EAE4103 - Teoría Econométrica III

Tarea 4 - 2024.II

October 24, 2024

Profesor: Raimundo Soto.
Ayudantes: Carlos A. Medel (CNMedel@UC.cl) y Alex Nannig (ANannig@UC.cl).

Instrucciones. Responda todas las preguntas de esta Tarea en un informe producido con MS Word o LaTeX. El nombre del archivo debe contener su nombre y apellido. Para la segunda y tercera parte debe entregar además los códigos de *software* que replican sus resultados, que también deben contener su nombre y apellido. Se sugiere la utilizacion de los *software* Eviews, MATLAB, Python, R, o Stata (en particular, que sea eficiente en cuanto al manejo de un alto número de simulaciones).

Los archivos deben ser depositados en el buzón de Canvas específicamente destinado para esta Tarea. El plazo para la entrega de la Tarea es el día lunes 02 de Diciembre de 2024, 23:59 hrs.

Lea todas las preguntas antes de comenzar, y puede responder de forma no correlativa siempre y cuando se especifique claramente qué pregunta está respondiendo. Puede realizar cualquier supuesto que estime conveniente para obtener sus respuestas, procurando que sean relacionados con el contenido del curso.

1. Primera parte: Teórica (40 puntos)

1.1. Conceptos (20 puntos)

a. (10 puntos) ¿En qué consiste la metodología de Engle y Granger (1987) para probar la hipótesis de cointegración?

b. (5 puntos) Si el modelo de *Vector de Corrección de Errores* (VECM) es:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\delta} t + \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\beta}\prime \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t + \boldsymbol{\tau} t) + \boldsymbol{\theta}_1 \Delta y_{t-1} + ... + \boldsymbol{\theta}_p \Delta \mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\mu}_t,$$

donde $\boldsymbol{\alpha}_0$, $\boldsymbol{\delta}$, $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\beta}$, y $\boldsymbol{\tau}$ son constantes, y $\boldsymbol{\mu}_t$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ son ruidos blancos, entonces el modelo tiene una tendencia lineal. Comente desarrollando sus resultados.

c. (5 puntos) Si el proceso $\{\Delta Y_t\}_{t=0}^{t=T}$ sigue un proceso ARIMA(1,1,0), entonces el modelo correcto para $\{Y_t\}_{t=0}^{t=T}$ es una caminata aleatoria con deriva ("*random walk with drift*").

1.2. Ejercicios conceptuales (20 puntos)

i. [Enders, 2014, Capítulo 6, Ejercicio 1; 15 puntos] Considere las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha_{10} + \alpha_{11} y_{t-1} + \alpha_{12} z_{t-1} + \varepsilon_t^y, \\ z_t &= \alpha_{20} + \alpha_{21} y_{t-1} + \alpha_{22} z_{t-1} + \varepsilon_t^z, \end{aligned}$$

1. donde se asume que ε_t^y y ε_t^z son ruidos blancos no correlacionados, y α_{ij} son parámetros fijos.

   (a) (5 puntos) Muestre que la solución de y_t se puede escribir como:

   $$y_t = \frac{(1-\alpha_{22}L)\,\varepsilon_t^y + (1-\alpha_{22})\,\alpha_{10} + \alpha_{12} L \varepsilon_t^z + \alpha_{12}\alpha_{20}}{(1-\alpha_{11}L)\,(1-\alpha_{22}L) - \alpha_{12}\alpha_{21}L^2}.$$

   (b) (5 puntos) Encuentre la solución para z_t.

   (c) (5 puntos) Suponga que y_t y z_t son $CI(1,1)$; es decir, con un vector de cointegración ($C(1)$), y estacionarias en la primera diferencia ($I(1)$; entonces $CI(1,1)$). Utilizando las condiciones (6.19)-(6.21) de Enders (2014), escriba el *Modelo de Corrección de Errores* ¿Cómo se compara con las ecuaciones (6.23) y (6.24) de Enders (2014)?

ii. (5 puntos) Suponga que x_t es un proceso univariado que sigue una caminata aleatoria con deriva ("*random walk with drift*"), es decir, $x_t = \delta + x_{t-1} + \mu_t$, donde μ_t es un ruido blanco con varianza σ_μ^2. Suponga que x_0 es un valor fijo (no estocástico). Sea, además, $y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$, donde ε_t es un ruido blanco con varianza σ_ε^2. Demuestre que $y_t = \beta\delta t + \alpha + \beta x_0 + \beta \sum_{j=1}^{t} \mu_j + \varepsilon_t$. Calcule el valor esperado y la varianza de y_t para demostrar que y_t sigue un proceso tipo "*random walk with drift*".

2. Segunda parte: Dickey y Fuller (1979) + Granger, Hyung, y Jeon (2001) (30 puntos)

Suponga que tiene los siguientes modelos:

$$\begin{aligned} &\text{Caso 1:} && \Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t, \\ &\text{Caso 2:} && \Delta Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t, \\ &\text{Caso 3:} && \Delta Y_t = \alpha + \beta t + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t, \end{aligned}$$

donde ε_t es un ruido blanco, $\{\alpha, \beta, \phi\}$ son parámetros a ser estimados, y t es una tendencia lineal.

a. (5 puntos) Si se busca evaluar la existencia de una raíz unitaria en los modelos anteriores ¿Será la hipótesis alternativa igual en cada especificación? ¿Por qué habría que obtener distintos valores críticos de la distribución de Dickey-Fuller cuando cambia la especificación del modelo?

b. (5 puntos) Describa la hipótesis alternativa de cada especificación. Si se quisiera anidar la hipótesis nula y alternativa en un solo modelo ¿Cómo se escribirían los modelos anteriores?

c. (10 puntos) Para los tres modelos especificados y para tamaños de muestra de $T = 100$ y $T = 300$ compute los valores críticos de la prueba de raíz unitaria de Dickey y Fuller (1979) a un nivel de significancia de 95% ¿Qué pasaría si la significancia cambia al 90%? Ayuda: Revise los apuntes de clase.

d. (10 puntos) Suponga ahora el Caso 1 pero para dos procesos:

$$\begin{aligned} (1) &: \quad \Delta Y_t = \phi_Y Y_{t-1} + \varepsilon_t^Y, \\ (2) &: \quad \Delta Z_t = \phi_Z Z_{t-1} + \varepsilon_t^Z, \end{aligned}$$

donde $\{\phi_Y, \phi_z\}$ son ambos menores a $|1|$, y ε_t^Y y ε_t^Y son ruidos blancos no correlacionados con varianzas σ_Y^2 y σ_Z^2. Realice $1,000$ simulaciones de ambos procesos con $\phi_Y = \phi_Z = 0.975$ y $\sigma_Y^2 = \sigma_Z^2 = 1$, y para cada uno de ellos, realice la prueba de contraste de hipótesis de Dickey-Fuller Aumentada sin tendencia ni intercepto. Muestre la distribución del valor-p o del estadístico t de ϕ_Y y ϕ_Z en un mismo gráfico ¿Cuál es su conclusión? Para las $1,000$ simulaciones, estime la siguiente regresión y muestre la distribución del valor-p o del estadístico t del coeficiente γ:

$$\Delta Y_t = \gamma \Delta Z_t + \nu_t^Y, \quad \nu_t^Y \sim \text{Ruido Blanco}.$$

¿Qué concluye de este ejercicio? Ayuda: Revise Granger, C.W.J., N. Hyung, y Y. Jeon (2001), "Spurious Regression with Stationary Series," *Applied Economics* **33**(7): 899-904.

3. Tercera parte: Perron (1989) (30 puntos)

Analice, revise, y piense críticamente sobre el artículo Perron, P. (1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis," *Econometrica* **57**(6): 1361–1401. En base a su análisis:

a. (20 puntos) Escriba un programa computacional para computar los valores críticos de la prueba de hipótesis de Perron (1989) con un quiebre en el 66% de la muestra, con tamaños de muestra de $T = 100$ y $T = 393$.

b. (10 puntos) Comente las limitantes de este tipo de pruebas de hipótesis.

* * *