Ayudantía 9

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Leonardo Montoya e Ignacio Rojas

1 Inversión con Costos de Ajuste Fijos

Una empresa maximiza la suma descontada de sus beneficios bajo horizonte infinito e información perfecta. El tiempo es discreto. Como la empresa tiene oportunidad de usar el mercado financiero para generar ingresos, descuenta sus beneficios a una tasa $r > 0$, igual a la tasa de interés que se fija en el mercado. Usaremos la notación $\beta \equiv \frac{1}{1+r}$ para referirnos al factor de descuento.

Para producir, utiliza como factor únicamente el capital en cantidades $k > 0$. Puede invertir una cantidad $i \in \mathbb{R}$ cada período para hacer variar su stock de capital. Además, este se deprecia a una tasa $\delta \in (0,1)$. La dinámica del stock de capital es entonces:

$$k' = (1-\delta)k + i \tag{1}$$

Cada período, tiene beneficios de la forma:

$$\pi(k,i) = f(k) - i$$

donde f es estrictamente creciente, cóncava y cumple con las condiciones de Inada.

Una diferencia respecto del modelo neoclásico de inversión es que, la empresa compra o vende capital ($i \neq 0$) incurre en un costo fijo $c > 0$. Este ejercicio se divide en dos parte. En la primera, consideraremos $c = 0$ y en la segunda $c \neq 0$.

1. Consideremos el caso sin costo fijo. La ecuación de Bellman que describe el comportamiento de la empresa se puede escribir como:

$$V(k) = \max_i \{f(k) - i + \beta V(k')\} \tag{2}$$

sujeto a la dinámica de capital (1).

   (a) Muestre que la ecuación de Euler para este problema se puede escribir de la siguiente manera: $r + \delta = f'(k')$.

   (b) Interprete y explique en detalle esta ecuación.

   (c) De la ecuación de Euler y la dinámica del capital, dibuje gráficamente la evolución del stock de capital y de la inversión partiendo de un stock de capital nulo. Justifique las dinámicas.

2. Consideremos ahora el caso con costo fijo. El problema se puede resolver asumiendo la siguiente recursividad: 1) Cuánto capital elige la empresa cuando decide ajustar su capital, 2) Dada la cantidad de capital, la empresa decide si efectivamente ajusta. Esto se expresa en las siguientes ecuaciones de Bellman:

$$V(k) = max\{V_a(k), V_n(k)\} \tag{3}$$

$$V_a(k) = \max_i \{f(k) - i - c + \beta V(k')\} \tag{4}$$

$$V_n(k) = f(k) + \beta V(k') \tag{5}$$

Llamaremos k^* el capital que elige la empresa si está dispuesta a pagar el costo de ajuste.

(a) Explique intuitivamente por qué la decisión óptima k^* no depende del capital instalado k. Haga la comparación con la elección de capital de la parte 1.

(b) Muestre que la empresa decide ajustar su stock de capital si se cumple la condición debajo. Interprete.

$$k^* - (1-\delta)k + c < \beta V(k^*) - \beta V((1-\delta)k) \tag{6}$$

(c) Dibuje dos funciones de k: el lado derecho y el lado izquierdo de la condición en 2. Para responder esta pregunta, use la propiedad descrita en la pregunta 1 y asuma que V cumple con las mismas propiedades que f: es estrictamente creciente, cóncava y cumple con las condiciones de Inada. identifique en esta gráfica los intervalos de k para los cuales la empresa decide ajustar. Indique el valor que toma k cuando el lado derecho de la condición se iguala a cero.

Seguimiento IX

Considere una empresa que maximiza la suma descontada de su utilidad en un horizonte infinito de tiempo. La función de producción $f(k_t)$ de la empresa depende del stock de capital actual. La empresa tiene la posibilidad de invertir (desinvertir) para aumentar (disminuir) dicho stock de capital. Pero para esto debe incurrir en costos de ajustes dado por la función $\phi(i_t)$, que sólo depende del nivel de inversión, donde cumple $\phi' > 0$, $\phi'' > 0$ y $\phi(0) = 0$.

La firma ecuación de Bellman que resuelve el problema de la firma, lo podemos dejar expresado como:

$$\Pi(k_t) = \max_{i_t, k_{t+1}} f(k_t) - i_t(1 + \phi(i_t)) + \frac{1}{1+\rho}\Pi(k_{t+1}) \tag{1}$$

s.a.

$$k_{t+1} = k_t(1-\delta) + i_t \tag{2}$$

Para responder las siguientes preguntas, considere que la depreciación de capital $\delta = 0$.

(a) Determine las variables de control y estado de este problema. Encuentre las condición de primer orden e interprete económicamente.

(b) Con la ayuda del Teorema de la Envolvente, demuestre que podemos llegar a:

$$\rho Q_t - (Q_{t+1} - Q_t) = f'(k_{t+1}) \tag{3}$$

¿Cómo podemos interpretar dicha expresión?

(c) Utilizando el mismo procedimiento para obtener (3) y la Condición de Tranversalidad, demuestre que:

$$Q_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f'(k_{t+i})}{(1+\rho)^i} \tag{4}$$

Interprete económicamente.

(d) Analice los casos, para cuando la empresa le conviene invertir en capital o venderlo. (Ayuda: a partir de las condiciones de primer orden, obtenga una expresión para que la inversión quede en función que Q de Tobin).