

Ознаки подільності

Визначення: Простими називаються числа, які діляться націло лише на самих себе та на одиницю. Усі інші числа називають *складеними*. Число 1 при цьому не вважається ані простим, ані складеним.

№1. Наведіть 4 приклади простих чисел та 3 приклади складених.

Не важко помітити, що складені числа можна представити як добуток простих, наприклад $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. Справді, справедливою є наступна теорема, що дістала назву основної теореми арифметики:

Теорема: Будь-яке число можна розкласти, причому єдиним чином, на прості множники.

Таке розкладання називається *факторизацією* числа і відіграє важливу роль у теорії чисел, криптографії, теорії алгоритмів та багатьох інших сучасних сферах науки та технологій.

№2. Розкладіть на прості множники числа 92, 360, 378 та 153.

Доволі просто факторизувати відносно невеликі числа, часто це можна швидко зробити навіть в умі. Однак для великих чисел використовуватимемо ознаки подільності.

Ознаки подільності на 2, 5 і 10 є доволі простими і знайомі багатьом ще з молодших класів.

Теорема (Ознака подільності на 2): Число ділиться на 2 тоді і тільки тоді, коли останньою його цифрою є 0, 2, 4, 6 або 8.

Теорема (Ознака подільності на 5): Число ділиться на 5 тоді і тільки тоді, коли останньою його цифрою є 0 або 5.

Теорема (Ознака подільності на 10): Число ділиться на 10 тоді і тільки тоді, коли останньою його цифрою є 0.

Зверніть увагу на різницю двох термінів – *цифри* та *числа*. Цифри – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 та 9 – є просто символами для запису чисел, як літери є просто символами для запису слів. Ця різниця відіграє важливу роль у наступних двох теоремах.

Теорема (Ознака подільності на 3): Число ділиться на 3 тоді і тільки тоді, коли сума його цифр ділиться на 3.

Теорема (Ознака подільності на 9): Число ділиться на 9 тоді і тільки тоді, коли сума його цифр ділиться на 9.

З ознак подільності на 2 та на 3 очевидним чином випливає наступне твердження.

Теорема (Ознака подільності на 6): Число ділиться на 6 тоді і тільки тоді, коли воно закінчується на 0, 2, 4, 6 або 8 і сума його цифр ділиться на 3.

№3. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 2185^* , щоби отримане число ділилося націло на 3, але не ділилося на 2?

№4. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 347^* , щоби отримане число ділилося націло на 6?

№7. Замість зірочок поставте такі цифри, щоби число $*74^*$ ділилося націло на 18. Знайдіть усі можливі розв'язки.

№8. Замість зірочок поставте такі цифри, щоби число $3*4^*$ ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.

№9. Знайдіть найбільше двоцифрове число x , при якому значення виразу $x - 74$ ділиться націло на 5.