PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
INSTITUTO DE ECONOMÍA
TEORÍA MACROECONÓMICA 1, EAE320B-1.

Seguimiento 8.

Oscar Herrera
Primer Semestre de 2024.

Pregunta a).

Nuestras ecuaciones son las siguientes:

$$b_{t+1} = (g + \tau) + \beta^{-1} b_t \tag{8}$$

$$\tau_t = -(b_t - a)(b_t - \bar{b})(b_t - c) + b_t \tag{11}$$

Reemplazando (11) en (8) obtenemos:

$$b_{t+1} = \Big(g - \Big[- (b_t - a)(b_t - \bar{b})(b_t - c) + b_t \Big]\Big) + \beta^{-1} b_t$$

Tomando la aproximación de Taylor de primer orden:

$$\begin{aligned} b_{t+1} \approx & \Big(g - \Big[- (\bar{b} - a)\underbrace{(\bar{b} - \bar{b})}_{0}(\bar{b} - c) + \bar{b}\Big]\Big) + \beta^{-1} b_t \\ & \Big(\underbrace{(\bar{b} - \bar{b})}_{0}(\bar{b} - c) + (\bar{b} - a)(\bar{b} - c) + (1 - \beta^{-1})\Big)(b_t - \bar{b}) \end{aligned}$$

Simplificando:

$$b_{t+1} \approx g - (1 - \beta^{-1}) b_t + (\bar{b} - a)(\bar{b} - c)(b_t - \bar{b}) \tag{1}$$

Por otro lado, podemos encontrar la deuda de estado estacionario en la ecuación (8):

$$\bar{b} = \frac{g - \tau_t}{1 - \beta^{-1}} \tag{2}$$

Reemplazando $b_t = \bar{b}$ en (11) obtenemos que $\tau_t = \bar{b}$. Reemplazano el impuesto en (2) obtenemos que:

$$g = \bar{b}(1 - \beta^{-1}) - \bar{b}$$

Reemplazando g en (1):

$$\begin{aligned}
b_{t+1} &\approx \bar{b}(1 - \beta^{-1}) - \bar{b} - (1 - \beta^{-1})b_t + (\bar{b} - a)(\bar{b} - c)(b_t - \bar{b}) \\
&\approx \; -(1 - \beta^{-1})(b_t - \bar{b}) - \bar{b} + (\bar{b} - a)(\bar{b} - c)(b_t - \bar{b}) \\
b_{t+1} - \bar{b} &\approx \underbrace{\Big[(\bar{b} - a)(\bar{b} - c) - (1 - \beta^{-1})\Big]}_{\gamma}(b_t - \bar{b}) \\
b_{t+1} - \bar{b} &\approx \gamma(b_t - \bar{b})
\end{aligned}$$

Para estabilidad del estado estacionario se requiere:

$$\Big|\frac{\partial(b_{t+1} - \bar{b})}{\partial b_t}(\bar{b})\Big| < 1$$

$$\Big|\frac{\partial(b_{t+1} - \bar{b})}{\partial b_t}(\bar{b})\Big| = \gamma < 1$$

Para que exista estabilidad local en torno a $\bar{b}$ se requiera $|\gamma| < 1$. Sin embargo, al establecer que $\gamma = 0$ esta condición se cumple y el valor de γ nos asegura que $b_{t+1} - \bar{b} = 0 \quad \forall b_t$. En otras palabras, habría convergencia instantánea. Para que γ sea cero, los parámetros deben tomar los siguientes valores:

$$\gamma = 0$$

$$\Rightarrow (\bar{b} - a)(\bar{b} - c) - \underbrace{(1 - \beta^{-1})}_{\neq 0} = 0$$

$$\Rightarrow (\bar{b} - a)(\bar{b} - c) = \underbrace{(1 - \beta^{-1})}_{\neq 0}$$

Pregunta b).

Asumiendo $\gamma = 0$ en la ecuación $(b_{t+1} - \overline{b}) = \gamma(b_t - \overline{b})$, a pesar de que exista estabilidad local alrededor del estado estacionario $\overline{b}$, en el caso global es posible notar que existen tres estados estacionarios $\overline{b_1}$, $\overline{b}$ y $\overline{b_2}$ en total.

Alrededor de $\overline{b}$ siempre habrá convergencia instantánea y se convergerá a $\overline{b}$ según la versión linealizada[1]. En otras palabras, localmente, la relación del stock de deuda entre dos periodos consecutivos estará descrita por la linea horizontal de la figura. Sin embargo, es posible caer en otros puntos de la relación global entre b_{t+1} de tal forma de que la convergencia se realizará hacia otros puntos.

Bajo este resultado, podemos decir que el punto $\overline{b}$ es localmente estable, pero no es globalmente estable porque no se converge a él, $\forall b_t$ que se pueda realizar.

Pregunta c).

Sabemos que la relación dinámica global de los stocks de deuda entre periodos inmediatamente consecutivos estará dada por:

$$b_{t+1} = \Big(g - \Big[-(b_t - a)(b_t - \overline{b})(b_t - c) + b_t\Big]\Big) + \beta^{-1} b_t$$

Esta ecuación claramente cuadrática nos permite realizar análisis de estabilidad global. Gráficamente, mediante la figura 2 del enunciado, podemos concluir que para $b_0 \in (\overline{b_1}, \overline{b})$ la convergencia no es instantánea para el caso global, la velocidad comienza a reducirse a lo largo del tiempo a medida que b_t se acerca a $\overline{b}$ y se converge suavemente.

En el caso linealizado, se converge bruscamente en un sólo periodo y el stock de deuda permanece inmóvil en los siguientes periodos. Es decir, la velocidad de convergencia es alta.

Gráficamente, podemos observar que en puntos cercanos a $\overline{b_1}$ la predicción es claramente imprecisa. La ecuación del análisis global nos permite predecir de forma exaca la convergencia hacia los estados estacionarios, o incluso detectar todos los puntos de convergencia posible. Esto no es posible con la aproximación local. Sin embargo, la ventaja de trabajar con aproximaciones locales es que en casos en que la función global sea no lineal y difícil de manipular, podremos manipular fácilmente para concluir con el caso lineal. De igual forma, cerca del punto local de interés la predicción puede que sea relativamente precisa, pero de no encontrarnos cerca del punto podremos concluir erróneamente sobre transiciones y convergencias incorrectas.

[1] Si $b_t < \overline{b}$, b_{t+1} aumenta y se converge instantáneamente.