

# Mathematik Aufgaben

## 1. Brüche, Klammerausdrücke, binomische Formeln, Potenzen und Größenumrechnung

Anmerkung: Aufgabe 11 ist doppelt vorhanden

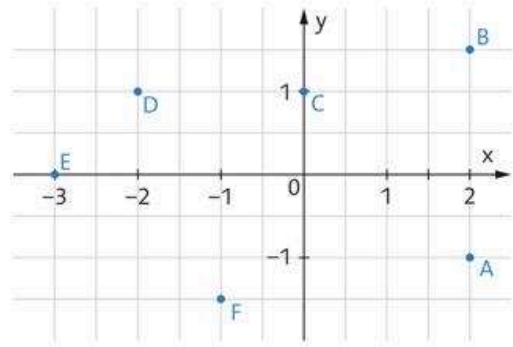
... Brüche addieren und subtrahieren.	1 Berechnen Sie. Kürzen Sie das Ergebnis so weit wie möglich. a) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$ b) $\frac{5}{2} - \frac{2}{3}$ c) $-\frac{2}{5} - 2\frac{3}{4}$
... Brüche multiplizieren und dividieren.	2 Berechnen Sie. Kürzen Sie das Ergebnis so weit wie möglich. a) $\frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3}$ b) $\frac{9}{10} : \frac{5}{2}$ c) $\frac{8}{7} : (-4)$
... Klammern auflösen.	3 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen. a) $2a + (4 - a)$ b) $x - (3y - 4x)$ c) $(x + 3) - x$
... Klammern ausmultiplizieren.	4 Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen. a) $-2 \cdot (a + 3b)$ b) $(2 + x) \cdot (5 + y)$ c) $(3 - m) \cdot (4 - 2n)$
... Faktoren ausklammern.	5 Klammern Sie so weit wie möglich aus. a) $4y + 2ay - 6by$ b) $ax + ay + 3x + 3y$
... die binomischen Formeln erkennen und anwenden.	6 Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen. a) $(x + 3)^2$ c) $(3m - n)^2$ b) $(a + 4b) \cdot (4a + b)$ d) $(p + 2q) \cdot (p - 2q)$ 7 Formen Sie in ein Produkt um, wenn möglich. a) $x^2 + 10x + 25$ c) $16m^2 - 9n^2$ b) $4a^2 - 4ab + b^2$ d) $25p^2 + q^2$
... Potenzen mit negativen Exponenten als Brüche darstellen und umgekehrt Brüche als Potenzen.	8 Schreiben Sie als Potenz mit negativem Exponenten. a) $\frac{1}{a}$ b) $\frac{2}{b^3}$ c) $\frac{4}{c^5}$ 9 Schreiben Sie als Bruch. a) $x^{-2}$ b) $2y^{-1}$ c) $z^{-2n}$
... Potenzen addieren und subtrahieren.	10 Berechnen Sie und fassen Sie so weit wie möglich zusammen. a) $m^5 + 6m^5$ b) $x^3 + x^4 - x^3 + 2x^4$
... Potenzen multiplizieren und dividieren.	11 Berechnen Sie und fassen Sie so weit wie möglich zusammen. a) $p^2 \cdot 5p^3$ c) $5^4 \cdot 2^4$ b) $8m^5 : 2m^3$ d) $10^2 : 2^2$

... Potenzen multiplizieren und dividieren.	11 Berechnen Sie und fassen Sie so weit wie möglich zusammen. a) $p^2 \cdot 5p^3$ c) $5^4 \cdot 2^4$ b) $8m^5 : 2m^3$ d) $10^2 : 2^2$
... Potenzen potenzieren.	12 Berechnen Sie und fassen Sie so weit wie möglich zusammen. a) $(u^4)^3$ b) $(-a^2)^4$ c) $(x^4 y^2)^3$
... Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzeln darstellen und umgekehrt.	13 Schreiben Sie als Potenz. a) $\sqrt[3]{z}$ b) $\sqrt[4]{p^5}$ 14 Schreiben Sie als Wurzel. a) $q^{\frac{2}{5}}$ b) $a^{-\frac{1}{7}}$
... mit Wurzeln rechnen.	15 Vereinfachen Sie so weit wie möglich. a) $\sqrt[3]{64}$ c) $\sqrt{2b^3} \cdot \sqrt{8b}$ e) $4\sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{w} - \sqrt[3]{u}$ b) $\sqrt{4a^6}$ d) $\sqrt{12x^3} : \sqrt{3x}$ f) $(\sqrt[4]{16x^4})^3$
... sehr große und sehr kleine Zahlen mit und ohne Zehnerpotenz schreiben.	16 Schreiben Sie mit beziehungsweise ohne Zehnerpotenz. a) 400 000      c) $2,27 \cdot 10^4$ b) 0,000 053      d) $5,6 \cdot 10^{-3}$
... Größen in andere Maßeinheiten umrechnen.	17 Rechnen Sie in die in Klammern angegebene Maßeinheit um. a) 12 cm (dm)      c) 2,3 ha (m <sup>2</sup> )      e) 0,004 t (g) b) 0,3 m (mm)      d) 31 dm <sup>3</sup> (cm <sup>3</sup> )      f) 180 s (h)

## 2. Zuordnungen Dreisatz und Prozentrechnung

... Punkte im Koordinatensystem ablesen.

- 1 Geben Sie die Koordinaten der Punkte an.



... Punkte im Koordinatensystem einzeichnen.

- 2 Zeichnen Sie die Punkte in ein geeignetes Koordinatensystem.  
A(-1|2); B(0|1,5); C(2|-3); D(4|0); E(-1|-1,5); F( $\frac{1}{2}$ |0)

... Zuordnungen auf verschiedene Arten darstellen.

- 3 Jeder natürlichen Zahl wird ihr Doppeltes zugeordnet. Stellen Sie diese Zuordnung in einer Tabelle, als Gleichung und als Graph in einem Koordinatensystem dar.

... proportionale, antiproportionale und nichtproportionale Zuordnungen unterscheiden.

- 4 Entscheiden Sie begründet, ob eine proportionale, antiproportionale oder nichtproportionale Zuordnung vorliegt.
- 6 Brötchen müssen 15 Minuten gebacken werden. Wie lange müssen 8 Brötchen gebacken werden?
  - Lotta arbeitet 6 Stunden und verdient 72 €. Wie viel verdient sie, wenn sie nur 5 Stunden arbeitet?
  - 3 Bagger brauchen 5 Tage, um einen Hügel abzutragen. Wie viele Tage brauchen 5 Bagger?

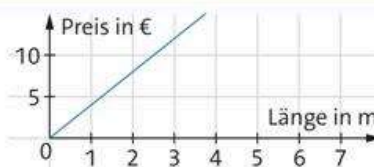
... fehlende Wertepaare in einer proportionalen Zuordnung ergänzen.

- 5 Ergänzen Sie die Tabelle in Ihrem Heft.

Gewicht in kg	1	2	3	4
Preis in €	■	4,20	■	■

... Wertepaare am Graphen einer proportionalen Zuordnung ablesen.

- 6 Lesen Sie ab, wie viel 2 m Fußleisten kosten.



... Aufgaben mit proportionaler Zuordnung lösen.

- 7 Ein Mann kauft 3 Kisten Mineralwasser und bezahlt 12 €. Berechnen Sie den Preis für 5 Kisten.

... Aufgaben mit antiproportionaler Zuordnung lösen.

- 8 Freunde haben 3 Pizzas und 3 Salate bestellt. Das Essen kostet für jeden 12 €. Ein vierter Freund isst mit, ohne dass mehr bestellt wird. Berechnen Sie den Preis für das Essen pro Person.

... Prozentwerte berechnen.

- 9 Anna verdient 800 € pro Monat. Der Lohn wird um 6 % erhöht. Berechnen Sie Annas neuen Verdienst.

... Prozentsätze berechnen.

- 10 Von 20 Lernenden haben 8 die Note 4 geschrieben. Berechnen Sie den Anteil in Prozent.

... Grundwerte berechnen.

- 11 Von 20 Lernenden kommen 75 % mit Bus und Bahn zur Schule. Berechnen Sie die Anzahl der Lernenden, die mit Bus und Bahn zur Schule kommen.

... die Prozentrechnung auf die Zinsrechnung übertragen.

- 12 Deniz erhält auf sein Sparguthaben von 3000 € nach einem Jahr 45 € Zinsen. Berechnen Sie den Zinssatz.



### 3. Gleichungen

... Gleichungen erkennen.	<p>1 Entscheiden Sie, ob eine Gleichung vorliegt.</p> <p>a) <math>2 + 4 - 6 \cdot 1 = 0</math>                      c) <math>1 \text{ cm} = 100 \text{ mm}</math>  b) <math>17 \cdot 3 = -5</math>                                d) <math>2 \cdot (-5) + 7</math></p>
... Gleichungen durch Probieren lösen.	<p>2 Ermitteln Sie die Lösungsmenge durch Probieren.</p> <p>a) <math>3 \cdot x = 15</math>                                      d) <math>12y = 0</math>  b) <math>v + 7 = 8</math>                                      e) <math>\frac{1}{2}x = -4</math>; Grundmenge <math>\mathbb{Z}</math>  c) <math>0 \cdot d = d</math>                                      f) <math>\frac{1}{2}x = -4</math>; Grundmenge <math>\mathbb{N}</math></p>
... lineare Gleichungen durch einfache Umformung lösen.	<p>3 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.</p> <p>a) <math>s - 3 = 4</math>                                      c) <math>\frac{y}{3} = 15</math>  b) <math>6 + x = -0,5</math>                                d) <math>8x = 6</math></p>
... lineare Gleichungen durch mehrfache Umformung lösen.	<p>4 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.</p> <p>a) <math>4 \cdot x + 2 = 10</math>                                d) <math>v + 7 = 8v - 16</math>  b) <math>3 - \frac{t}{2} = 6</math>                                      e) <math>5 - \frac{1}{2}a = 6a - \frac{3}{2}</math>  c) <math>\frac{k}{3} : 9 = 8</math>                                      f) <math>2(x - 2x) = -(4x - 1)</math></p>
... lineare Gleichungen aufstellen.	<p>5 Stellen Sie die zugehörige Gleichung auf. Entscheiden Sie vorher, was die Variable bedeutet.</p> <p>a) Der Lohn für 4 Arbeitsstunden beträgt 78 €.  b) Rabea zahlt für drei Flaschen Wasser und zwei Kilogramm Kirschen (Kilogrammpreis 2,99 €) zusammen 9,43 €.  c) Der Umfang eines Dreiecks beträgt 18 cm. Die Länge der Grundseite ist unbekannt, die Länge der zweiten Seite beträgt 9 cm abzüglich der Länge der Grundseite und die dritte Seite ist dreimal so lang wie die Grundseite.  d) Zwei Brüder sind zusammen 54 Jahre alt. Der Ältere ist heute fünfmal so alt wie der Jüngere vor 18 Jahren war.</p>
... ein lineares Gleichungssystem (LGS) mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen.	<p>6 Lösen Sie mit dem Gleichsetzungsverfahren.</p> <p>a) (I) <math>y = x - 1</math>                                      b) (I) <math>y - 3,5 = x</math>                (II) <math>y = 2x + 4,5</math>                                (II) <math>x = 3,5y - 1</math></p>
... ein LGS mit dem Einsetzungsverfahren lösen.	<p>7 Lösen Sie mit dem Einsetzungsverfahren.</p> <p>a) (I) <math>y = 2x - 1</math>                                      b) (I) <math>y - 2 = x</math>                (II) <math>y + 2x - 2 = 0</math>                                (II) <math>y + 2x - 2 = 0</math></p>
... ein LGS mit dem Additionsverfahren lösen.	<p>8 Lösen Sie mit dem Additionsverfahren.</p> <p>a) (I) <math>2x + y = -2</math>                                      b) (I) <math>x - y = 8</math>                (II) <math>-5x + 3y = -0,5</math>                                (II) <math>8 + 0,5y = x + 1,5y</math></p>
... zur Lösung eines LGS das passende Verfahren auswählen.	<p>9 Wählen Sie begründet ein Verfahren aus und lösen Sie.</p> <p>a) (I) <math>y = -2x</math>                                      b) (I) <math>x + 2y - 3 = 0</math>                (II) <math>4x = 2 - y</math>                                (II) <math>-2y + 2x = -3</math></p>
... erkennen, ob das LGS genau eine/keine/unendlich viele Lösungen hat.	<p>10 Entscheiden Sie, ob das LGS genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen hat.</p> <p>a) (I) <math>x + 2y - 3 = 0</math>                                      b) (I) <math>x + 2y - 3 = 0</math>                (II) <math>-2y - 3 = x</math>                                (II) <math>y = 1,5 - 0,5x</math></p>

... LGS aufstellen.	<p>11 Stellen Sie das zugehörige LGS auf. Geben Sie an, was die Variablen bedeuten.</p> <p>a) Eine Jugendherberge hat Dreibett- und Vierbettzimmer. Insgesamt gibt es 12 Zimmer und 52 Betten.</p> <p>b) Ein Rechteck hat einen Umfang von 26 cm. Die eine Seite ist 5 cm länger als die andere.</p> <p>c) Die Summe zweier Zahlen beträgt 55. Ihre Differenz ist 15.</p>
... quadratische Gleichungen von anderen Gleichungen unterscheiden.	<p>12 Entscheiden Sie, ob eine quadratische Gleichung vorliegt.</p> <p>a) <math>3x^2 + 4x + 5 = 0</math></p> <p>b) <math>2x^3 - 16x^2 + 5x - 6 = 0</math></p> <p>c) <math>(x + 4)^2 + (x + 2)(x - 2) = 26</math></p> <p>d) <math>6x^2 - 4x + 4</math></p>
... quadratische Gleichungen durch Wurzelziehen lösen.	<p>13 Lösen Sie die Gleichung <math>2x^2 - 4 = 28</math> durch Wurzelziehen.</p>
... quadratische Gleichungen durch Ausklammern lösen.	<p>14 Lösen Sie die Gleichung <math>3x^2 - 24x = 0</math> durch Ausklammern.</p>
... quadratische Gleichungen mithilfe der quadratischen Ergänzung lösen.	<p>15 Lösen Sie die Gleichung <math>8x^2 + 16x + 6 = 0</math> mithilfe der quadratischen Ergänzung.</p>
... quadratische Gleichungen mit einer Lösungsformel lösen.	<p>16 Lösen Sie die Gleichung <math>-4x^2 - 8x - 3 = 0</math> mit der abc- oder der pq-Formel.</p>
... quadratische Gleichungen mit dem Satz von Vieta lösen.	<p>17 Lösen Sie die Gleichung <math>x^2 + 3x + 2 = 0</math> mit dem Satz von Vieta.</p>
... zur Lösung einer quadratischen Gleichung das passende Verfahren auswählen.	<p>18 Wählen Sie begründet ein Verfahren aus und lösen Sie.</p> <p>a) <math>2x^2 + x = 0</math></p> <p>b) <math>x^2 - 121 = 0</math></p> <p>c) <math>5x^2 = 10x</math></p> <p>d) <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math></p> <p>e) <math>12 = x^2 - 8x</math></p> <p>f) <math>100 = 4x^2</math></p>
... biquadratische Gleichungen durch Substitution lösen.	<p>19 Lösen Sie die Gleichung <math>x^4 - 9x^2 + 20 = 0</math> mithilfe der Substitution.</p>
... einfache Bruchgleichungen, die auf eine quadratische Gleichung führen, lösen.	<p>20 Lösen Sie die Gleichung <math>\frac{x-2}{15} = \frac{1}{x}</math>.</p>

## 4. Funktionen



... Funktionen erkennen.

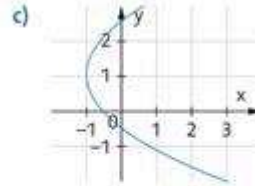
1 Entscheiden Sie, ob es sich um eine Funktion handelt.

a)

x	0	1	2	2	3
y	5	2	1	3	8

b)

x	-3	-2	1	5	10
y	-3	2	4	0	4



... Funktionen auf verschiedene Arten darstellen.

2 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ .

- a) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Werte  $x \in \{-4; -3; \dots; 3; 4\}$ .  
 b) Zeichnen Sie den Graphen von  $f$ .

... den Funktionswert an einer Stelle berechnen sowie zwischen Stelle und Punkt unterscheiden.

3 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 0,5x - 3$ . Berechnen Sie den Funktionswert an der Stelle 2 und geben Sie den zugehörigen Punkt auf dem Graphen von  $f$  an.

... die Punktprobe durchführen.

4 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 3x^2$ . Prüfen Sie, ob die Punkte  $Q(-1|-3)$  und  $R(-2|12)$  auf dem Graphen der Funktion liegen.

... die Stelle zu einem Funktionswert berechnen.

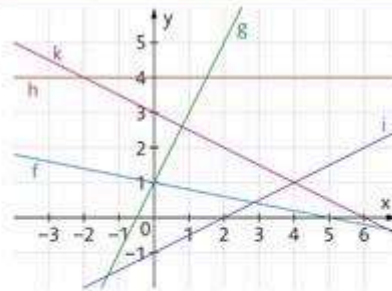
5 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = -2x - 1$ . Berechnen Sie, an welcher Stelle der Funktionswert  $-11$  ist.

... den Graphen einer linearen Funktion zeichnen.

6 Zeichnen Sie den Graphen.  
 a)  $f(x) = 2x - 2$     b)  $f(x) = 0,5x + 1$     c)  $f(x) = 3$

... die Gleichung einer linearen Funktion bestimmen, wenn der Graph gegeben ist.

7 Bestimmen Sie die Gleichungen der Geraden.



Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade.

... die Gleichung einer linearen Funktion herleiten.

- 8 Bestimmen Sie die Gleichung der linearen Funktion.  
 a) Die Steigung beträgt  $m = 1,2$ . Die Gerade verläuft durch den Punkt  $P(1|3,2)$ .  
 b) Der y-Achsenabschnitt ist  $n = 0,5$ . Der Graph verläuft durch den Punkt  $P(2,5|3)$ .  
 c) Die Gerade verläuft durch die Punkte  $P_1(1|-1)$  und  $P_2(-1|5)$ .

... die Achsenschnittpunkte einer Geraden berechnen.

9 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = -2x + 1$ . Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte des Graphen.

... den Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen.

10 Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  mit den Gleichungen  $f(x) = -2x + 1$  und  $g(x) = -0,5x - 2$ . Bestimmen Sie den Schnittpunkt der zugehörigen Geraden.

... die Lagebeziehung zweier Geraden prüfen.

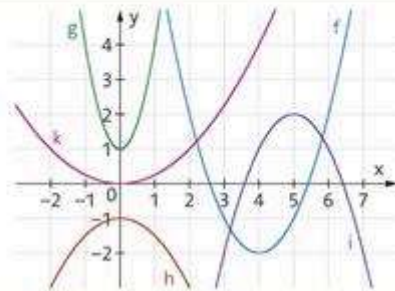
11 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,5x + 1$ . Prüfen Sie, ob sich die zu  $f$  und  $g$  gehörenden Geraden schneiden, ohne zu rechnen.  
 a)  $g(x) = 2x - 2$     b)  $g(x) = 0,5x$     c)  $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$

... den Graphen einer quadratischen Funktion zeichnen.

- 12 Bestimmen Sie den Scheitelpunkt und zeichnen Sie den Graphen.  
a)  $f(x) = 0,5x^2 - 3$  b)  $g(x) = (x - 2)^2 - 3$  c)  $h(x) = (x - 2)^2$

... die Gleichung einer quadratischen Funktion bestimmen, wenn der Graph gegeben ist.

- 13 Bestimmen Sie die Gleichungen der Parabeln.



Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel.

... die Scheitelpunktform in die allgemeine Form umformen.

- 14 Formen Sie die Funktionsgleichung in die allgemeine Form um und bestimmen Sie den y-Achsenabschnitt.

a)  $f(x) = (x + 1)^2 - 3$  b)  $f(x) = -3(x + 2)^2 + 6$

... die allgemeine Form in die Scheitelpunktform umformen.

- 15 Formen Sie die Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform um und geben Sie den Scheitelpunkt an.

a)  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  b)  $f(x) = -x^2 + x + 2,5$

... die Linearfaktorform (Nullstellenform) in die allgemeine Form umformen.

- 16 Formen Sie die Funktionsgleichung  $f(x) = 3(x - 4)(x - 0,5)$  in die allgemeine Form um.

... die Linearfaktorform (Nullstellenform) in die Scheitelpunktform umformen.

- 17 Formen Sie die Funktionsgleichung  $f(x) = -(x - 2)(x + 4)$  in die Scheitelpunktform um.

... die Gleichung einer quadratischen Funktion herleiten.

- 18 Bestimmen Sie die Gleichung in der Form  $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ .  
a) Normalparabel mit Scheitelpunkt in  $(3 | -2)$   
b) Parabel mit Scheitelpunkt  $(2 | 3)$  durch den Punkt  $(0 | 4)$   
c) um 2 Einheiten nach oben verschobene und um den Faktor 0,5 in y-Richtung gestauchte Parabel  
d) um 2 Einheiten nach oben verschobene und um 1 Einheit nach links verschobene Normalparabel  
e) verschobene, nach unten geöffnete Normalparabel durch die Punkte  $(-3 | 1)$  und  $(-1 | -1)$   
f) Parabel mit den Nullstellen  $-2$  und  $1$  durch  $(-1 | -8)$

... die Achsenschnittpunkte einer Parabel berechnen.

- 19 Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte der Parabel.

a)  $f(x) = -x^2 + 36$  b)  $f(x) = -x^2 + 2x + 15$

... die Nullstellen einer quadratischen Funktion berechnen und die Gleichung in Linearfaktorform (Nullstellenform) angeben.

- 20 Berechnen Sie die Nullstellen und geben Sie die Funktionsgleichung in Linearfaktorform an.

a)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$   
b)  $f(x) = -4x^2 + 16$   
c)  $f(x) = 3x^2 - 12x$

... Schnittpunkte von Funktionsgraphen berechnen.

- 21 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ . Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von  $f$  mit dem Graphen von  $g$ .

a)  $g(x) = x - 2$  b)  $g(x) = 1,5x^2 - 3,5x$