Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Economía y Administración
Instituto de Economía
Profesor: Alexandre Janiak

Teoría Macroeconómica I - EAE320B

Leonardo Montoya (lalms@uc.cl) - Ignacio Rojas (irojasking@gmail.com)

Tarea 1 - Matlab (2024-1)

Instrucciones

- Fecha de entrega: 26 de abril.
- Número de integrantes: Máximo 2 alumnos.
- Formato de entrega:
  1. Un informe en formato **pdf** con los resultados, gráficos, análisis y todo lo que considere necesario. Utilice algún editor de texto.
  2. Los archivos en formato Matlab (.m) debidamente comentados y explicados. Asegure que sus archivos compilan adecuadamente. Los códigos que no se entiendan y/o que no compilan no recibirán puntaje. Utilice funciones con el objetivo de entregar archivos eficientes.
  3. El alumno debe subir a Canvas un archivo **rar** que comprima de forma ordenada todo lo solicitado. Se recomienda orden y estructura para distribuir adecuadamente los archivos.
- Adicionales:
  1. No se aceptan retrasos.
  2. Dada la naturaleza única de cada algoritmo, es fácil notar los plagios. Evítelos.
  3. No utilice los paquetes estadísticos de Matlab.

Pregunta 1: Inversión con costos convexos y no-convexos

Supongamos que existe un planta que tiene una función de producción dada por:

$$Y_t = AK_t^{\alpha}\overline{L}^{1-\alpha} \tag{1}$$

en donde K_t denota el capital del período t, $\overline{L}$ el factor de trabajo (que está fijo y asumiremos igual a 1) y α el factor de elasticidad de producción entre los factores de producción.

Esta planta presenta una tasa de depreciación del capital δ y puede invertir I_t unidades de capital para el período siguiente. Dado lo anterior la ecuación de movimiento del capital tiene la siguiente forma:

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \tag{2}$$

El problema de la planta es cuanto debe invertir en cada período, considerando el precio de esta inversión, y los costos asociados de esta, ya que enfrenta costos a la inversión, la función de costos tiene un componente de costo fijo (este es proporsional al nivel de capital para eliminar un component de tamaño) y uno variable y cuadrático. La función de costo de esta planta corresponde a:

$$C(K_t, I_t) = \frac{\gamma}{2}\Big(\frac{I_t}{K_t}\Big)^2 K_t + FK_t \tag{3}$$

De esta forma el problema de la empresa es escoger la de inversiones para el futuro, lo que se puede representar recursivamente por:

$$V(K_t) = \max_{I_t} \mathbf{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Big(AK_t^{\alpha} - p^I I_t - FK_t - \frac{\gamma}{2}\Big(\frac{I_t}{K_t}\Big)^2 K_t\Big) \tag{4}$$

Como existe un costo de ajuste fijo a la inversión la empresa tiene que decidir si invierte o no, por lo que el problema anterior puede ser reescrito como:

$$V(K_t) = \max\{V^a(K_t), V^i(K_t)\} \tag{5}$$

donde $V^a(K_t)$ correpsonde a la *Value Function* de la empresa cuando ejerce la opción de inverir y $V^a(K_t)$ cuando no invierte. La opción de invertir se puede caracterzar como:

$$V^a(K_t) = \max_{I_t} \Big(AK_t^{\alpha} - p^I I_t - FK_t - \frac{\gamma}{2}\Big(\frac{I_t}{K_t}\Big)^2 K_t + \beta V(K_{t+1})\Big) \tag{6}$$

De forma similar podemos caracterizar la value function de la opción de no-inversión de la siguiente forma:

$$V^i(K_t) = AK_t^\alpha + \beta V(K_t(1-\delta)) \tag{7}$$

Cuadro 1: Parámetros resolución problema de las empresas

A	p^I	F	γ	β	δ	α	k^{min}	k^{max}	N^k
1.25	1	0.475	0.075	0.95	0.08	0.48	0.05	20	1000

1. Utilice los parámetros descritos en el cuadro 1 para resolver este problema utilizando el método de *Value Function Iteration*.
2. Grafique conjuntamente $V^i(K_t)$, $V^a(K_t)$ y $V(K_t)$, ponga legendas e identifique con una linea de grosor y textura diferente la value function $V(K_t)$.
3. Grafique la *policy function* para esta planta. Explique económicamente la forma de esta policy function.

Pregunta 2: δ estocástico

En esta sección el problema de la firma cambia marginalmente. En esta oportunidad el capital se deprecia de forma estocástica, pero esto no añade una variable de estado extra, sino que debido al timing de la depreciación esto solo afecta en la forma en la que se generan las expectativas de la empresa. Especificamente la ecuación de evolución del capital sigue la forma de:

$$K_{t+1} = \mathbf{E}_t(1-\delta_{t+1})K_t + I_t \tag{8}$$

En particular asumiremos que δ puede tomar 2 niveles diferentes, uno bajo ($\delta = 0{,}08$) y uno alto ($\delta = 0{,}25$); con probabilidad 0.7 y 0.3, respectivamente.

De esta forma el problema de la firma se puede expresar de la siguiente forma:

$$V(K_t) = \text{máx}\{V^a(K_t), V^i(K_t)\} \tag{9}$$

en donde,

$$V^a(K_t) = \max_{I_t}\left(AK_t^\alpha - p^I I_t - FK_t - \frac{\gamma}{2}\left(\frac{I_t}{K_t}\right)^2 K_t + \beta V(\mathbf{E_t}(K_{t+1}))\right) \tag{10}$$

$$V^a(K_t) = \max_{I_t}\left(AK_t^\alpha - p^I I_t - FK_t - \frac{\gamma}{2}\left(\frac{I_t}{K_t}\right)^2 K_t + \beta V(\mathbf{E_t}(K_{t+1}))\right) \tag{11}$$

$$V^i(K_t) = AK_t^\alpha + \beta V(K_t\mathbf{E_t}(1-\delta_{t+1})) \tag{12}$$

1. Considerando la misma parametrización de la pregunta anterior, y las probabilidades antes descritas, resuelva el problema de la empresa utilizando el método de *Value Function Iteration*.

2. Obtenga y grafique la policy function de este problema (es solo una función, ya que solo existe la variable estado del capital). Explique económicamente como deberia ser la policy function si las probabilidades fueran $\delta^{bajo} = 0{,}01$ y $\delta^{alto} = 0{,}99$ y si las probabilidades fueran $\delta^{bajo} = 0{,}99$ y $\delta^{alto} = 0{,}01$.

3. Grafique la función de $K_{t+1}(K_t)$ para el escenario en el que la depreciación ha sido bajo y para cuando ha sido alta. Agregue la linea de $K_{t+1} = k_t$.

4. Realice una simulación de 1000 pasos para esta empresa, comenzando desde un capital inicial de $K_0 = 0{,}05$. Explique intuitivamente el comportamiento cíclico que exhibe esta serie.

Pregunta 3: Subsidios

Para esta pregunta asumieremos que existe un continuo de idénticas firmas a que en cada momento del tiempo le puede tocar la depreciación alta o baja. Bajo este contexto va a existir una distribución de largo plazo (ergódica). Para obtener esta distribución necesita repetir el ejercicio de la sección 2.4 y solo guardar el último paso n veces.

1. Obtenga la distribución ergódica de este problema simulando 10000 veces el problema de la sección 2.4, grafique la distribución de largo plazo, en donde el eje y muestre el porcentaje del histograma y la densidad (ksdensity). Para el gráfico de historma utilice 125 bins.

2. Ahora supongamos que existe un gobierno central el que propone incorporar un subsidio para las empresas a las que les toque un nivel de depreciación alto. Como no quiere generar deuda extra propone cobrar un impuesto a aquellas firmas que obtengan una depreciación baja. Considere que la tasa impositiva es de $\tau = 5\,\%$. Por lo que su tasa de depreciación efectiva será de $1 - \delta^{bajo} - \tau$. Por otro lado aquellas empresas con tasa de depreciación alta recibirán una compensación de $\tau\frac{7}{3}$, enfrentando una tasa de depreciación de $1 - \delta^{alto} + \tau\frac{7}{3}$. Grafique la policy function de la inversión, comparela con la obtenida en la sección 2. Luego, repita el ejercicio de la sección 3.1, qué es lo que pasa con la distribución? Intuitivamente, a qué se debe este fenomeno?