Teoría Econométrica

Tarea 2
Profesor: Tatiana Rosá
Ayudante: Alejo Eyzaguirre

Noviembre/Diciembre 2021

Plazo para la entrega: Hasta 08 de diciembre 23:59. No se aceptará ningún trabajo fuera de ese plazo.

1 Máxima verosimilitud y Newton Rapson

Este ejercicio se basa en *Treisman, Daniel. "Russia's Billionaires." American Economic Review 106, no. 5 (May 2016): 236–41.*

En su paper Treisman quiere ver cuales son las variables que correlacionan con el número de supermillonarios en un país. En una primera instancia se centra en estudiar la correlación con el gdp per cápita, la población y la importancia del comercio internacional en ese país.

Dado que el número de supermillonarios es siempre un número entero, para modelar esta relación el autor elige la siguiente forma funcional:

$$\mathbb{E}(y_i|X) = exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i})$$

donde y_i es el número de multimillonarios en el país i, x_{1i} el logaritmo del pib per cápita, x_{2i} la población en logaritmos y x_{3i} los años en el GATT o el WTO.

Para estimar este modelo no lineal vamos a recurrir a los estimadores de máxima verosimilitud. Para eso vamos a asumir una distribución de poisson para $\mathbb{E}(y_i|X)$.

Tenemos así que :

$$P(y = h|x; \beta) = \frac{e^{y\beta' X} e^{-e^{\beta' X}}}{y!}$$

Se le pide

1. Suponiendo que los datos vienen de una muestra aleatoria, escriba la log verosimilitud para los parámetros del modelo, $log\mathcal{L}(\beta)$
2. Escriba las condiciones de primer orden que le permiten identificar los parámetros (aka las derivadas parciales igualas a zero)

Asumiendo que existe un máximo y es único, los estimadores de máxima verosimilitud serán aquellos valores $\hat{\beta}$ que hagan que la matriz de derivadas parciales, es decir el jacobiano, sea igual a cero.

Dada la no linealidad del Jacobiano, se le plantea encontrar las raíces usando el método numérico de maximización de Newton-Rapson. El método, al igual que el Gauss Newton visto en clase, se basa en partir de un valor inicial e ir iterando, usando en este caso como factor de actualización la inversa de la hessiana por el jacobiano en el punto.

De esta forma tenemos que para iteración j:

$$\beta_{(j+1)} = \beta_{(j)} - H(\beta_{(j)})^{-1} G(\beta_{(j)})$$

donde

$$G(\beta_{(j)}) = \frac{\partial log\mathcal{L}(\beta_{(j)})}{\partial \beta_{(j)}}$$

$$H(\beta_{(j)}) = \frac{\partial^2 log\mathcal{L}(\beta_{(j)})}{\partial\beta_{(j)}\partial\beta'_{(j)}}$$

Se le pide:

1. Utilizando el algoritmo anteriormente descrito, replique los resultados de la primera columna de la tabla 1 del paper de Treisman. Para eso debe acceder a los datos que están disponibles en https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.p20161068. Reporte los tiempos de convergencia del estimador para distintos valores iniciales.

2. Estime los intervalos de confianza para los estimadores usando bootstrap (la versión de bootstrap que le parezca más adecuada). Concluya sobre la significación de cada una de las variables.