Ayudantía 4

Iteración de Función Valor con tiempo finito

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Leonardo Montoya, Ignacio Rojas

1 El ciclo de vida sin herencia

Supongamos una economía (en tiempo discreto) habitada por un continuo de individuos, en donde cada uno vive T períodos. En cada período t mueren y nacen $\frac{1}{T}$ personas, manteniendo la población constante. Los agentes tiene preferencias separables en el tiempo y descuentan el futuro a una tasa $\beta \in (0,1)$ y valoran solamente el consumo c de acuerdo a una función de utilidad CRRA.

Cada persona al momento de nacer conoce el ingreso laboral que tendrá ($w_t\ \forall t$) y su tenencia de activos ($a_0 = 0$). Todos los individuos tiene acceso a un mercado financiero, en el que pueden ahorrar o endeudarse a una tasa única e invariable (r). Sin embargo, existe una fricción financiera, nadie puede tener una deuda mayor a un monto b. Finalmente, los agentes comprenden que no pueden morir con deuda.

El problema a resolver de cada uno de los indiviudos de esta economía para un tiempo t, está dado por:

$$V_t(a_t) = \max_{a_{t+1},c_t} u(c_t) + \beta V_{t+1}(a_{t+1}) \tag{1}$$

s.a

$$a_{t+1} + c_t = w_t + (1+r)a_t \tag{2}$$

$$a_{t+1} \geq -b \tag{3}$$

1.1 Equilibrio parcial

Resolveremos el problema descrito anteriormente de forma numérica. Para esto asumiremos la siguiente calibración:

T	β	σ	nA
65	0.96	2	1001

Adicionalmente, considere que el *path* de los ingresos laborales sigue la siguiente función:

$$w_t = 1.5 + 0.06t - 0.001t^2 \tag{4}$$

y que los activos pueden estar dentro del rango $A \in [-15, 25]$.

1. Resuelva numéricamente el problema considerando que la fricción financiera no existe, i.e $b \to \infty$ y la tasa de interés del mercado financiero cumple con $\beta = \frac{1}{1+r}$.
2. Muestre en un solo gráfico el *path* de ingresos laborales junto a la media, el path de los activos a lo largo de la vida del agente y la trayectoria de consumo.
3. Realice los items anteriores, pero utilizando el siguiente límite de endeudamiento, $b = 10$
4. Realice los items 1 y 2, pero utilizando el siguiente límite de endeudamiento, $b = 2.5$. Cómo cambian sus resultados? Explique la intuición detrás de esto.
5. Grafique la oferta de activos como función de la tasa de interés. Considere $r \in [3\%, 6\%]$.

2 Iteración de Función de Valor con Incertidumbre

Considere la siguiente versión estocástica del problema bajo horizonte infinito visto en la ayudantía 4. Un agente maximiza el valor esperado de la suma de sus flujos de utilidad por consumo, descontándolos a un factor β. Sea $W + y$ la riqueza del agente al comienzo del periodo, donde W denota su dotación de bienes y y un componente de ingreso estocástico. Suponga que la riqueza del agente crece a una tasa bruta R al final de cada periodo. La siguiente ecuación de Bellman resume el problema del agente:

$$V(W,y) = \max_{c,W'\geq 0} u(c) + \beta \mathbf{E}_{y'|y} V(W',y') \tag{5}$$

$$\text{s.a.} \qquad W' = R(W - c + y) \tag{6}$$

donde $u(c)$ es el flujo de utilidad asociado al consumo c del periodo. Suponga que la función de utilidad del agente tiene la siguiente forma:

$$u\left(c\right) = \begin{cases} \frac{c^{1-\rho}-1}{1-\rho} & \rho \neq 1 \\ \ln\left(c\right) & \rho = 1 \end{cases}$$

1. Identifique las variables de estado y control del agente.

2. Considere $\beta = 0.9$, $R = 1.05$, $\rho = 2$ y suponga que el shock puede tomar valores de $y = 0.5$ y $y = 1.5$ con probabilidad 0.4 y 0.6 respectivamente. Resuelva numéricamente el problema del agente mediante el algoritmo de iteración de función de valor. Grafique la función de valor y las funciones de política.

Seguimiento 4

Supongamos un agente que vive 3 períodos y que vive en una economía en donde los mercados financieros no permiten endeudarse a los hogares. Adicionalmente, el individuo no tiene valoración alguna por dejar herencia. El problema del agente es:

$$V_t(A_t) = \max_{c_t, A_{t+1}} u(c_t) + \beta V_{t+1}(A_{t+1}) \tag{7}$$

s.a.

$$c_t + A_{t+1} = (1+r)A_t \tag{8}$$

en donde A corresponden a los activos, c al consumo, β es la tasa de descuento intertemporal y r es la tasa de interés de los ahorros que tenga el hogar. Finalmente, el hogar valora el consumo del período siguiendo una función de utilidad CRRA.

1. Describa las variables de estado, los controles y la restricción financiera del problema descrito anteriormente.

2. Obtenga las condiciones de primer orden del problema.

3. Obtenga la ecuación de *Euler* e interpretela.

4. Resuelva el problema de forma numérica. Grafique la función valor y las funciones de política (consumo y ahorro). Considere 3 casos para el activo inicial del individuo $A_0 = [0.5, 5, 10]$. Interprete las diferencias producidas entre los casos.

   Utilice la siguiente parametrización (nA son los puntos de discretización de A_t):

β	σ	r	T	nA
0.96	2	3%	3	1000