

HÁROM DIMENZIÓS FORGATÁS X,Y,Z TENGELYEK KÖRÜL ÉS ADOTT VEKTOR KÖRÜL

Jegyzőkönyvet készítette: Németh Olivér Bendegúz

A program célja:

A feladat azért jött létre, hogy segítsen begyakorolni a c++ programozás alapjait és személyfejlődésemet szolgálja. A program a fizikai terünk leírásában nagy szerepet betöltő geometriai transzformáció a forgatás valósítja meg. A forgatásra kétféle képen lehet tekinteni, ez csak ízlés kérdése. Az egyik, hogy elképzelünk a térben egy pontot és azt rögzítve tartva a terünk 3 dimenziós koordináta-rendszerét egy másik koordináta-rendszerbe vesszük át. A másik elgondolás az, hogy a 3 dimenziós koordináta-rendszert tartjuk meg és abban "visszük el" a pontunkat máshova. Ha tetszőlegesen akarunk mozgatni a terünkben, akkor ezt a 3 dimenziós forgatásokkal tehetjük meg.

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

X tengely körüli tetszőleges szöggel való elforgatás mátrixa

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Y tengely körüli tetszőleges szöggel való elforgatás mátrixa

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Z tengely körüli tetszőleges szöggel való elforgatás mátrixa

A program leírása:

A forgatások mátrixokkal valósíthatók meg matematikailag. Ilyen objektumokra fel kell készíteni a fordítónkat hiszen nem alapértelmezett objektumok a c++-ban a mátrixok. A mátrixok használatához definiáltam egy osztályt ami tud velük dolgozni és műveletet végezni rajtuk vagy velük. A legegyszerűbb összeadás, kivonás műveleteken keresztül egészen a mátrixszorzásig ami egy nem triviális művelet. Miután

ezket a műveleteket képes elvégezni az osztály csak definiálni kell a három tengely körül elfogató mátrixot, hogy pontosan hogy is nézzen ki. Utána megszorozva egy vektort egy ilyen mátrixsal a mátrixszorzás alapján azt el fogja forgatni a megfelelő módon.

Az általános forgatás mégannyira sem triviális, mint az egy tengely körüli forgatások, de szerencsére két módszer is akad ennek végrehajtására. Az egyik módszer, hogy az egyes tengelyek körüli forgatások mátrixait összeszorozva, megkapjuk azt a mátrixot, ami az általános forgatást tudja végrehajtani.

A másik módszert "Rodrigues rotation formula" adja meg. A "Rodrigues rotation formula" egy tetszőleges szöggel tud elforgatni egy vektor körül.

A "Rodrigues rotation formula" egy mátrix egyenlet.

$$\mathbf{I} + (\sin \varphi) \mathbf{W} + \left(2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right) \mathbf{W}^2$$

Ebben az egyenletben a következő mátrixot kell használni.

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{pmatrix}$$

Ennek a mátrixnak az elemei az adott 3 dimenziós vektor egyes elemei.

$$\hat{\mathbf{u}} = \langle u_x, u_y, u_z \rangle$$

I-vel az identitás mátrixot jelöli az egyenlet.

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Diszkusszió

A kitűzött célok jelentős részét sikerült elérni. A programom nem működik hibátlanul és biztos vagy benne, hogy még szofisztikáltabban meglehet írni egy ilyen programot. Mindenesetre az biztos, hogy sokat tanultam és fejlődtem a projekt során.