

Notions préliminaires

Coefficient d'asymétrie=skewness

Coefficient d'aplatissement=kurtosis

- Klugman(3.1,3.2,3.4.1-3.4.3)
- Notations du livre
- $\mu = E(X)$
- $\mu'_k = E(X - \mu)^k, k > 1$
- $\mu_k^2 = E(X - \mu)^2 = \sigma^2$, variance
- $\mu_k^3 = E(X - \mu)^3$, coefficient d'asymétrie
- $\gamma_1 = \frac{E(X - \mu)^3}{\sigma^3}$, coefficient d'asymétrie standardisé (mesure sans unite)

Kurtosis et Excess kurtosis

- $kurtosis = \frac{E(X-\mu)^4}{\sigma^4}$ (l'épaisseur de l'aile compare à la loi normale)
- $kurtosis=3$,loi normale
- $kurtosis > 3$, la distribution de X a une aile plus lourde que la loi normale
- $kurtosis$ excédentaire= $kurtosis-3$
- $kurtosis$ excédentaire > 1 pour X qui a une aile plus lourde que la loi normale

Fgm de la loi Normale standardisée, $N(0,1)$

- La fgm d'une v.a. X , $M(t)$
- $M(t) = 1 + E(X)t + \frac{1}{2}E(X^2)t^2 + \dots + \frac{1}{k!}E(X^k)t^k + \dots$
- $c_k = \frac{1}{k!}E(X^k)$, coefficient attaché à $t^k \rightarrow E(X^k) = k! c_k$
- La fgm d'une loi $N(0,1)$, $M(t) = e^{\frac{\sigma^2 t^2}{2}}$
- $e^{\frac{\sigma^2 t^2}{2}} = 1 + \frac{\sigma^2 t^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^2 t^2}{2} \right)^2 + \dots$

- $e^{\frac{\sigma^2 t^2}{2}} = 1 + \frac{\sigma^2 t^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^2 t^2}{2} \right)^2 + \dots$
- $c_2 = \frac{\sigma^2}{2}$, $c_3 = 0$, $c_4 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^4}{4} = \frac{\sigma^4}{8}$
- $E(X^2) = \sigma^2$, $E(X^4) = 4! \frac{\sigma^4}{8} = 3 \sigma^4$
- Kurtosis = 3, kurtosis = 3 pour la loi Normale(μ, σ^2)
- Excess-Kurtosis = 0, excess-kurtosis = 3 pour la loi Normale(μ, σ^2)

Kurtosis et son utilisation

- Une distribution avec $\text{Kurtosis} > 3$, $\text{kurtosis}=3$ pour la loi Normale(μ, σ^3), l'aile de la distribution est plus lourde que l'aile de la loi normale
- Une distribution avec $\text{Kurtosis} < 3$, $\text{kurtosis}=3$ pour la loi Normale(μ, σ^3), l'aile de la distribution est moins lourde que l'aile de la loi normale.(plus fine)