Primes des contrats courants

La prime pure

- Prime d’un contrat simple
- g(x)=x, fonction de perte simple (pour une unité d’exposition)
- $E(X)$, la prime pure (coût de base)
- Dans la pratique,
- $E(X)$ devrait être estimé avec les données
- L’estimateur non paramétrique
- $\tilde{E}$(X)=$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- L’estimateur paramétrique
- $\hat{E}$(X)=$\int_0^{\infty} xf\left(x;\hat{\theta}\right)dx$, $\hat{\theta}$ est l’estimateur de vraisemblance par exemple.

Prime des contrats courants

- Prime d'un contrat
- g(x)=x, fonction de perte liée à ce type de contrat (pour une unité d'exposition)
- $E(g(x))$, la prime (coût de base pour assure ce type de contrat)
- On est intéréssé aux variables aléatoires suivantes
- $X \sim f(x), F(x), S(x)$ (par perte-per loss)
- $X \sim \frac{f(x)}{S(d)}$,(X|d) (par paie-per payment)

Remarques

- $X \sim f(x), F(x), S(x)$ (par perte-per loss)$\rightarrow$ $Y = g(x)$
- On est intéréssé à trouver la prime
- $E(Y) = E(g(x))$
- $E(Y) = \int_0^{\infty} y f_y(y) dy$, $f_y(y)$ peut être de type mixte (continue et discrète)
- $E(Y) = E\big(g(x)\big) = \int_0^{\infty} g(x) f(x) dx$

Prime avec un déductible ordinaire d
Prime stop loss

- $X \sim f(x)$, d=déductible connu
- $Y = 0\ si\ X \leq d, Y = X - d,\ X > d$
- $g(X) = 0, si\ X \leq d\ et\ g(X) = X - d, X > d$
- $g(X) = \max(X - d, 0) = (X - d)_+$
- $g(X)$ n'est pas une bijection
- --
- Densité de Y est de type mixte

- P($Y = 0$) = F_X(d)   (discrète-masse)
- f_Y(y)=f_X(x+d) ,$y > 0$

Fonction de survie et function de hasard de Y

- Fonction de répartition
- $F_Y(y=0) = F_X$(d)
- $F_Y(y)$=F_X(d)+$\int_0^y f_x(u+d)dx = F_X\,(y+d)$ pour $y > 0$
- Fonction de survie $S_Y(y)$=$1 - F_Y(y)$
- $S_Y(y=0) = S_X$(d)
- $S_Y(y)$=$1 - F_X(y+d)$= $S_X(y+d)$ pour $y > 0$.

La fonction de hasard

- La function de hasard(taux de mortalité)
- $h_Y(y = 0)$, pas définie car Y est discrete au point 0
- $h_Y(y)$=$\frac{f_X(y+d)}{S_X(y+d)}$, y$>$ 0
- Remarque: Prime d'un contrat avec déductible ordinaire par perte(prime stop loss)
- $E(Y) = 0.\big(P(Y = 0)\big) + \int_0^\infty y\, f_X(y + d)$dy=$\int_0^d (X - d) f_X(x)dx$
- $E(Y)$= $\int_0^d (X - d) f_X(x)dx$, si on travaille directemnt avec la densité de X.