EAE4103 - Teoría Econométrica III

Tarea 1 - 2024.II

August 21, 2024

Profesor: Raimundo Soto.
Ayudantes: Carlos A. Medel (`CNMedel@UC.cl`) y Alex Nannig (`ANannig@UC.cl`).

Instrucciones. Responda todas las preguntas de esta Tarea en un informe producido con MS Word o LaTeX. El nombre del archivo debe contener su nombre y apellido. Para la segunda parte debe entregar además los códigos de *software* que replican sus resultados, que también deben contener su nombre y apellido. Se sugiere la utilizacion de los *software* Eviews, MATLAB, Python, R, o Stata (en particular, que compute los Criterios de Información de Akaike [AIC] y Schwarz [BIC] de una regresión y pueda relizar simulaciones estocásticas con cierta rapidez).

Los archivos deben ser depositados en el buzón de Canvas específicamente destinado para esta Tarea. El plazo para la entrega de la Tarea es el día domingo 15 de Septiembre de 2024, 23:59 hrs.

Lea todas las preguntas antes de comenzar, y puede responder de forma no correlativa siempre y cuando se especifique claramente qué pregunta está respondiendo. Puede realizar cualquier supuesto que estime conveniente para obtener sus respuestas, procurando que sean relacionados con el contenido del curso.

1. Primera parte: Teórica (40 puntos)

1.1. Conceptos (10 puntos)

a. (2 puntos). Defina ("con palabras") qué es una serie de tiempo $\{y_t\}_{t=0}^{t=T}$. Explique brevemente qué significa el concepto de *estacionariedad* en una serie de tiempo ¿Es lo mismo que *er-*

godicidad? Entregue un ejemplo de una serie de tiempo $\{y_t\}$ que sea estacionaria pero no ergódica.

b. (2 puntos) Defina que es un *autocorrelograma total* y un *autocorrelograma parcial*. Entregue un ejemplo concreto con el modelo $\mathsf{AR}(2)$ estacionario: $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$, con $\varepsilon_t \sim iid\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$, para la forma más probable que tendrá el autocorrelograma total y el parcial.

c. (2 puntos) Cualquier serie descrita mediante el par ordenado (x, y) con $(x_0, y_0) = (0, 1)$, y $(x_i, y_i) = (i, y_i < y_0)$ para $i > 0$, es, necesariamente, el autocorrelograma de una serie de tiempo estacionaria, específicamente el de un proceso $\mathsf{AR}(p)$. Comente.

d. (2 puntos) Pruebe que cualquier proceso $\mathsf{MA}(\infty)$, que cumple con *sumabilidad cuadrática*, es estacionario.

e. (2 puntos) Dado que cualquier proceso $\mathsf{AR}(p)$ estacionario se puede representar como un proceso $\mathsf{MA}(\infty)$, entonces siempre un proceso $\mathsf{MA}(q)$ tiene asociado un proceso $\mathsf{AR}(\infty)$ estacionario. Comente.

1.2. Ejercicios (10 puntos)

a. (4 puntos) Determine si los siguientes procesos son estacionarios:

$$\begin{aligned}
(i) &\;:\; y_t = 2y_{t-1} - \frac{3}{2}y_{t-2} + \varepsilon_t, \\
(ii) &\;:\; y_t = \frac{1}{2}y_{t-1} + \frac{1}{3}y_{t-2} + 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \\
(iii) &\;:\; y_t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}y_{t-1} + \frac{1}{2}y_{t-2} + \varepsilon_t, \\
(iv) &\;:\; y_t = \frac{1}{3}y_{t-1} + 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,
\end{aligned}$$

donde ε_t es independiente e igualmente distribuido $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

b. (3 puntos) Calcule la esperanza y las autocovarianzas γ_0 y γ_1 del siguiente proceso sabiendo que es estacionario:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t,$$

donde ε_t es independiente e igualmente distribuido $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

c. (3 puntos) Muestre que los siguientes procesos estacionarios tienen el mismo autocorrelograma:

$$\begin{aligned}
(i) &\;:\; y_t = \varphi\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \\
(ii) &\;:\; y_t = \frac{1}{\varphi}\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,
\end{aligned}$$

donde ε_t es independiente e igualmente distribuido $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

1.3. Ejercicios conceptuales (20 puntos)

a. (5 puntos) Considerando los siguientes procesos estacionarios e invertibles, dibuje el autocorrelograma de cada uno de ellos en un mismo gráfico:

$$\begin{aligned}(i) &\;:\; y_t = \varepsilon_t + \theta_4 \varepsilon_{t-4}, \\ (ii) &\;:\; y_t = \phi_0 + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t,\end{aligned}$$

donde ε_t es independiente e igualmente distribuido $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$, y asuma que $0 < |\{\theta_4, \phi_0, \phi_4\}| < 1$.

b. (5 puntos) Suponga que se dispone de una serie de tiempo $\{y_t\}_{t=1}^{t=T}$. Si el error de pronóstico es $e_t(h) = y_{t+h} - \widehat{y}_{t+h}$ y tiene una media igual a cero, entonces se dice que el *mínimo error cuadrático medio*, $\mathbb{E}[y_{t+h} - \widehat{y}_{t+h}|H_t]^2$, donde H_t es la historia del proceso hasta el momento t, es:

(i). Estacionario,

(ii). Insesgado,

(iii). Consistente,

(iv). Complementario.

Elija las opciones que considere correctas justificando su respuesta.

c. (5 puntos) Suponga que una serie de tiempo $\{z_t\}_{t=0}^{t=T}$ es generada por el proceso $z_t = x_t + \varepsilon_t$, donde ε_t es independiente e igualmente distribuido $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$, y x_t es una variable aleatoria que no cambia a través del tiempo, tiene media cero y una varianza σ_ε^2, y $\mathbb{C}[x_t, \varepsilon_t] = 0$. Encuentre $\mathbb{E}[z_t]$, $\mathbb{V}[z_t]$, y $\mathbb{C}[z_t, z_{t-h}]$, para todo t y h, y concluya si z_t es estacionario.

d. (5 puntos) Considere la serie de tiempo estacionaria $\{y_t\}$ generada por un proceso AR(p), y la serie de tiempo estacionaria $\{z_t\}$ generada por un proceso MA(q). Indique qué proceso seguirá la serie de tiempo $x_t = y_t + z_t$, y establezca una regla general para la suma de procesos AR+MA.

2. Segunda parte: Empírica (60 puntos)

Este ejercicio replica algunos resultados de Medel, C.A. (2016), "Probabilidad Clásica de Sobreajuste con Criterios de Información: Estimaciones con Series Macroeconómicas Chilenas," *Economic Analisys Review* **30**(1): 57-72, y analiza la validez externa de las principales conclusiones.

a. (5 puntos) Resuma el artículo en no más de 10 líneas indicando la pregunta a responder, el ejercicio empírico realizado, y las conclusiones que se obtienen de él.

b. (5 puntos) En principio, el uso de simulaciones de Montecarlo se realiza con suficientes replicaciones de manera de estar "*cerca del infinito*" sin, necesariamente, conocer la forma analítica a la cual convergen los estimadores de interés ¿Por qué el artículo realiza y presenta una inferencia estadística sobre una simulación?

c. (10 puntos) Escoja una economía distinta a la chilena, sin hiperinflación ni grandes desbalances macroeconómicos,[1] y descargue sus datos de inflación y tipo de cambio en frecuencia mensual. Se recomiendan las bases de datos del *Bank for International Settlements* (BIS) para la inflación (variación anual, "*Consumer price indicators, Year-on-year changes, in per cent*"), y para el tipo de cambio (primera diferencia de la "*Nominal effective exchange rate / Broad basket*"), asegurándose que las transformaciones de los datos arrojan series estacionarias. Utilizando toda la muestra disponible de ambas series, identifique mediante el autocorrelograma total y parcial el proceso AR(p) que sigue cada una de las variables (similar a la Tabla 2 de Medel, 2016). Puede comprobar la identificación del modelo con el método de Box y Jenkins (1970). Llame a ese modelo, el "*modelo verdadero*" y presente los gráficos de autocorrelación total y parcial. Ahora, replique el modelo verdadero 1000 veces y presente la distribución de los coeficientes para las 1000 replicaciones del modelo verdadero.

d. (15 puntos) Para cada una de las 1000 replicaciones de cada serie (inflación y tipo de cambio), calcule el AIC y BIC, y guarde el número de rezagos que elige cada Criterio de Información para cada una de las 1000 replicaciones considerando una muestra desde su primera observación disponible hasta Diciembre 2018.[2] A cada uno de esos modelos, llámelos "*modelo estimado por* AIC/BIC". Presente un gráfico con la distribución del número de rezagos para los modelos estimados por AIC y BIC, para cada una de las series (similar a la Figura 2 de Medel, 2016). Comente a qué se debe la diferencia entre los Criterios de Información para una misma serie (si existiese).

e. (15 puntos) Para cada una de las 1000 replicaciones, realice una proyección dinámica fuera de muestra 12 meses adelante con el modelo estimado por AIC/BIC. Para ello, considere como la primera proyección aquella realizada para Diciembre 2019, y la última proyección hasta su última observación disponible (probablemente, Junio 2024). Para cada una de las 1000 replicaciones, calcule la *raíz del error cuadrático medio de proyección* (RECM), definido como $\sqrt{\overline{e}_t^{12}} = (\mathbb{E}[(y_{t+12} - \widehat{y}_{t+12|t})^2])^{0.5}$ (*i.e.*, la raíz cuadrada del promedio de los errores cuadráticos de cada proyección, definido el error como el "*valor efectivo*" menos el "*valor proyectado*"). Para cada serie (inflación y tipo de cambio), presente sus resultados en un gráfico donde el eje x son los valores $p = \{0, ..., 24\}$, y el eje y es la RECM obtenida con los modelos estimados por AIC (una línea que para cada "p" sea el promedio de la RECM), y la RECM obtenida con los modelos estimados por BIC (otra línea que para cada "p" sea el promedio de la RECM) (es decir, similar, aunque no igual, a los paneles (1,2) y (4,2) de la Figura 3 de Medel, 2016).

f. (10 puntos) En base a los dos gráficos anteriores (inflación y tipo de cambio), concluya si alguno de los dos Criterios de Información resulta perjudicial para la precisión de la proyección fuera de muestra de la inflación y el tipo de cambio ¿Puede entregar alguna recomendación para alguien interesado en modelar estas series con el fin de realizar predicciones?

---

[1] Por ejemplo, Alemania, Austria, Bélgica, Brasil, Canadá, Colombia, Corea del Sur, Croacia, Dinamarca, España, la Euro Zona, Finlandia, Francia, Hungría, Inglaterra, Italia, Japón, México, Polonia, República Checa, Sudáfrica, Suecia, Suiza, o cualquier otra que disponga de datos mensuales que sea distinta a Estados Unidos.

[2] Es decir, los Criterios de Información eligen el modelo AR(p) con el menor AIC/BIC, a través de $p = \{0, 1, ..., p^{\max}\}$. Para ello, fije $p^{\max} = 24$ y compute, para cada replicación, los 25 modelos AR(p). Luego, guarde el "p óptimo" implícito en el menor AIC/BIC.