Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Instituto de Economía
Teoría Macroeconómica 1, EAE320B-1.

Seguimiento 10.

Oscar Herrera
Primer Semestre de 2024.

Parte 1.

Pregunta 1.

Se usan condiciones de transversalidad para asegurar encontrar soluciones. Tomemos las condiciones de primer orden del problema.

$$\mu_j = \frac{\partial C(I_o, I_n K_o, K_n)}{\partial I_j}$$

Sabemos que $\partial C(I_o, I_n K_o, K_n)/\partial I_j$ es creciente y pasa por el origen. Entoces sabemos que la inversa de $\partial C(I_o, I_n K_o, K_n)/\partial I_j \equiv g_j(I_j)$ también es creciente. Por lo tanto, $I_j = g_j(\mu_j)$ es creciente en μ_j.

En la ayudantía obtuvimos:

$$\mu_j = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\delta_j)^{i-1}\beta^i \left[\frac{\partial F(K_{ot+i}, K_{nt+i})}{\partial K_{jt+i}} - \frac{\partial \mathcal{C}(I_{ot+i}, I_{nt+i}, K_{ot+i}, K_{nt+i})}{\partial K_{jt+i}}\right] + \lim_{T\to\infty}(1-\delta_j)^T\beta^T\mu_{jT} \tag{1}$$

De encontrar un caso en el que la expresión para μ_j, dada por (1), explote, entonces la inversión también explotará y no estará definida en la expresión $I_j = g_j(\mu_j)$.

La expresión (8) del enunciado conlleva de que se cumple la condición de transversalidad del método "grilla endógena". Esto nos aseguraría encontrar una solución que converge aplicando este método, y si encontramos una solución para I_j bajo este método, μ_j posee solución convergente. Tomando en cosnideración la expresión (1), lo anterior nos lleva a que se cumple lo siguiente:

$$\lim_{T\to\infty}(1-\delta_j)^T\beta^T\mu_{jT} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{C}(I_{ot}, I_{nt}, K_{ot}, K_{nt})}{\partial I_{jt}} = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\delta_j)^{i-1}\beta^i \left[\frac{\partial F(K_{ot+i}, K_{nt+i})}{\partial K_{jt+i}} - \frac{\partial \mathcal{C}(I_{ot+i}, I_{nt+i}, K_{ot+i}, K_{nt+i})}{\partial K_{jt+i}}\right]$$

Pregunta 2.

La combinación de las condiciones de primer orden del problema generan el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\beta \frac{\partial \Pi(K_o', K_n')}{\partial K_o'} = \frac{\partial C(I_o, I_n, K_o, K_n)}{\partial I_o}$$

$$\beta \frac{\partial \Pi(K_o', K_n')}{\partial K_n'} = \frac{\partial C(I_o, I_n, K_o, K_n)}{\partial I_n}$$

Además, el teorema de la envolvente nos da una forma funcional para $\partial \Pi(K_o', K_n')/\partial K_j'$:

$$\frac{\partial \Pi(K_o', K_n')}{\partial K_j'} = \frac{\partial F(K_o', K_n')}{\partial K_j'} - \frac{\partial C(I_o', I_n', K_o', K_n')}{\partial K_j'} + \mu_j'(1-\delta_j)$$

Por lo tanto,

$$\beta\Big[\frac{\partial F(K_o', K_n')}{\partial K_n'} - \frac{\partial C(I_o', I_n', K_o', K_n')}{\partial K_n'} + \mu_j'(1-\delta_j)\Big] = \frac{\partial C(I_o, I_n, K_o, K_n)}{\partial I_n}$$

Resolviendo, se obtiene:

$$\frac{1}{1+\rho}\Big(\frac{(1-\alpha)}{{K_n'}^{\alpha}} - p_n - K_o + \mu_n'(1-\delta_n)\Big) = \underbrace{\frac{(1-\alpha)}{K_n^{\alpha}}}_{>0 \text{ por } K_n \geq 0}$$

Debido a $(1-\alpha)/K_n^{\alpha} > 0$, entonces $(1-\alpha)/{K_n'}^{\alpha} - p_n - K_o + \mu_n'(1-\delta_n) > 0$.

Luego, desarrollando:

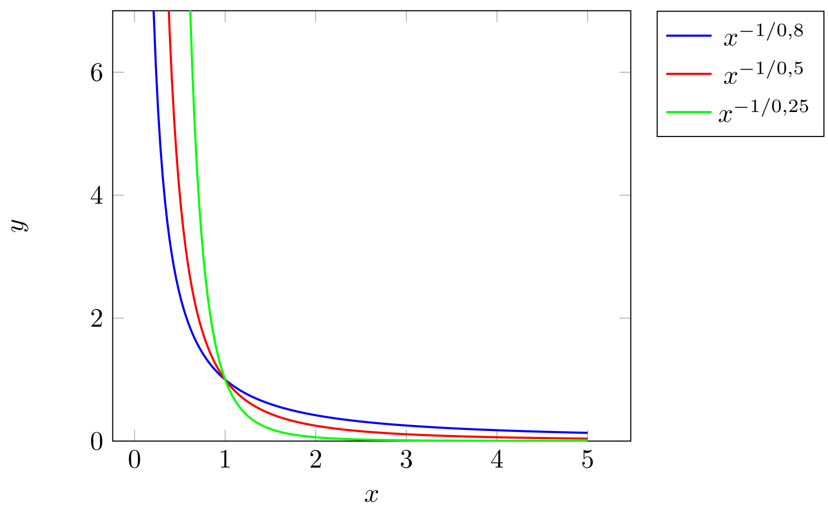
$$\underbrace{\frac{(1-\alpha)}{(1+\rho){K_n'}^{\alpha}}}_{>0 \text{ por} K_n \ \geq 0} = \underbrace{\frac{(1-\alpha)}{K_n^{\alpha}} - \frac{1}{1+\rho}[p_n + K_o - \mu_n'(1-\delta_n)]}_{>0 \text{ por el lado izquierdo de la ecuación}}$$

Luego, despejando K_n':

$$K_n' = \left[\frac{(1+\rho)}{(1-\alpha)}\left(\frac{(1-\alpha)}{(1+\rho){K_n}^{\alpha}} - \frac{1}{1+\rho}[p_n + K_o - \mu_n'(1-\delta_n)]\right)\right]^{-\frac{1}{\alpha}}$$

Podemos ver que K_n' depende de K_n y K_o, y asumiendo que los multiplicadores μ_{jt} no divergen, entonces la solución de K_n' es cerrada.

Notar que K_n' es decreciente para distintos parámetros de α.



con $x = \frac{(1-\alpha)}{(1+\rho){K_n}^{\alpha}} - \frac{1}{1+\rho}[p_n + K_o - \mu_n'(1-\delta_n)]$.

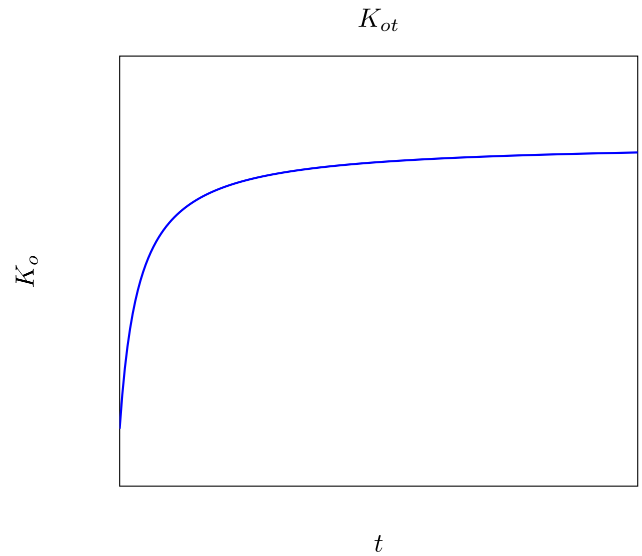
A medida que K_o crece, K_n' crece:

$$K_n' \uparrow = \underbrace{\left[\frac{(1+\rho)}{(1-\alpha)}\left(\frac{(1-\alpha)}{(1+\rho){K_n}^{\alpha}} \underbrace{- \frac{1}{1+\rho}[p_n + K_o \uparrow - \mu_n'(1-\delta_n)]}_{\downarrow}\right)\right]^{-\frac{1}{\alpha}}}_{\uparrow \text{ infiriendo a través del gráfico con exponentes negativos}}$$

Esto genera un aumento en K_n que refuerza el aumento de K_n' y la evolución creciente a lo largo del tiempo.

$$K_n' \uparrow = \underbrace{\left[\frac{(1+\rho)}{(1-\alpha)}\left(\frac{(1-\alpha)}{\underbrace{(1+\rho)K_n \uparrow^{\alpha}}_{\downarrow}} - \frac{1}{1+\rho}[p_n + K_o - \mu_n'(1-\delta_n)]\right)\right]^{-\frac{1}{\alpha}}}_{\uparrow \text{ infiriendo a través del gráfico con exponentes negativos}}$$

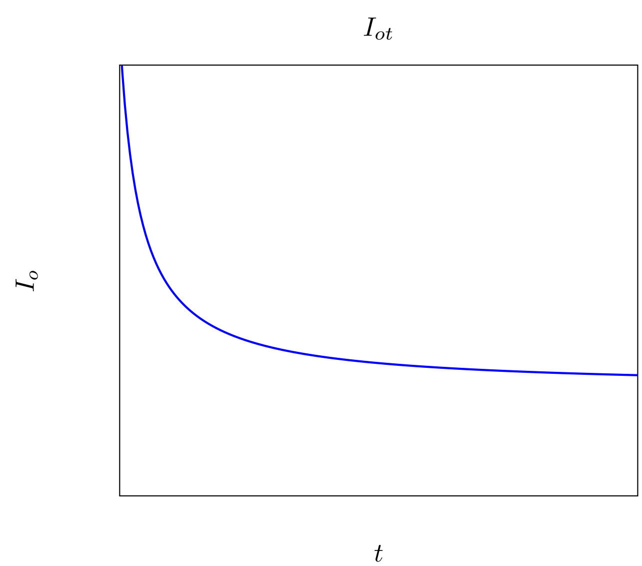
Por lo tanto, **asumiendo estabilidad del estado estacionario**, la trayectoria de K_{nt} es similar a la de K_{ot}.



Considerando la ley del movimiento del capital:

$$K_n' - K_n + \delta_n K_n = I_n$$

Para un δ_n dado, I_n alcanzará un nivel de estado estacionar $\delta_n K_n^{ss} > 0$. Como se observar gráficamente, K_{nt} crece y la diferencia de capitlales en el tiempo $\Delta K_{o,t}$ es cada vez menor. Esto implica que la inversión I_{nt} será positiva y que poseerá una tendencia decreciente, pero estabilizándose en un valor positivo.



Económicamente, la firma posee un nivel de capital óptimo dado por el de estado estacionario. Debido que posee costos de ajustes que dependen positivamente de su nivel de capital, la firma hace grandes inversiones cuando su nivel capital es bajo. Luego, como el costo de ajuste es más grande cuando aumenta su nivel de capital, sigue realizando inversiones pero de forma cada vez menos agresiva. Luego, sólo hace inversiones para mantener su capital óptimo y no desviarse de este, una vez alcanzado. Así, los beneficios serán los máximos posibles a lo largo del tiempo, una vez ajustado el capital.

Parte 2.

Pregunta 1.

Falso. La parte decreciente se debe a un aumento en el ahorro, el cual compensa una disminución en la trayectoria de ingreso. Como el individuo desea suavizar consumo, debe ahorrar para evitar la perturbación brusca del consumo en el último tramo de su ciclo de vida.

Pregunta 2.

Verdadero. El modelo obtiene una autocorrelación de 73.2 %, mientras que los datos muestran una autocorrelación de 5,8 %. Por construcción, bajo el modelo de costos de ajustes se obtiene una autocorrelación alta, ya que la firma tiende a suavizar la inversión y a no realizar aumentos grandes de esta para evitar aumentos en los costos de ajuste. Como el agente dosifica la inversión para llegar a un nivel de capital deseado, la inversión tiende a ser parecida.

Sin embargo, los datos muestran una autocorrelación muy baja, sugiriendo poca convexidad en los costos de ajuste.

Pregunta 3.

Verdadero. Sin costos de ajustes, la inversión responde a las siguientes ecuaciones:

$$\mathbb{E}[F'(K')] = p(r+\delta) \tag{2}$$

$$K' = K(1-\delta) + I \Rightarrow I = K' - K(1-\delta) \tag{3}$$

Shocks en los parámetros del lado derecho de la ecuación (2) o en factores que afectan el lado izquierdo de esta hacen variar el nivel de capital deseado, lo que a su vez genera movimientos en la inversión para alcanzar el nivel deseado. Introduciendo shocks positivos y negativos relativamente frecuentes, se produce una gran variación en la inversión. Estas distorsiones y variabilidad generarían autocorrelación negativa, consistente con el resultado de -5,3 % obtenidas por Cooper y Haltiwanger.