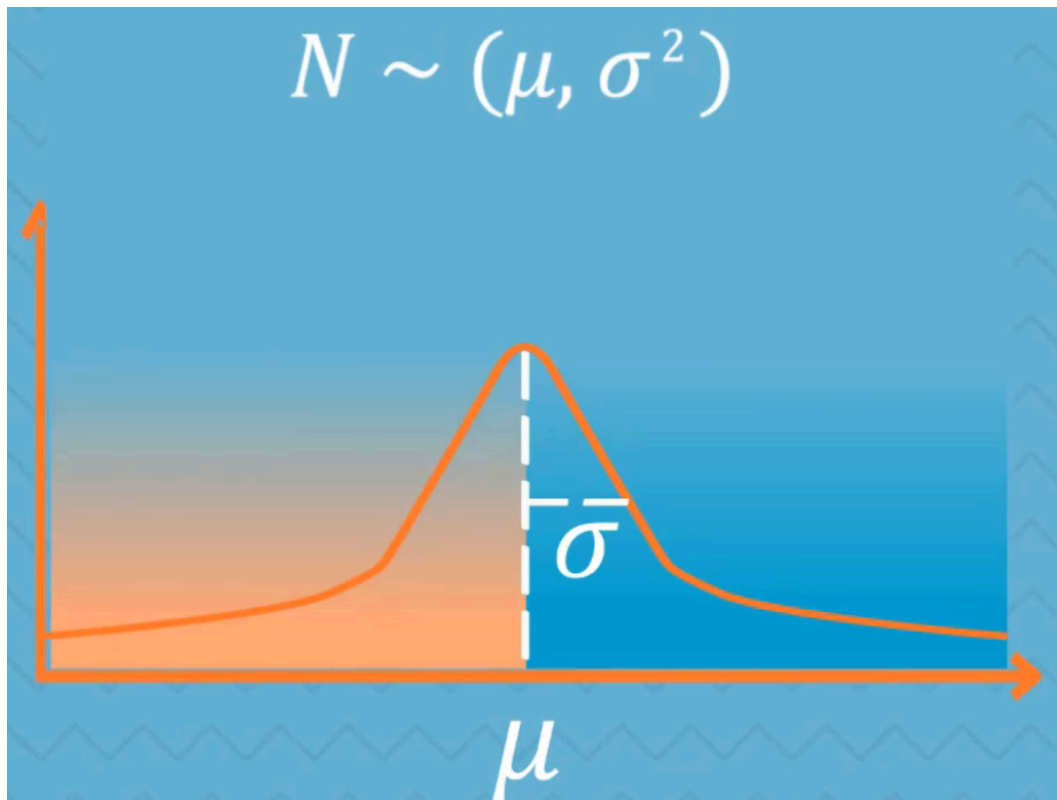


## Normalverteilung



Dem Diagramm einer Normalverteilung wie dieser sind wir vermutlich schon mal begegnet, denn sie ist die gängigste. In der Fachsprache heißt sie Gauß-Verteilung wird jedoch von vielen ihre Form wegen auch Glockenkurve genannt.

- **symmetrisch.**
- **Mittel, Median und Modus** haben den **gleichen Wert**.
- der **Mittelwert** liegt genau im **Zentrum**.



Das  $N$  steht für normal. Die Tilde signalisiert, dass es sich um eine Verteilung handelt. In Klammern haben wir **Mittel**  $\mu$  und **Varianz**  $\sigma^2$  der Verteilung. Auf dem Diagramm sehen wir, dass der höchste Punkt auf dem **Mittelwert**  $\mu$  liegt, da dieser **gleich** dem **Modus** ist. Die **Ausbreitung** der Kurve wird durch die **Standardabweichung**  $\sigma$  bestimmt.

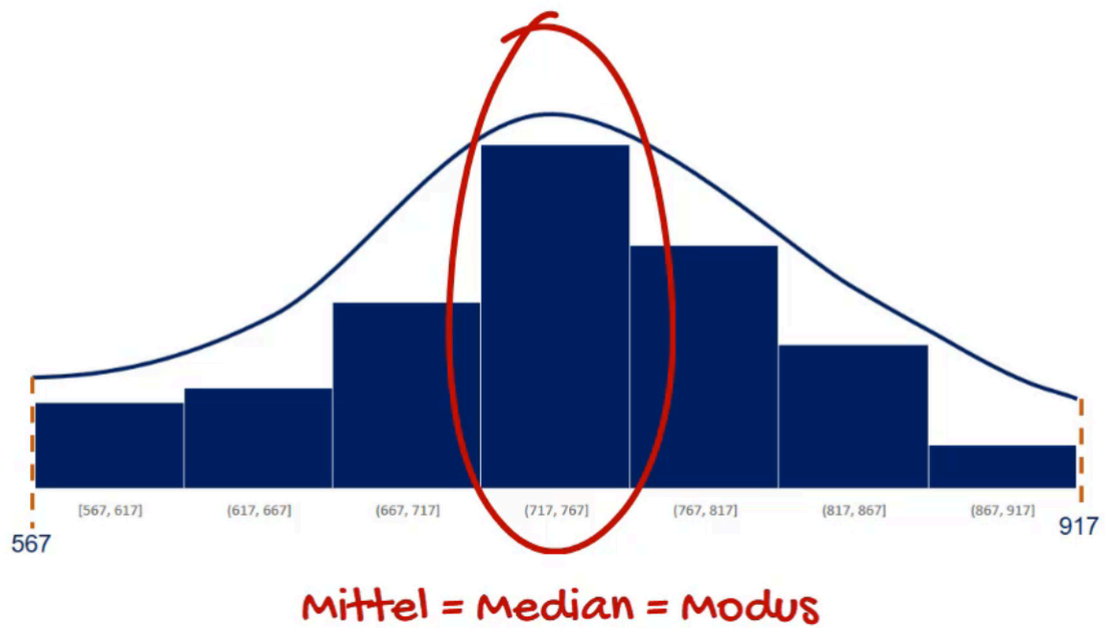
---

Nehmen wir die Normalverteilung jetzt etwas genauer unter die Lupe.

Dazu nehmen wir dieses annähernd **normal verteilte Histogramm**.

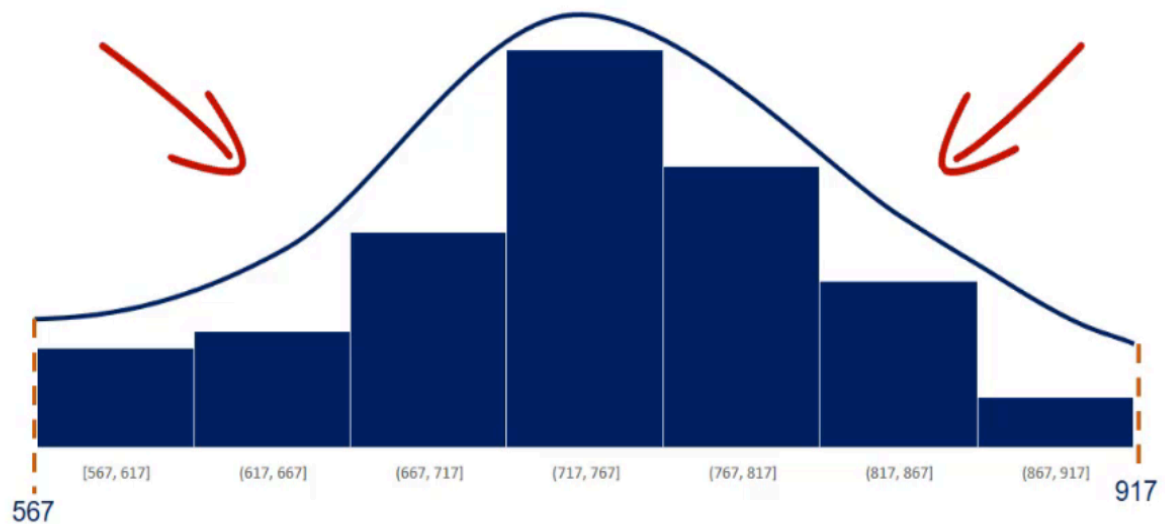
Die Beobachtungen konzentrieren sich rund um den **Mittelwert**, was nachvollziehbar ist, da dieser gleich dem **Median** ist.

## Normalverteilung



Zudem weisen beide Seiten des Mittels **Symmetrie** auf.

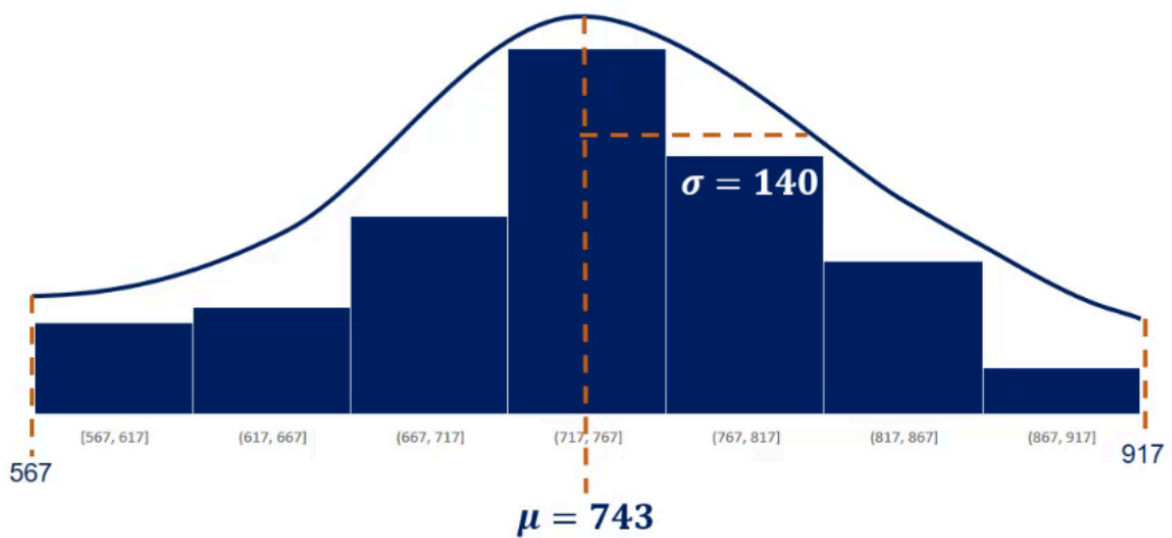
## Normalverteilung



Basis für das Histogramm waren 80 Beobachtungen.

Der **Mittelwert**  $\mu$  liegt bei 743, die **Standardabweichung**  $\sigma$  bei 140.

# Normalverteilung

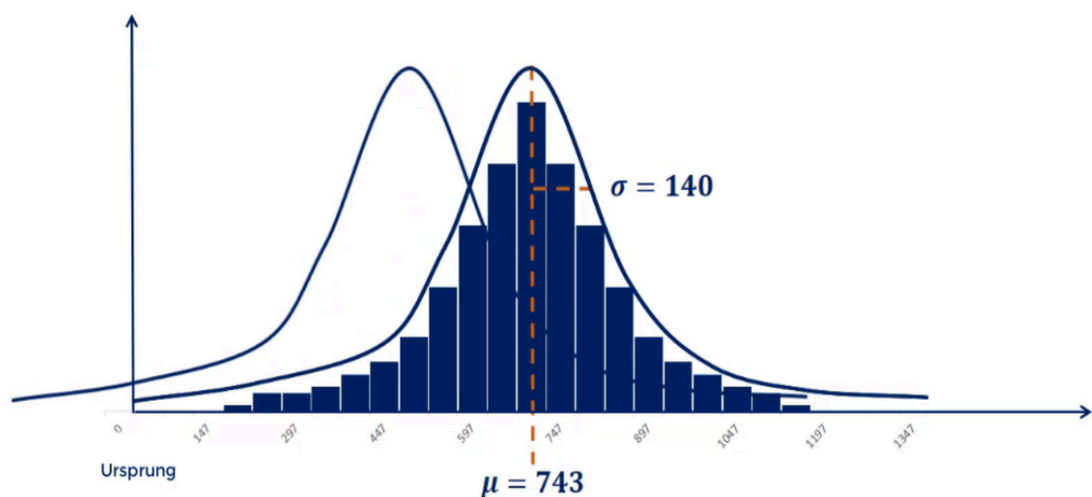


Wie sieht es aus, wenn das Mittel kleiner oder größer ist?

Vergrößern wir zunächst unser Sichtfeld. Dazu nehmen wir den **Ursprung**, also den Nullpunkt, ins Bild, so dass wir alles im Blick haben.

Behält bei einem **kleineren Mittelwert** die Verteilung der Kurve ihre Form bei, **verschiebt** sich jedoch auf die **linke Seite** des Diagramms.

## Normalverteilung, für Standardabweichung kontrollieren

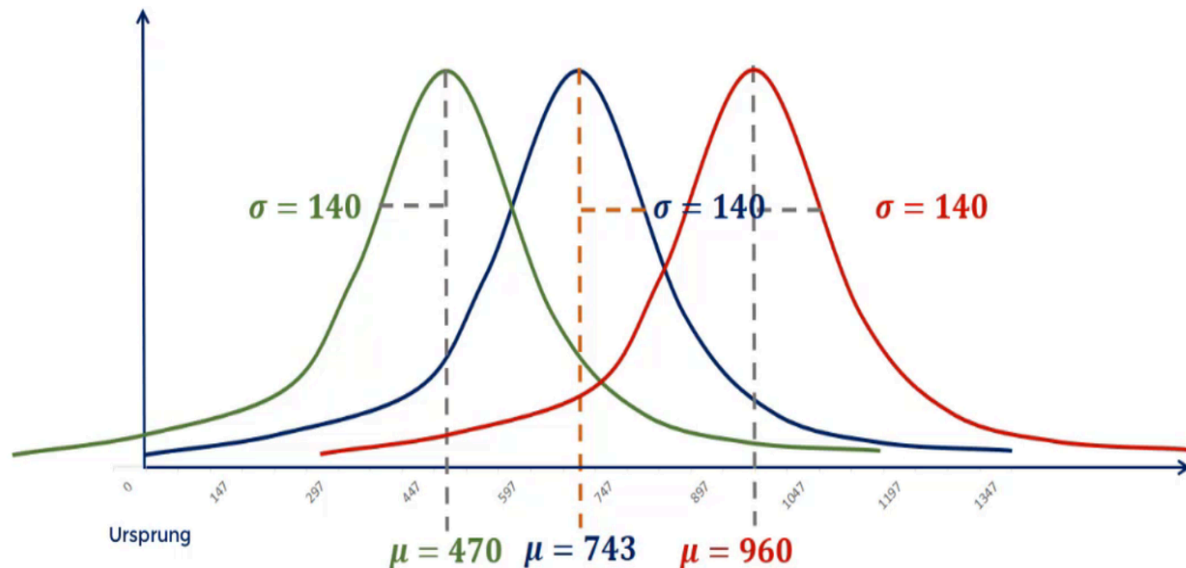


Bei kleinerem Mittel behält die Verteilungskurve ihre Form bei, verschiebt sich jedoch auf die linke Seite.

Bei einem **größeren Mittel** wiederum nach **rechts**.

In unserem Beispiel resultiert das in zwei neuen Verteilungen, die eine mit 470 im Mittel und einer Standardabweichung von 140, die andere mit 960 im Mittel bei einer Standardabweichung von 140.

## Normalverteilung, für Standardabweichung kontrollieren



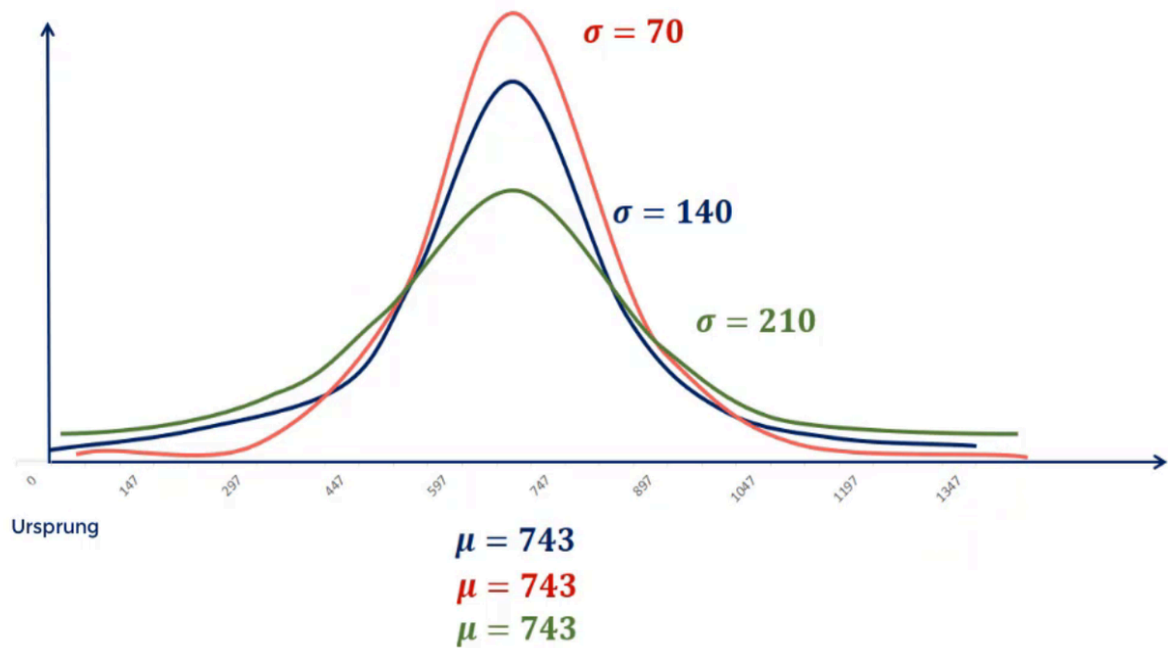
Wenn wir sagen, „wir kontrollieren die Standardabweichung“ bei einer Normalverteilung, bedeutet das, dass wir die Streuung der Werte um den Mittelwert gezielt steuern oder stabil halten wollen

---

Nun wollen wir es umgekehrt angehen.

Wir kontrollieren also für den Mittelwert (ändern diesen nicht) und **ändern die Standardabweichung**. Jetzt verschiebt sich die Kurve nicht, sondern **verändert ihre Form**.

# Normalverteilung, für den Mittelwert kontrollieren



Eine **geringere Standardabweichung verringert die Streuung**.

Die Daten konzentrieren sich also in der Mitte und an den schmalen Flanken.

Umgekehrt **flacht die Kurve bei höherer Standardabweichung ab**.

Wir haben also in der Mitte weniger Punkte und mehr außen oder wie man sagt, breite Flanken.

„Wir kontrollieren den Mittelwert“ bedeutet im statistischen Kontext, dass wir durch bestimmte Maßnahmen sicherstellen, dass der Mittelwert (Durchschnitt) einer Verteilung oder eines Datensatzes auf einen gewünschten Wert ausgerichtet ist oder zumindest in einem bestimmten Bereich bleibt.

Die Normalverteilung selbst ist in der Statistik ein **elegantes Modell**, weil sie viele reale Datenmuster auf einfache, verständliche Weise beschreibt und uns ermöglicht, mit wenigen Parametern (Mittelwert und Standardabweichung) viel über Daten zu sagen. Hier sind einige Aspekte, die die Normalverteilung zu einem eleganten Werkzeug machen:

1. **Einfachheit der Beschreibung:** Die Normalverteilung wird vollständig durch zwei Parameter beschrieben: den Mittelwert ( $\mu$ ) und die Standardabweichung ( $\sigma$ ). Damit lässt sich auf einfache Weise verstehen, wie die Werte um den Mittelwert verteilt sind, ohne komplizierte Berechnungen.

2. **Klare Wahrscheinlichkeitsverteilung:** Die Normalverteilung hat festgelegte Bereiche für die Wahrscheinlichkeit. Zum Beispiel liegen etwa 68 % der Daten innerhalb einer Standardabweichung, 95 % innerhalb von zwei und 99,7 % innerhalb von drei Standardabweichungen vom Mittelwert. Diese „68-95-99,7-Regel“ macht die Interpretation der Daten einfach und ist ein elegantes Ergebnis der Normalverteilung.
3. **Zentrale Rolle in der Statistik:** Die Normalverteilung ist elegant, weil sie eine wichtige Grundlage in vielen statistischen Methoden bildet. Dank des zentralen Grenzwertsatzes konvergieren viele Verteilungen – selbst wenn sie ursprünglich nicht normalverteilt sind – zu einer Normalverteilung, wenn die Stichprobengröße groß genug ist. Dies macht die Normalverteilung universell anwendbar.
4. **Symmetrie und Form:** Die Glockenkurve der Normalverteilung ist symmetrisch. Diese Symmetrie spiegelt die natürliche Balance in vielen Zufallsprozessen wider und macht die Normalverteilung besonders „elegante“ und einfach verständlich.
5. **Einfache Berechnungen und Ableitungen:** Viele statistische Tests und Methoden, wie der t-Test oder Konfidenzintervalle, basieren auf der Normalverteilung, was ihre Berechnungen elegant und einfach anwendbar macht. Die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten und Quantilen ist dank der Normalverteilung ebenfalls gut handhabbar.

