

Teoría Econométrica

Problem Set 2

Profesor: Tatiana Rosá

Ayudante: Alejo Eyzaguirre

Septiembre 2021

Calificación: Se calificará uno solo de los ejercicios del problem set y este representará un 80% de la nota final. El 20% restante dependerá de la completitud del pset. El ejercicio a calificar será determinado por la profesora y/o el ayudante.

1 Encuestas

Hay 2 candidatas/es, A y B, presentándose para ser elegidas/os presidenta/e en las próximas elecciones en Chile. Una encuestadora quiere tomar una muestra de los votantes lo suficientemente grande para que, si 52% de la verdadera población vota a A, la probabilidad que en la muestra se encuentre un porcentaje de votos en favor de A de menos de 50% sea menos de 1%.

1. Asumimos que en la población la probabilidad de que un individuo vote A es $p = 0.52$, y que lo que vote un individuo es independiente de lo que vote otro. Pruebe que la probabilidad de que la encuesta de un resultado menos a $\alpha\%$ es:

$$\sum_{k=0}^{\alpha N} \frac{N!}{k!(N-k)!} 0.52^k 0.48^{N-k}$$

donde N es el tamaño de la muestra

2. Asumiendo que aumentar el tamaño de la muestra tiene un costo, encuentra la ecuación que define el N óptimo, N^* que satisface la condición de la encuestadora (que en la muestra se encuentre un porcentaje de votos en favor de A de menos de 50% sea menos de 1%.)
3. Podría encontrar el N^* . Piense en su resolución de forma analítica y numérica. No hace falta resolverlo.
4. Usando un argumento asintótico, encuentre una aproximación para el tamaño óptimo de la muestra.

2 Distribución exacta y asintótica de la media muestral

Consideremos una muestra aleatoria de tamaño N de la distribución de $X \sim X_1^2; (X_1, X_2, \dots, X_N)$. En este ejercicio el uso de tablas de las distribuciones estándar pueden ser útiles.

1. Encuentre la distribución muestral exacta de \bar{X}
2. Calcule

$$P(\bar{X} > 1)$$

para $N = 1, 5, 10, 100$

3. Encuentre la distribución asintótica de \bar{X}

$$\bar{X} \stackrel{a}{\sim} F_n$$

4. Calcule

$$P(\bar{X} > 1)$$

Usando la distribución asintótica F_n para $N = 1, 5, 10, 100$

5. Compare las probabilidades obtenidas con la aproximación asintótica y con la distribución exacta. ¿A partir de que tamaño muestra considera usted que la aproximación es buena?