

Übungsblatt 11

Dr. Marina Haller und Prof. Dr. Carolin Strobl

Aufgabe 1 Stellen Sie sich vor, sie möchten testen, ob Mädchen im Mittel besser lesen können als Jungen.

- Formulieren Sie dazu eine Null- und Alternativhypothese
- Was versteht man unter Fehler 1. Art (α -Fehler) und 2. Art (β -Fehler)?
- Können Sie die beiden Fehlerarten inhaltlich anhand dieser Untersuchung erklären?

Aufgabe 2 Bei einer Untersuchung wurde das Alter von einer Stichprobe von 9 Personen erfasst:

Alter	22	37	60	48	25	53	41	38	18
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

1. Berechnen Sie aus den Daten den Mittelwert und die Stichprobenvarianz des Alters.
2. Für welche unbekannten Werte sind dies die Schätzer?
3. Berechnen Sie auch den plug-in Schätzer für den Standardfehler des Mittelwerts. Was ist seine Bedeutung?

Aufgabe 3 Allgemein wird angenommen, dass Studierende (unabhängig vom Studiengang) ihrem Studium pro Tag durchschnittlich 4.5 Stunden widmen. Aus einer umfangreichen Untersuchung in der Vergangenheit liegt eine Schätzung über die Populationsvarianz der Stundenzahl vor, die einen Wert von 2.0 aufweist. (Diesen Wert verwenden wir, als sei das die wahre Varianz in der Grundgesamtheit σ^2 .)

Zur Ermittlung aktueller Zahlen werden an vier verschiedenen Universitäten einfache Zufallsstichproben mit unterschiedlichem Stichprobenumfang gezogen.

Die Fallzahlen in den vier Stichproben betragen $n_1 = 25$, $n_2 = 50$, $n_3 = 100$ und $n_4 = 1000$. Die Stichprobenmittelwerte lauten: $\bar{x}_1 = 3.8$, $\bar{x}_2 = 4.9$, $\bar{x}_3 = 4.6$ und $\bar{x}_4 = 4.5$.

1. In welcher der vier Stichproben ist der Standardfehler am grössten, in welcher am geringsten? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Berechnen Sie die Standardfehler für jede Stichprobe.
3. Wie unterscheiden sich Konfidenzintervalle für die unterschiedlich grossen Stichproben?
4. Berechnen Sie für jede Stichprobe ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsgrad 95%.

Aufgabe 4 Ein Merkmal sei normalverteilt. Wir nehmen an, die Streuung in der Population sei bekannt mit $\sigma = 10$. Sie ziehen eine Stichprobe von 100 Personen. Aus den Merkmalswerten in der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert von $\bar{x} = 85$.

1. Berechnen Sie den Standardfehler des Mittelwertes.
2. Berechnen Sie Konfidenzintervalle für den Mittelwert zu einem Sicherheitsgrad $1 - \alpha$ von: 50%, 90%, 95% und 99%.
3. Bestimmen Sie den Standardfehler des Mittelwertes nun auch für Stichproben der Grösse: $n = 4$ und $n = 25$.
4. Wovon hängt die Breite des Konfidenzintervalls ab?