Primes des contrats plus compliqués

La fonction de perte

- Contrat avec limite supérieure (u connue) et avec une deductible (d-connue)
- La fonction de perte Y=g(X)
- $Y = 0, \qquad X \leq d$
- $Y = X - d\ , \quad d\ < X \leq u$
- $Y = u - d, \quad X > u$.
- La prime(par perte) , $X \sim f(x)$
- $E(Y) = \int_d^u (X-d) f(x) dx + (u-d) \int_u^\infty f(x) dx$
- $= \int_d^u (X-d) f(x) dx + (u-d) S(u)$

- La prime (par paie), $X \sim f(x)$ /S(d)
- $E(Y^P) = \frac{E(Y)}{S(d)}$

r: taux d'inflation

- $X \sim f(x)$
- Avec l'inflation la perte a comme variable aléatoire au lieu de X,
- X'=(1+r)X, $X' \sim f_{X'}(x')$ qui est reliée à $f(x)$.
- Mais on veut travailler avec $X \sim f(x)$ sans avoir à trouver $f_{X'}$(x').
- Par exemple si on veut la prime pure sous l'inflation
- $Y = X'$ on cherche $E(X') = \int_0^\infty X' \, f_{X'}(x')$dx'
- mais on peut travailler avec $X \sim f(x)$ car
- $E(X')$=$E\big((1 + r)X\big) = (1 + r)E(X)$

La prime stop-loss sous l'inflation

- Y =0 si $X' \leq d$ et $Y = X' - d\ si\ X' > d$ (definition du stop loss) mais one ne veut pas travailler avec $f_{X'}$ mais avec $f(x)$
- Y =0 si $X \leq d$/1+r et $Y = (1+r)X - d\ si\ X > d$/1+r.
- E(Y)= $(1+r)\int_{d/1+r}^{\infty} xf(x)dx - d\int_{d/1+r}^{\infty} f(x)dx$
- E(Y)= $(1+r)(\int_{d/1+r}^{\infty} xf(x)dx - \frac{d}{1+r}\int_{d/1+r}^{\infty} f(x)dx)$
- E(Y)= $(1+r)(E(X) - E(X \wedge \frac{d}{1+r}$)) à noter que
- $E(X) = \int_0^{\infty} xf(x)dx = \int_{d/1+r}^{\infty} xf(x)dx + \int_0^{\frac{d}{1+r}} xf(x)dx$

La prime de la perte limitée sous l'inflation

- $Y = X'$ si $X' \leq u$ mais $Y = u\ si\ X' > u$ (definition de la perte limitée)
- $Y = (1+r)X\ si\ \ X \leq \frac{u}{1+r}$ mais $Y = u\ si\ X > \frac{u}{1+r}$
- E(Y)=$\int_0^{\frac{u}{1+r}}(1+r)f(x)dx + \int_{\frac{u}{1+r}}^{\infty} uf(x)dx$
- E(Y)= $(1+r)(\int_0^{\frac{u}{1+r}} xf(x)dx + \frac{u}{1+r}S(u))$
- E(Y)= $(1+r)(E(X \wedge \frac{u}{1+r})$.

g(x) avec u, r, d

- $Y = 0$, $X \leq \frac{d}{1+r}$
- $Y = (1+r)X - d$ $\frac{d}{1+r} < X \leq \frac{u}{1+r}$
- $Y = u - d$ $X > \frac{u}{1+r}$
- On remarque si $Y = Y_1 - Y_2$ alors $E(Y) = E(Y_1) - E(Y_2)$
- Y_1=0 , $X \leq \frac{d}{1+r}$; Y_2=0 , $X \leq \frac{u}{1+r}$ Type equation here.
- $Y_1 = (1+r)X - d$ $X > \frac{d}{1+r}$; $Y_2 = (1+r)X - u$, $X > \frac{u}{1+r}$
- Y=$Y_1 - Y_2 \rightarrow E(Y) = E(Y_1) - E(Y_2)$

Prime avec u,d,r et remarques sur l'estimation nonparamétrique

- $E(Y_1) = (1+r)(E(X) - E(X \wedge \frac{d}{1+r}))$
- $E(Y_2) = (1+r)(E(X) - E(X \wedge \frac{u}{1+r}))$
- $E(Y) = (1+r)(E(X \wedge \frac{u}{1+r}) - E(X \wedge \frac{d}{1+r}))$
- Avec co-assurance α, par exemple $\alpha = 0.8$
- $Y = 0$, $\quad X \leq \frac{d}{1+r}$
- $Y = \alpha((1+r)X - d)$ $\quad \frac{d}{1+r} < X \leq \frac{u}{1+r}$
- $Y = \alpha(u - d)$ $\quad X > \frac{u}{1+r}$
- $E(Y) = \alpha(1+r)(E(X \wedge \frac{u}{1+r}) - E(X \wedge \frac{d}{1+r}))$.

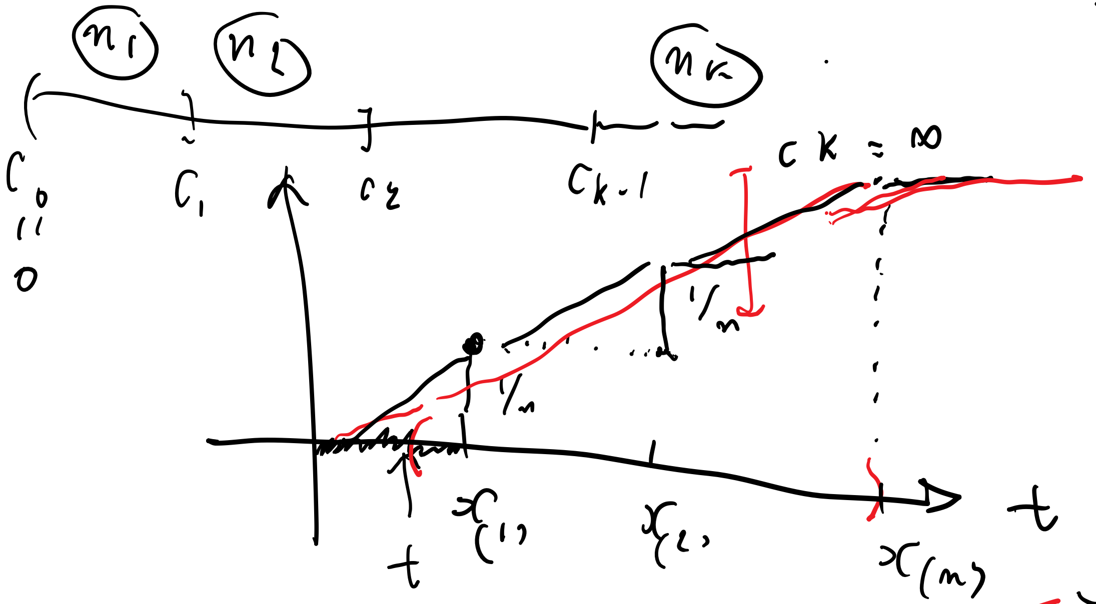
$X_1, \ldots, X_n$ iid $F(x)$ $\left(F_{\theta_0}(x) \right)$

$$F_n(t) = (\#\text{ observations} \leq t)/n$$

$$\text{proportion empirique} \leq t \xrightarrow{p} \underbrace{P[X \leq t]}_{\substack{\text{proportion de} \\ \text{la population} \leq t}}$$

censurée

7, 8, 9+, 10, 6



$$F_n(t) = \frac{1}{n}\sum_i I(x_i \le t)$$

$$S_n(t) = \frac{1}{n}\sum_i I(x_i > t)$$

$$V(F_n(t))$$

$$F_n(t_0) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\hat{V}(F_n(t_0))}$$