Travail pratique ACT-2011

Olivier Bourret, Ellie Lapointe, Marianne Chouinard (Équipe 6)

13 avril 2021

Tout le code informatique utilisé pour faire les calculs se retrouve dans un fichier r annexé au présent travail. Le document rmarkdown sera aussi disponible pour consultation.

Question 1

On veut estimer les paramètres à utiliser dans un arbre binomial à terme. Le prix à terme est obtenu selon la formule suivante :

$$F_{t,t+h} = S_t e^{(r^* - \delta)h}$$

où r^* est le taux sans risque composé continûment et δ est le taux de dividende. Dans notre cas, $\delta = 0$.

Dans un arbre binomial à terme, les valeurs S_u et S_d sont obtenues selon les formules suivante, étant donné que le prix forward prend déjà en compte le taux sans risque, tel que décrit ci-haut.

$$uS_t = F_{t,t+h} e^{\sigma\sqrt{h}}$$

$$dS_t = F_{t,t+h} e^{-\sigma\sqrt{h}}$$

, où h est la longueur de chaque période et σ est la volatilité du sous-jacent.

- **Estimateur de la volatilité**

Comme nous avons des rendements de l'indice boursier composé mensuellement, $h = \{\frac{1}{52}, \frac{1}{4}\}$. Les paramètres que nous voulons estimer sont donc σ et r, qui nous permetteront de trouver u et d. Avec l'absence de dividendes, on obtient l'estimateur de la volatilité avec la formule suivante :

$$\hat{\sigma} = \frac{s.d(ln(\frac{S_{t+h}}{S_t}))}{\sqrt{h}}$$

Premièrement, on calcule les rendements à partir des valeurs historiques, ce qui nous permet d'estimer la volatilité des rendements. Nous pouvons obtenir une valeur de $\hat{\sigma}_=$ 0.199.

- **Estimateur du taux sans risque**

Pour estimer le taux sans risque, on utilise les taux du bon du trésor des 5 dernières années. Pour être cohérent avec l'indice bousier, on utilise les taux de rendement de février 2014 à février 2019.

Pour approximer le taux sans risque r, on fait la moyenne arithmétique des rendements historiques des 5 dernières années (en pourcentage). Notre estimation du taux sans risque est donc obtenue à partir d'une simple formule de la moyenne.

$$\hat{r}_f = \frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} r_i$$

où r_i est le taux effectif d'un bon du trésor d'échance 1 an au mois i, selon les données historiques fournies par la banque du Canada. Donc, on obtient comme valeur de $\hat{r}_f$ (en pourcentage) de 0.009.

Il suffit par la suite de convertit le taux d'intérêt approximé en force d'intérêt. **NOTE :** *Puisque r est parfois utilisé comme taux d'intérêt et à d'autre moment comme force d'intérêt, pour éviter la confusion, r_f représentera le taux d'intérêt et r sera la force d'intérêt.*

$$\hat{r} = ln(1 + \hat{r}_f)$$

Table 1: Volatilité et taux sans risque

$\hat{\sigma}$	$\hat{r}$
0.199	0.01

Finalement, avec ces valeurs, on peut trouver les valeurs de u, d et $\hat{p}$

$$\hat{u} = e^{\hat{r}h+\hat{\sigma}\sqrt{h}}$$

$$\hat{d} = e^{\hat{r}h-\hat{\sigma}\sqrt{h}}$$

$$\hat{p} = \frac{e^{\hat{r}h} - d}{u - d}$$

Pour faire plus simple, voici un tableau regroupant les valeurs que nous avons trouvées qui nous permettrons de compléter les numéros suivants.

Table 2: Paramètres utilisés dans l'arbre binomial

Période	$\hat{u}$	$\hat{d}$	$\hat{p}$
4	1.1074	0.9075	0.4751
52	1.0282	0.9730	0.4931

Question 2

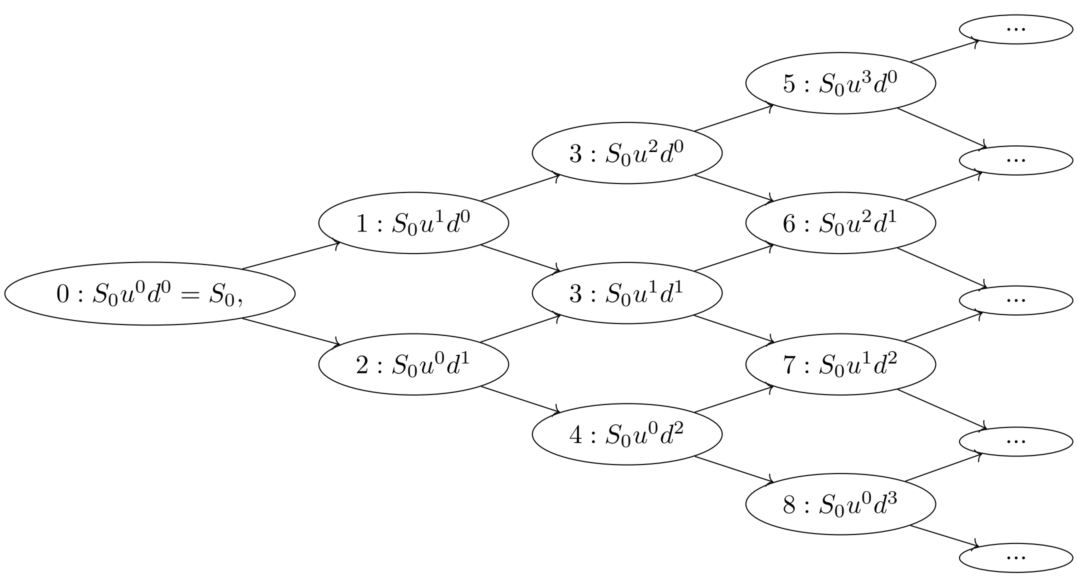
- **Options d'achat et de vente européennes**

À partir des résultats précédents, nous pouvons créer une fonction qui calcule la valeur du sous-jacent, la valeur de l'option ainsi que les caractéristiques du portefeuille réplicatif à chaque embranchement. Voici un algorithme de la fonction qui est utilisée pour calculer les éléments désirés. Le code est annexé afin de voir les détails de la fonction.

Algorithme

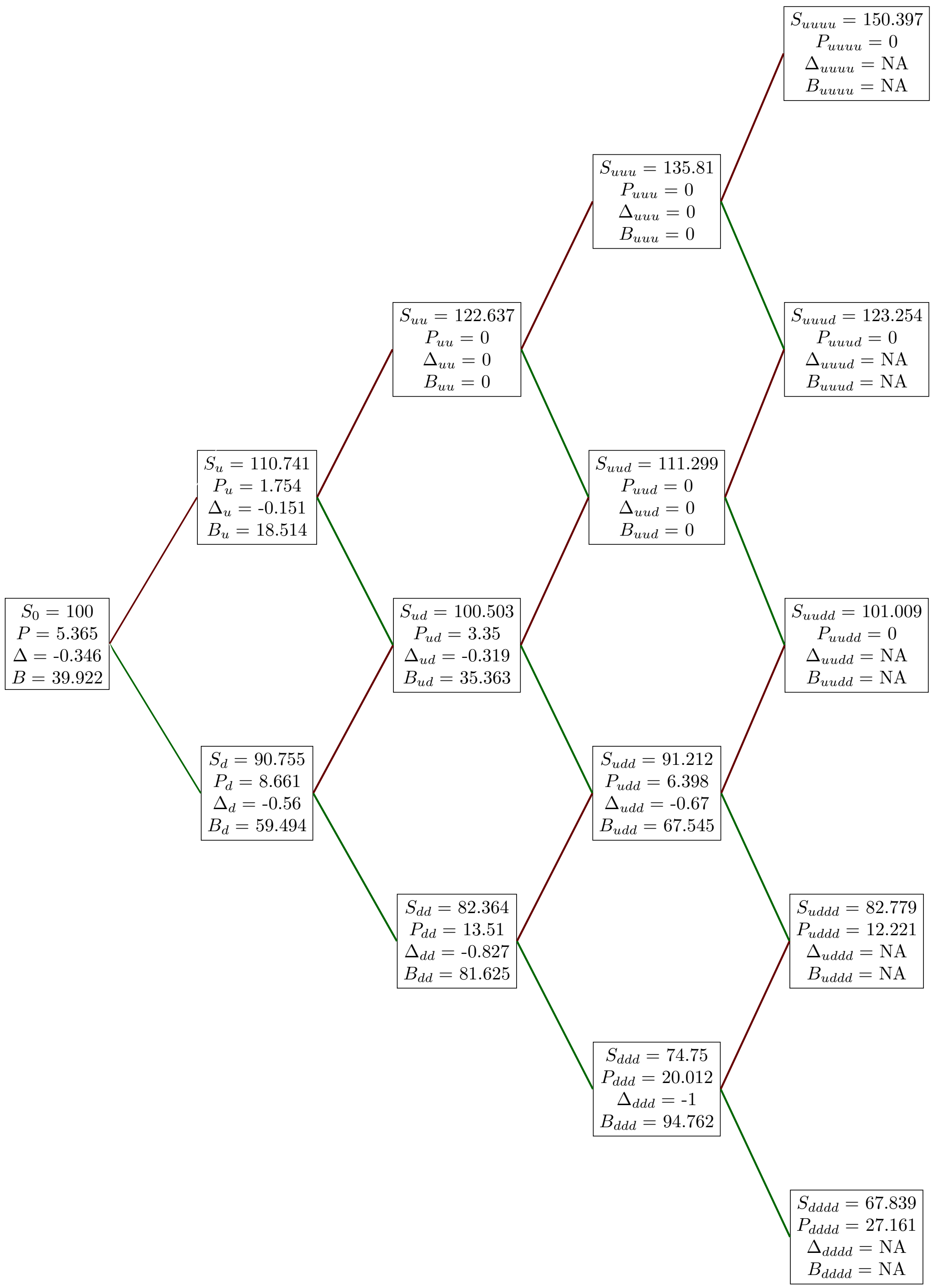
1. Calcul de la valeur de chaque noeud ($U^i D^j$) en multipliant la valeur du sous-jacant initial avec le nombre de u et de d rencontrés ($S_0 * u^i * d^j$, où i et j sont le nombre de fois que le sous-jacent a augmenté et diminué de valeur dans l'arbre binomial, soit la position des noeuds.)
2. Calcul des valeurs $C_{u^i d^{n-i}}$ à l'extrémité l'arbre en appliquant le $max(0, S_{u^i d^{n-i}} - K)$. Si c'est le cas d'une option de vente, on calcule les valeurs $P_{u^i d^{n-i}}$ à l'extémité l'arbre en appliquant le $max(0, K - S_{u^i d^{n-i}})$.
3. Calul de la valeur des options à chaque embranchement. $C_{u^i d^j} = [p\, C_{u^{i+1} d^j} + (1-p)\, C_{u^i d^{j+1}}]e^{-r}$ (Le calul pour l'option de vente est le même.)
4. Calcul de la valeur de Δ pour chaque embranchement. $\Delta_{u^i d^j} = \left(\frac{C_{u^{i+1} d^j} - C_{u^i d^{j+1}}}{U^{i+1} D^j - U^i D^{j+1}}\right)$
5. Calcul de la valeur de B pour chaque embranchement. $B_{u^i d^j} = e^{-rh}\left(\frac{U^{i+1} D^j \cdot C_{u^i d^{j+1}} - U^i D^{j+1} \cdot C_{u^{i+1} d^j}}{U^{i+1} D^j - U^i D^{j+1}}\right)$
6. Retourne toutes les valeurs dans un tableau.

Voici un bref aperçu de la poistion des noeuds dans l'arbre qui a aidé à coder la fonction où le nombre de chaque bulle représente le noeud afin le code soit mathématiquement plus simple.

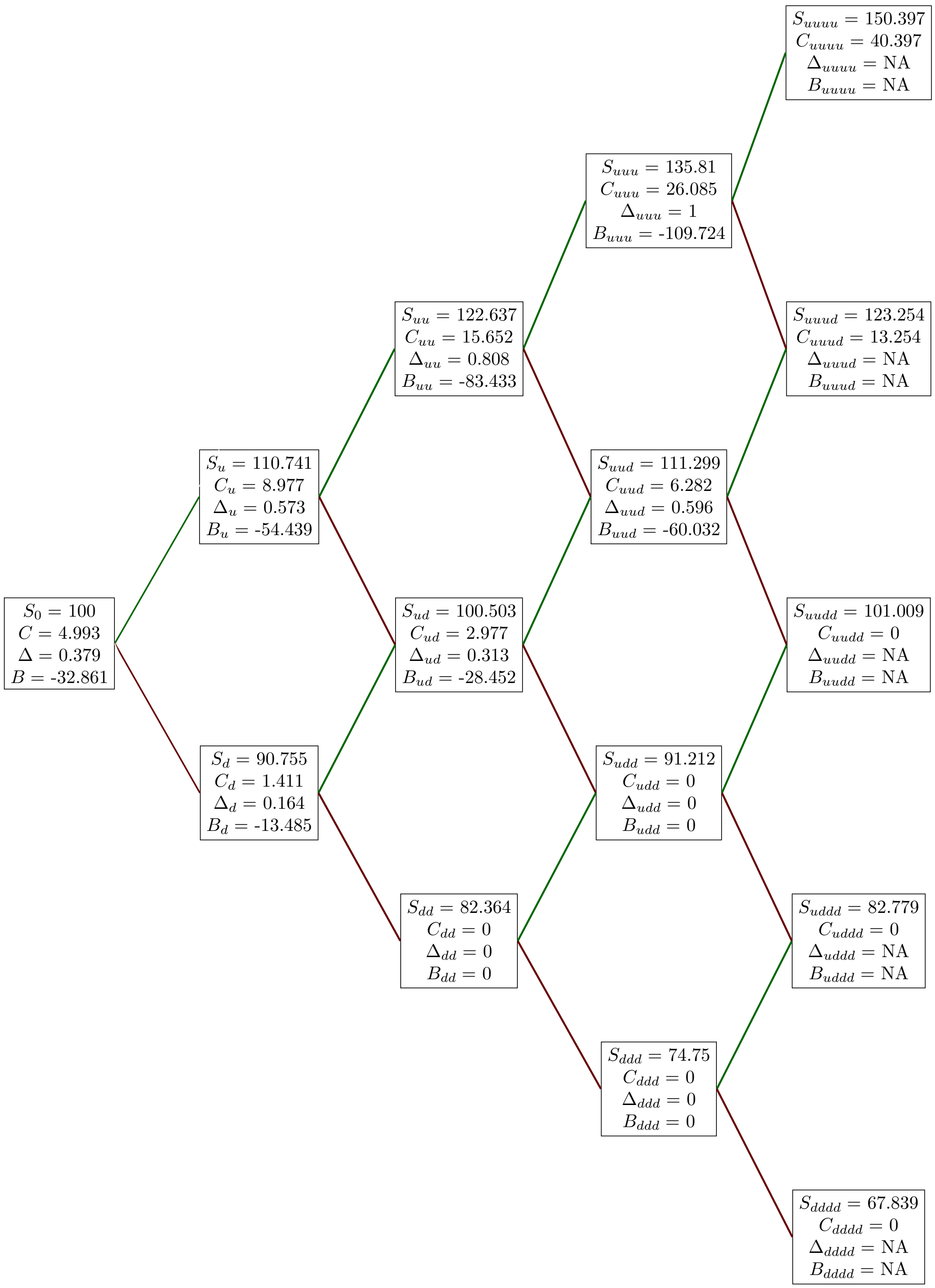


En appliquant la fonction, nous avons trouvé la valeur du sous-jacent, la valeur de l'option et les caractéristiques du portefeuille réplicatif à chaque embranchement. Voici nos résultats illustrés dans des arbres binomials pour les modéles à 4 états.

- **Résultats de l'arbre à 4 états pour l'option de vente avec un prix d'exercice de 95 $**



- **Résultats de l'arbre à 4 états pour l'option d'achat avec un prix d'exercice de 110 $**



- **Résultat pour les modèles à 52 périodes**

Pour les modèles à 52 périodes, on désire calculer la valeur d'une option d'achat à un prix d'exercice à 110 $ et celle de l'option de vente à un prix d'exercice à 95 $. Voici ce que nous avons obtenu en appliquant la fonction que nous avons créé.

Table 3: Valeur actuelle des options européennes

Option d'achat avec $K = 110$	Option de vente avec $K = 95$
4.6086	5.0688

- **Options asiatiques**

Option d'achat sur moyenne arithmétique

Selon le modèle binomial d'évaluation d'options, la probabililté que le sous-jacent prenne une valeur $S_0u^{n-i}d^i$ est obtenue selon la formule suivante :

$$C(S_T = S_0u^{n-i}d^i) = \binom{n}{i}p^{n-i}(1-p)^i$$

La moyenne arithmétique d'un sous-jacent est obtenue selon la formule suivante :

$$A(T) = \sum_{i=1}^{N} \frac{S_{ih}}{N}$$

où, dans notre cas , $N = 52$, et h $= \frac{1}{52}$.

Nous voulons la valeur d'une option d'achat sur moyenne arithmétique avec $K = 110$, $T = 1$, $h = 52$, soit $P(A(T), K = 110, T = 1)$.

Ainsi, pour obtenir une estimation de la moyenne arithmétique du sous-jacent après h = 52 périodes, nous pouvons obtenir une bonne estimation à partir de l'algorithme suivant :

1. Poser la valeur initiale du sous-jacent $S_0 = 100\$$
2. Simuler une variable indicatrice I provenant d'une loi bernouilli de paramètre $p = 0.4931$.
3. Si I = 1, poser $S_{\frac{i}{52}} = S_{\frac{i-1}{52}} \cdot u$, où, u = 1.0282. Sinon, poser $S_i = S_{i-1} \cdot d$, où $d = 0.973$.
4. Répéter les étapes 2 et 3 pour jusqu'à $S_i = S_1$.
5. Obtenir la moyenne arithmétique des $S_{\frac{i}{52}}$, $i = 0, 1, ..., 52$
6. Répéter les étapes 1 à 5 10 000 fois
7. Obtenir la valeur à échéance de l'option d'achat, $max(0; A(T) - 110)$, pour chaque simulation.
8. Obtenir la moyenne des 10 000 valeurs à échéance d'option d'achat simulées.
9. Actualiser cette moyenne au taux sans risque $r = 0.01$, pour obtenir la valeur de l'option d'achat.

La moyenne une valeur d'exercice obtenue est de 1.6307, qui a été calculée ainsi :

$$\frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} max(A(T)_i - 110; 0)$$

où $A(T)_i$ est la moyenne arithmétique de la i^e simulation.

En actualisant cette valeur au taux sans risque sur 1 an, soit 1.6307$\cdot e^{-r}$, où r = 0.01, on obtient une valeur d'option d'achat sur moyenne arithmétique estimée de 1.6144 $.

Option de vente à barrière désactivante

On veut trouver la valeur d'une option de vente à barrière désactivante, avec un prix d'exercice de 95$ et une barrière désactivante de 105$. Ainsi, dès que le sous-jacente monte en haut de 105$, l'option est automatiquement désactivée, donc la valeur à échéance est automatiquement de 0.

On veut trouver le prix P de l'option de vente. L'algorithme suivant est utilisé pour obtenir sa valeur :

1. Poser la valeur initiale du sous-jacent $S_0 = 100\$$
2. Simuler une variable indicatrice I provenant d'une loi bernouilli de paramètre $p = 0.4931$.
3. Si $I = 1$, poser $S_{\frac{i}{52}} = S_{\frac{i-1}{52}} \cdot u$, où, $u = 1.0282$. Sinon, poser $S_{\frac{i}{52}} = S_{\frac{i-1}{52}} * d$, où $d = 0.973$.
4. Si $S_{\frac{i}{52}}$ est inférieur à 105, simuler la valeur à la prochaine période. Sinon, poser la valeur à échéance $= 0$, et passer à l'étape 6.
5. Répéter les étapes 1 à 4 jusqu'à l'échéance, $S_i = S_1$, ou jusqu'à ce que $S_i > 105\$$.
6. Répéter les étapes 1 à 5 10 000 fois.
7. Obtenir la valeur d'exercice $max(0; 95 - S_T)$ à l'échéance pour les 10 000 simulations.
8. Actualiser au taux sans risque la moyenne des valeurs à l'échéance des 10 000 options de vente simulés pour obtenir la valeur de l'option de vente.

La moyenne une valeur d'exercice obtenue est de 3.068, qui a été calculée ainsi :

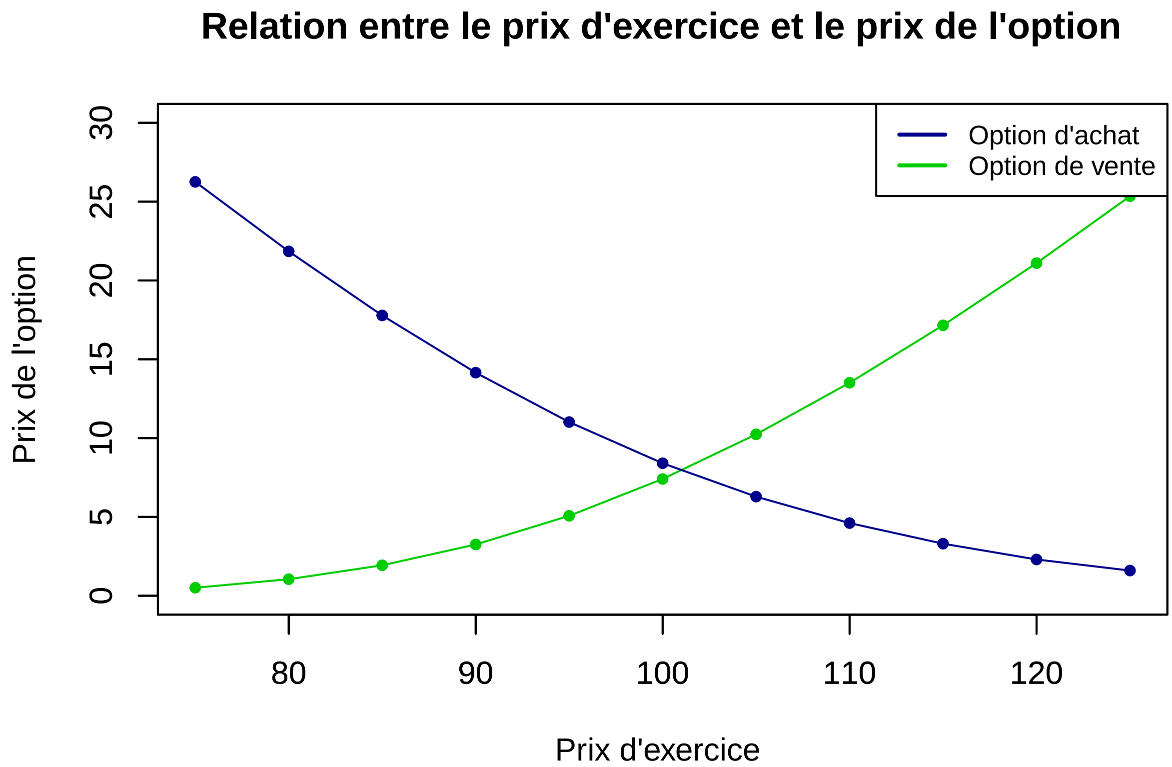
$$\frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} max(95 - S_{1i}; 0)$$

où S_{1i} est la valeur à échéance du sous-jacent de la i^e simulation. Pour les cas où l'option a été désactivée, on utilise une valeur de 0 pour l'option de vente dans le calcul de la moyenne.

En actualisant cette valeur au taux sans risque sur 1 an, soit 3.068 $\cdot e^{-r}$, où $r = 0.01$, on obtient une valeur d'option d'achat sur moyenne arithmétique estimée de 3.0373 $.

Question 3

Pour cette question, nous avons pris la fonction que nous avions utilisée auparavant afin de calculer le prix d'un option sur une période de 52 semaines avec différents prix d'exercices. Nous avons conservé les mêmes valeurs de S_0, u, d, p et r que dans les numéros précédents. Les valeurs de K choisies pour calculer prix des options sont les suivantes: $K = \{75, 80, 85, ..., 125\}$. Nous avons par la suite relié ces valeurs par une courbe afin de nous donner une idée de l'évolution du prix des option en fonction du prix d'exercice.



Nous remarquons que le prix de l'option d'achat varie de manière opposée au prix de l'option de vente. En effet, plus le plus d'exercice est élevé plus le prix de l'option d'achat diminue et le prix de l'option de vente augmente. Cela est tout à fait logique, puisque plus le prix d'exercice est élevé, moins grandre sera la probabilité d'exécuter son pouvoir d'achat. Le prix de l'option devra ainsi être plus petit. Également, lorsque nous observons dans les grandes valeurs du prix d'exercice pour l'option d'achat, le prix de cette option ne varie que très peu. À des valeurs très grandes, la variation de la probabilité d'exercer l'option demeure très faible, ce qui explique la petite différence entre les prix des options d'achat dans ce cas. La même logique est observée pour l'option de vente, mais à l'inverse de l'option d'achat.

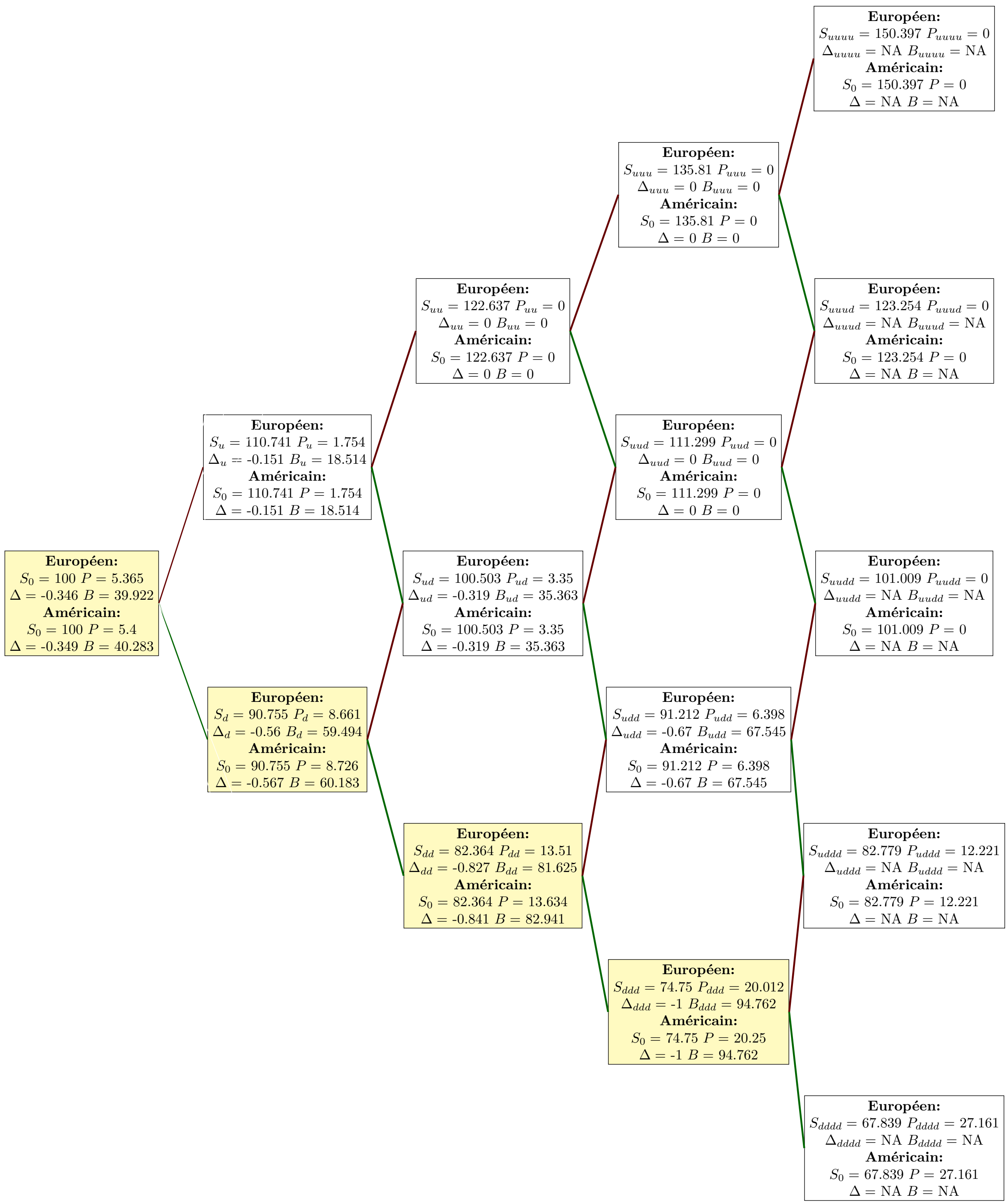
Question 4

Voici les résultats que l'on obtient d'une option de vente américaine et européenne en plus de la différence entre les deux. Les résultats sont présentés sous forme d'un tableau et d'un arbre. Dans l'arbre, les valeurs pour lesquelles le coût des options est différent, sont dans les embranchements en jaune. C'est-à-dire que l'option de vente serait excécutée à ces moments. L'exercice hâtif se fait lorsque le $max\left([p \cdot P(S_{u^{i+1}d^j}) + (1-p) \cdot P(S_{u^i d^{j+1}})]\, e^{-r/52}; K - S_{u^i d^j}\right) = K - S_{u^i d^j}$.

Table 4: Comparaison de l'option européenne avec l'américaine

Sous-jacent	Valeur du S-J	P_{euro}	P_{ame}	Diff	Δ_{euro}	Δ_{ame}	Diff	B_{euro}	B_{ame}	Diff
S_0	100.00	5.37	5.40	0.03	-0.35	-0.35	0.00	39.92	40.28	0.36
S_u	110.74	1.75	1.75	0.00	-0.15	-0.15	0.00	18.51	18.51	0.00
S_d	90.75	8.66	8.73	0.07	-0.56	-0.57	0.01	59.49	60.18	0.69
S_{uu}	122.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S_{ud}	100.50	3.35	3.35	0.00	-0.32	-0.32	0.00	35.36	35.36	0.00
S_{dd}	82.36	13.51	13.63	0.12	-0.83	-0.84	0.01	81.62	82.94	1.32
S_{uuu}	135.81	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S_{uud}	111.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S_{udd}	91.21	6.40	6.40	0.00	-0.67	-0.67	0.00	67.55	67.55	0.00
S_{ddd}	74.75	20.01	20.25	0.24	-1.00	-1.00	0.00	94.76	94.76	0.00
S_{uuuu}	150.40	0.00	0.00	0.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA
S_{uuud}	123.25	0.00	0.00	0.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA
S_{uudd}	101.01	0.00	0.00	0.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA
S_{uddd}	82.78	12.22	12.22	0.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA
S_{dddd}	67.84	27.16	27.16	0.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA

- **Comparaison de l'option de vente américaine et européenne**



Les différences entre les valeurs des options de vente américaines et européennes aux noeuds S_{dd} et S_{ddd} peuvent une justifiées par l'équation de parité :

$$C(K,T) - P(K,T) = S_0 e^{-\delta t} - K e^{-rt}$$

En isolant la valeur de $P(K,T)$:

$$P(K,T) = C(K,T) - S_0 e^{-\delta t} + K e^{-rt}$$

Pour avoir un exercice hâtif de l'option à un certain noeud, il faut que la valeur d'exercice, $K - S_t$, soit plus grande que la valeur de l'option de vente $P_{euro}(K,T)$ à ce noeud.

$$K - S_T > C(K,T) - S_0 e^{-\delta T} + K e^{-rT}$$

Ce qui implique une valeur de l'option d'achat implicite :

$$C(K,T) < K - S_T + S_0 e^{-\delta T} - K e^{-rT}$$

Pour le noeud S_{ddd}, avec $K = 95$, $\delta = 0$, $S_0 = 100$, $S_T = 74.75$, $r = 0.01$, $P_{ddd} = 20.012$ on a la valeurs suivante pour l'option d'achat implicite :

$$\begin{aligned}
C(K = 95, T = \frac{1}{2}) &= P(K = 95, T = \frac{1}{2}) + S_0 - K e^{-rT} \\
C(K = 95, T = \frac{1}{2}) &= 20.012 + 100 - 95 e^{-0.01*0.5} \\
C(K = 95, T = \frac{1}{2}) = 25.4877 &< 95 - 74.75 + 100 - 95 e^{-0.50.01}
\end{aligned}$$

$$25.4877 < 25.7257$$

Ce qui justifie l'exercice hâtif. Une démonstration similaire peut être faite pour les valeurs d'options de vente au noeud S_{dd}.

On sait que l'exercice hâtif d'une option de vente américaine peut être avantageuse, car elle implique de recevoir le prix d'exercice avant l'échéance. Par contre, elle peut être découragée par une vente de l'action qui implique de ne plus recevoir les dividendes sur l'action, (qui n'est pas le cas dans cette situation) et une perte de l'assurance implicite (l'option d'achat implicite), au cas où l'action monterait soudainement de valeur. Comme nous n'avons pas de dividendes, on peut s'attendre à ce que l'exercice hâtif ait lieu tôt dans l'arbre, maximisant ainsi l'intérêt sur le prix d'exercice, et lorsque la valeur du sous-jacent est basse, pour maximiser la valeur d'exercice. Les noeuds S_{dd} et S_{ddd} sont ceux où la valeur du sous-jacent est la plus basse pour leur période respective, explicant ainsi l'exercice hâtif.

Pour comparer avec l'option de vente européenne, l'option de vente américaine devrait être toujours au moins plus dispendieuse. En effet, avoir la possibilité d'exécuter hâtivement son option, permet de profiter d'une forte diminution de la valeur de l'option, puisqu'il est possible qu'à échéance cette valeur ne soit plus disponible. Ainsi, en s'offrant plus de possiblilités de valeur de l'option, il est normal que cette dernière coûte plus cher.

Question 5

- **Options d'achat et de vente européennes**

À partir des données trouvées précédemment, nous sommes en mesure de trouver les valeurs des options de vente et d'achat mentionnées au numéro 2 à l'aide de la formule de Black-Scholes.

$$C(K,T) = Se^{-\delta T}N(d_1) - Ke^{rT}N(d_2)$$
$$P(K,T) = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-\delta T}N(-d_1)$$

ou

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Nous obtenons ainsi les valeurs suivantes des prix des options de vente et d'achat avec la formule de Black-Scholes que nous pouvons comparer à celles du numéro 2.

Table 5: Comparaison de la valeur des options selon la méthode de calcul

Méthode	Option de vente	Option d'achat
Arbre binomial 4 états	5.365	4.993
Arbre binomial 52 états	5.069	4.609
Black-Scholes	5.078	4.575

Le modèle de Black-Scholes revient à un arbre binomial avec un nombre de périodes qui tend vers l'infini dans un intervalle de temps fini. Les valeurs des options de vente et des options d'achat calculées à partir de ce modèle devraient donc tendre vers des valeurs qui seraient davantage plus près de celles des arbres à 52 états que celles à 4. Nous pouvons remarquer cet effet dans les résultats que nous avons calculés; c'est-à-dire que le prix est plus éloigné de celui de l'arbre à 4 états et est plus près de celui de l'arbre à 52 états, mais ils ne sont tout de même pas égaux. Ainsi, avec le modèle de Black-Scholes, il est possible d'obtenir le prix le plus juste de l'option, de manière très efficace et beaucoup plus rapide qu'avec un arbre binomial.

- **Valeurs des Greeks**

Nous devions ensuite faire le calcul de tous les Greeks, c'est-à-dire, Delta (Δ), Gamma (Γ), Vega (ν), Theta (Θ) et rho (ρ) de ces options à partir des données que nous avions trouvées précédement. Dans ce cas-ci, la valeur de psi (ψ) n'est pas calculé, car nous avons que le dividende du sous-jacent est nul. Voici les formules qui nous ont permis de calculer les valeurs des Greeks.

Option d'achat

- $\Delta_c = e^{-\delta T} N(d_1)$,
- $\Gamma_c = \dfrac{e^{-\delta T} N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$,
- $\nu_c = \dfrac{Se^{-\delta T} N'(d_1)\sqrt{T}}{100}$,
- $\Theta_c = \dfrac{\delta S e^{-\delta T} N(d_1) - rKe^{-rT} N(d_2) - \frac{Ke^{-rT} N'(d_2)\sigma}{2\sqrt{T}}}{365}$,
- $\rho_c = \dfrac{TKe^{-rT} N(d_2)}{100}$,

Option de vente

- $\Delta_p = -e^{-\delta T} N(-d_1)$
- $\Gamma_p = \dfrac{e^{-\delta T} N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$
- $\nu_p = \dfrac{Se^{-\delta T} N'(d_1)\sqrt{T}}{100}$
- $\Theta_p = \dfrac{\Theta c + rKe^{-rT} - \delta S e^{-\delta T}}{365}$
- $\rho_p = \dfrac{-TKe^{-rT} N(-d_2)}{100}$

Les valeurs obtenues des greeks pour l'option d'achat avec prix d'exercice de 110 et celles avec l'option de vente avec prix d'exercice de 95 sont:

Table 6: Valeur des Greeks

Greeks	Option d'achat avec $K = 110$	Option de vente avec $K = 95$
Δ	0.3711	-0.3418
Γ	0.0190	0.0184
ν	0.3779	0.3671
Θ	-0.0112	-0.0089
ρ	0.3254	-0.3925

- **Lien entre le numéro 3 et les Greeks du numéro 5**

Delta (Δ)

Comme nous avons vu, le delta (Δ) mesure la sensibilité du prix de l'option au prix de l'action sous-jacente. Ce qui veut dire que dès que le sous-jacent augmente de valeur, le prix de l'option d'achat augmente (car $\Delta_c > 0$) et le prix de l'option diminue (car $\Delta_p < 0$). En le comparant au numéro 3, on peut s'apercevoir du contraire concernant le prix d'exercice. Si K augmente, le prix de l'option d'achat diminue et le prix de l'option de vente augmente. On peut donc dire que l'effet du sous-jacent et du K est contraire sur la valeur du delta.

Gamma (Γ)

Dans le cours, nous avons appris que le gamma (Γ) mesure la sensibilité du delta de l'option au prix de l'action sous-jacente. Nous pouvons le voir comme la vitesse à laquelle le prix de l'option varie pour l'augmentation de la valeur du sous-jacant. Près des valeurs de K, le gamma sera plus grand et aux extrêmes, il sera plus petit. Cela est étroitement relié à la variation de la probabilité d'exercice de l'option, comme expliqué au numéro 3. Aux extrêmes, la probabilité demeure très stable, mais au centre elle varie grandement. Nous pouvons la représenter un peu comme une cloche d'une loi normale.

Vega (ν)

Le vega (ν) est par définition une mesure de la sensibilité du prix de l'option à la volatilité du sous-jacent. Si l'on compare le vega au prix d'exercice, lorsque le prix d'exercice se retouve dans les extrêmes, la valeur du vega est très faible, mais lorsque le K est près de la valeur du sous-jacent, alors le vega aura tendance à être plus élevé. En effet, plus le prix d'exercice est près du sous-jacent, plus les chances d'exercice est incertain, ce qui a un impact sur la volatilité. Donc, on peut dire que le lien entre le prix d'exercice et le vega est étroitement relié.

Theta (Θ)

Comme appris dans le cours, le theta (Θ) mesure la sensibilité du prix de l'option au temps, qui est une mesure de rapprochement de l'échéance. Pour un même temps, plus la valeur du prix d'exercice de l'option se situe aux extrêmes, plus nous aurons avec certitude que l'exercice sera appliqué ou non. Pour un K près de la valeur initiale du sous-jacent, le rho devrait être négatif, puisque si le sous-jacent ne change pas de valeur, les chances d'exercer l'option à l'échéances deviennent moins grande à force de que le temps passe.

Rho (ρ)

Pour terminer, le rho (ρ) mesure la sensibilité du prix de l'option à la force d'intérêt. Le rho s'analyse différemment si on le compare au prix d'exercice de l'option.

Pour l'option d'achat avec une valeur fixe de la force d'intérêt, on devrait voir un rho plus grand pour une valeur de K près de la valeur initiale du sous-jacent. C'est lorsqu'on est près de cette dernière que le prix de l'option d'achat est sensible à la force d'intérêt. En effet, si les chances que l'option d'achat soit exercée sont incertaines, le changement de la force d'intérêt a plus d'influence sur la sensibilité du prix de l'option que si les chances étaient plus certaines.

Pour l'option de vente, plus le K est grand, plus on peut dire que la sensibilité du prix de l'option par rapport à la force d'intérêt sera faible. On peut le voir comme si la valeur de K est initialement très grande, l'impact de la force d'intérêt sur les chances d'exécution de l'option ne seront pas très élevées. Plus que l'on augmente le prix d'exercice, moins l'effet de la force d'intérêt sera important.

Comparaison générale des Greeks et de K

La valeur des Greeks, varie souvent de la même façon en fonction du prix d'exercice de l'option. On peut dire que le K influence la probabilité que l'option soit excercée. Puisque le prix d'une option est grandement liée par la probabilité qu'elle soit exercée, les Greeks seront aussi impactés par cette probabilité. Donc, l'interaction entre les Greeks et le prix d'exercice est très fort.

Il est aussi intéressant de remarquer que le prix de l'option d'achat et de vente pour des prix d'exercice respectifs à 110 \$ et 95 \$ sont très près. En analysant les Greeks, on voit que leurs valeurs sont très similaires. La principale différence est parfois le signe du Greek, car l'option d'achat varie à l'inverse de l'option de vente, comme expliqué au numéro 3.

Rapport composé et approuvé par

Olivier Bourret

Marianne Chouinard

Ellie Lapointe