



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN
INSTITUTO DE ECONOMÍA
PROFESOR: ALEXANDRE JANIAC

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Leonardo Montoya (lalms@uc.cl) - Ignacio Rojas (irojasking@gmail.com)

Ayudantia 3 - Consumo en 2 periodos

Suponga una economía de dos periodos con dos grupos de agentes, indexados por $i \in A, B$, que descuentan el futuro a un factor β y obtienen un flujo de utilidad $u_i(c)$ por consumir c . La utilidad total de un agente i viene dada por:

$$U_i(c_1, c_2) = u_i(c_1) + \beta u_i(c_2)$$

En el primer periodo ambos agentes reciben un ingreso y_1 constante, pero desconocen el valor de su ingreso futuro. En particular, su ingreso en el segundo periodo es una variable aleatoria y_2 distribuida normalmente con media \bar{Y} y varianza σ^2 . Suponga que los agentes pueden ahorrar o endeudarse sin restricciones a un tasa de interés r exógena y constante.

Finalmente, considere las siguientes especificaciones de utilidad:

$$u_A(c) = -(c - \alpha)^2 \quad \text{donde } \alpha > c$$
$$u_B(c) = -e^{-\alpha c} \quad \text{donde } \alpha > c$$

1. Plantee la restricción presupuestaria en cada periodo y la restricción intertemporal del agente i . Plantee el Lagrangiano asociado al problema del agente y muestre que la ecuación de Euler respectiva viene dada por:

$$u'_i(c_1) = \beta(1 + r)\mathbb{E}[u'_i(c_2)]$$

2. Entregue la intuición económica de esta condición. Muestre que un agente con un perfil de consumo consistente con *sub-ahorro* puede aumentar su utilidad ahorrando más.
3. Calcule los coeficientes absolutos de aversión al riesgo para cada uno de los agentes. Explique el concepto de ahorro precautorio. Calcule el coeficiente de prudencia para los dos agentes. Concluya para cada uno de los dos agentes si ahorrarán o no de manera precautoria.

Suponga para las siguientes preguntas que $\beta R = 1$, donde $R \equiv (1 + r)$ es la tasa de interés bruta.

4. Muestre que el ahorro óptimo para el agente A está dado por:

$$S_A^* = \frac{Y_1 - \bar{Y}}{1 + R}$$

¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatilidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

5. Muestre que la función de valor $V_A(Y_1)$ del agente A se puede escribir de la siguiente manera¹

$$V_A(Y_1) = -(1 + \beta) \left(\frac{RY_1 + \bar{Y}}{1 + R} - \alpha \right)^2 - \beta\sigma^2$$

6. Muestre que el ahorro óptimo para el agente B está dado por:²

$$S_B^* = \frac{RY_1 - \bar{Y} - \frac{\alpha}{2}\sigma^2}{1 + R}$$

¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatilidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

¹Hint. $Var[X] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$.

²Hint. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces $\mathbb{E}[e^{-\alpha X}] = e^{-\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}}$.

Seguimiento 3

En este seguimiento tiene 2 opciones para resolver, una de horizonte finito (2 periodos) como la ayudantía y otra sería una extensión de esta a horizonte infinito. Seleccione una de las dos y resuelva.

Horizonte finito

Considere un agente con la siguiente función de utilidad total:

$$U_i(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \beta \ln(c_2)$$

1. Calcule la ecuación de Euler asociado al problema. Interprete sus resultados.
2. ¿El agente es prudente? Argumente su respuesta.
3. Calcule el nivel de ahorro óptimo asociado.
4. Expresé la función de utilidad total en base a los parámetros Y_1 , Y_2 , β y R .

Horizonte infinito

Extienda el problema de la **ayudantía** a un horizonte infinito. Para ello, asuma que el agente cada periodo t tiene ingresos financieros provenientes de su ahorro en $t - 1$ (B_{t-1}) y un ingreso laboral Y_t (estocástico) que sigue un proceso Markoviano de la siguiente forma:

$$C_t + B_t = Y_t + (1 + r)B_{t-1}$$

1. Plantee la ecuación de Bellman, identificando variables de control y estado.
2. Plantee el Lagrangiano del problema descrito por la ecuación de Bellman y obtenga la ecuación de Euler empleando el teorema de la envolvente.
3. Interprete económicamente la ecuación de Euler e indique a partir de ella qué condiciones debe satisfacer la utilidad para que exista ahorro precautorio. ¿Qué papel juega la prudencia?