Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашняя работа №2 по дисциплине

«Теория вероятностей»

Вариант № 3

Выполнил: Гаврилин Олег Сергеевич

Преподаватель: Селина Е. Г.

Группа: P3230

Санкт-Петербург, 2024 г.

Задание 19.1

а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

0.67 0.67 0.68 0.69 0.7 0.72 0.73 0.75 0.77 0.77

0.78 0.79 0.8 0.8 0.81 0.82 0.83 0.83 0.84 0.86

0.86 0.87 0.88 0.88 0.89 0.9 0.9 0.91 0.92 0.92

0.93 0.93 0.95 0.95 0.96 0.97 0.98 0.99 1.0 1.01

1.02 1.04 1.04 1.04 1.05 1.07 1.07 1.08 1.08 1.09

1.09 1.1 1.1 1.1 1.11 1.11 1.11 1.11 1.13 1.14

1.15 1.16 1.17 1.18 1.19 1.2 1.22 1.23 1.23 1.24

1.24 1.25 1.25 1.26 1.26 1.27 1.27 1.28 1.28 1.29

1.31 1.32 1.33 1.33 1.34 1.34 1.35 1.36 1.36 1.37

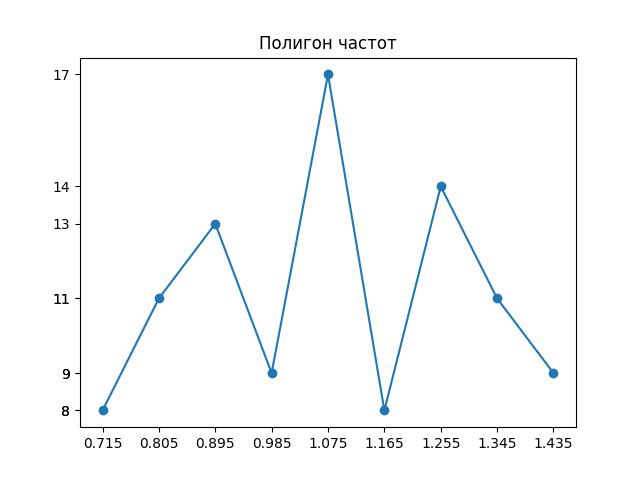
1.38 1.4 1.41 1.42 1.43 1.44 1.45 1.46 1.47 1.48

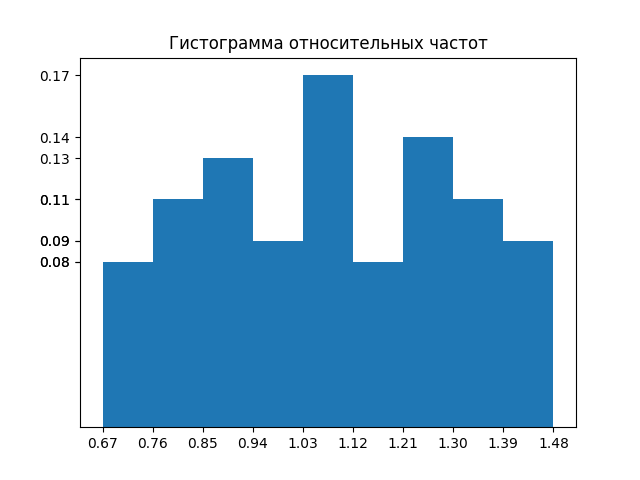
б) Находим размах варьирования:

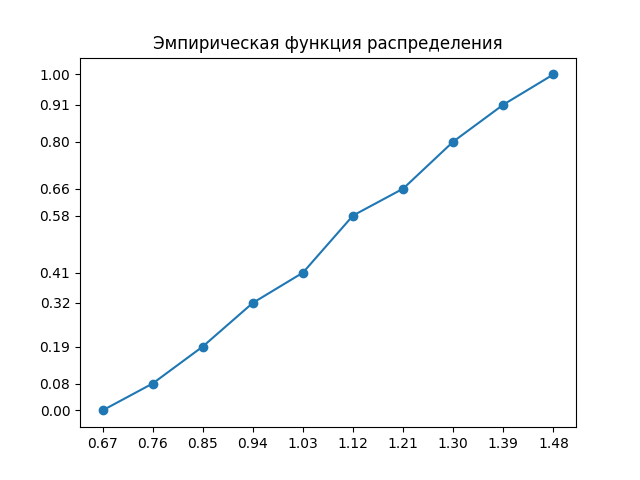
Выборку разобьём на 9 интервалов. Длина частичного интервала:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал | Середина интервала | Частота | Относительная частота | Плотность относительной частоты |  |  |  |
| 0.67 - 0.76 | 0.715 | 8 | 0.08 | 0.89 | 0.08 | 5.72 | 4.0898 |
| 0.76 - 0.85 | 0.805 | 11 | 0.11 | 1.22 | 0.19 | 8.855 | 7.128275 |
| 0.85 - 0.94 | 0.895 | 13 | 0.13 | 1.44 | 0.32 | 11.635 | 10.413325 |
| 0.94 - 1.03 | 0.985 | 9 | 0.09 | 1 | 0.41 | 8.865 | 8.732025 |
| 1.03 - 1.12 | 1.075 | 17 | 0.17 | 1.89 | 0.58 | 18.275 | 19.645625 |
| 1.12 - 1.21 | 1.165 | 8 | 0.08 | 0.89 | 0.66 | 9.32 | 10.8578 |
| 1.21 - 1.3 | 1.255 | 14 | 0.14 | 1.56 | 0.8 | 17.57 | 22.05035 |
| 1.3 - 1.39 | 1.345 | 11 | 0.11 | 1.22 | 0.91 | 14.795 | 19.899275 |
| 1.39 - 1.48 | 1.435 | 9 | 0.09 | 1 | 1.0 | 12.915 | 18.533025 |
|  |  |  | 1 | - | - | 107.95 | 121.3495 |

в) Строим полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения.







г) Находим выборочное среднее и выборочную дисперсию:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал | Середина интервала | Частота |  |  |
| 0.67 - 0.76 | 0.715 | 8 | 5.72 | 4.0898 |
| 0.76 - 0.85 | 0.805 | 11 | 8.855 | 7.128275 |
| 0.85 - 0.94 | 0.895 | 13 | 11.635 | 10.413325 |
| 0.94 - 1.03 | 0.985 | 9 | 8.865 | 8.732025 |
| 1.03 - 1.12 | 1.075 | 17 | 18.275 | 19.645625 |
| 1.12 - 1.21 | 1.165 | 8 | 9.32 | 10.8578 |
| 1.21 - 1.3 | 1.255 | 14 | 17.57 | 22.05035 |
| 1.3 - 1.39 | 1.345 | 11 | 14.795 | 19.899275 |
| 1.39 - 1.48 | 1.435 | 9 | 12.915 | 18.533025 |
|  |  |  | 107.95 | 121.3495 |

Выборочная дисперсия является *смещенной оценкой* генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – *несмещенной оценкой*:

д) Согласно критерию Пирсона, необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем , т. е. перейдем к СВ и вычислим концы интервалов и , причем наименьшее значение , т.е. , положим стремящимся к , а наибольшее, т. е. к . Результаты занесем в таблицу. Все, значит объединять интервалы не требуется.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  | Границы интервала | |
|  |  |  |  |
| 1 |  |  | - | -0,32 | - | -1,45 |
| 2 |  |  | -0,32 | -0,23 | -1,45 | -1,05 |
| 3 |  |  | -0,23 | -0,14 | -1,05 | -0,64 |
| 4 |  |  | -0,14 | -0,05 | -0,64 | -0,23 |
| 5 |  |  | -0,05 | 0,04 | -0,23 | 0,18 |
| 6 |  |  | 0,04 | 0,13 | 0,18 | 0,59 |
| 7 |  |  | 0,13 | 0,22 | 0,59 | 1 |
| 8 |  |  | 0,22 | 0,31 | 1 | 1,41 |
| 9 |  |  | 0,31 | - | 1,41 | - |

Находим теоретические вероятности и теоретические частоты . Составляем расчетную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  |  |  |
|  |  |
| 1 | - | -1,45 | -0,5 | -0,4265 | 0,0735 | 7,35 |
| 2 | -1,45 | -1,05 | -0,4265 | -0,3531 | 0,0734 | 7,34 |
| 3 | -1,05 | -0,64 | -0,3531 | -0,2389 | 0,1142 | 11,42 |
| 4 | -0,64 | -0,23 | -0,2389 | -0,091 | 0,1479 | 14,79 |
| 5 | -0,23 | 0,18 | -0,091 | 0,0714 | 0,1624 | 16,24 |
| 6 | 0,18 | 0,59 | 0,0714 | 0,2224 | 0,151 | 15,1 |
| 7 | 0,59 | 1 | 0,2224 | 0,3413 | 0,1189 | 11,89 |
| 8 | 1 | 1,41 | 0,3413 | 0,4207 | 0,0794 | 7,94 |
| 9 | 1,41 | - | 0,4207 | 0,5 | 0,0793 | 7,93 |
|  | - | - | - | - | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычисления по формуле:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 8 | 7,35 | 0,65 | 0,4225 | 0,057482993 | 64 | 8,707482993 |
| 2 | 11 | 7,34 | 3,66 | 13,3956 | 1,825013624 | 121 | 16,48501362 |
| 3 | 13 | 11,42 | 1,58 | 2,4964 | 0,218598949 | 169 | 14,79859895 |
| 4 | 9 | 14,79 | -5,79 | 33,5241 | 2,266673428 | 81 | 5,476673428 |
| 5 | 17 | 16,24 | 0,76 | 0,5776 | 0,035566502 | 289 | 17,7955665 |
| 6 | 8 | 15,1 | -7,1 | 50,41 | 3,338410596 | 64 | 4,238410596 |
| 7 | 14 | 11,89 | 2,11 | 4,4521 | 0,374440706 | 196 | 16,48444071 |
| 8 | 11 | 7,94 | 3,06 | 9,3636 | 1,17929471 | 121 | 15,23929471 |
| 9 | 9 | 7,93 | 1,07 | 1,1449 | 0,144375788 | 81 | 10,21437579 |
|  | 100 | 100 | – | – |  | – |  |

Контроль:

По таблице критических точек распределения , уровню значимости и числу степеней свободы находим:

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежность можно утверждать, что математическое ожидание СВ X покрывается доверительным интервалом

Выберем уровень надежности . По таблице нормального распределения находим .  
Вычислим точность оценки:

Таким образом доверительным интервалом для α будет:

Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение с заданной надежностью

При и имеем: . Доверительным интервалом для будет

Задание 19.2

Для подсчета числовых характеристик (выборочных средних и , выборочных средних квадратичных отклонений и и выборочного корреляционного момента ) составляем расчетную таблицу. При заполнении таблицы осуществляем контроль по строкам и столбцам:

Вычисляем выборочные средние и ,

Выборочные дисперсии находим по формулам:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|  |  | 1200 | 2700 | 4200 | 6700 | 8200 | 9700 | 11200 | 12700 |  |  |  |  |  |
| 1 | 20 | 4 | 2 | 5 |  |  |  |  |  | 11 | 220 | 31200 | 4400 | 624000 |
| 2 | 520 |  |  | 7 | 5 | 2 |  |  |  | 14 | 7280 | 79300 | 3785600 | 41236000 |
| 3 | 1020 |  |  |  | 9 | 14 | 6 |  |  | 29 | 29580 | 233300 | 30171600 | 237966000 |
| 4 | 1520 |  |  |  | 7 | 8 | 6 |  |  | 21 | 31920 | 170700 | 48518400 | 259464000 |
| 5 | 2020 |  |  |  |  | 4 | 5 | 7 |  | 16 | 32320 | 159700 | 65286400 | 322594000 |
| 6 | 2520 |  |  |  |  |  | 3 | 2 | 4 | 9 | 22680 | 102300 | 57153600 | 257796000 |
| 7 |  | 4 | 2 | 12 | 21 | 28 | 20 | 9 | 4 | 100 | 124000 | 776500 | 204920000 | 1119680000 |
| 8 |  | 4800 | 5400 | 50400 | 140700 | 229600 | 194000 | 100800 | 50800 | 776500 |  |  |  |  |
| 9 |  | 80 | 40 | 3740 | 22420 | 35560 | 32900 | 19180 | 10080 | 124000 |  |  |  |  |
| 10 |  | 5760000 | 14580000 | 211680000 | 942690000 | 1882720000 | 1881800000 | 1128960000 | 645160000 | 6713350000 |  |  |  |  |
| 11 |  | 96000 | 108000 | 15708000 | 150214000 | 291592000 | 319130000 | 214816000 | 128016000 | 1119680000 |  |  |  |  |

Корреляционный момент вычисляем по формуле:

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

где

Составляем уравнение эмпирической линии регрессии на :

*График изображен ниже:*

