Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Economía y Administración
Instituto de Economía
Profesor: Alexandre Janiak

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Leonardo Montoya (lalms@uc.cl) - Ignacio Rojas (irojasking@gmail.com)

Tarea Introductoria - Matlab (2024-1)

Instrucciones

- Fecha de enunciado: 15 de marzo.
- Fecha de entrega: 5 de abril.
- Número de integrantes: Máximo 1 alumno.
- Formato de entrega:
  1. Un informe en formato **pdf** con los resultados, gráficos, análisis y todo lo que considere necesario. Utilice algún editor de texto.
  2. Los archivos en formato Matlab (.m) debidamente comentados y explicados. Asegure que sus archivos compilan adecuadamente. Los códigos que no se entiendan y/o que no compilan no recibirán puntaje. Utilice funciones con el objetivo de entregar archivos eficientes.
  3. El alumno debe subir a Canvas un archivo **rar** que comprima de forma ordenada todo lo solicitado. Se recomienda orden y estructura para distribuir adecuadamente los archivos.
- Adicionales:
  1. No se aceptan retrasos.
  2. Dada la naturaleza única de cada algoritmo, es fácil notar los plagios. Evítelos.
  3. No utilice los paquetes estadísticos de Matlab.

1. Utilidad Cobb-Douglas, restricción presupuestaria y las curvas de indiferencia

Un consumidor posee una utilidad de consumo para 2 bienes (x_1 y x_2) de la forma,

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \tag{1}$$

Los bienes tienen precios p_1 y p_2, respectivamente. Además el consumidor tiene M recursos totales. De esta forma el set presupuestario que enfrenta el consumidor está dado por,

$$b = \{(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M\} \tag{2}$$

Para la siguientes preguntas asumiremos la siguiente parametrización:

α	M	p_1	p_2	Max x_1	Max x_2	N grilla
0,5	100	15	10	M/p_1	M/p_2	100

Cuadro 1: Parámetros Pregunta 1

1. Utilizando la función de utilidad del consumidor cree un gráfico de la superficie de *utils*. Para esto discretice el continuo posibles consumos de cada uno de los bienes en los N puntos indicados en el cuadro 1 (con consumo mínimo de 0 y los máximos indicados en la cuadro 1). Para el gráfico de superficie use el comando *mesh* o el comando *surf.*

2. Cree los posibles gastos de este consumidor utilizando el set presupuestario (2). Con esta variable utilice el comando *contourf* para crear zonas con las posibles combinaciones del set presupuestario sobre los 2 bienes. Utilice 10 cortes de zona e identifique donde se encuentra la zona de máximo gasto.

3. Para esta última pregunta utilizaremos las matrices creadas durante las subsecciones anteriores. Para la utilidad del consumidor utilice el comando *contourf* para obtener las curvas de indiferencia de este agente. Luego, cree el límite presupuestario para el cual se utiliza todo el dinero M de este consumidor. Finalmente utilice las opciones *hold on* de los graficos de matlab para graficar conjuntamente las curvas de indiferencia y el límite presupuestario.

2. Mercado del capital

2.1. Capital óptimo de una firma

Supongamos que existe una firma cuya función de producción es una función Cobb-Douglas en donde el trabajo se encuentra fijo, de la forma,

$$f(k_t, \overline{L}) = AK_t^{\alpha}\overline{L}^{0,5} \tag{3}$$

Esta empresa no enfreta un costo por salarios pero sí tiene que arrendar el capital a un costo r. Lo producido durante en período t es vendido a un precio p, por lo que la función de beneficios (Π) viene dada por,

$$\Pi = pAK_t^{\alpha}\overline{L}^{0,5} - rK_t \tag{4}$$

A	α	r	p	L	N grilla
1	0,25	1,05	1	2	100

Cuadro 2: Parametros para pregunta 2

1. Cree una grilla para diferentes opciones de capital (con un nivel mínimo de 0 y un máximo de 1). Con esta obtenga el beneficio para cada una de las diferentes opciones de capital y encuentre el valor de capital que maximice los beneficios. Para esto utilice el comando *max* de matlab. Finalmente, grafique la curva de beneficios para cada punto de capital y sobre esta identifique el punto en el cual los beneficios se maximizan.

2. Obtenga la condición de primer orden para el capital utilizando la ecuación (4). Escriba K_t como función de r y el resto de parámetros de la función de beneficios. Cree una grilla de 50 valores para diferentes valores de $r \in [1, 1{,}2]$. Grafique la curva de demanda por capital para diferentes valores de r.

2.2. Oferta de capital

El lado de la oferta del capital está bajo un problema del hogar. Este hogar vive 2 períodos y está interesado en maximizar el siguiente problema,

$$\max_b \log(z_1 - b) + \beta \log(br + z_2) \tag{5}$$

donde z_1 y z_2 son los ingresos recibidos en los períodos 1 y 2, respectivamente. El ingreso del segundo período no es conocido durante $t = 1$, sin embargo, el hogar sabe el proceso aleatorio que sigue el ingreso.

Para poder decidir el ahorro/deuda que tomará dada una tasa de interés conocida, el hogar se basa en el resultado promedio de 10,000 simulaciones de Montecarlo. Durante esta pregunta asuma que el proceso estocástico del ingreso sigue la siguiente forma:

$$z_2 = \rho\sqrt{z_1} + \varepsilon_t \tag{6}$$

con $\varepsilon_t \sim N(0, \frac{1}{2})$. De esta forma cada una de las simulaciones asume una realización del proceso como dado y bajo ese z_2 cree una grilla de posibilidades de b como se exhibe a continuación,

$$b \in \left(-\frac{z_2}{r}, z_1\right) \tag{7}$$

con esta grilla se puede encontrar el valor que maximiza la utilidad del hogar.

β	r	z_1	ρ	N grilla
1	1,05	10	0,88	1000

Cuadro 3: Parámetros para pregunta 2.2

1. Realice 10,000 simulaciones del proceso de ingreso para z_2, siga los pasos descritos anteriormente. Para cada valor de ahorro/deuda óptimo para cada una de las realizaciones de la simulación de Montecarlo guarde ese valor en una matriz y luego obtenga el b medio de todas esas simulaciones. Describa las caracteristicas de este valor de ahorro/deuda obtenido del ejercicio. Para esto utilice los parámetros de la tabla 3.

2. Cree una grilla para $r \in [1, 1{,}2]$. Replique el ejercicio inmediatamente anterior para cada uno de los valores de r. Grafique la curva de oferta de capital simulada para cada una de las tasa de interés. Para esto cree una función que realice la simulación de Montecarlo.

3. Recree el ejercicio inmediatamente anterior, pero esta vez utilice el comando *fsolve* para encontrar el valor de b que haga máximo el valor de la utilidad del hogar.

4. Grafique las curvas de oferta y demanda de capital para el mercado de capital-ahorro. Utilice la siguiente parametrización.

α	z_1	ρ	β	p	L	A	N grilla r
0,45	10	0,88	0,85	1,15	2	3	50

3. Cadenas de Markov

Las Cadenas de Markov son procesos estocásticos en tiempo discreto $t = 0, 1, 2, ..., T$ definidos en un espacio de i estados discretos y estos estados estan en S que es el conjunto de todos los estados posibles. La característica principal de este tipo de procesos es que no es relevante toda la historia, sino que solo es de importancia el estado en el que se encuentra en t para poder tener las posibilidades en las que se pueda encontrar en $t + 1$.

Cada cadena de Markov tiene asociada una matriz de transición P de dimensión SxS, en donde las filas representan cada uno de los estados y las columnas las probabilidades a las que puede transitar el proceso de Markov. Formalmente, la matriz de transición nos dice condicional a estar en la fila i cual es la probabilidad de estar en $t + 1$ en cada uno de los j posibles estados.

Sea una cadena de Markov definida por la siguiente matriz de transición:

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & 0{,}2 & 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Para las siguientes preguntas use la semilla 73:

1. Crear una función de `transición` la cual recibe las variables P y el *estado actual* y te devuelve

el *nuevo estado*.[1] Luego utilice esta para crear la función de `Markov` la cual recibe las variables P, *estado actual* y T la cual te devuelve un historial de todos los estados desde 1 hasta T. Ahora comenzando desde un punto inicial ($t = 1$) en el primer estado posible (primera fila). Simule la evolución de esta cadena para 200, 600 y 1500 pasos. Grafique esta simulación.

2. Cree una función `Markov_last` para simular esta cadena de Markov por T periodos y que se guarde la última posición que toma esta simulación. Utilize esta función para simular por 1000 periodos, es decir, $T = 1000$. Para ver la convergencia realice esta simulación 100, 500, 1000, 2.500 y 5.000 veces.[2] Grafique en un gráfico de lineas la distribución normalizada (cree una función `normalizadora` para poder realizar esto)[3] de cada una de las simulaciones en un gráfico, indicando en una leyenda que representa cada una de las series.

3. Para esta pregunta, utilizaremos una propiedad de multiplicación de las matrices de transición. Calcule $P^{10}, P^{50}, P^{100}, P^{1000}$ con la ayuda de una función que la llamaran `elevar_p`. ¿Qué es lo que pasa cuando elevamos una matriz de transición (P) a una potencia n? ¿Cómo se interpreta esto? ¿Sigue siendo esta matriz elevada una matriz de transición?

4. Realice lo mismo que en la parte 2 pero para cada una de estas matrices y grafíquelas.

5. Mirando sus resultados de la parte 2 y 4 que se puede decir la velocidad de convergencia de cada una (interprete y compare). ¿Se alcanzó un equilibrio? ¿Esta converge?

6. Con todos los resultados obtenidos durante esta sección, dar una interpretación de corto y largo plazo. ¿Cuál de los dos se hizo durante esta sección?

[1] Ayuda: utilice rand para obtener la nueva posición de manera aleatoria mirando la matriz de transición acumulado o simplemente sumando las probabilidades en ese estado.

[2] Recomendable crear una función `Markov_iteration_last` que utiliza la `Markov_last` y a su vez recibe el numero de iteraciones a realizar, de esta forma no tendran que hacer varios loops en el mismo *script*.

[3] Esta recibe tus resultados o datos junto a los estados posibles y te retorna estos normalizados. Para poder comparar sus resultados ver documentación de histogram.