



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN
INSTITUTO DE ECONOMÍA
PROFESOR: ALEXANDRE JANIAC

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Leonardo Montoya (lalms@uc.cl) - Ignacio Rojas (irojasking@gmail.com)

Ayudantia 5 - Ecuación Euler, Guess & Verify

1. Problema 1 - No estocástico

Bajo el problema anterior de consumo en equilibrio parcial bajo horizonte infinito ($T \rightarrow \infty$), pero sin incertidumbre, tendríamos que la Bellman es la siguiente:

$$V(a) = \max_{c, a'} u(c) + \beta V(a')$$

sujeito a

$$\begin{aligned} a' &= Ra - c \\ c &\geq 0 \end{aligned}$$

donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento, tasa de interés $R = (1 + r)$ fija, c el nivel del consumo del periodo, a el stock de activos acumulados hasta el presente y a' el stock de activos del siguiente periodo. Siga asumiendo la siguiente función de utilidad (CRRA):

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad \sigma > 1$$

Conjeturaremos la siguiente estructura para la función de valor:

$$V(a) = \psi \frac{a^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

1. Muestre que la estructura propuesta para la función de valor del agente es la correcta.
2. Verifique que la constante ψ se puede escribir de la siguiente manera:

$$\psi = (R^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - \beta^{\frac{1}{\sigma}})^{-\sigma}.$$

3. Utilizando la constante, muestre que las funciones de política (policy function) del agente son las siguientes:

$$\begin{aligned} c(a) &= (R - (R\beta)^{\frac{1}{\sigma}})a \\ a'(a) &= (R\beta)^{\frac{1}{\sigma}}a \end{aligned}$$

Interprete los resultados. ¿Cómo evoluciona el stock de activos cuando $R\beta = 1$?

2. Problema 2 - Estocástico

Considere que bajo el problema de consumo en equilibrio parcial bajo horizonte infinito ($T \rightarrow \infty$), un agente maximiza la suma descontada de los flujos de utilidad $u(c_t)$ que obtiene de consumir c_t cada periodo. Suponga que este agente tiene acceso a mercados financieros donde puede ahorrar o endeudarse a una tasa bruta R_t . La ecuación de Bellman asociada a su programa de maximización es la siguiente:

$$V(a) = \max_{c, a'} u(c) + \beta \mathbb{E}[V(a')]$$

sujeto a

$$a' = Ra - c$$

donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento, c el nivel del consumo del periodo, a el stock de activos acumulados hasta el presente y a' el stock de activos del siguiente periodo. Suponga la siguiente especificación para la función de utilidad:

- (a) Obtenga las condiciones de primer y utilice el teorema de la envolvente para mostrar que la ecuación de Euler es:

$$c^{-\sigma} = \beta \mathbb{E}[R' c'^{-\sigma}]$$

Entregue la intuición económica de esta ecuación.

- (b) Vamos a aplicar una metodología de guess and verify para obtener la función de política del consumo:

$$c(a) = \gamma a$$

donde γ es un parámetro cuyo valor está por determinar. Usando la restricción presupuestaria del agente, muestre que γ se puede escribir de la manera siguiente:

$$\gamma = R - (\beta \mathbb{E}[R'])^{\frac{1}{\sigma}}$$

- (c) Halle las funciones de política del consumo y stock de activos futuro utilizando la constante γ e interprételas.

Seguimiento 5

Siguiendo la ayudantía, ahora sea

$$u(c) = \ln c.$$

Conjeturemos la siguiente estructura de la función de valor:

$$V(a) = A + B \ln a$$

1. ¿Cuáles son las variables de control y estado?
2. Encuentre la ecuación de Euler e interpretelas.
3. Muestre que la estructura propuesta para la función de valor del agente es la correcta.
4. Encuentre los valores de A y B
5. Encuentre las policy function de a' y c e interpretelas.