



Laboratoire 3

Contexte

Vous devez concevoir une petite application Shiny qui permet d'illustrer le résultat suivant en statistique : si X_1, \dots, X_n est un échantillon aléatoire d'une distribution de moyenne μ et de variance σ^2 alors, par le Théorème central limite, la moyenne échantillonnale $\bar{X} = n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i$ tend vers une normale de moyenne μ et de variance σ^2 :

$$\bar{X} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Pour démontrer ce fait, il suffit de : simuler N échantillons de taille n d'une distribution de moyenne μ et de variance σ^2 ; calculer \bar{X} pour chacun de ces échantillons ; observer la distribution des N valeurs de \bar{X} .

Caractéristiques de l'application

La [figure 1](#) présente la disposition générale de l'application. En détail, ses caractéristiques sont les suivantes.

1. La distribution des variables aléatoires X_1, \dots, X_n est une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2 .
2. La taille des échantillons est fixe à $n = 100$.
3. L'utilisateur peut choisir le nombre de simulations N à effectuer à l'aide d'un sélecteur `radioButtons` offrant les options 1 000, 10 000 et 100 000.
4. L'utilisateur peut choisir la moyenne μ de la distribution normale à l'aide d'un sélecteur `numericInput` dont la valeur par défaut est 0.
5. L'utilisateur peut choisir l'écart type σ de la distribution normale à l'aide d'un sélecteur `sliderInput` allant de 0 à 10, avec une valeur par défaut de 1.
6. Le panneau principal affiche la valeur de la moyenne de l'échantillon, la valeur de la variance de l'échantillon et un histogramme des valeurs de \bar{X} (tracé avec la fonction `hist`).
7. Le titre de l'application est « Distribution de la moyenne ».
8. Sous le titre suit le texte suivant :

Distribution de la moyenne

Par le Théorème central limite, la distribution de la moyenne \bar{X} tend vers une

$$N(\mu, \sigma^2/n).$$

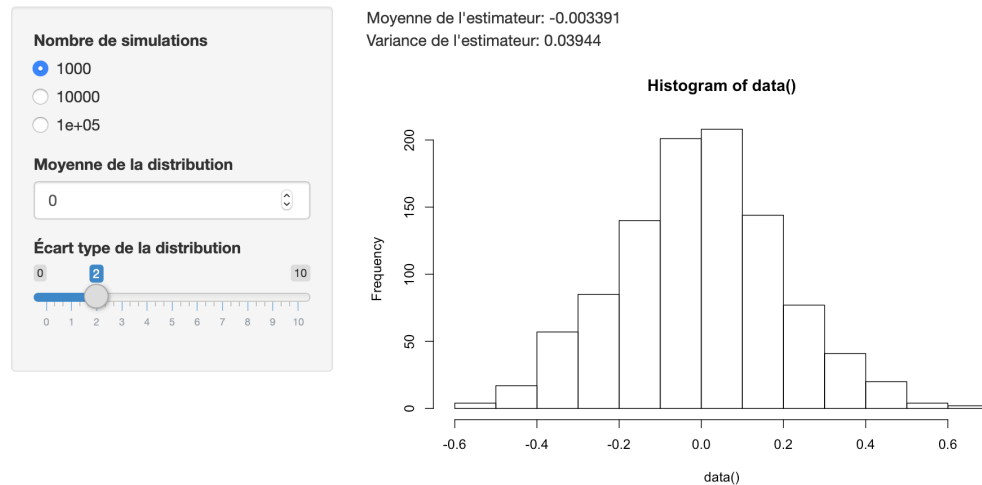


FIG. 1 – Présentation générale de l'application Shiny

Par le Théorème central limite, la distribution de la moyenne \bar{X} tend vers une

$$N(\mu, \sigma^2/n).$$

9. La moyenne, la variance et l'histogramme affichés demeurent toujours en phase.



Tel qu'expliqué à l'annexe A du document de référence de la partie « Simulation stochastique », utilisez la fonction `replicate` pour générer d'un trait plusieurs échantillons aléatoires de tailles identiques.



La commande \LaTeX qui produit le symbole \bar{X} est `\bar{X}`.