



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
ADMINISTRATIVAS
INSTITUTO DE ECONOMÍA
GESTIÓN Y REGULACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS,
EAE3713-1.

Tarea 3.

Oscar Herrera
Primer Semestre de 2024.

Para esta tarea se escogió la primera pregunta. A continuación, se procede a explicar el procedimiento usado del desarrollo en el archivo de Excel.

Pregunta 1.a).

Según el enfoque de Merton, podemos pensar cada empresa como una en la cual sus activos siguen un proceso browniano geométrico:

$$A_{t,i} \sim A_{0,i} e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t} + \sigma \sqrt{t} \varepsilon_i$$

Si definimos un umbral para los activos $A_{t,i} \leq DEUDA (UF)_i$ tal que al caer bajo este umbral la empresa cae en default, entonces mediante el proceso podemos calcular la probabilidad de default.

$$PD \ 1 \ a\tilde{n}o_i = P\left(\varepsilon_i \leq \underbrace{\frac{\ln(DEUDA (UF)_i / A_{0,i}) - (\mu - \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma \sqrt{t}}}_{\equiv \text{umbral } a_i}\right)$$

Conocemos $PD \ 1 \ a\tilde{n}o_i$, y podemos establecer que el shock que cada empresa sufre posee un componente sistemático y otro idiosincrático:

$$\varepsilon_i = a_i \equiv \sqrt{\rho_i} Y + \sqrt{1 - \rho_i} \epsilon_i$$

con $Y, \epsilon_i \sim \phi(0, 1)$.

Luego, conociendo $PD \ 1 \ a\tilde{n}o_i$ podemos despejar $\text{umbral } a_i$. Con esto, simular a_i para cada empresa y ver si supera o no aquel umbral, es equivalente a usar el enfoque de Merton mediante procesos estocásticos y ver si el

proceso de los activos cae bajo el umbral.

En la página P.1.a del archivo “Tarea 3, Oscar Herrera.xlsx” se calcula el *umbral* a_i para cada empresa i en la tabla “Umbral a_i para Default”. En esta misma hoja se simulan 10,000 veces los componentes de los shocks, y se computa el proceso del shock para los activos de la empresa bajo cada simulación. Luego, para definir las pérdidas por cada empresa se establece lo siguiente:

- Si $a_i \leq \text{umbral } a_i \Rightarrow \text{Pérdida de empresa}_i = \text{Deuda } (UF)_i \cdot LGD_i$.
- Si $a_i > \text{umbral } a_i \Rightarrow \text{Pérdida de empresa}_i = 0$.

En otras palabras, existe una distribución agregada de *Exposure at default* y *LGD*, pero **una vez que una empresa incurre en default, la pérdida de esta empresa es determinística**.

Finalmente, la pérdida de la cartera corresponde a la suma de las pérdidas de empresas individuales en cada simulación.

Pregunta 1.b).

Para esta pregunta se estableció la pérdida esperada teórica por cada empresa como:

$$\text{Pérdida Esperada}_i = PD \ 1 \ \text{año}_i \cdot \text{Deuda } (UF)_i \cdot LGD_i$$

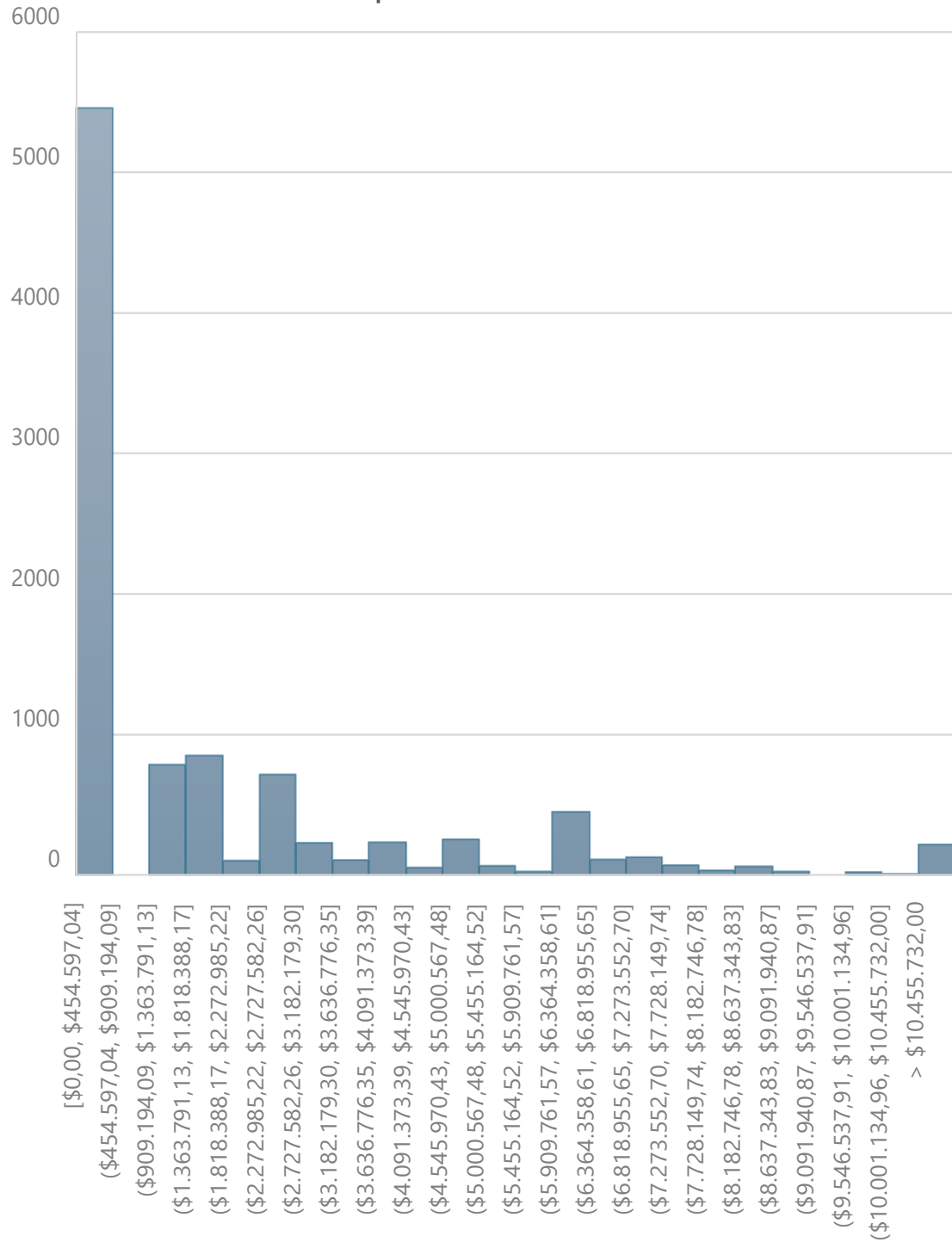
Luego, la pérdida esperada teórica de la cartera se estableció como:

$$\text{Pérdida Esperada Cartera} = \sum_{i=1}^{10} PD \ 1 \ \text{año}_i \cdot \text{Deuda } (UF)_i \cdot LGD_i$$

Como es posible notar en la página P.1.b del archivo “Tarea 3, Oscar Herrera.xlsx”, las pérdidas esperadas coinciden aproximadamente con las pérdidas teóricas, tanto como para los activos individuales, como para la cartera en su conjunto.

Por simplicidad, se gráfico la distribución de pérdidas de la cartera en términos de frecuencia. Cabe destacar que **el siguiente gráfico corresponde a 10,000 simulaciones específicas**. En el archivo .xlsx es posible obtener dinámicamente la distribución para múltiples simulaciones.

Distribución Empírica de Pérdidas de Cartera



Pregunta 1.c).

El VaR de Crédito se encontró de forma empírica encontrando el percentil que acumula el 99 % sobre la distribución de pérdidas de la cartera. El resultado se encuentra en la página P.1.c del archivo “Tarea 3, Oscar Herrera.xlsx”.

Al actualizar varias veces el archivo **se obtuvo consistentemente un VaR de Crédito de \$14.400.000 UF**. Esta estimación consistente se puede explicar por el tamaño de la muestra: 10,000 simulaciones.

Definiendo la pérdida inesperada como:

$$Pérdida\ Inesperada = VaR\ Crédito_{99} - Pérdida\ Esperada$$

usando la estimación teórica de la $Pérdida\ Esperada = \$1,825,000$, se obtiene una $Pérdida\ Inesperada$ de \$12.575.000.

Pregunta 1.d).

Para esta pregunta se establecieron distintas formas de financiar un fondo de garantía. El detalle de cada método se encuentra en la página P.1.d del archivo Excel.

El monto para que el fondo no quiebre se estableció en un equivalente **por la suma entre provisiones económicas para pérdidas esperadas y capital buffer para pérdidas inesperadas**. Es decir, **por un total equivalente a pérdidas esperadas e inesperadas de todas las empresas igual a \$14.400.000 UFs, conforme a lo calculado en la pregunta anterior**. De esta forma, se asegura que la probabilidad de quiebra del fondo sea de no más de un 1 %.

A continuación, se describen las distintas propuestas de formas de financiamiento del fondo, entendiendo la comisión como un cargo porcentual respecto a las deudas, dirigido hacia cada una de las empresas que se pretenden garantizar.

Opción 1: Comisión fija.

La primera forma de financiar el fondo corresponde a un mismo porcentaje de la deuda para todas las empresas.

Esta tasa se calculó usando la funcionalidad “Goal Seek...” de Excel. Específicamente, se buscó una tasa $\overline{ComisiónFija}$ tal que:

$$\sum_{i=1}^{10} \overline{ComisiónFija} \cdot Deuda\ (UF)_i = \$14,400,000\ UF$$

obteniendo una tasa de 18,46 %.

Bajo esta modalidad las empresas con mayor deuda financian a aquellas empresas con menor cantidad de pasivos. Asimismo, empresas con menor pérdida esperada financian a las empresas con una mayor, lo que permite no imputar costos que contribuyan a incurrir en default a empresas con mayor riesgo. Sin embargo, empresas de menor riesgo se ven castigadas.

Opción 2: Tasa diferenciada tal que cada empresa cubra su propio VaR de Crédito.

Esta forma de financiamiento corresponde a una comisión descompuesta entre una fracción que cubre la pérdida esperada de la empresa y otra que cubre la pérdida inesperada de esta misma. Se puede comprobar en la matriz H28:K38 que la fracción que cubre la pérdida esperada corresponde a la probabilidad de default de cada compañía multiplicada por su *LGD*.

Por otro lado, usando el percentil 99 % de las estadísticas calculadas sobre la distribución de pérdidas de cada compañía, se pudo computar la *Pérdida Inesperada* de cada compañía. Sin embargo, por la naturaleza determinística de la pérdida individual dado un default y la ausencia de diversificación, la pérdida inesperada por compañía corresponde a un cargo bastante alto.

Los resultados de cada comisión a cobrar son los siguientes:

Cargos variables (Matriz H41:I51).

Empresa	Comisión total
1	60,00 %
2	50,00 %
3	50,00 %
4	50,00 %
5	50,00 %
6	40,00 %
7	40,00 %
8	40,00 %
9	40,00 %
10	40,00 %

Se puede comprobar que la comisión corresponde al *LGD* de cada compañía. Este enfoque genera un exceso de garantías por $\$35,575,000 - \$14,400,000 = \$21,175,000$ *UFs* por sobre lo que se requiere cubrir por ignorar la diversificación. Además, genera comisiones demasiado altas.

Opción 3: Tasa diferenciada tal que cada empresa cubra su Pérdida Esperada y un proporcional a la Pérdida Inesperada del fondo.

Esta forma de financiamiento consiste en la misma fracción para cubrir la Pérdida Esperada que la pregunta anterior, pero además con un cobro adicional tal que:

$$Comisión\ para\ Pérdida\ Inesperada_i = \frac{\omega_i \cdot Pérdida\ Inesperada\ de\ Cartera}{Deuda\ UF_i}$$

$$\&$$

$$\sum_{i=1}^{10} Comisión\ para\ Pérdida\ Inesperada_i = \$14,400,000\ UF$$

donde $\omega_i = Deuda\ UF_i / (\sum_{i=1}^{10} Deuda\ UF_i)$.

Al realizar el cálculo se obtuvo que la comisión para cubrir pérdidas inesperadas de cartera es de 16,12 % y es igual para todas las compañías.

Finalmente, las comisiones totales imputables a cada compañía son las siguientes:

Cargos variables (Matriz H70 : I80).

Empresa	Comisión total
1	20,92 %
2	19,12 %
3	18,12 %
4	17,12 %
5	17,12 %
6	20,92 %
7	20,12 %
8	20,52 %
9	19,72 %
10	18,12 %

Este enfoque conduce a tasas más razonables, más equitativas al comparar entre compañías y a una recaudación equivalente a lo justo y necesario.

Adicionalmente, este método es recomendable ya que permite aprovechar los beneficios de la diversificación.