

L’analogie et le pluralisme méthodologique chez James Clerk Maxwell

João Paulo Príncipe

(Universidade de Évora, Departamento de Física, CEHFCi)

jpps25041974@gmail.com

Au début du XIX^e siècle, Harald Höffding, l’illustre historien de la Philosophie, dédie une section de son ouvrage *Les philosophes contemporains* aux réflexions critiques de quelques scientifiques de la seconde moitié du XIX^e siècle : Maxwell, Mach, Hertz, Ostwald. Il les groupe sous le nom de les « Les savants philosophes » et note que : « Tout mouvement philosophique est aussi bien un travail de pensée qu’un signe du temps. La philosophie est tout autant discussion de problème que symptôme, et de nos jours elle présente sous une forme bien marquée ce double caractère ». Il est vrai que les réflexions méthodologiques de James Clerk Maxwell (1831-1879) s’inspirent de problématiques posées par la pensée critique d’inspiration kantienne. Le jeune Maxwell, étudiant à Edimbourg, avait assisté aux cours du philosophe Sir William Hamilton, auteur très proche du kantisme. Cela justifie son intérêt pour les grandes questions typiques de la Philosophie, dont la lettre du 5 Mars 1858 à son ami de Cambridge, Richard B. Litchfield, Maxwell donne une illustration assez nette :

The chief *philosophical* value of physics is that it gives the mind something distinct to lay hold of, which if you don’t, Nature at once tells you you are wrong. Now every stage of this conquest of truth leaves a more or less presentable trace on the memory so that materials are furnished here more than anywhere else for the investigation of the great question ‘How does Knowledge come’.

Ici, Maxwell met en valeur la signification philosophique de la physique pour le problème de la connaissance.¹

¹ Pour les références complètes des citations voir la bibliographie à la fin de l’article. H. Höffding, 1907, 2. J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, 588; Maxwell y note que les savoirs concernant le social le mental et la métaphysique importent des analogies des ‘material sciences’. Sur l’influence du kantisme voir T. K. Simpson, 1970, p. 255 ; aussi Jordi Cat, 2001, section 2, 399-402. Kant se trouve parmi ses lectures prévues

Il est vrai aussi que ses réflexions méthodologiques, lesquelles se trouvent dispersées parmi ses textes scientifiques et allocutions, sont un “symptôme” de sa pratique scientifique profondément innovatrice, car elles y prennent leurs racines. Quelques de ses réflexions se trouvent au sein de ses mémoires scientifiques et les exemples poussés des domaines scientifiques qu'il connaissait bien font partie fondamentale des thèses générales énoncées dans son allocution devant la British Association for the Advancement of Science de 1870. Son discours philosophique résulte de l'idée d'immanence; en effet, bien que découlant aussi d'une culture philosophique, il s'inspire et reste très proche du concret des théories scientifiques. Ses réflexions mettent en valeur le rôle des analogies et l'engagement pour une méthodologie pluraliste concernant l'invention des théories physiques, sujet de ce mémoire.

1. Illustration comme analogie partielle

Dans son mémoire de 1855, ‘On Faraday’s lines of force’, qui est son premier mémoire d'électromagnétisme, Maxwell formule des lois concernant les champs électrique et magnétique et leurs relations. Les méthodes utilisées s'inspirent des recherches de Michael Faraday; le champ est décrit à travers une imagerie géométrique, composée de lignes et tuyaux de force qui coupent des surfaces équipotentielles. L'usage de cette imagerie, qui attire l'attention et l'imagination, évite l'encombrement de la mémoire à cause de l'excès de mathématiques difficiles. Cette imagerie géométrique est accompagnée d'une analogie avec un fluide incompressible imaginaire. Maxwell s'est inspiré de l'analogie entre la conduction de la chaleur et l'électrostatique proposée par William Thomson en 1842. Celle-ci utilise aussi l'imagerie géométrique et fait correspondre la notion de température à celle de potentiel. Bien que le concept de force soit étranger à la théorie de la propagation de la chaleur (Fourier), ‘We have only to substitute source of heat for centre of attraction, flow of heat for accelerating effect of attraction at any point and temperature for potential, and the solution of a problem in attractions is transformed into that of a problem in heat’.²

pour 1850: “Metaphysics – Kant's *Kritik of Pure Reason* in German, read with a determination to make it agree with Sir W. Hamilton”, J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 30, 191.

² Voir O. Darrigol, 2000, § 4.2, 139-147 et P. M. Harman, 1998, chap. IV, 71-90; J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 156-159. Dans une lettre à W. Thomson, du 13 Septembre 1855, J. C. Maxwell se réfère à cette analogie comme une allégorie: “your allegorical representation of the case of electrified bodies by means of conductors of heat”, J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n°71, 320. Sur les réflexions méthodologiques de William Thomson voir Smith and Wise, 1989, section « The methodology of ‘look and see’ », 463-471.

Maxwell propose au début de ce mémoire une méthode générale qu'il appelle *l'analogie physique*. Il s'agit d'une méthode intermédiaire entre deux pôles, celui des théories purement mathématiques et celui des théories qui partent de hypothèses physiques. Elle permet ‘to attain generality and precision, and to avoid the dangers arising from a premature theory professing to explain the cause of the phenomena’. Le progrès de la recherche physique demande un processus de simplification et de réduction des résultats déjà acquis de façon à que l'esprit du scientifique soit capable de les saisir. Or:

The results of this simplification may take the form of a purely mathematical formula or of a physical hypothesis. In the first case we entirely lose sight of the phenomena to be explained; and though we may trace out the consequences of given laws, we can never obtain more extended views of the connections of the subject. If, on the other hand, we adopt a physical hypothesis, we see the phenomena only through a medium, and are liable to that blindness to facts and rashness in assumption which a partial explanation encourages.³

La méthode des analogies physiques permet de ne pas être transporté au-delà de la vérité par une hypothèse favorite. Un exemple de hypothèse physique est celle de la réduction des phénomènes à l'interaction élémentaire de particules par action à la distance. Cette hypothèse était perçue par beaucoup de savants comme ayant caractère ontologique. Cette hypothèse, inspirée de Newton, est à la base du programme laplacien de physique moléculaire. André Marie Ampère avait adhéré à cette idée de base, comme aussi bonne partie des savants français (et continentaux) qui travaillaient sur les théories de l'éther lumineux. Wilhelm Weber, en 1846, avait proposé une théorie électrodynamique dans laquelle les particules interagissent à distance, la loi de la force contenait, en plus du terme Coulombien, une quantité dépendant du mouvement relatif des deux particules. Maxwell expose les axiomes de la théorie de Weber en la qualifiant comme “a professedly physical theory, which is so elegant, so mathematical, and so entirely different from anything in this paper”.⁴

Maxwell définit analogie comme correspondance entre relations de systèmes différents :

Whenever they [men in their speculations] see a relation between two things they know well, and think they see there must be a similar relation between things less known, they reason from the one to the other. This supposes that although pairs of things may differ widely from which other, the *relation* in the one pair may be the

³ J. C. Maxwell, 1890, 155-159.

⁴ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, p. 207-208. Sur l'ontologie laplacienne voir J. Principe, 2008, chapitres 4 et 5, 132-189. Sur la théorie de Weber voir O. Darrigol, 2000, § 2.4.6, 63-64.

same as that in the other.... In a scientific point of view the *relation* is the most important thing to know.⁵

L'*analogie physique* est définie comme une «*partial similarity* between the laws of one science and those of another which makes each of them *illustrate* the other». Les théories physiques de la lumière qui construisent des éthers mécaniques élastiques utilisent une *analogie partielle*. Partielle veut dire que la correspondance entre les deux domaines conceptuels n'est pas totale, les deux ayant des parties (relations) qui ne sont pas similaires.

Le caractère partiel des analogies et des modèles physiques ne doit pas faire oublier leurs avantages heuristiques et de compréhension:

By stripping it of its physical dress and reducing it to a theory of ‘transverse alternations’, we might obtain a system of truth strictly founded on observation, but probably deficient both in *vividness* of its conceptions and the *fertility* of its method.

L'usage des analogies permet de “bring before the mind, in a *convenient* and manageable form, those mathematical ideas which are necessary to the study of the phenomena of electricity”.⁶

Si dans ‘On Faraday’s lines of force’ Maxwell a employé des méthodes géométriques pour souligner la primauté des lignes de force, dans ‘On physical lines of force’ (1861-1862) il propose un modèle mécanique des interactions électromagnétiques. Ici Maxwell fait une hypothèse physique, alors que justement il n'en faisait pas dans son mémoire précédent. Maxwell développe une théorie d'un milieu composé de tourbillons moléculaires, à nouveau inspiré par William Thomson, qui avait récemment traité l'effet Faraday (1857) ; les forces produites par les rotations centrifuges des tourbillons correspondent aux forces magnétiques. Pour expliquer l'induction électromagnétique, il couple les tourbillons par des roulements. Ce modèle est décrit comme un langage parmi d'autres, ce qui suggère fortement la possibilité de traduction, ou moins partielle, entre différentes formulations:

My object in this paper is to clear the way for speculation in this direction, by investigating the mechanical results of certain states of tension and motion in a

⁵ “Analogies in Nature”, février de 1856, J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 88, 381-2. Ce petit essai, publié dans L. Campbell et W. Garnett , 1882, 235-44, montre un intérêt profond pour la philosophie. Il y parle, de façon souple et non-dogmatique, du statut du cadre spatio-temporel, du réductionnisme (« all phenomena in nature being varieties of motion ») de la connaissance scientifique comme connaissance de relations, du rôle des analogies, des rapports entre volonté, lois physiques et organiques, etc.

⁶ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 156. J. Cat, 2001, analyse la notion maxwellienne de vivacité en analysant la dichotomie abstrait/concret ; voir Cat, 2001, section 4, “Symbols and muscles: abstract-concrete relations and the function of illustration”, 407-416.

medium, and comparing these with the observed phenomena of electricity and magnetism. By pointing out the mechanical consequences of such hypotheses, I hope to be of some use to those who consider the phenomena as due to the action of a medium, but are in doubt as to the relation of this hypothesis to the experimental laws established, which have generally been expressed in the *language of other hypothesis*.⁷

La méthode des illustrations est aussi celui du premier mémoire sur la théorie cinétique des gaz, ‘Illustrations of the dynamical theory of gases’, où il introduit sa distribution de vitesses. Il y étudie les lois du mouvement d’un nombre indéfini de sphères très petites, rigides et parfaitement élastiques qui interagissent seulement pendant leurs chocs. L’analogie physique obtenue est partielle: «a system of such particles could not possibly satisfy the known relation between the two specific heats of all gases».⁸

Dans ‘On Faraday’s lines of force’, Maxwell considère que la plus universelle de toutes les analogies est celle qui est établie entre les lois physiques et les lois mathématiques et qui permet de réduire les problèmes de la nature aux mathématiques : « all the mathematical sciences are founded on relations between physical laws and laws of numbers, so that the aim of exact science is to reduce the problems of nature to the determination of quantities by operations with numbers ». Cela peut être interprété comme une attitude, d’inspiration néo-kantienne, de refuse de l’accès de la chose en soi, laquelle affirme que la connaissance de la nature est connaissance de relations mathématiques. Un exemple de réussite complète de l’analogie des lois de la nature avec celles des mathématiques sera l’usage de la géométrie analytique dans le cadre de la mécanique : «it appears to me that when we say that space has three dimensions...[we] assert the objective truth that points may differ in position by the independent variation of three variables. Here, therefore, we have a *real* analogy between the constitution of the intellect and that of the external world». Quelques des analogies fécondes doivent leur signification à l’identité de rapports mathématiques qui permet d’établir un dictionnaire avec des correspondances biunivoques entre termes physiques. En 1872, Maxwell note à propos de l’analogie de Thomson de 1842:

Thomson... points out that these two problems, so different, both in their elementary ideas and their analytical methods, are mathematically identical, and

⁷ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 452. Voir P. M. Harman, 1998, chap. V, 102 et O. Darrigol, 2000, § 4.3, 147-154. L’élasticité de cet éther tourbillonnaire donne le fondement mécanique pour l’introduction de la courante de déplacement. Une conséquence de ce modèle est que la vitesse des ondes élastiques transversales est égale à la vitesse de la lumière.

⁸ Le premier mémoire sur la théorie cinétique est le J. C. Maxwell, 1860. ; voir J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 377-378 et 409.

that, by a proper substitution of electrical for thermal terms in the original statement, any of Fourier's wonderful methods of solution may be applied to electrical problems.⁹

Le ‘Adress to the mathematical and physical sections of the British Association’, lu dans la réunion de 1870 à Liverpool, est une synthèse de la pensée épistémologique de Maxwell. L'un des sujets fondamentaux de l'allocution est le rapport entre la physique et les mathématiques. Maxwell note qu'une des principales caractéristiques du mathématicien est sa sensibilité pour la symétrie et sa capacité d'exprimer la même chose de différentes manières, et de transformer «a perplexing expression into another which explains its meaning in more intelligible language». Mais si le mathématicien montre au physicien que les quantités qu'il mesure sont liées par des rapports nécessaires le dernier révèle au premier l'existence de formes de quantités qu'il ne pouvait point imaginer.¹⁰

Maxwell y met en rapport la méthode des illustrations avec ce qu'il nomme la *classification systématique des quantités*, tâche de mathématiciens, jugée de la plus haute importance. Cette *classification* est motivée par la perception des ressemblances entre les processus et formes de raisonnement mathématiques utilisés dans deux différentes sciences, dont la raison ultime est l'identité des rapports mathématiques:

When the student examines into the reason of this, he finds that in the two sciences he has been dealing with systems of quantities, in which the mathematical forms of the relations of the quantities are the same in both systems, though the physical nature of the quantities may be utterly different. He is thus led to recognise a classification of quantities on a new principle, according to which the physical nature of the quantity is subordinated to its mathematical form.¹¹

Maxwell a dédié un autre texte à ce même sujet: *On the mathematical classification of physical quantities* dans lequel il note que cette classification permettra d'établir de façon systématique des analogies formelles entre différents systèmes de quantités:

The classification which I now refer to is founded on the mathematical or formal analogy of the different quantities, and not on the matter to which they belong...the most obvious case is that in which we learn that a certain system of quantities in a new science stand to one another in the same mathematical relations as a certain

⁹ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 156; J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 88, 378; J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° 51, 302. Voir aussi J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 84, 355. Voici un passage sur l'inaccessibilité des choses-en-soi: « The modern philosophy, confessing its impossibility of pronouncing anything absolutely great or small confines itself entirely to expressing the relations between the things themselves », J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 132, 546.

¹⁰ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 216-217.

¹¹ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 218.

other system in an old science, which has already been reduced to a mathematical form, and its problems solved by mathematicians.

Il y a analogie formelle entre deux théories quand elles admettent la même illustration ou quand l'une illustre l'autre. Après donner deux exemples concernant l'existence d'analogies formelles (induction magnétique/induction électrostatique dans les diélectriques; problèmes concernant les attractions et conduction stationnaire de la chaleur, analogie étudiée par William Thomson) il note:

It is evident that all analogies of this kind depend on principles of a more fundamental nature; and that, if we had a true mathematical classification of quantities, we should be able at once to detect the analogy between any system of quantities presented to us and other systems of quantities in known sciences, so that we should lose no time in availing ourselves of the mathematical labours of those who had already solved problems essentially the same.¹²

Maxwell donne des exemples de classification : la distinction, proposée par Hamilton entre vecteurs et scalaires, l'analyse des dimensions des grandeurs dynamiques et, ce qu'on appellerait aujourd'hui, leur caractère tensoriel:

Instead of dividing kinetic energy into factors « mass » and « square of velocity, » the latter of which has no meaning, we may divide it into « momentum » and « velocity, » two vectors which, in the dynamics of a particle, are in the same direction, but, in generalized dynamics, may be in different directions, so that in taking their product we must remember the rule for finding the scalar part of it.

Maxwell propose d'autres critères de classification concernant spécifiquement les vecteurs: ceux du type force (dont l'intégral de ligne a toujours une signification physique, p. ex., produisant un potentiel) et du type flux (dont l'intégral de surface a toujours une signification physique, ex. ; une courante). Et il finit la classification en étudiant les propriétés des vecteurs qui sont obtenus dans l'électromagnétisme par action de l'opérateur différentiel nabla:

Another distinction among physical vectors is founded on a different principle, and divides them into those which are defined with reference to translation and those which are defined with reference to rotation.¹³

¹² J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° 46, 257-259. Une autre analogie citée est la suivante: "Helmholtz, in his great paper on Vortex Motion, has shewn how to construct an analogy between electro-magnetic and hydro-kinetic phenomena, in which magnetic force is represented by the velocity of the fluid, a species of translation, while electric current is represented by the rotation of the elements of the fluid". Mais d'après Ampère le magnétisme est associé avec la rotation et le courant électrique avec la translation, vue partagée par J. C. Maxwell, *ibidem*, 263.

¹³ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° XLVI, 259, 263-266. J. C. Maxwell associe la divergence (sa « convergence ») à la translation le rotationnel (son « curl ») à la rotation; il montre aussi la signification du

Ces distinctions sont associées, comme dans sa défense de la méthode des analogies physiques, dans le *FL*, aux avantages de la vivacité/familiarité des représentations:

We may imagine another step in the advancement of science to be the invention of a method, equally appropriate, of conceiving dynamical quantities. As our conceptions of physical science are rendered more vivid by substituting for the mere numerical ideas of Cartesian mathematics the geometrical ideas of Hamiltonian mathematics, so in the higher sciences the ideas might receive a still higher development if they could be expressed in language as appropriate to dynamics as Hamilton's is to geometry.¹⁴

Maxwell juge que le développement de la classification mathématique des quantités permet de évaluer la correction d'une illustration:

The correctness of such an illustration depends on whether the two systems of ideas which are compared together are really analogous in form, or whether, in other words, the corresponding physical quantities really belong to the same mathematical class. When this condition is fulfilled, the illustration is not only convenient for teaching science in a pleasant and easy manner, but the recognition of the formal analogy between the two systems of ideas leads to a knowledge of both, more profound than could be obtained by studying each system separately.¹⁵

Et il va jusqu'au point de dire que la classification mathématique des quantités gît à la racine de toute illustration scientifique vraie. Donc, Maxwell met en grande valeur les analogies formelles, c'est-à-dire l'identité entre systèmes de relations (décrivant les phénomènes) dans les deux domaines scientifiques qui s'illustrent mutuellement.

2. Systèmes de métaphores et ‘The true method of scientific reasoning’

Maxwell dans sa quête d'une théorie électromagnétique plus parfaite a jugé comme provisoires ses étapes antérieures. Au début du ‘On physical lines of force’ Maxwell note que dans ‘On Faraday’s lines of force’: “I...have shewn how to deduce the mathematical relations between the electrotonic state, magnetism, electric currents, and the electromotive force, using mechanical illustrations to assist the imagination, but not to account for the phenomena”. En développant sa théorie

laplacien (sa « concentration ») et du gradient (son « slope ») et réfère quelques identités (the slope of a scalar function has no curl, etc.).

¹⁴ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 259. Ce langage doit être celle de la dynamique lagrangienne.

¹⁵ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 219.

dynamique du champ électromagnétique (1864) il considérera que son éther tourbillonnaire n'est que "a demonstration that mechanism may be imagined capable of producing a connexion mechanically equivalent to the actual connexion of the parts of the electromagnetic field".¹⁶

La nouvelle théorie dynamique, élaboré dans 'A dynamical theory of the electromagnetic field' et dans le *Treatise on electricity and magnetism* (*Treatise*), utilise la mécanique analytique de Lagrange, laquelle lui permet d'élaborer une théorie sans concrétiser le mécanisme du milieu qui permet les échanges énergétiques entre les corps. Les équations de Lagrange décrivent le mouvement d'un système mécanique où les points matériels sont contraints par des liaisons géométriques. Ce formalisme permet d'étudier un système mécanique en ignorant la nature des connexions internes, c'est-à-dire comme étant une sorte de boîte noire. Maxwell donne l'image d'un système de cloches enfermées dans une enceinte lesquelles sont mises en vibration en tirant des cordes à l'extérieur de l'enceinte. Les cordes correspondent aux coordonnées généralisées. Le champ magnétique est un système mécanique à liaisons dont les mouvements sont cachés. Dans le *Treatise*, Maxwell note que, en principe, il y a un *nombre infini de modèles mécaniques* capables de représenter le champ électromagnétique.¹⁷

La connaissance d'une théorie dynamique générale, comme celle qui est synthétisée dans le système des équations de Lagrange, permet aussi de « present to the mind in the clearest and most general form the fundamental principles of dynamical reasoning », ce qui est bien plus important, pour Maxwell, que le fait que ces équations permettent de résoudre des problèmes. Cette théorie dynamique générale, avec ses équations et sa nomenclature, évite, elle-aussi, les dangers de la prolifération de symboles mathématiques, en choisissant ceux qui peuvent être traduits dans le langage de la dynamique. Maxwell est donc convaincu de l'immense fécondité de son approche, ce qui l'amène à considérer que cette méthode analytique correspond à la vraie méthode du raisonnement physique, qui évite les hypothèses non justifiées (qui abondaient dans les modèles mécaniques de l'éther optique)¹⁸:

¹⁶ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 452; J. C. Maxwell, *Treatise on electricity and magnetism* II, 1873, § 831.

¹⁷ J. C. Maxwell, *Treatise on electricity and magnetism* , II, 1873, § 831.Voir O. Darrigol, 1993, 221 ou O. Darrigol 2000, § 4.4, 154-166. Sur le *Treatise* voir D. F. Moyer, 1977, 259-267, F. Achard , 1998 et 2005. C'est un théorème donné sans démonstration lequel Henri Poincaré reprendra, en donnant une preuve assez élégante, voir O. Darrigol, 1993, 221. Ce théorème montre qu'il est possible de bâtir une infinité de théories empiriquement équivalentes lesquelles permettront d'arriver aux mêmes conclusions empiriques ; elles seront distinctes seulement parce qu'elles postulent l'existence de différents phénomènes inobservables ; ceci correspond à une formulation concrète de l'argument de la sous-détermination des théories par l'expérience.

¹⁸ « Has the multiplication of symbols put a stop to the development of ideas ? » s'interroge Maxwell à propos de l'impasse du modèle tourbillonnaire de l'atome (de lord Kelvin), J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° LI, 307.

In forming dynamical theories of the physical sciences, it has been a too frequent practice to invent a particular dynamical hypothesis and then by means of the equations of motion to deduce certain results. The agreement of these results with real phenomena has been supposed to furnish a certain amount of evidence in favour of the hypothesis.

The *true method of physical reasoning* is to begin with the phenomena and to deduce the forces from them by a direct application of the equations of motion.

Mais cette méthode n'est pas facile à utiliser puisque elle conduit à des résultats indéfinis, si on n'introduit pas d'hypothèses « not strictly deducible from our premisses ». Le développement de cette méthode vraie, qui évite l'introduction de « unwarrantable details » est donc une question ouverte, comme Maxwell l'avoue. S'il semble ici diminuer l'importance des modèles mécaniques, le fait est qu'il les a utilisés souvent (par exemple dans sa seconde théorie cinétique, de 1866, où il postule un potentiel d'interaction moléculaire) ce qui est un signe plutôt de son pluralisme de fait.¹⁹

La formulation de la mécanique analytique, pour laquelle les coordonnées généralisées ne sont pas en général des déplacements linéaires, résulte d'un transfert de langage et d'idées d'un domaine connu à un domaine nouveau, « one with which we are less acquainted ». Cela correspond à la figure de pensée que Maxwell nomme ‘*métaphore scientifique*’:

Thus the words Velocity, Momentum, Force, etc, have acquired certain precise meanings in Elementary Dynamics. They are also employed in the Dynamics of a Connected System in a sense which, though perfectly analogous to the elementary sense, is wider and more general.

These generalised forms of elementary ideas may be called metaphorical terms in the sense in which every abstract term is metaphorical.²⁰

Maxwell introduit la possibilité d'une analogie formelle totale, d'un système de métaphores vraiment scientifique :

The characteristic of a *truly scientific system of metaphors* is that each term in its metaphorical use retains *all* the formal relations to the other terms of the system

¹⁹ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° LII, 308-309. Mary Hesse a mis en relief, de manière un peu monolithique, ce « true method of physical reasoning », voir M. Hesse, 1974, chap. 11, 259-281; elle identifie la méthode de l'analogie avec la méthode de déduction à partir de l'expérience, souligne le rôle de la généralisation inductive (directe en partant de l'expérience), et prend comme archétype l'usage du formalisme lagrangien ; même si elle considère la classification mathématique des grandeurs physiques, elle note surtout l'avantage des aspects analogiques spatio-temporels de l'usage des vecteurs et des opérateurs différentiels. Jordi Cat résume quelques des critiques faites à Hesse, voir J. Cat, 2001, 219 e suiv.

²⁰ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 227. En 1856, Maxwell a écrit: “all parables, fables, similes, metaphors, tropes, and figures of speech are analogies”, J. C. Maxwell, 1990, vol. 1, n° 88, 376.

which it had in its original use. The method is the truly scientific – that is, not only a legitimate product of science, but capable of generating science in turn.

L'invention de la mécanique lagrangienne, à partir de la dynamique élémentaire, résulte donc de l'élaboration d'un système de métaphores.²¹

Maxwell considère un autre type de métaphore ayant un caractère plus audacieux. Regardant les phénomènes électriques comme le nouveau domaine et la dynamique comme le domaine plus connu, Maxwell considère que sa théorie dynamique de l'électromagnétisme exemplifie la méthode des métaphores scientifiques:

There are certain electrical phenomena, again, which are connected together by relations of the same form as those which connect dynamical phenomena. To apply to these the phrases of dynamics with proper distinctions and provisional reservations is an example of a metaphor of a bolder kind; but it is a legitimate metaphor if it conveys a true idea of the electric relations to those who have been already trained in dynamics.²²

3. Pluralisme méthodologique

La méthode des illustrations, des analogies physiques et des modèles correspond à un engagement pluraliste qui suppose la sous détermination des théories. Les arguments de Maxwell en faveur de cet engagement sont multiples. Dans ‘On Faraday’s lines of force’, il reconnaît que la difficulté des problèmes de l'électromagnétisme empêche la construction d'une théorie mûre et définitive. Il se réfère à cette possibilité, qui était considéré par ceux qui formulaient des hypothèses physiques, avec ironie :

If the results of mere speculation which I have collected are found to be of any use to experimental philosophers...they will have served their purpose and a mature theory, in which physical facts will be physically explained, will be formed by

²¹ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 227. Cela fait songer à la notion d'isomorphisme comme cas d'une analogie parfaite. Ici « truly scientific » signifie la fécondité de la méthode et l'extension de l'analogie formelle. Dans ce texte, et dans le même sens, Maxwell donne la définition suivante : “A truly scientific illustration is a method to enable the mind to grasp some conception or law in one branch of science, by placing before it a conception or law in a different branch of science, and directing the mind to lay hold of that mathematical form which is common to the corresponding ideas in the two sciences, leaving out of account for the present the difference between the physical nature of the real phenomena”, J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 219.

²² J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 227.

those who by interrogating Nature herself can obtain the only true solution of the questions which the mathematical theory suggests.²³

Sa première théorie est une théorie temporaire qui ne contient « even the shadow of a true physical theory » ; mais Maxwell croît que, au moins dans les phases qui antécédent la construction d'une théorie mûre, la diversité d'approches est pleinement justifié:

What is the use then of imagining an electro-tonic state of which we have no distinctly physical conception, instead of a formula of attraction which we can readily understand? I would answer, that is a good think to have two ways of looking at a subject, and to admit that there *are* two ways of looking at it. Besides, I do not think that we have any right at present to understand the action of electricity, and I hold that the chief merit of a temporary theory is that it shall guide experiment, without impeding the progress of a true theory when it appears.²⁴

À la fin de la seconde partie du mémoire ‘On physical lines of force’, Maxwell revient sur l’utilité d’une *pluralité de théories vu la complexité des faits* de l’électromagnétisme. Le caractère d’expression des théories et la question du réductionnisme sont aussi notés:

Those who look in a different direction for the explanation of facts, may be able to compare this theory [imaginary system of molecular vortices] with that of the existence of currents flowing freely trough bodies, and with that which supposes electricity to act at distance with a force depending on its velocity, and therefore not subject to the law of conservation of energy.

The facts of electro-magnetism are so complicated and various, that the explanation of any number of them by several different hypotheses must be interesting, not only to physicists, but to all who desire to understand how much evidence the explanation of phenomena lends to the credibility of a theory, or how far we ought to regard a coincidence in the mathematical expression of two sets of phenomena as an indication that these phenomena are of the same kind. We know that partial coincidences of this kind have been discovered; and the fact that they are only partial is proved by the divergence of the laws of the two set of phenomena in other respects. We may chance to find in the higher parts of physics, instances of more complete coincidence, which may require much investigation to detect their ultimate divergence.²⁵

²³ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 159. Maxwell considère que la théorie de Weber, bien qu’élégante, et intuitive, se fonde sur une hypothèse douteuse: ‘There are also objections to making any ultimate forces in nature depend on the velocity of the bodies between which they act... the principle of Conservation of Force requires that these forces should be in the line joining the particles and functions of the distance only’, J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 208.

²⁴ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 208.

²⁵ J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 488.

La méthode des analogies physiques est donc accompagnée par un *engagement pluraliste*. Mais la diversité d'approches, vu l'idée de l'univocité de la Nature, pose le problème des liens entre les multiples approches, celui de la justification des raisons profondes de leur coïncidence partielle. À propos de la théorie de Weber et de la sienne il affirme:

That theories apparently so fundamentally opposed should have so large a field of truth common to both is a fact the philosophical importance of which we cannot fully appreciate till we have reached a scientific altitude from which the true relation between hypotheses so different can be seen.

Le pluralisme théorique actuel, lequel dépasse largement la méthode des illustrations, laisse donc la question ouverte. L'établissement d'analogies formelles, qui montrent que les différentes approches ne sont pas incommensurables, n'est qu'une partie de la réponse. Maxwell note que "it is the glory of a true science that all legitimate methods must lead to the same final results".²⁶

Des exemples de pluralisme de fait dans les textes scientifiques de Maxwell sont aisément repérables, soit d'un point de vue synchronique soit d'un point de vue diachronique. Si son approche lagrangienne de l'électromagnétisme favorise une approche plutôt phénoménologique, dans ses mémoires sur la théorie cinétique il a proposé une distribution de vitesses moléculaires inobservable et a proposé une loi de force centrale pour l'interaction moléculaire. Dans la Partie IV du *Treatise* le même topique concernant les courants électriques est traité de deux points de vue différents, ceux de Faraday et d'Ampère.²⁷

Un autre argument favorable au pluralisme est psychologique. Le degré de vivacité des représentations dépend des caractéristiques du scientifique. Or, il y a en différents types:

There are men who, when any relation or law, however complex, is put before them in symbolical form, can grasp its full meaning as a relation among abstract quantities...there are others who feel more enjoyment in following geometrical forms, which they draw on a paper, or build up in the empty space before. Others, again, are not content unless they can project their whole physical energies into the scene which they conjure up...to such men momentum, energy, mass are not mere abstract expressions of the results of the physical enquiry. They are words of power, which stir them souls like the memories of childhood. For the sake of persons of

²⁶ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 227-228. Dans le même sens: J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n°LI, 301, début. Le caractère partiel des théories est omniprésent chez Maxwell. Par exemple, au début du '*On Faraday's lines of force*' Maxwell décrit l'état des théories de l'électricité et note que certains domaines «have not fallen in relation with the other parts of the science», J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, 155. La préoccupation de Maxwell pour obtenir une théorie du champ comme «a single connected system – a whole» a été signalé par T. K. Simpson, 1970, 251.

²⁷ Voir T. K. Simpson, 1970, 251.

these different types, scientific truth should be presented in different forms, and should be regarded as equally scientific, whether it appears in the robust form and the vivid colouring of a physical illustration, or in the tenuity and paleness of a symbolical expression.

Dans le même sens, il note que le Calcul des Quaternions de Hamilton (vecteurs) est: «a branch of mathematics which, when it shall have been understood by men of the illustrative type, and clothed by them with physical imagery, will become...a most powerful method of communicating truly scientific knowledge to persons apparently devoid of calculating spirit». ²⁸

La question du pluralisme méthodologique à des rapports évidents avec celle de la sous-détermination des théories et de celle de la contingence historique de leur élaboration. Bien que la plupart des théories de Maxwell aient été élaborées dans le cadre classique qui donne à la Mécanique et à l'Analyse une place fondamentale, Maxwell jugeait que les théories physiques étaient historiquement dépendantes, et que le cadre déterministe ne s'imposait de soi:

The theory of atoms and void leads us to attach more importance to the doctrines of integral numbers and definite proportions; but, in applying dynamical principles to the motion of immense number of atoms, the limitation of our faculties forces us to abandon the attempt to express the exact history of each atom, and to be content with estimating the average condition of a group of atoms large enough to be visible. This method of dealing with groups of atoms, which I may call the statistical method, and which in the present state of our knowledge is the only available method of studying the properties of real bodies, involves a abandonment of strict dynamical principles, and a adoption of the mathematical methods of probability. It is probable that important results will be obtained by the application of this method, which is yet little known and is not familiar to our minds. If the actual history of Science had been different, and if the scientific doctrines most familiar to us had been those which must be expressed in this way, it is possible that we might have considered the existence of a certain kind of contingency a self-evident truth, and treated the doctrine of philosophical necessity as a mere sophism.²⁹

L'engagement pluraliste a donc une variété d'avantages : il évite des adhésions prématuées à des cadres ontologiques qui peuvent fonctionner comme des obstacles épistémologiques ; en niant l'accès à la chose en soi et en soulignant la sous-détermination des théories par l'expérience et le caractère analogique de la connaissance scientifique il reconnaît l'imprévisibilité et la contingence du développement théorique. Aussi, il favorise une dimension critique à travers laquelle

²⁸ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, 219-220; voir aussi J. C. Maxwell, 1990, vol. 3, nº 347-349, 570-581.

²⁹ J. C. Maxwell, "Introductory lecture on experimental physics", in J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, nº XLIV, 253.

le problème de l' « harmony of the material with the mental » devient fondamental. Cela correspond à un tournant vers la psychologie de l'invention, aux méthodes qui permettent d'obtenir des représentations avec un maximum de vivacité. Maxwell tenait beaucoup au pluralisme méthodologique :

There is no more powerful method for introducing knowledge into the mind than that of presenting it in as many different ways as we can. When the ideas, after entering through different gateways, effect a junction in the citadel of the mind, the position they occupy becomes impregnable.³⁰

4. Rapport aux réflexions de Max Black et de Mary Hesse

Max Black, les années 1950, a élaboré sa nouvelle théorie des métaphores (*interaction view*) et a établi quelques rapports entre ses vues sur les modèles théorétiques et celles de Maxwell sur l'analogie et la métaphore ; Mary Hesse dans son *Models and analogies in science* a repris la question. Avec Maxwell ils jugent qu'une métaphore scientifique: 1) a de la valeur cognitive (elle n'est pas décorative) ; 2) est établie entre deux systèmes qui peuvent être hautement élaborés (le « primaire », qui est le nouveau et le moins connu, et « le secondaire », le plus élémentaire et familier) ; 3) elle est accompagnée par un transfert analogique de vocabulaire et de résultats mathématiques (analogie formelle), ce qui peut être valable aussi pour l'analogie physique; 4) elle n'implique pas nécessairement l'identité des processus physiques des deux systèmes ; 5) elle aide l'imagination, sa fécondité étant associée à l'illustration mutuelle et à une extension de la compréhension.³¹

Tous trois sont d'accord que la signification (« meaning ») d'une proposition ne peut pas être restreinte à la reconnaissance du référent (« referent ») et au bon usage de la syntaxe, et de la connaissance de la signification des termes de la proposition. La signification contient aussi l'ensemble d'idées invoquées par le référent et l'usage des termes et de l'expression. La métaphore change l'ensemble d'idées associées, en sélectionnant, emphatisant ou supprimant des aspects du système primaire. Donc, elle change la signification d'une proposition et aussi des deux systèmes d'idées qui sont assimilés (ceci étant vrai aussi pour les analogies). Nonobstant, Maxwell ne souligne pas l'absurdité de prendre littéralement la

³⁰ J. C. Maxwell, 1890, vol. 2, n° XLIV, 247.

³¹ Les deux mémoires fondamentales de Max Black sont parues en 1954 (« Metaphor ») et 1958 (« Models and Archetypes ») ; elles constituent les chap. 1, et 13 de M. Black, 1966. Dans le M. Hesse, 1966, voir surtout les textes « Material Analogy » et « The explanatory view of metaphor » (surtout 158 et suiv.). Dans M. Hesse, 1974, chap. « J. C. Maxwell's logic of analogy », l'auteur s'éloigne de l'esprit des mémoires de Black, voir note 19, ci-dessus.

conjonction des deux systèmes (comme dans ‘l’homme est un loup’) et la tension résultante. En général, il note plutôt le caractère d’illustration, le ‘comme si’, des analogies et des métaphores. Il utilise la qualification ‘littéral’ là où il suggère que quelques concepts traduisent des existants (cas de ‘énergie’ dans son traitement lagrangien de l’électromagnétisme) :

By using such words as electric momentum and electric elasticity in reference to the known phenomena of the induction of currents and the polarization of dielectrics, I wish merely to direct the mind of the reader to mechanical phenomena which will assist him in understanding the electrical ones. All such phrases in the present paper are to be considered as illustrative not explanatory. *In speaking of the Energy of the field, however, I wish to be understood literally.*³²

En général, Maxwell ne distingue nettement l’usage heuristique de l’usage existentiel des modèles. Son attitude est assez souple et est à peine compatible avec l’affirmation de Black de que l’usage existentiel est caractéristique de la façon d’agir des grands théoriciens de la physique. D’ailleurs le théorème de la pluralité de représentations, énoncé dans le *Treatise*, enlève l’accent ontologique des modèles; ce qui ne veut pas dire que Maxwell ne soit concerné avec cette question métaphysique, notamment par son insertion dans la tradition mécaniste qui domine tout son siècle. Pour le cas de la dynamique lagrangienne, considérée comme théorie fondamentale, il me semble que Maxwell distingue entre le rôle accompli par les processus métaphoriques dans sa constitution (heuristique) et le statut actuel de la théorie (vers 1870). Son statut fondamental acquis correspond à une sorte de mort des métaphores (du point de vue de la recherche mais non du point de vue de l’apprentissage) qui ont aidé à sa production.

5. Conclusion

Maxwell a théorisé la méthode scientifique, mettant l’analogie, l’illustration et la métaphore au centre de la construction théorique. Avec ses mémoires sur l’électromagnétisme et la théorie cinétique des gaz il a exemplifié ses réflexions méthodologiques.

³² J. C. Maxwell, 1890, vol. 1, n° XXV, 563-564 (souligné par moi). Hesse interprète ce passage, en notant que l’identité générique (identification de propriétés de différents systèmes) de toutes les formes d’énergie est essentielle pour la déduction des lois généralisées du mouvement (équations de Lagrange), les analogues réels de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle (des termes génériques) étant identifiables par observation, Hesse, 1974, 266. Hesse méprise un peu l’histoire et la « psychologie » du savant, son inscription dans un contexte d’idées scientifiques ; elle oublie l’importance du principe de conservation de l’énergie, perçue par les physiciens de la seconde moitié du XIX^e siècle, aspects que J. Cat, 2001, valorise.

Le caractère, fonction et degré de généralité d'une analogie/métaphore scientifique peuvent être très variés. L'analogie de 1855, entre les lignes de force (système primaire) et un fluide imaginaire, montre que le système secondaire de la métaphore ne doit pas correspondre nécessaire et directement à un système physique réel. Ce système plus connu aura des composants variés, les rapports entre éléments pouvant être divers (hiérarchie, composition, etc.) ; il peut être un domaine scientifique plus élémentaire, un modèle mécanique, une imagerie géométrique, etc. Il utilisera les mathématiques (analyse, géométrie synthétique et analytique, analyse vectorielle), qui leur donnent structure ; en général, la partie purement mathématique du système sera une sorte de squelette qui doit être dressé physiquement. Son caractère intuitif peut être associé à l'usage de systèmes de symboles et équations (du à son appel au cadre spatio-temporel, et/ou à son unité structural et caractère de fondement, cas des lois de la dynamique), à son caractère géométrique ou moteur (associée à des images musculaires), etc. Ce système secondaire doit être cohérent, constituant un tout perceptible, doué de vivacité, étant plus familier, concret et intuitif. Ces caractéristiques dépendent aussi de la psychologie du sujet scientifique individuel (ce qui ne nie pas leur intersubjectivité). L'analogie, métaphore ou modèle sont produits par l'invention du scientifique, qui mobilise ses ressources, plus purement intellectuels, manuels, moteurs, etc.

Maxwell est très attentif aux moyens de tester le caractère partiel des analogies, c'est-à-dire d'évaluer la correction d'une illustration, comme le montrent ses considérations sur la classification mathématiques des quantités physiques. Les analogies physiques sont, en général, accompagnées par des analogies formelles et il pense aux conditions de vérification formelle des analogies. L'intertraductibilité des théories, leur comparaison, s'inspire des mathématiques, dans lesquelles on doit transformer des «perplexing expressions» dans d'autres expressions plus familières.

Dans le cadre de son traitement de l'électromagnétisme Maxwell formule un théorème lequel montre que la sous-détermination des théories par l'expérience est une conséquence naturelle si on admet des théories à variables cachées. Ce résultat donne un argument logique favorable au pluralisme théorique.

La distinction nette entre les aspects purement cognitifs et les aspects psychologiques associés à l'invention scientifique, qui est typique de bonne partie des débats des philosophes de la science du XX^e siècle (assez influencés par la distinction entre contexte de la découverte et contexte de la justification), n'est pas faite par Maxwell. Il associe des différences de méthode à des différences psychologiques et valorise surtout le pluralisme et la fécondité des théories, acceptant qu'une dernière théorie physique, omni-englante, n'est pas disponible dans l'horizon.

Bibliographie

- Black, Max, *Modelos y metáforas*. Traduction de *Models and Metaphors* par Victor Sanchez de Zavala, Madrid : Editorial Tecnos, 1966.
- Campbell, L. et Garnett, W., *Life of J. C. Maxwell*. London: MacMillan, 1882.
- Achard, Franck, “La publication du *Treatise on Electricity and Magnetism* de James Clerk Maxwell”. *La Revue de Synthèse*, n°119, 511-544, 1998.
- Achard, Franck, “James Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*”. Chapitre 44 de Grattan-Guiness, 2005, 564-587.
- Cat, Jordi, “On understanding Maxwell on the methods of illustration and scientific metaphor”. In: *Studies in history and philosophy of modern science*, vol. 32, n° 3, 2001, 395-441.
- Chalmers, A. F., “Maxwell’s methodology and his application of it to electromagnetism”. In: *Studies in history and philosophy of science*, vol. 4, n° 2, 1973, 107-164.
- Darrigol, Olivier, “The electrodynamic revolution in Germany as documented by early german expositions of ‘Maxwell’s theory’”. *Archive for the history of exact sciences*, vol. 45, 189-280, 1993.
- Darrigol, Olivier, “Henri Poincaré’s criticism of fin de siècle electrodynamics”. *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, vol. 26, n°1, 1-44, 1995.
- Darrigol, Olivier, *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. Oxford: Oxford University Press, 2000.
- Grattan-Guiness, *Landmark writings in western mathematics 1640-1940*. Amsterdam: Elsevier North-Holland, 2005.
- Harman, P. M., *The natural philosophy of James Clerk Maxwell*. Cambridge UK: Cambridge University Press, 1998.
- Hesse, Mary, *Models and analogies in Science*. Indiana: University of Notre Dame Press, 1966.
- Hesse, Mary, *The structure of scientific inference*. London: MacMillan Press, 1974.
- Höffding, Harald, *Les philosophes contemporains*, traduit de l’allemand par A. Tremesaygues. Paris: Félix Alcan, 1907.
- Hunt, Bruce J., *The Maxwellians*. Ithaca: Cornell University Press, 1991.
- Klein, Martin J., “Mechanical explanation at the end of the nineteenth century”. *Centaurus*, vol. 17, 58-82, 1972.
- Maxwell, James Clerk, “On Faraday’s lines of force”. *Transactions of the Cambridge Philosophical society*, vol. 10, part I, 1855. Aussi dans Maxwell, 1890, vol. 1, n° VIII, 155-229.
- Maxwell, James Clerk, “Illustrations of the dynamical theory of gases”. *Philosophical Magazine* vol. 19, 19-32, 1860. Aussi dans Maxwell, 1890, n° XX, 377-409.
- Maxwell, James Clerk, “On physical lines of force”, *Philosophical Magazine*, 1861-1862. Aussi dans Maxwell, 1890, vol. 1, 451-513.
- Maxwell, James Clerk, “A dynamical theory of the electromagnetic field”. *Philosophical Transactions*, 1865. Aussi dans Maxwell, 1890, n° XXIII, 526-597.

Maxwell, James Clerk, “On the dynamical theory of gases”. *Philosophical Magazine* vol. 32, *Philosophical Transactions*, vol. 157, 49-88, 1866. Aussi dans Maxwell, 1890, n° XXVIII, 26-78.

Maxwell, James Clerk, “Liverpool address to the Mathematics and physics sections of the British Association for the advancement of Science”, 1870. Aussi dans Maxwell, 1890, n° XLI, 215-229.

Maxwell, James Clerk. *Theory of Heat*. London: Longman, 1871.

Maxwell, James Clerk, *A treatise on electricity and magnetism*, 2 vols. Oxford, 1873.

Maxwell, James Clerk, “On the dynamical evidence of the molecular constitution of bodies”. *Nature* vol. 11, 357-359, 374-377, 1875. Aussi dans Maxwell, 1890 n° LXXI, 418-438.

Maxwell, James Clerk, “On Boltzmann's Theorem on the average distribution of energy in a system of material points”. *Cambridge Philosophical Society's Transactions*, vol. 12, 547-570, 1879. Aussi dans Maxwell, 1890, n° XCIV, 713-742.

Niven, W. D. (Ed.), *The scientific papers of James Clerk Maxwell*, volumes 1 et 2, Cambridge University Press (réédité par Dover editions en 1952), 1890.

Garber, E., Brush, S. G., and Everitt, C. W. (Eds.), *Maxwell on molecules and gases*, MIT Press, 1986.

Harman, P. (Ed.), *The scientific letters and papers of James Clerk Maxwell*. Cambridge: Cambridge University Press, 3 vols, 1990-1995.

Moyer, Donald Franklin, “Energy, dynamics, hidden machinery: Rankine, Thomson and Tait, Maxwell”. In: *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 8, n° 3, 1977, 251-268.

Ortony, Andrew (Ed.), *Metaphor and Thought*. Cambridge UK: Cambridge University Press, 1979.

João Príncipe, *La réception française de la mécanique statistique*, thèse présentée pour l'obtention du Doctorat de Epistémologie et Histoire des Sciences et des Techniques de l'Université Paris 7, Paris, 2008.

Schaffner, Kenneth F., *Nineteenth-century aether theories*. Oxford: Pergamon Press, 1972.

Simpson, Thomas K., “Some observations on Maxwell's Treatise on electricity and magnetism”. In: *Studies in history and philosophy of science*, vol.1, n° 3, 1970, 249-263.

Smith, Crosbie and Wise, Norton, *Energy and empire. A biographical study of Lord Kelvin*. Cambridge UK: Cambridge University Press, 1989.

Turner, J., “Maxwell on the method of physical analogy”. *The British journal for the philosophy of science*, vol. 6, n° 23, 226-238, 1955.