Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Instituto de Economía
Teoría Macroeconómica 1, EAE320B-1.

Seguimiento 3.

Oscar Herrera
Primer Semestre de 2024.

La opción escogida a resolver fue la opción 1: Horizonte finito.

Pregunta 1: Ecuación de Euler.

La ecuación de Euler se obtiene de combinar la condición de primer orden del consumo en $t = 1$ del Lagrangeano asociado, con la ecuación de primer orden del consumo en $t = 2$. El Lagrangeano es el siguiente:

$$\mathcal{L} = ln(c_1) + \beta ln(c_2) + \lambda\Big(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - c_1 - \frac{c_2}{1+r}\Big)$$

La CPO de c_1 está dada por:

$$\frac{1}{c_1} - \lambda = 0$$

La CPO de c_2 está dada por:

$$\frac{\beta}{c_2} - \frac{\lambda}{1+r} = 0$$

Combinando las ecuaciones obtenemos la ecuación de Euler:

$$\frac{c_2}{c_1} = \beta(1+r)$$

Podemos deducir de la ecuación de Euler que en el óptimo la utilidad marginal de consumir una unidad extra hoy, debe ser igual al beneficio de consumir una unidad extra mañana, amplificada por el interés de ahorrar la unidad, y descontada por nuestro factor de paciencia temporal para comparar utilidades entre periodos. En el caso de la función logarítmica, podemos interpretar que el ratio de los consumos debe ser igual a la tasa que se ofrece por ahorrar en el mercado y el factor de paciencia de los agentes.

Pregunta 2: Prudencia.

La prudencia de los agentes se cumple cuando la segunda derivada de la utilidad marginal del consumo es positiva, o bien, que la tercera derivada de la función de utilidad instantánea es positiva. Es decir:

$$UMgC'' > 0 \Longleftrightarrow U'''(c) > 0$$

Evaluando para el caso logarítmico:

$$UMgC'' = \frac{\partial c^{-1}}{\partial^2 c} = \frac{2}{c^3}$$

Como el consumo no puede ser negativo, los valores que tomará la segunda derivada de $UMgC$ siempre serán positivos. Por lo tanto, $UMgC''$ será positiva siempre para todo valor del consumo: el agente es prudente.

Pregunta 3: Ahorro óptimo asociado.

Ccombinando la ecuación de Euler con la restricción presupestaria (CPO de λ) obtenemos:

$$c_1^* = \frac{\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right)}{1+\beta}$$

El ahorro óptimo está dado por:

$$S^* = Y_1 - c_1^* = Y1 - \frac{\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right)}{1+\beta} = \frac{Y_1\beta(1+r) - Y_2}{(1+r)(1+\beta)}$$

Pregunta 4: Función de utilidad paramétrica.

La expresión para el c_2^* está dada por:

$$c_2^* = \beta(1+r)\frac{\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right)}{1+\beta}$$

Estableciendo $R \equiv 1+r$ y reemplazando en la función de utilidad obtenemos:

$$U_i(Y_1, Y_2, \beta, R) = ln\left(\frac{Y_1 + \frac{Y_2}{R}}{1+\beta}\right) + \beta ln\left(\beta R\frac{\left(Y_1 + \frac{Y_2}{R}\right)}{1+\beta}\right)$$