

Prime des contrats

déductible ordinaire par paie

- $Y^P = \text{indéfinie}$ si $X \leq d$
- $Y^P = X - d$ si $X > d$, $X \sim \frac{f(X)}{S(d)}$, $X > d$
- $Y^P = \max(X-d, 0)$ mais $X \sim \frac{f(X)}{S(d)}$, $X > d$
- Pour simplifier la notation , mettre $Y = Y^P$
- Densité de Y
- $f_Y(y) = \frac{f(y+d)}{S(d)}$, $y > 0$

Primes des contrats

- $F_Y(y) = \frac{\int_0^y f(u+d)du}{S(d)} = \frac{F(y+d)-F(d)}{S(d)}$
- $S_Y(y) = \frac{S(d)}{S(d)} - \frac{F(y+d)-F(d)}{S(d)} = \frac{1-F(y+d)}{S(d)} = \frac{S(y+d)}{S(d)}$
- Expected cost per payment (conditionnelle)
- $E(X - d | X > d) = e(d) = \frac{\int_d^\infty (x-d)f(x)dx}{S(d)}$
- $E((X - d)_+)/S(d) = e(d)$
- $E((X - d)_+) =$ prime stop loss (inconditionnelle)

Primes des contrats

- $Y = g(X)$ suivante (limite supérieure u)
- $Y = X$ si $X \leq u$ mais $Y = u$ si $X > u$
- $Y = X \wedge u = \min(X, u)$
- $E(Y) = \int_0^u xf(x)dx + u \int_u^\infty f(x)dx$
- $E(Y) = \int_0^u xf(x)dx + uS(u).$
- On a:
- $E((\max(X - d, 0))) = \int_d^\infty (X - d)f(x)dx = \mathbf{E(X)} - \mathbf{E(X \wedge d)}$
- $E(X) = \int_0^\infty xf(x)dx, \int_0^d xf(x)dx + dS(d) = E(X \wedge d)$

Déductible avec franchise

- Déductible franchise(par perte), par défaut c'est par perte
- $Y = 0$ si $X \leq d$ mais $Y = X$ si $X > d$, $X \sim f(x)$
- Déductible franchise(par paie)
- $Y = 0$ si $X \leq d$ mais $Y = X$ si $X > d$, $X \sim f(x)/S(d)$

Contrats de type déductible franchise

- Densité du contrat avec Déductible franchise(par perte, $X \sim f(x)$)
- $f_Y(y=0)=F(d)$
- $f_Y(y)=0$, $0 < y < d$
- $f_Y(y)=f_X(y)$, $y > d$
- Fonction de répartition:
- $F_Y(y)=F(d)$, $0 \leq y \leq d$
- $F_Y(y)=F(d)+\int_d^y f(x)dx = F(y)$

Contrats avec déductible franchise

- $S_Y(y)=S(d), 0 \leq y \leq d$ mais $S_Y(y)=S(y), y > d$
- Fonction de hazard
- $h_Y(y)=\frac{f(y)}{S(y)}, y > d$
- Prime de ce type de contrat
- $E(Y) = \int_d^{\infty} xf(x)dx$ comparée à la prime stop-loss qui est
- $E(Y) = \int_d^{\infty} xf(x)dx - dS(d).$

Densité du contrat avec déductible franchise (par paie)

- Déductible franchise (par paie)
- $Y = 0$ si $X \leq d$ mais $Y = X$ si $X > d$, $X \sim f(x)/S(d)$
- Comme $X > d$
- $Y = X$ si $X > d$, $X \sim f(x)/S(d)$
- Densité de Y
- $f_Y(y) = f_X(y)/S(d)$, $y > d$
- Fonction de répartition
- $F_Y(y) = \frac{\int_d^y f_X(u) dx}{S(d)} = \frac{F(y) - F(d)}{S(d)}$, $y > d$

Déductible franchise par paie

- $S_Y(y) = 1 - \frac{F(y) - F(d)}{S(d)}, y > d$
- $S_Y(y) = \frac{1 - F(y)}{S(d)} = \frac{S(y)}{S(d)}$
- $h_Y(y) = \frac{f(y)}{S(d)}$, on remarque $h_Y(y) = f_Y(y)$
- $E(Y) = \int_d^{\infty} \frac{xf(x)}{S(d)} = \frac{E(\max(X-d, 0)) + dS(d)}{S(d)} = \frac{E(X) - E(X \wedge d)}{S(d)} + d$, car
- $E(\max(X - d, 0)) = E(X) - E(X \wedge d)$

Loss eliminating ratio

- $ELR = \frac{E(X) - E(\max(X - d, 0))}{E(X)}$ (définition)
- $ELR = \frac{E(X \wedge d)}{E(X)}$.