Chapitre 3 – Assurance, tunnels et autres stratégies

Section 3.3 Écarts et tunnels

- Écarts sur ratio d'options

Un écart sur ratio d'options est un écart particulier en ce que, contrairement à tous les autres écarts vus jusqu'à maintenant, la combinaison ne prévoit pas une quantité unitaire de chacune des options qui la composent.

Combinaison :
* Achat de m options avec prix d'exercice K_1.
* Vente de n options de même type avec prix d'exercice K_2.
Dans cette combinaison, il va de soi que $m \neq n$ et $K_1 \neq K_2$.

Précisions :
Toutes les options sont de même type, donc soit d'achat, soit de vente.
Rien ne suppose que $K_1 < K_2$ ou $K_1 > K_2$.
On suppose toutefois que m et n sont des entiers.

Remarque :
Vu que $m \neq n$, on peut choisir le ratio m/n tel que le coût soit nul.

Supposons d'abord que nous travaillons avec des options d'achat et $K_1 < K_2$.

Valeur à l'échéance

$$= m \times \max(0, S_T - K_1) - n \times \max(0, S_T - K_2)$$

$$= \begin{cases} m \times 0 - n \times 0 & = 0 & S_T \leq K_1 \\ m \times (S_T - K_1) - n \times 0 & = m \times (S_T - K_1) & K_1 < S_T \leq K_2 \\ m \times (S_T - K_1) - n \times (S_T - K_2) & = m \times (K_2 - K_1) + (m-n) \times (S_T - K_2) & S_T > K_2 \end{cases}$$

La façon d'écrire la valeur à l'échéance pour le dernier segment est arbitraire. On aurait tout aussi bien pu garder la première version (terme de gauche) telle quelle.

Profit $= m \times \max(0, S_T - K_1) - n \times \max(0, S_T - K_2) - (m \times C(K_1, T) - n \times C(K_2, T)) \times (1+i)^T$

Supposons ensuite que nous travaillons avec des options de vente et $K_1 > K_2$.

Valeur à l'échéance

$$= -n \times \max(0, K_2 - S_T) + m \times \max(0, K_1 - S_T)$$

$$= \begin{cases} -n \times (K_2 - S_T) + m \times (K_1 - S_T) & = m \times (K_1 - K_2) + (m-n) \times (K_2 - S_T) & S_T \leq K_2 \\ -n \times 0 + m \times (K_1 - S_T) & = m \times (K_1 - S_T) & K_2 < S_T \leq K_1 \\ -n \times 0 + m \times 0 & = 0 & S_T > K_1 \end{cases}$$

La façon d'écrire la valeur à l'échéance pour le dernier segment est arbitraire. On aurait tout aussi bien pu garder la première version (terme de gauche) telle quelle.

Profit $= m \times \max(0, K_1 - S_T) - n \times \max(0, K_2 - S_T) - (m \times P(K_1, T) - n \times P(K_2, T)) \times (1+i)^T$

Remarques :
Supposons $K_1 < K_2$.
Pour les options d'achat, augmenter le prix d'exercice fait diminuer le prix de l'option. Il faut donc nécessairement que $m < n$ pour espérer un coût nul.
Pour les options de vente, augmenter le prix d'exercice fait augmenter le prix de l'option, il faut donc nécessairement que $m > n$ pour espérer un coût nul.