* (ρήτὸς), mas nem todo é *conhecido* (γνώριμος). O *comensurável* (ρήτὸν) é igualmente (όμοίως) *comensurável* (ρήτὸν) para aquelas coisas que têm o mesmo uso (εἴθος); e [246.10] um comprimento (μῆκος) não será *comensurável* (ρήτὸν) para uma sem sê-lo para a outra, tendo em vista que assumirão (άνοίσουσι) a mesma medida. E o próprio comprimento se torna (γίγνεται) *conhecido* (γνώριμον) para uma e não para a outra, mesmo se têm “usos comuns” (συνηθείσι). Todavia, é muito difícil encontrar algo que seja *comensurável* (ρήτὸν), porém *desconhecido* (ἄγνωστον). É evidente, pois, que o *conhecido* (γνώριμον) é mais geral do que *comensurável* (ρήτοῦ) [246.15].

Porém, que o *realizável* (πόριμον) e o *irrealizável* (ἄπορον) diferem do *comensurável* (ρήτοῦ) e do *irracional* (ἀλόγου) é evidente pelos seguintes motivos, a saber: é possível (δυνατὸν) que alguns dos *irrationais* (ἀλόγων)

sejam *realizáveis* (πόριμα), mas não que algum dos *comensuráveis* (ὁητῶν) seja *irracional* (ἄλογον). E a semelhança entre essas noções e [246.20] as outras é perceptível a todos; de tal modo que seguramente umas compreendem as outras, assim como o *realizável* (πόριμον) parece ser mais amplo do que o *comensurável* (ὁητοῦ).

E podemos examinar a diferença das noções mencionadas também da seguinte maneira, a saber: o *comensurável* (ὁητὸν) e o *irracional* (ἄλογον) são [246.25] assim chamados enquanto associados a uma medida, não enquanto enviados ao nosso conhecimento (γνῶσιν). De fato, é possível que algo *comensurável* (ὁητὸν) não nos seja *conhecido* (γνώριμον); de maneira que é *comensurável* (ὁητόν), mas ainda não foi compreendido (κατειλῆφθαι) que é *comensurável* (ὁητόν).

Todavia, o *ordenado* (τεταγμένον) e [248.1] o *desordenado* (ἄτακτον) se referem ao que em si mesmo e por sua própria natureza é assim considerado, mesmo ainda não sendo compreendido por nós. Seja como for, muitas coisas Arquimedes provou posteriormente que eram *ordenadas* (τεταγμένα) por natureza (φύσει), enquanto pelos seus predecessores não foi percebido que se ordena (τέτακται). E sobre o *conhecido* (γνώριμον) [248.5] e o *desconhecido* (ἄγνωστον), falamos no que se refere a nós. Como podem se diferenciar as invenções de uns para os outros; se, de fato, quanto a nós, têm referência tanto à natureza quanto à medida.

[1.4] Definido em quê os termos supracitadas são comuns e diferentes [248.10], falta investigar o que é o *dado* (δεδομένον).

Pois bem, muitos que supuseram ser o *dado* aquilo que é dado por hipótese por quem a propõe se distanciam da questão. Com efeito, todos os elementos que tratam dos dados não [248.15] são, a propósito dele próprio, compostos por hipótese, como é lícito observar percorrendo os tratados sobre ele¹⁸. Mas, por isso, abandonamos uma tal concepção

18 Certamente no sentido em que livros como o de Euclides, ou seja, *Os elementos*, oferecem uma exposição elementar (στοιχεώσιν [256.5]) de parte da Geometria, o que poderia ser feito com respeito à parte referente aos dados. Quanto aos tratados sobre os dados, além do de Euclides, Marino deve estar se referindo também aos tratados *Sobre os dados* que teriam sido escritos por Arquimedes, o qual se perdeu, e ao de Papus. Vale lembrar que muito eram os tratados que de algum modo consideravam o *dado* sem tê-lo como assunto principal, ao que parecem se referir, por exemplo, as menções a Apolônio, Diodoro e Ptolomeu em [234.15].

(ύπόληψιν) para examinar os motivos das outras definições; e o que é do dado por hipótese, se considera em conformidade com os princípios (ἀρχαῖς) [248.20].

Além disso, aqueles que de fato delimitaram as definições a uma só palavra, caracterizaram-nas a partir dos termos mencionados, como foi dito no começo; e todos parecem ter tido um pensamento comum a respeito do *dado*; com efeito, eles o conceberam como algo *compreendido* (καταληπτὸν), como o mostra o próprio [248.25] nome do *dado* (δεδομένου ὄνομα); e entre eles principalmente os que o descreveram como o *dado* por hipótese (τὸ καθ' ὑπόθεσιν δεδομένον). Todavia, outros se voltaram para o que foi fornecido (συγχωρούμενον).

A partir de agora, faremos uso do que foi mencionado como regra (κανόνι) e critério (κριτρίῳ) para poder [250.1] encontrar a definição perfeita (τέλειον) do *dado*. É evidente que, na verdade, é necessário igualá-lo e fazê-lo voltar ao que é definido (όριστόν); e ainda, de fato, isso é o necessário para as definições serem estabelecidas corretamente. Mas, é do tipo [250.5] proposto, com respeito às mencionadas definições mais simples¹⁹, aquela que identifica o *dado* com o *realizável* (πόριμον), e, com respeito às definições mais complexas, aquela que o identifica com o que é ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον). Todas as restantes são imperfeitas (ἀτελεῖς).

Com efeito, o *ordenado* (τεταγμένον) não sendo definido por si mesmo com relação à delimitação do *dado*, [250.10] por um lado nem todo e por outro nem sozinho o *ordenado* (τεταγμένον) é *compreendido* (καταληπτόν), mas também são aquelas *desordenadas* (ἀτάκτων), assim como foi mostrado.

Não é suficiente quanto ao *conhecido* (γνώριμον) mesmo sendo separado, isto é, nem todo o *conhecido* (γνώριμον) é *compreendido* (καταληπτόν), ainda que sozinho o seja; pois que o *desconhecido* (ἄγνωστον) não poderia ser *compreendido* (καταληπτόν).

Seguramente [250.15] aquele que expressa o *comensurável* (ὁμοτὸν) em uma só definição não será perfeito, pois nem este sozinho é *compreendido*.

¹⁹ Talvez na categoria das definições de um só conceito, *vide* pouco acima o texto [248.20].

dido (καταληπτόν), posto que também aqueles estão entre os *irracionais* (ἀλόγων); e talvez nem todo o *comensurável* (ρητὸν) seja *compreendido* (καταληπτόν), assim como foi definido anteriormente.

Resta agora, por fim, entre as que transmitem em apenas uma palavra a do *realizável* (πόριμον), a que certamente parece expressar melhor [250.20] a *compreensão* (κατάληψιν)²⁰. De fato, também todo o *realizável* (πόριμον) é *compreendido* (καταληπτὸν) e somente ele. Além do mais, foi esta definição que Euclides utilizou ao descrever todas aquelas formas do *dado*.

Dentre as definições mais compostas, a única perfeita é aquela que delimita o *dado* com aquilo que é ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον), [250.25] associando o análogo tanto do *conhecido* (γνώριμον), o gênero (γένει), quanto do *realizável* (πόριμον), a espécie (διαφορᾶ)²¹.

Ademais, o que se diz ao mesmo tempo *ordenado* (τεταγμένον) e *realizável* (πόριμον) está imperfeito, tendo em vista que sozinhos eles não são *dados*. O *ordenado* (τεταγμένον) e o *comensurável* (ρητὸν), do mesmo modo, encerra insuficientemente [252.1] o *dado*; e o ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *ordenado* (τεταγμένον) por exceder o pretendido não estará bem; tendo em vista que nem todos eles são *dados*.

Somente os restantes, por fim, parecem ter alcançado o conhecimento (ἐννοίας) do *dado*, os que o expressam como o que é ao mesmo tempo [252.5] *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον); de fato, é compreendido (καταληπτὸν) no todo e sozinho; e essas duas [características] devem se encontrar em quaisquer definições científicamente dadas. E próximo disto estão os que as compõem da seguinte maneira: o *dado* é aquilo que podemos realizar (πορίσασθαι) [252.10] por causa do que apresentamos nas primeiras hipóteses (ύποθέσεσί) e princípios (ἀρχαῖς).

E entre os que mencionamos também pode estar Euclides, por ter usado em toda parte [a expressão] “podemos realizar” (πορίσασθαι) mesmo quando omite o *conhecido* (γνώριμον), considerando-o como se segu-

²⁰ Evidentemente, trata-se das definições de um só conceito. Finalmente, Marino está de volta ao que havia suposto ao final de [1.1], cf. [234.10].

²¹ Tal qual a seguinte definição: o homem (como o *dado*) é um animal (gênero, como o *conhecido*) racional (espécie, como o *realizável*). Daí que: o dado é o conhecido realizável.

do ao *realizável* (πορίμω). Ademais, alguém poderia repreendê-lo com razão por não ter delimitado primeiramente [252.15] o *dado* em geral (κοινῶς), mas imediatamente cada uma de suas formas (εἰδῶν); ainda que nos *Elementos de geometria* (γεωμετρικῆ στοιχειώσει) possa-se perceber que ele delimitou a linha simplesmente antes das formas das linhas²², e do mesmo modo [fez com] as outras.

[2.0] Assim, tendo, pois, examinado por um lado o mais geral quanto ao *dado* e, [252.20] da mesma forma, por outro trazido à tona tal assunto, agora podemos fornecer a utilidade com relação a tratar disto. E, pois, ele faz parte dos que têm para com um outro a prerrogativa; seu conhecimento é dos mais necessários para o que se chama *tesouro da análise* (ἀναλυόμενον τόπον)²³. Ademais, qual força (δύναμιν) [252.25] possui o tesouro da análise (ἀναλυόμενος τόπος) nas ciências matemáticas (μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις) e que há de se estender às associadas, tanto à ótica (όπτικῆς) quanto à canônica (κανονικῆς), nós o consideramos alhures; também que a análise (ἀνάλυσις) é [procedimento de] invenção (εὕρεσις) de demonstração (ἀποδείξεώς) [254.1]; e como se dá a invenção (εὕρεσιν) de demonstração (ἀποδείξεως) das semelhantes [questões] é acrescentado por nós; bem como que é preferível adquirir a faculdade de analisar (δύναμιν ἀναλυτικήν) do que a de fazer as numerosas demonstrações de parte delas.

22 Cf. *Os elementos* livro I, definições 2–4.

23 As expressões “τὸν ἀναλυόμενον τόπον”, ou simplesmente “ἀναλυόμενον τόπον” e “τόπος ἀναλυόμενος” (com a inversão que se tornará comum), quando não mencionadas no próprio grego, foram muitas vezes traduzidas pelas latinas *resolutus locus*, *pertinentia loco* ou *corpus analitico*, *dentre outras*; entretanto, ficamos com a sugestão de T. Heath (1981, p. 421) repetida por Irineu Bicudo em sua introdução ao *Os elementos* (EUCLIDES, 2009, p. 49), ou seja, com τόπος fazendo referência ao *treasury* (bem precioso), ao depósito, ao estoque, ao *Tesouro da Análise*. E a menção posterior a Papus de Alexandria (c. 290-c. 350 d.C.) deixa pouca margem de erro para esta interpretação, já que o próprio havia explicado o que ela queria dizer em sua *Coleção matemática*; daí termos optado pela expressão “tesouro da análise”. Gostaríamos de mencionar o fato que as aparições de tal expressão em textos de matemática em muitos casos permitem restabelecer uma linha histórica com respeito não só à Análise, mas também à Topologia, a qual teria origem na matemática da Antiguidade (principalmente alexandrina), passaria pela dos hindus e árabes, para no Renascimento chegar a Europa e depois ser associada por Leibniz, no texto homônimo, à expressão latina *Analysis situs*, a qual será lembrada por Poincaré ao falar da parte da Topologia que se refere principalmente à hipergeometria.

[254.5] [3.0] Assim, a teoria do *Dado* sendo, pois, útil para todas aquelas disciplinas, e dado que acrescenta grande [utilidade] à análise, o correto seria dizer que se estabelece não associada a certa ciência daquelas, mas da dita matemática em geral (καθόλου λεγομένην μαθηματικήν). Esta que comprehende [254.10] as quantidades (πλήθη), as grandezas (μεγέθη), os tempos (χρόνους), as velocidades (τάχη) e todas as [noções] similares, bem como que também trata das relações (λόγους) e proporções (ἀναλογίας) e das médias (μεσότητας) de todos os tipos.

Assim pois, para a própria compreensão científica utilíssima dos *dados* tendo sido [254.15] confeccionado o livro de Euclides *Sobre os dados* (δεδομένων), o qual legitimamente denominaram *Elementos* (στοιχειωτήν)²⁴. Com efeito, para quase toda a ciência matemática ele propôs os elementos (στοιχεῖα) e como que a iniciação (εἰσαγωγὰς); como certamente para a geometria em todos seus treze livros e para a astronomia em *Os fenômenos* (τοῖς Φαινομένοις); da mesma maneira, também nos legou os elementos (στοιχεῖα) da música (μουσικῆς) [254.20] e da ótica (όπτικῆς); e ainda, também em todo o tratado *Sobre os dados*, elaborou o livro estabelecendo a exposição elementar (στοιχείωσιν) pelo [método] analítico (ἀναλυτικήν).²⁵

Porém, sendo geômetra, diferenciando as grandezas das generalidades relativas ao *dado* as adaptou particularmente; tendo produzido do modo como também [tratou] da generalidade das relações e a das grandezas em particular [254.25], o plano das mesmas tendo sido tratado no quinto livro [dos *Elementos*].

De modo geral, por conseguinte, certamente dissemos o que é o *dado* e [256.1] a partir de qual ciência ele é conduzido, bem como que é de grandíssima utilidade uma teoria sobre ele. Todavia, acrescentamos a isso as coisas que foram ditas e a delimitação da ciência que a ele concerne. Por fim, ela será igualmente evidente a partir das coisas que foram ditas, uma compreensão (κατάληψις) de [256.5] toda espécie de *dados* e

24 Em pleno acordo com o que nos atesta Heath (1982, p. 421), o assunto dos livros I a VI dos *Elementos* é o “dado”, o que é confirmado por Eves (2004, p. 180).

25 Além do *Os elementos*, do *Sobre os dados*, do *Fenômenos*, Óptica e *Elementos de música*, o criador da Escola de Alexandria (o Museu), Euclides, também teria escrito os seguintes trabalhos: *Divisão das figuras*, *Pseudária* (ou *Das faláncias*), *Porismas*, *Lugares em uma superfície* e *Cônicas*. Existe uma discussão bastante elementar sobre quase todos eles feita na introdução de Irineu Bicudo ao *Os elementos*, cf. especialmente as pp. 45–63.

daquilo que a ele se associa. Contudo, em particular frente ao livro, dizemos que é um método (*μέθοδος*) que comprehende a exposição elementar (*στοιχείωσιν*) e toda a ciência dos *dados*. Então, consequentemente, terá utilidade inclusive para as outras que, com respeito [256.10] à prerrogativa, se relacionam com o *dado*.

O livro foi dividido segundo os tipos de *Dado* (τὰ τοῦ δεδομένου εἴδη). A sua primeira seção comprehende os dados de acordo com a razão (τὰ κατὰ λόγον δεδομένα); a segunda, os [dados a partir] da convenção (τὰ τῇ θέσει); vêm em seguida os [dados a partir] dos tipos (τὰ τῷ εἴδει); porque o que concerne aos dados por grandeza (τῶν μεγέθει δεδομένων) era simples [256.15] foi espalhado em muitas das partes e sobretudo com respeito ao que se relaciona com o tipo dos dados (τοῖς κατὰ τὸ εἴδος δεδομένοις). [Euclides] iniciou pelas razões (λόγω) e pela convenção (θέσει) dos *dados* (δεδομένων), posto que é deles que se compõe o tipo dos *dados* (τὰ τῷ εἴδει δεδομένα); e também tendo realizado diferentemente a divisão de seu livro, ou seja, das grandezas em geral [256.20] (καθ'ολου μεγέθη), das linhas (γραμμὰς), das superfícies (ἐπιπέδα), e das proposições dos círculos (κυκλικὰ θεωρήματα). Não obstante, ele empregou a mesma ordem também nas definições (ὅρων) ou hipóteses (ύποθέσεων) do livro. O modo de estudo que ele seguiu não é o a partir da síntese (σύνθεσιν), mas o a partir da análise (ἀνάλυσιν)²⁶, como Papus²⁷ o [256.25] demonstrou suficientemente nos comentários (ύπομνήμασιν) ao livro.

26 De forma bastante abreviada nos explica Irineu Bicudo: “Pappus mostra com exemplos como os *Data* prestam serviço à análise. Esta começa com uma construção suposta que satisfaça as condições propostas [a ἔκθεσις]. Tais condições, sendo convertidas em elementos *dados* da figura, envolvem outros que são dados por implicação, e esses, por sua vez, envolvem outros, até que, passo a passo, cada um deles é legitimado [a ἀπόδειξις], e chega-se a uma construção da qual se obtém uma síntese. [...] Os *Data* são, de fato, sugestões para as etapas mais usuais na Análise” (EUCLIDES, 2009, p. 51).

27 O famoso geômetra já mencionado, Papus de Alexandria, que deve ter vivido mais ou menos entre 290 e 350 da nossa era, foi o responsável por reascender com “competência e entusiasmo”, nas palavras de Eves, o interesse pela geometria quase 600 anos depois da existência do trio Euclides, Arquimedes e Apolônio. Para o que mais nos interessa, Eves (2004, p. 210) comenta: “Papus escreveu comentários sobre os *Elementos* e *Os dados* de Euclides e sobre o *Almagesto* e *Planisféricio* de Ptolomeu, mas quase tudo que sabemos sobre isso é sobre a influência exercida sobre os escritos de comentadores que se seguiram. O trabalho realmente grande de Papus é sua *Coleção matemática*, uma combinação de guia da geometria da época, acompanhado de comentários, com numerosas proposições originais, aprimoramentos, extensões e notas históricas. Dos oito livros que compunham a obra perderam-se o primeiro e parte do segundo. [...] O livro VII é historicamente im-

ΜΑΡΙΝΟΥ ΦΙΛΟΣΑΟΦΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΕΙΣ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ Εύκλείδου

234.[linha] 1

Πρῶτον δεῖ θέσθαι, τί τὸ δεδομένον· ἔπειτα, τί
τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τούτου πραγματείας, εἰπεῖν· καὶ
τρίτον, ὑπὸ τίνα ἐπιστήμην ἀνάγεται.
Ορίζονται δὴ τὸ δεδομένον πολλαχῶς, καὶ ἄλλως

234.5

μὲν οἱ παλαιότεροι, ἄλλως δὲ οἱ νεώτεροι· διὸ καὶ
συνέβη χαλεπὴν εἶναι τὴν ἀληθῆ περὶ αὐτοῦ ἀπόδοσιν.
καὶ ἔνιοι μὲν οὐδὲ ὄρισμόν τινα αὐτοῦ ἀποδεδώκασιν,
ἴδιον δέ τι τοῦ δεδομένου εύρισκεν ἐπειράθησαν·
ἔτεροι δὲ συμπλέξαντες ἥδη τὰ παρ> ἐκείνων ὄρίζεσθαι

234.10

αὐτὸν ἐπεχείρησαν καὶ οὐδὲ οὗτοι συμφώνως ἐαυτοῖς.
ἐσοίκασι δὲ πάντες ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ἐννοίας καὶ
ὑπολήψεως ὄρμηθέντες λέγειν τι περὶ αὐτοῦ· κατα-
ληπτὸν γάρ τι τὸ δεδομένον εἶναι ὑπέλαβον. διὸ τῶν
ἀπλούστερον καὶ μιᾷ τινι διαφορῇ περιγράφειν τὸ δεδο-

234.15

μένον προθεμένων οἱ μὲν τεταγμένον, ώς Ἀπολλώνιος
ἐν τῷ περὶ νεύσεων καὶ ἐν τῇ καθόλου πραγματείᾳ,

portante, pois dá uma descrição dos trabalhos que constituem *O Tesouro da Análise*, uma coleção que, à maneira dos *Elementos* de Euclides, pretende abranger o material que se considerava essencial como bagagem do matemático profissional. Os doze tratados discutidos são *Os dados*, *Porisma* e *Lugares de superfície* de Euclides; *Seções Cônicas* e os seis trabalhos de Apolônio [*Sobre secções proporcionais*, *Sobre secções espaciais*, *Sobre secções determinadas*, *Lugares planos*, *Sobre as inclinações e Tangências*] (vide nota 4) [...]; *Lugares sólidos* de Aristeu e *Sobre médias* de Erastótenes".

οι δὲ γνώριμον, ὡς Διόδωρος· οὕτω γὰρ τὰς ἀκτῖνας
καὶ τὰς γωνίας δεδόσθαι λέγει καὶ πᾶν τὸ εἰς γνῶσιν
τινα ἐλθόν, καὶ εἰ μὴ ὥητὸν εἴη. ἔνιοι δὲ ὥητὸν αὐτὸ-

234.20

εῖναι ἀπεφήναντο, ὥσπερ δοκεῖ ὁ Πτολεμαῖος, δεδο-
μένα ἐκεῖνα προσαγορεύων, ὃν τὸ μέτρον ἐστὶ γνώρι-

236.1

μον ἦτοι πρὸς ἀκρίβειαν ἢ τὸ σύνεγγυς. καὶ τὸ ἐν
ὑποθέσει δὲ παρὰ τοῦ προβάλλοντος ἐκτιθέμενον
δεδομένον εἶναι τινες ὑπειλήφασιν. λέγουσι δὲ καὶ
ἄλλον τρόπον ἐν ταῖς πρώταις στοιχειώσεσι τὸ δοθὲν

236.5

καὶ τὴν δοθεῖσαν, τουτέστιν ἡλίκην ἃν τις ἀφορίσῃ
καὶ δῷ εύθεῖαν. ταῦτα δὲ πάντα κατάληψίν τινα
βούλεται σημαίνειν. ὅθεν καὶ μάλιστα τῶν ὅρων ἐκεῖνοι
εὔδοκιμοῦσιν, δσοι γε μάλιστα τὸ καταληπτὸν ἐμφανί-
ζουσιν, ὡς προϊοῦσιν ἡμῖν ἔσται καταφανές.

236.10

νυνὶ δὲ καὶ τῶν μὴ μόνον ψιλῶς καὶ ἐνί τινι
χαρακτηριζόντων τὴν τοῦ δεδομένου φύσιν, οἷον δὲ
ὅρισμὸν αὐτοῦ ποιούντων, τὰς διαφορὰς ἐκθώμεθα.
συγκεφαλαιούμενοι δὲ καὶ τούτων οἱ τρόποι εύαριθμη-
τοι γίνονται. οἱ μὲν γὰρ τεταγμένον ἄμα καὶ πόρι-

236.15

μον τὸ δεδομένον εἶναι ἀφωρίσαντο, ἔτεροι δὲ τὸ
τεταγμένον ἄμα καὶ γνώριμον, τινὲς δὲ τὸ γνώριμον
ἄμα καὶ πόριμον. φαίνονται δὲ καὶ οὗτοι πάντες πρὸς
τὴν κατάληψιν ἦτοι λῆψιν καὶ εὔρεσιν τοῦ δεδομένου
ἀφεωρακότες τὸν εἰρημένον τρόπον ὥριζεσθαι. ἵνα δὲ

236.20

ταύτην τε αύτῶν τὴν ἔννοιαν καταδησώμεθα, ἵτι γε μὴν καὶ τὸν ἀληθῆ τοῦ προκειμένου ὅρον ἐκ πολλῶν τῶν παραδεδομένων ἔλωμεν, ἐπισκεπτέον πρότερον ἐκάστου τῶν ἀπλῶν τὸ σημαινόμενον καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων, τοῦ τε ἀτάκτου λέγω καὶ ἀγνώστου καὶ

236.25

ἀπόρου καὶ ἀλόγου, ὡς πρὸς τὴν ἐνεστῶσαν γεωμετρικὴν ὕλην. ἐπιτείνεται γὰρ τὰ τοιαῦτα καὶ ἐπὶ τὰ φυσικὰ πράγματα καὶ τὰς ἄλλας δὲ μαθηματικὰς ἐπιστήμας.

238.1

ὑπογράφουσι τοίνυν τὸ τεταγμένον τὸ ἀεὶ ταύτὸν σωζόμενον, καθ᾽ ὃ τετάχθαι λέγεται, ἥτοι κατὰ μέγεθος ἢ εἴδος ἢ ἄλλο τι τῶν τοιούτων· ἢ καὶ ἐτέρως· ὅπερ μὴ ἐνδέχεται ἄλλοτε ἄλλως γίνεσθαι, ἀλλὰ μοναχῶς

238.5

ἐν ἀφωρισμένῳ τινὶ τόπῳ. οἶον, ὡς τύπῳ εἰπεῖν, ἢ διὰ δύο σημείων ἐστηκότων γραφομένῃ εύθεϊα τετάχθαι λέγεται τῷ μὴ ἄλλως καὶ ἀστάτως ἄγεσθαι. ἄτακτος δέ ἐστιν ἢ διὰ δυεῖν περιφέρεια· πολλαχῶς γὰρ καὶ ἀστάτως γράφεται, καὶ μείζονος καὶ ἐλάττονος κύκλου

238.10

ἐπειδὴ τοιούτων γραφομένων διὰ τῶν δύο σημείων. πάλιν δὲ τεταγμένη ἐστὶν ἢ διὰ τριῶν σημείων περιφέρεια. ἐστὶ δὲ καὶ τὰ τοιαῦτα τῶν τεταγμένων, ὡς τὸ ἐπὶ τῆς δοθείσης εύθεϊας ἴσοπλευρον τρίγωνον συστήσασθαι· εἰ γὰρ καὶ διχῶς γίγνεται, ἀλλὰ καθ᾽ ἐκάτερον

238.15

μέρος τῆς εύθείας μοναχῶς καὶ ἀμεταπτώτως· καὶ τὴν διοθεῖσαν εύθεῖαν εἰς τὸν διοθέντα λόγον τεμεῖν· μοναχῶς γάρ ἄν καὶ τοῦτο γένοιτο ἐπὶ θάτερα τῆς διχοτομίας. ἄτακτα δέ ἔστι τὰ τούτοις ἀντικειμένως ἔχοντα, ὡς τὸ σκαληνὸν συστήσασθαι καὶ τὴν εύθεῖαν ἀορί-

238.20

στως τεμεῖν. πρόσκειται δὲ τῷ ὅρῳ τὸ καθὸ ὃ τέτακται, ἐπεὶ δύναται τι ἐν καὶ ταύτῳ δὲν πᾶν μὲν τεταγμένον, ἄλλως δὲ ἄτακτον εἶναι, οἷον τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἢ μὲν ἰσόπλευρόν ἔστιν, τέτακται, μεγέθει δὲ οὐχ ὥρισται πᾶν.

238.25

γνώριμον δέ ἔστι τὸ γιγνωσκόμενον ὡς τὸ δῆλον ἡμῖν καὶ καταλαμβανόμενον, ἄγνωστον δὲ τὸ μὴ γιγνωσκόμενον μηδὲ καταλαμβανόμενον ὑφενὸν οἶον τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ γνώριμον εἶναι λέγεται, καθὸ ὃ, πόσων

240.1

ἔστι σταδίων, κατέλαβον, καὶ τοῦ τριγώνου ὅτι αἱ ἐντὸς δυσὶν ὄρθαις ἴσαι, καὶ ὅτι ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων ἄλογός ἔστιν. ἔτι μὴν καὶ τὰ τοιάδε γνώριμα λέγεται, ὡς τὸ μίαν εἶναι τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἔλικος ἀπὸ τοῦ

240.5

ἔξω διοθέντος σημείου ἐπὶ θάτερα μέρη. εἰ γάρ καὶ ἄλλῃ εἴη, δύο εύθεῖαι χωρίον περιέχουσιν, ὅπερ ἀδύνατον. ἄγνωστα δὲ οὐ τὰ ἄλογά ἔστιν, ἀλλὰ τὰ μὴ γιγνωσκόμενα μηδὲ καταλαμβανόμενα ὑφενὸν ήμῶν. πόριμον δέ ἔστιν, ὃ δυνατοί ἔσμεν ἥδη ποιῆσαι

240.10

καὶ κατασκευάσαι, τουτέστιν εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν.
ἄλλως δὲ πάλιν ὄριζονται τὸ πόριμον ἥτοι τὸ διὸ ἀπο-
δείξεως ποριζόμενον, ἢ ὅταν τι φαινόμενον ἦ καὶ χωρὶς
ἀποδείξεως· οὗτον ἔστι τὸ κέντρων καὶ διαστήματι κύκλον
γράψαι καὶ τὸ τρίγωνον συστήσασθαι οὐ μόνον ἵσο-

240.15

πλευρον, ἀλλὰ καὶ σκαληνόν, καὶ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων
εὔρεῖν καὶ τρεῖς εὐθείας ρόητὰς δυνάμει μόνον συμ-
μέτρους· καὶ τὰ ἀπειραχῶς δὲ γινόμενα πόριμά ἔστιν,
ῶσπερ τὸ διὰ δύο σημείων κύκλον γράψαι. Ἀπορον
δέ ἔστι τὸ ἀντικειμένως ἔχον, ὡς ὁ τοῦ κύκλου τετρα-

240.20

γωνισμός· οὕπω γάρ ἔστιν ἐν πόρῳ, εἰ καὶ οὗτον τε
αὐτὸν πορισθῆναι καί ἔστιν ἐπιστητόν· ἐπιστήμη γάρ
αὐτοῦ οὕπω κατείληπται. νῦν δὲ περὶ τοῦ ἥδη ὄντος
ἐν πόρῳ ὁ λόγος ἀποδίδοται, ὅπερ καὶ κυρίως πόρι-
μον ἐπονομάζουσιν. τὸ γὰρ μήπω ὃν ἐν πόρῳ, ἐν-

240.25

δεχόμενον δὲ πορισθῆναι ποριστὸν ἰδίως προσαγορεύου-
σιν. Ἀπορον δέ ἔστιν, ὡς εἴρηται, τὸ τῷ πορίμῳ ἀντι-
κείμενον, τουτέστιν οὖ ἡ ζήτησις ἀδιάκριτός ἔστιν.
ρόητὸν δέ ἔστιν, οὕπερ ἔχομεν εἰπεῖν μέγεθος ἢ εῖδος

242.1

ἢ θέσιν· ἀλλα οὕτος μὲν ὁ ὅρος κοινότερός ἔστιν, ἰδίως
δὲ καὶ καθα αὐτὸν ρόητόν ἔστιν, ὃ κατά τινα γιγνώσκο-
μεν ἀριθμὸν πρὸς τὸ τῇ θέσει μέτρον, παλαιιστήν, εἰ
τύχοι, ἢ δάκτυλον.

242.5

ούτω δὴ προδιωρισμένων ὥστον ἔσται λοιπὸν ἐπὶ-
σκοπεῖν τὴν τε κοινωνίαν τῶν εἰρημένων καὶ τὴν δια-
φοράν, καὶ πρῶτον, ὅπως ἔχει τὸ τεταγμένον πρὸς τὸ
γνώριμον καὶ τὰ τούτοις ἀντικείμενα πρὸς ἄλληλα.
οὐκ ἔστι δὴ τῶν ἀντιστρεφόντων τὰ τοιαῦτα οὐδὲ μὴν

242.10

ἐκείνων, ἐν οἷς τὸ ἔτερον τοῦ ἔτέρου ἐπὶ πλέον ἔστιν.
εἰ γὰρ καὶ κοινὰ αὐτοῖς πολλὰ ὑπάρχει, ὡς τὸ διὰ
δύο σημείων εύθεταν γράψαι καὶ διὰ τριῶν κύκλον
καὶ ἰσόπλευρον συστήσασθαι, ἀλλὰ τὸ τετραγωνίζειν
τὸν κύκλον τεταγμένον μὲν, ἄγνωστον δέ· καὶ ὅτι μία

242.15

τῆς ἔλικος ἀφ' ἐνὸς σημείου ἐφάπτεται, τῶν τεταγμέ-
νων καὶ μὴ ἐνδεχομένων ἄλλως ἔχειν ἔστιν· οὐ μὴν
καὶ ἔγνωσται αὐτοῦ ἡ ἀπόδειξις ἦτοι κατασκευὴ. πάλιν
δού αὖτε ἄπειρον τομὴ καὶ ἡ τοῦ σκαληνοῦ σύστασις
ἔγνωσται μὲν, οὐκέτι δὲ καὶ τέτακται, ὥστε φανερόν,

242.20

ὅτι ἔσται τοῦ τεταγμένου τὸ μὲν γνώριμον, τὸ δὲ
ἄγνωστον, καὶ ἀνάπαλιν δὲ τοῦ γνωρίμου τὸ μὲν
τεταγμένον, τὸ δὲ ἄτακτον. καὶ οὕτως ἔχει ταῦτα
πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ λογικὸν πρὸς τὸ πεζόν· οὔτε γὰρ
ἔξισάζει τὰ τοιαῦτα οὔτε μὴν τὸ ἔτερον τοῦ ἔτέρου

242.25

ἐπὶ πλέον ἔστιν.
όμοίως δὲ ἔχει· καὶ τὸ τεταγμένον καὶ τὸ ἄτακτον
πρὸς τὸ πόριμον καὶ τὸ ἄπορον· κοινωνία τε γὰρ αὐτοῖς
ἔνεστι πλείστη καὶ διαφέρει ἀλλήλων τὸν εἰρημένον

244.1

τρόπον. ἡ γὰρ ἔλιξ τέτακται μέν, ἀλλ᾽ οὐκ ἦν τοῖς πρὸ Αρχιμήδους πορίμη. καὶ τὰ ἀπειραχῶς δὲ γιγνόμενα καὶ ἀτάκτως πόριμα μέν ἐστιν, ἐὰν τὴν κατασκευὴν ἐπινοῆτις αὐτῶν καὶ τὴν σύστασιν, οὐκέτι δὲ

244.5

καὶ τεταγμένα. οὗτον σκαληνὸν τρίγωνον ἐπινοῆσαι καὶ εἰς τὴν κατασκευὴν αὐτοῦ ἀναγαγεῖν τὴν διάνοιαν ἀπὸ τοῦ ἴσοπλεύρου οὐ χαλεπὸν ἀλλ᾽ εὔπόριστόν ἐστιν, καί τοι τῶν ἀτάκτων ὃν καὶ ἀπείρων.

οὕτω δὲ ἔχει καὶ πρὸς τὸ ὅρτὸν καὶ ἄλογον τὸ

244.10

τεταγμένον τε καὶ τὸ ἄτακτον· κοινωνοῦντα γὰρ ἀλλήλοις πολλαχῆ καὶ διενήνοχε τὸν εἰρημένον τρόπον. οὐδὲ γὰρ ταῦτα ἔξισάζει ἀλλήλοις οὐδὲ τὸ ἔτερον τοῦ ἔτέρου ἐστὶ περιληπτικόν· ἡ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ οὕτως κατειλημμέναι ἄλογοι τεταγμέναι μέν εἰσιν,

244.15

οὐκέτι δὲ καὶ ὅρταί, καὶ ὁ τῆς διαμέτρου λόγος πρὸς τὴν πλευράν. πολλὰ δὲ καὶ τῶν ὅρτῶν ἄτακτά ἐστιν, ὡς τὰ πολλαχῶς καὶ ἀορίστως γινόμενα· δύναται γὰρ καὶ σκαληνὸν τρίγωνον μετρεῖσθαι ὑπὸ τοῦ προτεθέντος καὶ ὄρισθέντος ὅρτοῦ μέτρου, καίτοι ἄτακτον

244.20

ύπάρχον.

τοῦ δὲ γνωρίμου πρὸς τὸ πόριμον τὴν μὲν ὄμοιότητα παντί γε διῆδεν ὥρδιον, τὴν δὲ διαφορὰν χαλεπὸν ἐλεῖν· σύνεγγυς γάρ ἐστι τὴν φύσιν ἀλλήλων, ὥστε καὶ ἔξισάζειν δοκεῖν. οὐ μὴν ἀλλὰ κάν τούτοις

244.25

άκριβῶς ἐπιβλέψαντι ὁφθήσεται τις ἐνοῦσα διαφορά·
ὅτι μὲν γὰρ μία ἔστιν ἡ τῆς ἔλικος ἀφ' ἐνὸς σημείου
ἔφαπτομένη, συμφανές ἔστι καὶ γνώριμον· ἀλλ' οὐ διὰ
τοῦτο ἥδη καὶ πόριμόν ἔστι τὸ πρόβλημα μήπω κατ-

246.1

ειλημμένον. ὥστε τὸ γνώριμον πᾶν οὔκετι πόριμον·
τὸ μέντοι πόριμον πᾶν καὶ γνώριμον· ἐπὶ πλέον ἄρα
τὸ γνώριμον τοῦ πορίμου.
πάλιν δ> αὖ τὸ γνώριμον καὶ τὸ ὅρητὸν πῆ μὲν

246.5

κοινωνεῖ, πῆ δὲ καὶ διαφέρετον ἀλλήλων τὸν προειρη-
μένον τρόπον. αἱ γὰρ εἰρημέναι ἄλογοι γνώριμοι μέν
εἰσιν, οὔκετι δὲ καὶ ὅρηται· ὃ δὲ ἀριθμὸς πᾶς ὅρητὸς
μέν ἔστιν, οὔκετι δὲ καὶ γνώριμος πᾶς. καὶ τὸ μὲν
ὅρητὸν τοῖς κατὰ ταύτὸν ἔθος ὄμοίως ὅρητόν ἔστιν, καὶ

246.10

οὐ τῷ μὲν ὅρητὸν ἔσται τι μῆκος, τῷ δὲ οὕ· ἐπὶ γὰρ
ταύτὸν ἀνοίσουσι μέτρον. γνώριμον δὲ τῷ μὲν γίγνεται
ταύτὸν μῆκος, τῷ δὲ οὕ, κἀν ἐν τῇ αὐτῇ συνηθείᾳ
ὦσιν. ἴσως δὲ κάνταῦθα χαλεπόν τί ἔστιν εὔρεῖν
ὅρητὸν μέν, ἄγνωστον δέ· δοκεῖ γὰρ καὶ τοῦ ὅρητοῦ

246.15

ἐπὶ πλέον εῖναι τὸ γνώριμον.
ὅτι δὲ καὶ τὸ πόριμον καὶ τὸ ἄπορον διαφέρει τοῦ
τε ὅρητοῦ καὶ ἀλόγου, φανερὸν ἐκ τούτων· πόριμα γὰρ
εῖναι δυνατὸν καὶ τῶν ἀλόγων τινά, οὐδὲν δὲ τῶν
ὅρητῶν ἄλογον. ἡ δὲ συγγένεια τούτων αὐτῶν καθάπερ

246.20

καὶ τῶν ἄλλων παντὶ καταφανῆς· οὕτω μέντοι καὶ ταῦτα ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὡστε τὸ πόριμον ἐπὶ πλέον εἶναι δοκεῖν τοῦ ὅρτοῦ.
ἔξεστι δὲ τῶν προειρημένων τὴν διαφορὰν ἐπισκοπεῖν καὶ τῆδε. ὅρτὸν μὲν γάρ καὶ ἄλογον κατὰ τὴν

246.25

ἐπὶ τὸ μέτρον ἀναφορὰν λέγεται, οὐ πρὸς τὴν ἡμετέραν γνῶσιν ἀναπεμπόμενον. Δύναται γάρ τι ὅρτὸν δὲ μὴ εἶναι ἡμῖν γνώριμον, ὅπως ὅρτόν ἐστιν, μηδὲ κατειλῆφθαί πω, ὅτι ὅρτόν ἐστιν. τὸ δὲ τεταγμένον καὶ

248.1

ἄτακτον τῶν καθ' αὐτὸν καὶ κατ' ιδίαν φύσιν θεωρουμένων ἐστίν, κανὸν ὑψὸν ἡμῶν μήπω καταλαμβάνηται. πολλὰ γοῦν τεταγμένα φύσει ύστερον Ἀρχιμήδης ἔδειξε τοῖς πρὶν οὐ θεωρηθέντα, ὅτι τέτακται. γνώριμον δὲ

248.5

καὶ ἄγνωστον κατὰ τὴν πρὸς ἡμᾶς ἀναφορὰν λέγεται. ὡστε διαφέροι ἂν τὰ εἰρημένα ἀλλήλων, εἴπερ τὸ μὲν πρὸς ἡμᾶς ἔχει τὴν ἀναφοράν, τὸ δὲ πρὸς τὴν φύσιν, τὸ δὲ πρὸς τὸ μέτρον.
διωρισμένης δὲ καὶ τῆς κοινωνίας καὶ διαφορᾶς

248.10

τῶν προτεθέντων ἐπόμενον ἂν εἴη λοιπόν, τί ποτέ ἐστι τὸ δεδομένον ἐπισκέψασθαι. ὅσοι τοίνυν τὸ καθ' ὑπόθεσιν διδόμενον ὑπὸ τοῦ προβάλλοντος οἴονται εἶναι τὸ δεδομένον, διαμαρτάνουσι τοῦ ζητουμένου. τὰ γάρ στοιχεῖα πάντα τῶν δεδομένων συντέτακται οὐ περὶ

248.15

τοῦ καθ' ὑπόθεσιν τοιούτου, ὡς ἔξεστιν ἴδεῖν ἐπιοῦσι
ταῖς περὶ τούτου πραγματείαις. διὸ δεῖ καὶ ἡμᾶς
ἀφέντας τὴν τοιαύτην ὑπόληψιν τοὺς παρὰ τῶν ἄλλως
όριζομένων λόγους ἔξετάσαι· ἔσται δὲ τὸ καθ' ὑπό-
θεσιν διδόμενον τὸ ἀκολούθως ταῖς ἀρχαῖς θεωρού-

248.20

μενον. ὥριζονται δὴ οἱ μὲν ὀνομαστικοῖς ὅροις χρώ-
μενοι ἔνι τινι τῶν εἰρημένων αὐτὸν χαρακτηρίζοντες,
ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται. πάντες δὲ σχεδὸν ὥσπερ κοινὴν
ἔννοιαν περὶ τοῦ δεδομένου δοκοῦσιν ἐσχηκέναι· κατα-
ληπτὸν γάρ τι αὐτὸν εἶναι ὑπέλαβον, ὡς αὐτὸν ἐμφαίνει

248.25

τὸ τοῦ δεδομένου ὄνομα, καὶ μάλιστα οἱ τὸ καθ' ὑπό-
θεσιν δεδομένον ὑπογράφοντες. ἔνιοι δὲ πρὸς τὸ
συγχωρούμενον ἀπέβλεψαν. χρώμενοι δὴ καὶ ἡμεῖς τῷ
εἰρημένῳ ὥσπερ κανόνι καὶ κριτηρίῳ δυνησόμεθα

250.1

εὔρισκεν τὸν τέλειον τοῦ δεδομένου ὄρισμόν. δῆλον
δέ, ὅτι καὶ ἔξισάζειν ἥτοι ἀντιστρέφειν αὐτὸν δεήσει
πρὸς τὸ ὄριστόν· καὶ γὰρ τοῦτο ὑπάρχειν δεῖ τοῖς
ὄρθως ἀποδιδομένοις ὄρισμοῖς. ἔστι δὲ τοῦ προκειμέ-

250.5

νου τοιοῦτος ἐν μὲν τοῖς ἀπλούστερον εἰρημένοις
ὄρισμοῖς ὁ τὸ πόριμον ὄρισάμενος, ἐν δὲ τοῖς συμ-
πεπλεγμένοις ὁ τὸ γνώριμον ἄμα καὶ πόριμον· ἀτελεῖς
δὲ οἱ λοιποὶ πάντες. οὕτε γὰρ ὁ τὸ τεταγμένον ὄρι-
ζόμενος αὐτάρκης πρὸς τὴν τοῦ δεδομένου περιοχὴν

250.10

διὰ τὸ μήτε πᾶν μήτε μόνον τὸ τεταγμένον εἶναι καταληπτόν, ἀλλὰ καὶ τῶν ἀτάκτων τινά, ὡς ἐπιδέδεικται· οὕτε ἐκεῖνος ἴκανὸς ὁ γνώριμον αὐτὸν ἀφοριζόμενος· οὐδὲ γὰρ τοῦτο πᾶν ἔστι καταληπτόν, εἰ καὶ μόνον· τὸ γὰρ ἄγνωστον οὐκ ἂν εἴη καταληπτόν. οὐδὲ μὴν

250.15

ὁ ρῆτὸν αὐτὸν ἀποφαινόμενος ὅρος τέλειος ἔσται· οὐδὲ γὰρ τοῦτο μόνον καταληπτόν, ἐπεὶ καὶ τῶν ἀλόγων τινά· ἵσως δὲ οὐδὲ πᾶν τὸ ρῆτὸν καταληπτόν, ὡς καὶ τοῦτο διώρισται πρότερον. λείπεται δὴ ἐν τοῖς ὄνομαστικῶς ἀποδεδομένοις τὸ πόριμον, ὅπερ δοκεῖ μάλιστα

250.20

τὴν κατάληψιν ἐμφαίνειν· καὶ γὰρ πᾶν τὸ πόριμον καταληπτὸν καὶ μόνον. τῷ δὲ τοιούτῳ καὶ ὁ Εὔκλειδης ἔχρήσατο ὅρῳ τὰ εἰδῆ τοῦ δεδομένου πάντα ύπογράφων. τῶν δὲ συνθέτων ὄρισμῶν μόνος τέλειός ἔστιν ὁ γνώριμον ἄμα καὶ πόριμον τὸ δεδομένον ἀφοριζόμενος,

250.25

γένει μὲν ἀνάλογον ἔχων τὸ γνώριμον, διαφορῇ δὲ τὸ πόριμον. ὁ δὲ τεταγμένον ἄμα καὶ πόριμον λέγων ἀτελής· οὐ μόνα γὰρ τὰ τοιαῦτά ἔστι δεδομένα. καὶ ὁ τεταγμένον καὶ ρῆτὸν ὁμοίως ἐλλειπῶς περιέχει τὸ

252.1

δεδομένον. ὁ δὲ τὸ γνώριμον ἄμα καὶ τεταγμένον διὰ τὸ ὑπερβάλλειν τὸ προκείμενον οὐχ ὑγιής ἔσται· οὐδὲ γὰρ πᾶν τὸ τοιοῦτο δεδομένον ἔστιν. μόνοι δὴ λοιπὸν δοκοῦσι καθικνεῖσθαι τῆς ἐννοίας τοῦ δεδομένου οἱ

252.5

γνώριμον ἄμα καὶ πόριμον αὐτὸς εἶναι ἀποφηνάμενοι·
τὸ γὰρ τοιοῦτο πᾶν καταληπτὸν καὶ μόνον· ταῦτα δὲ
ἀμφότερα δεῖ ὑπάρχειν τοῖς ἐπιστημονικῶς ἀποδεδομέ-
νοις ὄρισμοῖς. ἐγγὺς δὲ τούτων εἰσὶν οἱ συντιθέντες
καὶ οὕτως· δεδομένον ἔστιν, ὁ πορίσασθαι δυνάμεθα

252.10

διὰ τῶν κειμένων ἡμῖν ἐν ταῖς πρώταις ὑποθέσεσί τε
καὶ ἀρχαῖς. τῶν δὲ προειρημένων εἴη ἂν καὶ ὁ
Εὔκλείδης πανταχοῦ τῷ πορίσασθαι χρώμενος, εἰ καὶ
παραλιμπάνει τὸ γνώριμον ὡς παρεπόμενον τῷ πορίμῳ·
αἰτιάσαιτο δὲ ἂν τις αὐτὸν εὐλόγως ὡς οὐ πρότερον

252.15

κοινῶς τὸ δεδομένον ὄρισάμενον, ἀλλα ἀμέσως τῶν
εἰδῶν αὐτοῦ ἔκαστον, καίτοι ἐν τῇ γεωμετρικῇ στοι-
χειώσει φαίνεται πρὸ τῶν εἰδῶν τῆς γραμμῆς τὴν
ἀπλῶς γραμμὴν ὄρισάμενος καὶ τὰ ἄλλα ὄμοιώς.
διακριθέντος τοίνυν κοινότερον καὶ ὡς πρὸς τὴν

252.20

παροῦσαν χρείαν τοῦ δεδομένου ἐφεξῆς ἂν εἴη τὸ χρή-
σιμον τῆς περὶ αὐτοῦ πραγματείας ἀποδοῦναι. ἔστι
δὴ καὶ τοῦτο τῶν πρὸς ἄλλο ἔχόντων τὴν ἀναφοράν·
πρὸς γὰρ τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαι-
οτάτη ἔστιν ἡ τούτου γνῶσις. ὅσην δὲ ἔχει δύναμιν

252.25

ἐν ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις καὶ ταῖς συγγενῶς
ἔχούσαις ὀπτικῆς τε καὶ κανονικῆς ὁ ἀναλυόμενος τό-
πος, ἐν ἄλλοις διώρισται, καὶ ὅτι ἀποδείξεώς ἔστιν

254.1

εύρεσις ἡ ἀνάλυσις καὶ ὅπως πρὸς εύρεσιν τῆς τῶν
όμοιών ἀποδείξεως ἡμῖν συμβάλλεται καὶ ὅτι μεῖζόν
ἔστι τὸ δύναμιν ἀναλυτικὴν κτήσασθαι τοῦ πολλὰς
ἀποδείξεις τῶν ἐπὶ μέρους ἔχειν.

254.5

εἰς πάσας τοίνυν τὰς τοιαύτας ἐπιστήμας χρησίμη
οὖσα ἡ περὶ τοῦ δεδομένου θεωρία, ἐπείπερ καὶ εἰς
ἀνάλυσιν μέγα συμβάλλεται, εἰκότως ἀν ρόθείη ἀνά-
γεσθαι οὐχ ὑπὸ μίαν τινὰ ἐπιστήμην, ἀλλ᾽ εἰς τὴν
καθόλου λεγομένην μαθηματικὴν. αὕτη δέ ἔστιν ἡ

254.10

περί τε πλήθη καὶ μεγέθη καὶ χρόνους καὶ τάχη ἔχουσα
καὶ τὰ τοιαύτα πάντα, καθάπερ δὴ καὶ ἡ περὶ λόγους
καὶ ἀναλογίας καὶ τὰς πανταχοῦ μεσότητας πραγμα-
τευομένη. πρὸς ταύτην τοίνυν τὴν τῶν δεδομένων ἐπι-
στημονικὴν κατάληψιν χρησιμωτάτην οὔσαν τὸ τῶν

254.15

δεδομένων βιβλίον ὁ Εὔκλείδης ἔξεπόνησεν, ὃν καὶ
στοιχειωτὴν κυρίως ἐπωνόμασαν. πάσης γὰρ σχεδὸν
μαθηματικῆς ἐπιστήμης στοιχεῖα καὶ οἶον εἰσαγωγὰς
προέταξεν, ὡς γεωμετρίας μὲν ὅλης ἐν τοῖς ιγ' βιβλίοις
καὶ τῆς ἀστρονομίας ἐν τοῖς Φαινομένοις, καὶ μουσικῆς

254.20

δὲ καὶ ὄπτικῆς ὁμοίως στοιχεῖα παραδέδωκεν· καὶ δὴ
καὶ τῆς περὶ τοῦ δεδομένου πάσης πραγματείας ἐν τῷ
προκειμένῳ βιβλίῳ στοιχείωσιν ἀναλυτικὴν ἐποιήσατο.
γεωμετρικὸς δὲ ὁν ὁ ἀνὴρ διαφερόντως τοὺς κοινοὺς
περὶ τοῦ δεδομένου λόγους τοῖς μεγέθεσιν ιδίως

254.25

έφήρμοσεν, ὃν τρόπον ἐποίησε καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου λόγων ὡς ἐπὶ μεγεθῶν ιδίως αύτοὺς πραγματευσά-
μενος ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ τῆς ἐπιπέδου.
κοινῶς μὲν οὖν εἴρηται, τί τὸ δεδομένον καὶ ὑπὸ

256.1

ποίαν ἐπιστήμην ἀνάγεται καὶ ὅτι χρησιμωτάτη ἔστιν
ἡ περὶ αὐτοῦ θεωρία. προσκείσθω δὲ τοῖς εἰρημένοις
καὶ ἡ περιγραφὴ τῆς περὶ αὐτοῦ ἐπιστήμης. ἔσται δὴ
αὕτη, ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων φανερόν, κατάληψις τῶν

256.5

δεδομένων κατὰ πάντα τρόπον καὶ τῶν περὶ αὐτὰ
συμβαινόντων. ιδίως δὲ καὶ ὡς πρὸς τὸ προκείμενον
βιβλίον λεγέσθω εἶναι μέθοδος στοιχείωσιν περιέχουσα
τῆς ὅλης περὶ τῶν δεδομένων ἐπιστήμης· ἔξει δὲ καὶ
αὐτὴ τὸ χρήσιμον ἀκολούθως καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὴν

256.10

ἀναφορὰν τὴν πρὸς τὸ δεδομένον. διήρηται δὲ τὸ
βιβλίον πρὸς τὰ τοῦ δεδομένου εἶδη, καὶ τὸ μὲν πρῶ-
τον αὐτοῦ τμῆμα περιέχει τὰ κατὰ λόγον δεδομένα,
τὸ δὲ δεύτερον τὰ τῇ θέσει ἐπὶ δὲ τούτοις τὰ τῷ
εἶδει ἀπλοῦν γάρ ἦν τὸ περὶ τῶν μεγέθει δεδομένων,

256.15

κατέσπαρται δὲ καὶ ταῦτα μερικῶς ἐν τοῖς ἄλλοις καὶ
μάλιστα ἐν τοῖς κατὰ τὸ εἶδος δεδομένοις. ἥρξατο δὲ
ἀπὸ τῶν λόγων καὶ θέσει δεδομένων, ἐπεὶ καὶ ἐκ τούτων
συνίσταται τὰ τῷ εἶδει δεδομένα. καὶ ἄλλως δὲ ἡ
διαίρεσις αὐτῷ τοῦ βιβλίου γεγένηται, εἴς τε τὰ καθ>

256.20

ὅλου μεγέθη καὶ εἰς γραμμὰς καὶ ἐπίπεδα καὶ κυκλικὰ θεωρήματα. τῇ δὲ ὁμοίᾳ τάξει ἔχρησατο καὶ ἐπὶ τῶν ὅρων ἦτοι ὑποθέσεων τοῦ βιβλίου. τρόπῳ δὲ τῆς διδασκαλίας οὐ τῷ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἡκολούθησεν, ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν, ὡς ὁ Πάππος ἴκανῶς

256.25

ἀπέδειξεν ἐν τοῖς εἰς τὸ βιβλίον ὑπομνήμασιν.

Referências:

Euclides. *Data* (grego-latim, com o comentário de Marino). Trad. Claude Hardy. Paris: M. Mondiere, 1625.

---. *Data* (grego-latim, com o comentário de Marino). Trad. H. Menge e I. L. Heiberg. Leipzig: Ed. Teubener, 1896 [*Opera Omnia*, v. VI].

---. *Os elementos*. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. Unesp, 2009.

Eves, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Higyno H. Domingues. São Paulo: Ed. Unicamp, 2004.

Heath, Thomas L. *A History of Greeks Mathematics*. Nova York. Dover, 1981.

Michaux, Maurice (tradução e estudo crítico). *Le commentaire de Marinus aux Data d'Euclide*. Louvain: Bibliothèque de L'Université, 1947.