EAE4103 - Teoría Econométrica III

Tarea 2 - 2024.II

September 2, 2024

Profesor: Raimundo Soto.
Ayudantes: Carlos A. Medel (CNMedel@UC.cl) y Alex Nannig (ANannig@UC.cl).

Instrucciones. Responda todas las preguntas de esta Tarea en un informe producido con MS Word o LaTeX. El nombre del archivo debe contener su nombre y apellido. Para la segunda parte debe entregar además los códigos de *software* que replican sus resultados, que también deben contener su nombre y apellido. Se sugiere la utilizacion de los *software* Eviews, MATLAB, Python, R, o Stata (en particular, que compute modelos de vectores autoregresivos [VAR] estacionarios).

Los archivos deben ser depositados en el buzón de Canvas específicamente destinado para esta Tarea. El plazo para la entrega de la Tarea es el día miércoles 02 de Octubre de 2024, 23:59 hrs.

Lea todas las preguntas antes de comenzar, y puede responder de forma no correlativa siempre y cuando se especifique claramente qué pregunta está respondiendo. Puede realizar cualquier supuesto que estime conveniente para obtener sus respuestas, procurando que sean relacionados con el contenido del curso.

1. Primera parte: Teórica (80 puntos)

1.1. Conceptos (20 puntos)

a. (5 puntos) ¿Qué problemas econométricos existen al obtener los estimadores de un VAR en forma reducida? ¿Es posible recuperar un VAR primitivo a partir de los parámetros obtenidos de la forma reducida? ¿Por qué? Explique su respuesta.

b. (5 puntos) Un VAR identificado *à la* Sims (Cholesky) elimina el problema de simultaneidad. Comente.

c. (5 puntos) Si la mayor parte de la incertidumbre de la predicción de una variable de un VAR proviene de innovaciones propias, entonces la variable es exógena. Comente.

d. (5 puntos) Suponga el siguiente modelo:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^x \\ \varepsilon_t^z \end{bmatrix}.$$

Un analista le comenta: "*Si está interesado en indentificar el modelo VAR, basta con asumir que* $b_{21} = 0$ *en la matriz de impacto.*" ¿Cree usted que esta restricción es suficiente para lograr identificación? Justifique.

1.2. Ejercicios (20 puntos)

a. (8 puntos) Sea $\{\mathbf{Y}_{t+1}\}_{t=\infty^-}^{\infty^+}$ un proceso vectorial cuya dinámica puede ser representada correctamente por un VAR(p). Considere la siguiente expresión para el *error de pronóstico óptimo* h periodos adelante, donde $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ sigue un ruido blanco:

$$\mathbf{e}_t^f(h) = \boldsymbol{\Psi}_{h-1}\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} + \boldsymbol{\Psi}_{h-2}\boldsymbol{\varepsilon}_{t+2} + ... + \boldsymbol{\Psi}_1\boldsymbol{\varepsilon}_{t+h-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{t+h}.$$

Muestre que el *error cuadrático medio de proyección*, definido como $\mathbb{E}[\mathbf{e}_t^f(h)\mathbf{e}_t^f(h)^T]$, se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}[\mathbf{e}_t^f(h)\mathbf{e}_t^f(h)^T] = \boldsymbol{\Psi}_{h-1}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}_{h-1}^T + \boldsymbol{\Psi}_{h-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}_{h-2}^T + ... + \boldsymbol{\Psi}_1\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Psi}_1^T + \boldsymbol{\Sigma},$$

donde $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}_t^T] = \Sigma$.

b. (6 puntos) Utilizando una representación AR(1) del proceso:

$$y_t = 2y_{t-1} - \frac{3}{2}y_{t-2} + \varepsilon_t,$$

donde ε_t es un ruido blanco, encuentre los primeros tres términos de la representación MA(∞), es decir, encuentre $\boldsymbol{\theta}_1$, $\boldsymbol{\theta}_2$, y $\boldsymbol{\theta}_3$ de:

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t + \boldsymbol{\theta}_1\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1} + \boldsymbol{\theta}_2\boldsymbol{\varepsilon}_{t-2} + \boldsymbol{\theta}_3\boldsymbol{\varepsilon}_{t-3} + \boldsymbol{\theta}_4\boldsymbol{\varepsilon}_{t-4} + ...$$

c. (6 puntos) Utilizando la siguiente expresión para un modelo VAR(1):

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}_i\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i},$$

donde $\boldsymbol{\mu}$ es un vector de constantes, $\boldsymbol{\Phi}_i$ una matriz de parámetros, y $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ un vector de ruidos blancos no correlacionados entre ellos. Derive una condición para determinar la estacionariedad en covarianzas del modelo.

1.3. Ejercicios conceptuales (40 puntos)

a. (10 puntos) Suponga que un modelo VAR(1) invertible está compuesto por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} (1) &: \; y_t^1 = \theta_1^1 y_{t-1}^1 + \theta_1^2 y_t^2 + \varepsilon_t^1, \\ (2) &: \; y_t^2 = \theta_2^1 y_{t-1}^2 + \theta_2^2 y_t^1 + +\varepsilon_t^2. \end{aligned}$$

Suponga además que $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t'] = \mathbf{I}$. Encuentre la varianza del error a un período adelante asociada a la interacción de ambas ecuaciones del VAR. A partir de este resultado encuentre una expresión general para la varianza del error de proyección h períodos adelante.

b. (10 puntos) Suponga que el mercado internacional del cobre se puede representar con las siguientes funciones de oferta y demanda:

$$\begin{aligned} \text{Oferta} &: \; q_t = \alpha_1 + \alpha_2 p_t + \alpha_3 p_{t-1} + \varepsilon_t^s, \\ \text{Demanda} &: \; q_t = \beta_1 + \beta_2 p_t + \beta_3 q_{t-1} + \varepsilon_t^d, \end{aligned}$$

donde $\{\varepsilon_t^s, \varepsilon_t^d\}$ son ruido blanco. Encuentre el coeficiente asociado a la persistencia del precio en equilibrio (*i.e.*, el efecto de p_{t-1} sobre p_t).

c. (10 puntos) Considere el siguiente sistema dinámico estructural:

$$\begin{aligned} y_t^1 &= a y_{t-1}^1 + b y_{t-1}^2 - \theta_1 y_t^2 + \varepsilon_t^1, \\ y_t^2 &= c y_{t-1}^1 + d y_{t-1}^2 - \theta_2 y_t^1 + \varepsilon_t^2, \end{aligned}$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_t^1; \varepsilon_t^2] \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. Escriba el sistema como un VAR que se pueda estimar en forma consistente. El VAR estimado tiene errores $\boldsymbol{\xi}_t = \mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t$ que son combinaciones lineales de los errores originales. Para identificar los *shocks* originales se supone que $\mathbf{B}^{-1}$ es tringular y cumple con $\mathbb{E}[\boldsymbol{\xi}_t \boldsymbol{\xi}_t'] = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}^{-1\prime}$. Muestre que este supuesto es equivalente a asumir que $\theta_1 = 0$, o que $\theta_2 = 0$, dependiendo del ordenamiento que haga.

d. (10 puntos) Considere el siguiente VAR(1) en su forma primitiva, donde $w_{t,1}$, $w_{t,2}$, y $w_{t,3}$ son procesos de ruido blanco independientes entre sí:

$$\begin{aligned} x_{t,1} &= \alpha_1 + \phi_{11} x_{t-1,1} + \phi_{12} x_{t-1,2} + \phi_{13} x_{t-1,3} + w_{t,1}, \\ x_{t,2} &= \alpha_2 + \phi_{21} x_{t-1,1} + \phi_{22} x_{t-1,2} + \phi_{23} x_{t-1,3} + w_{t,2}, \\ x_{t,3} &= \alpha_3 + \phi_{31} x_{t-1,1} + \phi_{32} x_{t-1,2} + \phi_{33} x_{t-1,3} + w_{t,3}. \end{aligned}$$

¿Es este VAR estacionario? Ayuda: Reescríbalo en notación matricial y observe su determinante.

2. Segunda parte: Empírica (20 puntos)

En una economía pequeña, abierta, y exportadora de materias primas, se encuentra la regularidad empírica que su tipo de cambio en moneda nacional a extranjera está determinado, en gran medida, por el precio internacional de la principal materia prima exportada (Uribe y Schmitt-Grohé, 2017, §7). Este sería, por ejemplo, el caso del cobre en la economía chilena. Así, en esta pregunta se investigará sobre la causalidad temporal entre el precio del cobre y el tipo de cambio CLP/USD.

a. (5 puntos) Desde la Base de Datos Estadísticos del Banco Central de Chile, descargue las series de tiempo para el precio del cobre (`"Economía Internacional"` → `"Materias primas"` → `"Precios"` → `" Precio del cobre refinado BML (dólares/libra)"`), y el tipo de cambio peso/dolar (`"Tipos de Cambio"` → `"Tipo de cambio nominal distintas monedas (pesos por unidad de moneda extranjera)"` → `"Estados Unidos: Dólar de Estados Unidos (Observado)"`) en frecuencia mensual, desde Enero 1995 hasta Julio 2024. Presente ambas series de tiempo en un mismo gráfico utilizando alguna transformación que asegure la estacionariedad de ambas series. Para ello, presente el resultado de alguna prueba de contraste de hipótesis para la hipótesis nula de raíz unitaria.

b. (5 puntos) Estime el modelo $\mathsf{VAR}(p)$ estacionario, del orden p que la transformación de los datos y la muestra le sugiere, y a partir de él, indique el resultado de la prueba de causalidad *à la* Granger (1969) ¿Cuál variable causa a la otra? Explique.

c. (10 puntos) ¿Cómo cambian sus conclusiones en (b) si prueba la causalidad *à la* Sims (1972) y *à la* Geweke, Meese, y Dent (1983)?