

ACT-2011
Hiver 2021

Chapitre 1

Introduction aux produits dérivés et finance comportementale

Thomas Landry, M.Sc., ASA, AICA
École d'actuariat, Université Laval

**La propriété intellectuelle des notes de ce cours est grandement partagée avec Claire Bilodeau, ainsi qu'avec Frédéric Godin et Mathieu Corriveau-La Grenade, qui ont tous dispensé le cours ACT-2011 ou son ancienne mouture, ACT-3108, à un certain moment par le passé.*

Préface

De nombreux phénomènes ont affecté le monde de la finance depuis les dernières décennies. On note entre autres les avancées technologiques dans le traitement de l'information, la mondialisation et la déréglementation qui permettent aujourd'hui d'observer des quantités de transactions financières en constante augmentation, ce qui implique autant des produits financiers et des commodités plus « classiques » (actions, obligations, métaux précieux, pétrole, etc) que des produits dérivés de plus en plus complexes. Une majeure partie du cours traite de ces produits dérivés et de leurs nombreuses utilités et caractéristiques, ainsi que de nombreuses applications qui touchent le milieu de l'actuariat et de la gestion des risques financiers.

1.1. Définition d'un produit dérivé

Un produit dérivé est techniquement un titre financier dont la valeur est déterminée par un actif sous-jacent (et plus spécifiquement l'évolution de la valeur de l'actif sous-jacent). Le produit dérivé est ainsi une forme de **contrat entre deux partis qui fixe des flux financiers futurs fondés sur ceux de l'actif sous-jacent**. Des exemples de produits dérivés impliquent entre autres des **options d'achat, des options de vente, des contrats forwards (contrat à terme), des futures** ainsi que des options sur des options.

Le niveau de complexité de certains produits dérivés et de certains types d'option est relativement élevé et les types d'actifs sous-jacents sont nombreux. La majorité du temps, ces actifs sont de type financier (prix d'une action, taux d'intérêt, prix d'une commodité, d'une marchandise, etc), mais il existe une vaste panoplie d'actifs et de statistiques sur lesquels ces produits et ces options peuvent se baser.

1.2. Survol des marchés financiers

Les produits dérivés (généralement appelés *derivative securities* ou simplement *derivatives* en anglais) sont fréquemment créés et transigés sur les marchés financiers.

1.2.1. Les étapes d'une transaction

Au sens général, pour un produit financier quelconque, on définira 4 étapes pour établir une transaction :

1. L'acheteur et le vendeur se trouvent. Cette étape est généralement facilitée par la bourse (*exchange*) qui régleme plusieurs types de transactions.
2. Les obligations de chaque parti (acheteur/vendeur) sont définies, soit le prix à payer pour l'acheteur, le produit que doit livrer le vendeur, et les conditions supplémentaires que chacun doit respecter dans certains cas. Si la transaction est effectuée sur une bourse (transaction standard), alors un intermédiaire s'assurera du bon déroulement de la transaction. Cet intermédiaire s'appelle « *clearinghouse* ». Cette étape implique parfois des dépôts de garantie pour chacun des partis. Le concept d'intermédiaire entre les deux partis s'appelle novation, qui implique que l'intermédiaire se substitue au vendeur aux yeux de l'acheteur et se substitue à l'acheteur aux yeux du vendeur.
3. La transaction a lieu, et les obligations sont remplies par chaque parti
4. Les registres de propriété sont mis à jour

Dans certains cas, les transactions ont lieu de gré-à-gré (*over the counter*) sans l'intervention d'un intermédiaire ou encore sans que le tout n'ait lieu à la bourse. Différentes raisons peuvent expliquer cela, notamment :

- Faciliter des transactions de grand volume sans frais et sans intervention externe, directement en contact avec l'autre parti
- Permet des transactions moins standards, moins communes, qui ne sont pas nécessairement disponibles sur certaines bourses, sur certains marchés financiers
- Permet de combiner plusieurs transactions, plusieurs actifs différents dans une seule et unique transaction

1.2.2. Mesures fréquemment utilisées

Différentes mesures permettent de suivre la taille et le niveau d'activité de la bourse et/ou d'un marché spécifique :

- Le **volume des transactions** (*trading volume*), soit le nombre de titres qui sont transigés pendant une période donnée.
- La **valeur marchande** (*market value*) qui représente la valeur d'une action, ou encore la valeur d'une compagnie à la bourse (nombre d'actions multiplié par la valeur marchande de l'action de la compagnie), ou encore la valeur d'un indice boursier qui regroupe plusieurs compagnies d'un certain secteur ensembles, etc. On peut également comptabiliser la valeur marchande d'une bourse ou d'un secteur d'activité en entier et en suivre l'évolution dans le temps.
- **Valeur notionnelle** (*notional value*) qui représente la valeur sur laquelle on basera la ou les transaction(s) liée(s) à un produit dérivé (qui est lui-même lié à un actif sous-jacent quelconque).
- **Positions ouvertes** (*open interest*), qui représente la quantité de contrats qui ne sont pas encore arrivés à leur échéance (le nombre de contrats de produits dérivés encore en vigueur). Il s'agit d'une mesure sur la taille du marché des produits dérivés

1.2.3. Taille des marchés financiers

Tous les pays développés ont au moins un marché (*market*) dans lequel se transigent différents titres financiers, majoritairement des actions, des obligations, des produits dérivés, etc. En anglais, on parle de « *securities exchanges* » pour référer à ces marchés et à ces nombreux titres qui sont transigés à la bourse (marché pour les actions) ou par le biais de courtiers (fréquent pour transiger des obligations). En 2011, la capitalisation boursière des 6 plus gros marchés boursiers de la planète avoisinait les 27 000 milliards (27 billions) de dollars américains.

1.2.4. Un peu d'histoire : le marché des produits dérivés « modernes » et le standard de l'or (*gold standard*)

Le marché dit « moderne » des produits dérivés a commencé au début des années 1970, dans un premier temps avec le marché des devises qui a connu une grande hausse de volatilité suite à une dérèglementation et à l'abandon du standard de l'or (*gold standard*). Ce standard datait du 19^{ème} siècle et impliquait que toute devise, tout billet représentant une valeur monétaire pour un état souverain avait un équivalent en once d'or (en 1861, un peu plus de 20\$ par once d'or aux États-Unis). Ainsi, pour chaque 20\$ en circulation aux États-Unis en 1861, l'état devait avoir une once d'or conservée quelque part...

La *Federal Reserve*, souvent appelée *FED*, avait été créée en 1913 pour stabiliser et contrôler la valeur de l'or et de la devise américaine (dollar américain). À peine quelques mois plus tard, la 1^{ère} guerre mondiale éclatait et des pays européens ont dû en quelque sorte suspendre le standard d'or pour imprimer de l'argent pour payer leur armée (militaires, équipement, etc), ce qui créa de l'hyperinflation et des problèmes économiques dans plusieurs pays (qui sont ultimement retournés au standard d'or avec quelques modifications par la suite).

Dans les années 1970, la quantité d'or dans les coffres du gouvernement américain s'établissait à près de 20 milliards de dollars. L'économie incitait de plus en plus à l'importation de biens qui devaient être payés en dollars américains. Ainsi, plus de 45 milliards de dollars américains étaient détenus par des entités étrangères, ce qui dépassait largement la valeur officielle de l'or détenue par le gouvernement américain. Sous la politique économique du président Richard Nixon et un environnement de stagflation (faible croissance économique, chômage élevé et haute inflation), le standard de l'or n'était plus possible et a officiellement pris fin le 15 août 1971. À ce moment, Nixon a interdit à la Fed d'échanger de l'or contre des dollars américains, ce qui rendait caduque le standard en question, bien que l'or possède encore un cours, une valeur marchande officielle qui dépend dorénavant du libre marché.

C'est ainsi que les devises de plusieurs pays ne suivaient plus le même standard et que les taux de change entre ces devises ont commencé à grandement fluctuer (p.7 DM). Le Chicago Mercantile Exchange (CME) fut le premier marché à transiger des produits dérivés sur des taux de change pour permettre à différents investisseurs d'atténuer ou de spéculer sur le risque de devise.

1.3. Rôle des marchés financiers

1.3.1. Partage du risque

Les marchés financiers répondent à différents besoins, dont le **partage du risque**. En émettant des actions (capitaux propres) ou en émettant des obligations (dette), une compagnie partage le risque de ses projets avec des actionnaires et des créanciers, qui en contrepartie partagent également une partie des profits potentiels de la compagnie à différents degrés. Les produits dérivés qui découlent de ces actions, de ces obligations ou d'autres actifs sous-jacents jouent des rôles semblables. Au niveau de l'assurance, tout

individu qui s'assure auprès d'un assureur entre dans un engrenage dont les ramifications peuvent devenir fort complexes :

L'individu s'assure → l'assureur se réassure → l'assureur émet des obligations et/ou des actions et le réassureur émet des obligations « catastrophe »

Il en va de même pour un individu qui contracte un prêt auprès d'une institution financière :

L'individu contracte un prêt → l'institution financière émet des obligations → ces obligations sont reprises par des agences et remodelées en différents produits dérivés de complexité variable (Mortgage Backed Securities, MBS)

À noter que ce dernier point (MBS) est en grande partie la cause de la crise financière de 2008 (subprime mortgage crisis).

1.3.2. Diversification du risque

Le partage du risque est possible lorsque ce dernier est **diversifiable**.

En théorie, quand le risque est **diversifiable**, il est possible de le diluer suffisamment de façon à ce qu'il devienne virtuellement nul pour chaque parti initialement individuellement exposé au risque. Pour les risques **non-diversifiables** (ou partiellement diversifiables), les produits dérivés permettront de le **transférer** à qui veut bien le supporter, sans pour autant le faire disparaître. Autrement dit, si la loi des grands nombres joue un rôle dans la gestion d'un certain risque, c'est qu'il est diversifiable, et autrement, il ne l'est pas. Les marchés financiers viennent jouer un rôle important à ce niveau, pour diluer, atténuer et limiter les risques, mais également pour les transférer, les exposer à d'autres contre une rémunération potentielle.

Bref, un risque **diversifiable** est généralement associé à un événement spécifique indépendant d'autres risques (accident d'auto, incendie dans une bâtisse). La mutualisation des risques (concept de base de l'assurance) peut venir jouer un rôle pour **atténuer** et gérer ce type de risque. Un risque **non-diversifiable** ne peut être partagé de la même façon (catastrophe naturelle, feu de forêt qui détruit une ville entière, etc). Ici, certains produits dérivés, comme les obligations « catastrophe » émises par des réassureurs, viendront jouer un rôle important dans la **redistribution** de ces risques.

1.4. Utilité des produits dérivés

1.4.1. Principales utilités

On notera quatre raisons d'être principales pour des produits dérivés.

- **Gestion des risques** (risk management). Le produit dérivé permet ainsi de transmettre le risque ou une partie du risque à une tierce partie dans le but d'y être moins exposé. Le fait d'éliminer ou d'atténuer un risque est associé à du *hedging*.
- **Spéculation**. À l'opposé de la gestion des risques, on cherchera parfois à s'exposer davantage à un risque spécifique ou à un ensemble de risques.
- **Réduction des frais de transaction**. Les transactions entraînent des frais, et il est parfois possible de recréer les mêmes flux monétaires avec certains types de produits dérivés en évitant ces frais.
- **Arbitrage réglementaire** (regulatory arbitrage). À cause du traitement fiscal (taxation sur le gain en capital lors de la vente d'une action, par exemple) ou encore des avantages liés au droit d'appropriation (droit de vote lié à la possession d'une action lors de l'assemblée des actionnaires), un investisseur pourrait vouloir recréer les mêmes flux monétaires que ceux associés à la vente d'une action sans la vendre pour autant, par le biais d'un produit dérivé spécifique tel une option de vente. On parle parfois de « contourner certaines lois », mais pas toujours.

1.4.2. Perspectives et parties prenantes (stakeholders) aux produits dérivés

On définira 3 types d'acteurs dans le marché des produits dérivés :

- Utilisateur (*end user*), soit celui (individu, groupe, compagnie, etc) qui achète ou vend le produit dérivé.
- Teneur de marché (*market-maker, dealer*), soit celui qui joue le rôle d'intermédiaire et qui « crée » le marché en question. Ce dernier conserve généralement une « cote » sur les transactions. On peut les comparer à des grossistes qui achètent et revendent différents produits. Le « *pricing* » des produits dérivés (évaluer la valeur d'un dérivé et son évolution dans le temps) et le *hedging* (couverture pour protéger sa position avec un actif ou un ensemble d'actifs dans un marché) concerne grandement les teneurs de marché.

- Observateur (*economic observer*), qui analyse les marchés, ce qui inclut notamment les autorités qui régularisent et légifèrent en matière de produits dérivés.

La liquidité des marchés des produits dérivés (facilité pour transiger rapidement une vaste gamme de produits) est assurée par les teneurs de marché, qui achète et vend constamment des dérivés et des produits de toutes sortes. Le *bid price* (prix auquel ils achètent des produits) et le *ask price* (prix auquel ils revendent des produits) procure un *bid-ask spread*, soit la différence entre ces deux prix, ce qui leur procure un profit.

À noter que pour le teneur de marché, le *bid price* est le prix auquel il achète un produit à un particulier, mais aux yeux de ce particulier, il s'agit du prix de vente, et donc du *ask price*. Il faut bien définir la perspective qu'on a (du point de vue de quelle partie prenante) dans ce genre de situation.

1.4.3. Ingénierie financière

Prémisse :

L'idée principale derrière les produits dérivés est qu'il existe différentes façons pour créer un tel produit. Si un contrat stipule des versements de différentes sommes d'argent dans le futur en se basant sur l'évolution d'un actif sous-jacent quelconque, il doit normalement être possible de recréer un tel contrat en achetant et en vendant d'autres produits (parfois l'actif sous-jacent en question), en presumant qu'il est également possible d'emprunter ou de placer de l'argent sans prise de risque en même temps. Ceci aide à la compréhension des produits dérivés et des risques inhérents qu'ils comportent.

Position de couverture des teneurs de marché :

C'est ainsi que les teneurs de marché protègent leurs positions (*hedging*), en vendant un produit dérivé à un particulier dans un premier temps (leur raison d'être, soit de créer un marché), puis en recréant le même contrat et les mêmes flux financiers futurs dans un deuxième temps avec l'ingénierie financière de façon à pouvoir s'acquitter de tout engagement futur en lien avec le produit dérivé vendu. On parle ici d'une position de couverture (*hedging position*).

Personnalisation des produits offerts :

Avec cette connaissance du marché des produits dérivés et de l'ingénierie financière, les teneurs de marché ont la capacité de personnaliser et d'ajuster à leur guise les produits dérivés qui seront mis en vente, selon les demandes spécifiques d'un client ou selon leur désir d'établir une certaine gamme de produits pour développer un nouveau marché.

L'arbitrage réglementaire :

Avec la prémisse précédente, il devient clair qu'il est parfois difficile voire impossible d'empêcher l'arbitrage réglementaire, puisqu'il existe souvent plusieurs façons pour recréer un produit dérivé en se soumettant à des règlements ou des lois différentes.

1.5. Achat et vente à découvert d'actifs financiers

1.5.1. Coûts de transaction et *bid-ask spread* (écart acheteur-vendeur)

Transiger sur les marchés financiers implique des frais. Un teneur de marché recevra une commission pour chaque transaction, qui est souvent indépendant du volume de la transaction. On peut définir la commission comme une forme de frais fixes.

Ensuite, le *bid-ask spread* mentionné précédemment implique une forme de frais variable qui dépendra du volume de la transaction. Du point de vue du teneur de marché, qui achète à un prix bas et vend à un prix élevé, il s'agit d'un profit, mais du côté des utilisateurs (*end users*) du marché, il s'agit d'un frais supplémentaire.

Exemple (p.15 DM) : un teneur de marché définit un *bid price* à 49,75\$ et un *ask price* à 50\$ pour un actif quelconque, avec une commission de 15\$ par transaction. Il trouve un particulier qui est prêt à vendre 100 parts de l'actif et un autre qui est prêt à acheter 100 parts de l'actif.

Dans un premier temps, l'acheteur payera $\underbrace{50}_{\text{Ask price}} * \underbrace{100}_{\text{Nbre de parts}} + \underbrace{15}_{\text{Commission}} = 5015\$$

Ensuite, le vendeur donne au teneur de marché ses parts et reçoit :

$$\underbrace{49,75}_{\text{Bid price}} * \underbrace{100}_{\text{Nbre de parts}} - \underbrace{15}_{\text{Commission}} = 4960\$$$

Le teneur au livre fait un gain de 55\$ dans la transaction.

1.5.2. Acheter, vendre, position longue et position courte

On définit quelques éléments de terminologie en lien avec l'achat et la vente d'actifs.

- Ordre au cours du marché (*market order*) : précise la quantité, le nombre de parts de l'actif visé à acheter ou à vendre au prix correspondant sur le marché au moment où l'ordre est passé.
- Ordre à cours limité (*limit order*) : précise la quantité, le nombre de parts de l'actif visé à acheter ou à vendre dans une tranche spécifique de prix. Tant que le prix d'achat ne sera pas atteint (ou plus bas), ou tant que le prix de vente ne sera pas atteint (ou plus haut), aucune transaction n'aura lieu.
- Ordre de vente « stop » (*stop loss*) : précise un prix en-dessous duquel on vendra automatiquement un actif ou une part d'un actif (ou un regroupement d'actifs ou de parts d'un même actif) au prix de vente du marché.
- Position longue (*long*) : se dit d'un particulier qui possède un actif (nombre positif d'unités possédées par rapport à avant la transaction) ou qui entre dans un contrat, un produit dérivé qui lui permettra de se le procurer à une date de livraison future.
- Position courte (*short*) : se dit d'un particulier qui a vendu un actif (nombre négatif d'unités possédées par rapport à avant la transaction) ou qui entre dans un contrat, un produit dérivé qui lui permettra de le vendre à une date de livraison future.

Un produit dérivé impliquant une position longue pour un particulier implique forcément une position courte pour un autre particulier prenant part au contrat (acheteur/vendeur, que cela se fasse avec ou sans intermédiaire).

*Dans les faits, le parti qui cherche à acquérir un actif, ou encore **le parti qui profitera de l'augmentation de la valeur de cet actif sous-jacent est réputé avoir une « position longue »** dans le contrat. À l'inverse, le parti qui cherche à se départir d'un bien ou encore **qui tirera profit d'une diminution de la valeur de l'actif sous-jacent est réputé avoir une « position courte »** Les termes « **long** » et « **short** » (parfois utilisés sous formes de verbes) décrivent les prises de position des investisseurs dans les marchés des produits dérivés. Il peut arriver que l'actif ne soit jamais transigé en tant que tel mais que des partis tirent avantage de l'augmentation ou la diminution de sa valeur d'une autre façon.*

Des précisions sur les types de position (longue versus courte) et leurs nuances seront apportées au courant des prochains chapitres, à savoir qu'il sera possible de définir deux types de positions : l'une sur un produit dérivé (selon qu'on soit acheteur ou vendeur du produit) et l'autre sur le sous-jacent du produit dérivé (selon qu'on tire avantage d'une hausse ou d'une baisse de la valeur du sous-jacent en vertu du produit dérivé).

1.5.3 Vente à découvert (short-selling)

La vente d'un actif qu'on ne possède pas s'appelle vente à découvert. Dans certains cas, il s'agit simplement de vendre un actif à un particulier, mais avec comme clause dans le contrat de vente que l'actif en question sera livré à une date ultérieure (date de livraison, d'échéance). Ceci permet au vendeur de prendre l'argent de la vente immédiatement à $t = 0$, mais de se procurer l'actif visé plus tard pour ensuite le donner à l'acheteur à la date de livraison, à $t = T$. Le cas échéant, si l'actif a baissé de valeur entre ces deux dates, le vendeur fait un profit de $S_0 - S_T$ (ou une perte si l'actif a monté de valeur).

Parfois, la vente à découvert est plus complexe et implique d'emprunter l'actif qui est vendu à découvert à un prêteur. La vente à découvert a trois utilités principales, soit la **spéculation** (pour tirer profit d'une baisse de valeur anticipée d'un actif), le **financement** (pour aller chercher une mise de fond, de l'argent tout de suite comme un emprunt) et la **couverture** (se protéger contre la baisse de la valeur d'un actif que vous possédez).

Exemple : vente à découvert de whisky

Nous pouvons illustrer ces concepts avec un exemple de vente à découvert de bouteilles de whiskys incluant un prêteur (l'importateur), un vendeur (vous) et des acheteurs (restaurateurs).

Vous **spéculez** que la nouvelle recette de votre distillerie préférée fait baisser la qualité de leur whisky et que le prix de celui-ci finira tôt ou tard par baisser puisque la demande pour ce produit diminuera grandement. Vous possédez des parts (des actions) chez cette distillerie et vous craignez que la valeur de vos actions ne soit affectée, mais vous n'êtes pas prêt à les revendre pour autant puisque les autres produits de cette distillerie sont toujours très populaires sur le marché, et vous cherchez donc une façon pour vous **couvrir** contre des pertes éventuelles sans vous départir de vos actions.

Vous décidez de vendre à découvert des caisses de bouteille de ce whisky à des restaurateurs qui en vendent régulièrement à leurs clients et qui n'ont pas fait les mêmes observations que vous à propos de la baisse de qualité du produit. Vous contactez ensuite un importateur privé en lui demandant de vous prêter des caisses du whisky en question, que vous jugez actuellement surévaluées, en échange d'une garantie que vous vous engagez à les lui redonner dans quelques mois (et d'une rémunération additionnelle ainsi que d'un collatéral qui servira d'assurance si jamais vous ne rencontrez pas vos obligations une fois rendu à la date d'échéance, sinon il n'aura aucun intérêt à vous prêter quoi que ce soit).

Vous n'avez pour l'instant sorti aucun dollar de votre poche, mais vous recevez pourtant de l'argent des restaurateurs à qui vous aviez vendu à découvert du whisky qui ne vous appartient pas ! Vous utilisez cet argent pour **financer** d'autres projets, puis vous attendez

quelques mois. Comme de fait, la demande pour le whisky que vous avez vendu à découvert à grandement chuté, son prix a grandement baissé et vous décidez donc d'acheter des caisses de ce whisky à un prix significativement plus bas, pour ensuite les redonner à l'importateur avec qui vous aviez une entente.

Vous êtes maintenant libre de toute obligation et la différence entre le prix de vente du whisky aux restaurateurs et le prix auquel vous avez racheté ce whisky plus tard représente le profit de votre vente à découvert.

Autres considérations

Il s'agit ici d'un exemple grandement simplifié, puisque les modalités de l'emprunt de l'actif sont souvent plus complexes et plus contraignantes. Dans certains cas, un taux de prêt (*lease rate*) exigé par le prêteur est établi, à titre de « frais de location ». Il est parfois difficile de trouver des particuliers qui seront prêts à acheter l'actif, et ceux-ci ne sont pas nécessairement au courant qu'il s'agit d'une vente à découvert. Un intermédiaire viendra parfois s'assurer du bon fonctionnement de l'opération entourant la vente à découvert et exigera parfois que les bénéfices de la vente à découvert soient conservés en garantie pour le prêteur, avec un capital supplémentaire parfois déposé en garantie en plus de ces bénéfices (*haircut*). Finalement, si vous devez laisser une garantie ou un collatéral en guise de garantie, vous pourriez parfois exiger de l'intérêt sur cette garantie quand elle vous sera remise.

La vente à découvert expose à différents risques, dont notamment :

- **Risque de défaut**, ce qui justifie un dépôt de garantie, une marge de sécurité ou un collatéral
- **Risque de rareté**, puisque dans certains cas, peu de particuliers sont intéressés à entrer dans une opération de la sorte, et il peut être difficile d'établir des clauses et des conditions entre le prêteur et le vendeur (à découvert) sans comparatifs sur le marché, ce qui laisse ainsi beaucoup de place à la négociation.

L'intérêt exigé en vertu du dépôt de garantie, du collatéral mis en garantie possède différents noms selon le marché. Au niveau du marché obligataire, on l'appelle le *repo rate*, et au niveau du marché boursier, on l'appelle le *short rebate*.

*****Les sections suivantes sont couvertes par l'examen IFM sans toutefois faire explicitement partie des sujets abordés dans le livre de référence Derivatives Markets. Elles sont donc annexées au chapitre 1 qui introduit les produits dérivés, mais ce choix est arbitraire. Voir ASM, leçon 8 pour plus d'informations.**

1.6. Modèle du CAPM

Le CAPM (*Capital Asset Pricing Model*, ou en français MÉDAF pour Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers) fournit une estimation du taux de rentabilité attendu par le marché pour un actif financier en fonction de son risque systématique. Le modèle a été introduit par Treynor, Sharpe, Lintner et Mossin au début des années 1960, avec l'aide de différents collaborateurs dont certains ont reçu un prix de la société Nobel. Ce modèle est intimement lié à la théorie de l'efficacité des marchés.

Les trois postulats du modèle du CAPM :

1. **Transactions efficaces et sans friction** : il est possible d'acheter ou de vendre un titre à sa valeur marchande sans frais de transaction quelconque et d'emprunter au taux sans risque.
2. **Rationalité des investisseurs** : ces derniers cherchent à maximiser leur *ratio de Sharpe****.
3. **Attentes et espérances homogènes** : les investisseurs ont des visions semblables du rendement attendu, du risque attendu et des relations de dépendance entre les différents actifs financiers (corrélations et autres).

***Rappel ratio de Sharpe : $\frac{E[R_p - r_f]}{\sigma_p}$ avec R_p qui est le taux de rendement du portefeuille, r_f le taux sans risque et σ_p l'écart-type du taux de rendement du portefeuille (écart-type agrégé du portefeuille).

Le modèle du CAPM spécifie donc l'équation suivante pour un actif i :

$$R_i = r_f + \alpha_i + \beta_i(R_{mkt} - r_f) + \varepsilon$$

Ce modèle implique :

$$\frac{dR_i}{dR_{mkt}} = \beta_i = \frac{Cov(R_i, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})}$$

Et si on remplace un actif i par un portefeuille p , on aura :

$$R_p = r_f + \alpha_p + \beta_p(R_{mkt} - r_f) + \varepsilon$$

Ce qui implique :

$$\frac{dR_p}{dR_{mkt}} = \beta_p = \frac{Cov(R_p, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})} = \frac{Cov(\sum x_i R_i, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})} = \sum x_i \frac{Cov(R_i, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})} = \sum x_i \beta_i$$

En théorie, si les postulats à la base du modèle du CAPM tiennent, le « alpha » devrait être égal à 0. Si un titre quelconque a un alpha supérieur à 0, aucun investisseur rationnel ne voudrait le vendre, ce qui en ferait augmenter le prix jusqu'à ce que le alpha devienne 0 (si le prix augmente et que les rendements attendus restent les mêmes, le taux de rendement attendu diminue sans que les autres composantes du CAPM ne changent, et c'est donc le alpha qui diminue pour atteindre 0).

Le modèle ne tiendra pas si l'un des trois postulats n'est pas rencontré. À défaut d'avoir des attentes homogènes (3^{ème} condition), il est généralement accepté que le modèle tient encore si les attentes des différents investisseurs sont **rationnelles** (sans être exactement homogènes).

1.7. Incohérences du modèle, théorie versus pratique

Plusieurs raisons expliquent que le modèle ne tienne pas, en pratique. On notera les raisons suivantes :

- Des investisseurs ne sont pas rationnels ou sont mal informés et ne sont pas conscients des véritables caractéristiques de leurs portefeuilles. Après tout, pour qu'il y ait des gagnants, il doit y avoir des perdants quelque part...
- Certains investisseurs ne cherchent pas à maximiser leur ratio de Sharpe et ont d'autres objectifs en tête
- Des investisseurs ne diversifient pas leur portefeuille de manière optimale et se concentrent sur des titres qu'ils connaissent bien (biais de familiarité), dont ils ont entendu parler à la télévision, par un proche...
- Des investisseurs transigent excessivement alors que le CAPM suppose une gestion dite passive (versus active) ; ces investisseurs ont trop confiance en leurs moyens ou aiment le risque et cherchent une forme d'adrénaline

Ces comportements ne viennent pas nécessairement contredire le modèle du CAPM et l'efficience des marchés au sens large tant qu'ils ne concernent qu'une faible proportion de la population. D'autres phénomènes ou comportement de nature plus systémique peuvent cependant remettre en doute la crédibilité de ce modèle, notamment :

- Peur du regret (*disposition effect*) : les investisseurs conservent des titres en train de baisser ou qui devraient s'apprêter à baisser ou vendent des titres avant que ceux-ci ne se mettent à remonter
- Tempérament, humeur, expérience : les investisseurs sont influençables comme n'importe quel consommateur et achèteront des titres « tape-à-l'œil » qui ont beaucoup de visibilité dans les médias, ils achèteront plus de titres s'ils sont de bonne humeur (voir l'étude de la corrélation entre les performances des Giants de New York et le volume de transaction à l'ouverture de la bourse le lendemain) et achèteront des titres avec lesquels ils ont eu de bonnes expériences par le passé (rappel : si l'efficience des marchés est vraie, le passé n'est pas garant du futur).
- Effet de troupeau, de masse : l'investisseur fera comme ses proches (collègues, famille, voisin, etc).

Et ceux qui « battent le marché »... ?

L'histoire démontre que certains individus sont effectivement capables de « battre le marché » avec une certaine constance, en prévoyant notamment certains événements futurs à partir de données, de tendances qui mettent un certain temps à se refléter dans le prix de certains titres à cause de l'inertie relative des marchés à certains moments de l'histoire. Ils voient au travers des nouvelles, anticipent les réactions (et sur-réactions) qui gonflent parfois artificiellement la valeur des titres, et ont généralement un réseau de contact extrêmement vaste qui leur permet d'avoir une longueur d'avance sur d'autres investisseurs. Avec ces investisseurs, on dira que le marché n'est pas parfaitement efficient sous sa forme la plus forte, à savoir qu'ils en savent plus que les autres, et qu'ils ont un « alpha » strictement positif, ce qui représente la valeur ajoutée de leur gestion active de leur portefeuille. Le fait de vouloir faire affaire avec un investisseur de ce genre entraîne généralement de gros frais, parfois (souvent) plus élevés que le alpha, ce qui atténue (ou fait disparaître) la valeur ajoutée pour un particulier désirant investir son argent. Ces investisseurs ne sont pas si nombreux et leur nombre restreint, en plus des nombreuses contraintes et des frais encourus pour quiconque désire faire affaire avec eux, ne vient donc pas nécessairement complètement contredire la théorie de l'efficience des marchés.

Attention, plusieurs prétendent être meilleurs que les autres, mais on parle ici de ceux qui le font avec constance, sur une très longue période de temps.

1.8. Le modèle multifactoriel et l'APT

Les données empiriques pointent vers trois types d'actifs avec des « alpha » généralement supérieurs à 0 qui viennent contredire la théorie de l'efficience des marchés (et du CAPM) :

1. Les **petites capitalisations** présentent des risques plus élevés qui justifient des rendements anticipés plus élevés. Néanmoins, les rendements observés sont en moyenne supérieurs à ce que prévoirait le CAPM malgré la volatilité et le risque élevé déjà pris en considération. On parle ici de l'effet des compagnies de petite taille.

2. L'investissement de type « **valeur** » (*value investing*). Les compagnies avec un ratio cours/valeur (*book-to-market ratio*) élevé ont tendance à mieux performer et à avoir des alphas positifs sur le long terme. On appelle ce type d'action « *value stock* ». La logique derrière ce type d'investissement est que la valeur marchande reste spéculative et est sujette aux diverses incohérences comportementales et irrationnelles des investisseurs alors que la valeur aux livres reste en tout point objective et devrait être « crue » davantage. Si la valeur aux livres est plus élevée que la valeur marchande, c'est que la valeur marchande est sous-estimée et devrait remonter pour rejoindre la valeur aux livres un jour ou l'autre.
3. Le **momentum** : les compagnies dont le titre a connu de très bons rendements récemment ont tendance à avoir des alphas positifs dans le futur (au moins à court terme) et à voir leur valeur marchande continuer d'augmenter. On parle ici de « *momentum strategy* » qui implique une gestion très active d'un portefeuille. Cette stratégie reconnaît en quelque sorte les incohérences et les comportements non-optimaux énumérés précédemment (effet de troupeau, peur des regrets, investisseurs influençables, etc) et cherche à en tirer profit.

Il est compliqué et difficile d'établir une mesure cohérente pour définir si le marché est réellement efficient. En plus des nombreux biais comportementaux énumérés précédemment, il faut rajouter à cela :

- **Erreur d'approximation** : si on veut regarder tous les actifs financiers qui peuvent se transiger en même temps, on ne peut se fier que sur un seul indice boursier (S&P 500, par exemple) puisque celui-ci ne représente pas TOUTE la bourse, et encore moins toutes les bourses sur la planète (on ne peut considérer un marché souverain en vase clos), et ne considère pas plusieurs autres actifs tels des obligations d'épargne, des commodités, des métaux précieux, des investissements privés, etc.
- **Préférences alternatives et avoirs non-diversifiables** : des investisseurs peuvent choisir un portefeuille théoriquement non-optimal et peu/partiellement diversifié en toute conscience dans un but précis, ou dans certains cas avoir des contraintes ou des incitatifs pour investir dans un secteur d'activité spécifique. Par exemple, des incitatifs fiscaux peuvent inciter certains québécois à investir dans certains fonds (fond FTQ par exemple), des valeurs en incitent d'autres à investir dans des entreprises « vertes » ou dans des entreprises locales, et d'autres sont déjà partie prenante dans une industrie spécifique et voudront diversifier leur patrimoine en investissant leur argent dans d'autres industries.

Pour ce dernier exemple, on peut penser à un individu qui travaille dans l'industrie financière et dont le revenu provient de cette industrie. Cette personne est déjà exposée aux risques des marchés financiers avec son emploi (surtout s'il/elle est à commission ou si la stabilité de son emploi dépend des performances de son employeur). Il/elle pourrait décider d'investir ses économies dans d'autres industries et son portefeuille « financier » n'est pas explicitement diversifié de manière optimale en se privant d'investir dans ce secteur d'activité, mais sa sécurité financière au sens global est probablement mieux diversifiée.

Un modèle alternatif à celui du CAPM est celui de l'Arbitrage Pricing Theory (APT) qui implique plusieurs facteurs (modèle multifactoriel). On choisit un portefeuille composé de N portefeuilles/facteurs distincts. On a ainsi :

$$E[R_s] - r_f = \sum_{i=1}^N \beta_s^{Fi} (E[R_{Fi}] - r_f)$$

Remarque : les « F » en majuscules indiquent des « facteurs » plutôt que des titres financiers, de l'anglais « *factor portfolios* ». Dans les faits, il est possible d'établir des équations avec toutes sortes de facteurs différents, selon ce que l'utilisateur veut en faire.

Il est possible de simplifier ce modèle en regardant uniquement le rendement en excès du taux de rendement sans risque dans un premier temps (équation précédente), ou encore le taux de rendement total avec :

$$E[R_s] = r_f + \sum_{i=1}^N \beta_s^{Fi} (E[R_{Fi}] - r_f)$$

Finalement, une autre version de l'APT implique des portefeuilles autofinancés. Ces portefeuilles présument des investissements qui proviennent entièrement d'emprunts au taux sans risque r_f et impliquent que les rendements des portefeuilles R_{Fi} sont exprimés après le remboursement de ces emprunts. On peut ainsi réécrire :

$$E[R_s] = r_f + \sum_{i=1}^N \beta_s^{Fi} (E[R_{Fi}])$$

Le modèle APT est en quelque sorte la base de l'économétrie moderne. Il s'agit d'une théorie « générale » qui définit le taux de rendement espéré d'un actif quelconque (ou encore, le coût du capital) avec une fonction linéaire de différents facteurs (ces facteurs peuvent être un ou des indices boursiers, par exemple) et de paramètres représentant la sensibilité entre ces facteurs et l'actif visé. Le CAPM est une version simplifiée à un seul facteur du APT, d'un certain point de vue.

Pour un exemple spécifique, soit ici le modèle FFC (*Fama-French-Carhart specification model*), en reprenant les trois types d'actifs financiers avec des alphas souvent positifs mentionnés précédemment (petites capitalisations, *value stocks* et *momentum stocks*), on définit trois portefeuilles autofinancés (*self-financing factor portfolios*) :

1. **Market capitlization portfolio** (*Small-Minus-Big, SMB*) : ce portefeuille achète les actions de petites compagnies et revend des actions de grandes compagnies. Sans parler de vente à découvert et d'emprunt au taux sans risque (pour établir le financement du portefeuille initial à $t = 0$), il est possible sur le long terme d'avoir

un portefeuille de ce genre où certaines petites compagnies deviennent grandes, et où il sera possible de vendre leurs actions pour en racheter de petites compagnies sans pour autant avoir acheté d'action de grande compagnie dans le processus.

2. **Book-to-market ratio portfolio** (*High-Minus-Low*, **HML**) : ce portefeuille cherchera une position longue pour les titres ayant un ratio élevé et une position courte pour les titres ayant un ratio faible (arbitrairement, haut = 70^{ème} centile et plus et bas = 30^{ème} centile et moins). Il existe différentes façons d'obtenir ces positions, les produits dérivés peuvent notamment aider.
3. **Past returns** : on définit le portefeuille du momentum de l'année précédente (*Prior One-Year Momentum*, **PR1YR**) en établissant une position longue sur les titres ayant connu de bons rendements et en établissant une position courte sur les titres ayant connu de moins bons résultats (arbitrairement, encore les 70^{ème} et 30^{ème} centiles ou quelconque autre standard).

Chacun de ces portefeuilles est réputé être autofinancé, ce qui implique qu'aucune entrée de fond n'est nécessaire pour les financer, toujours en presumant qu'il est possible d'emprunter au taux sans risque en tout temps. En se basant sur ces trois portefeuilles ainsi que le portefeuille du marché en général, le modèle FFC (*Fama-French-Carhart*) implique l'équation suivante :

$$E[R_s] = r_f + \beta_s^{Mkt}(E[R_{Mkt}] - r_f) + \beta_s^{SMB}(E[R_{SMB}]) + \beta_s^{HML}(E[R_{HML}]) + \beta_s^{PR1YR}(E[R_{PR1YR}])$$

Exemple tiré du Exam IFM Study Manual (ASM), 1ère édition, page 103 :

EXAMPLE 8A The return on XYZ stock is forecasted using the FFC factor specification. You are given the following information:

Factor Portfolio	Average Monthly Return	β_{XYZ}^{Fn}
Mkt - r_f	0.0065	0.81
SMB	0.0023	0.06
HML	0.0039	0.70
PR1YR	0.0068	0.44

The monthly risk-free rate is 0.0025.

Calculate the expected monthly return on XYZ.

SOLUTION:

$$E[R_{XYZ}] = 0.0025 + 0.0065(0.81) + 0.0023(0.06) + 0.0039(0.70) + 0.0068(0.44) = \boxed{0.013625}$$

1.9. Exercices

Repris de l'ASM, #8.3, page 104 :

Un gestionnaire de fond génère un alpha de 1,5% pour un portefeuille de 200 000 000 actions. Pour toute action supplémentaire, le alpha est nul. Le gestionnaire charge 1% de frais à ses clients. Les investisseurs feront affaire avec ce gestionnaire uniquement si le rendement attendu est supérieur à celui du marché. Déterminez la taille maximale du fond.

Repris de l'ASM, #8.4, page 104 :

En supposant un alpha nul (nul par défaut si aucune mention), une firme se fait assigner un Beta de 1,5 alors que la vraie valeur du Beta est de 1,4. Le taux sans risque est de 3% et le rendement attendu du marché au-dessus du taux sans risque (prime de risque du marché, *market risk premium*) est de 6%. Quel sera le alpha perçu par le modèle du CAPM avec ces paramètres?

Repris de l'ASM, #8.8, page 105 :

Une compagnie utilise le modèle FFC pour calculer le coût du capital pour ses projets auprès de ses actionnaires. Après avoir effectué quelques études, quelques tests statistiques et quelques régressions, on définit que les Betas sont de 1,5 pour le marché, -0,5 pour le portefeuille SMB, 0,22 pour le portefeuille HML et 0,7 pour le portefeuille PR1YR. Le taux sans risque est de 5% (annualisé) et le taux de rendement attendu du marché est de 11%. Les taux de rendement des autres portefeuilles du modèle sont, dans l'ordre, de 2,3%, 3,4% et 5,2%. Trouvez le coût du capital.