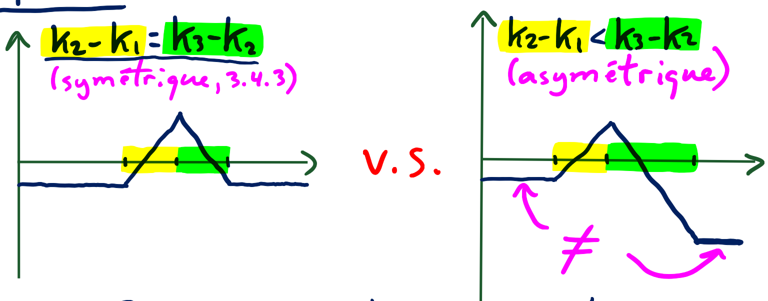
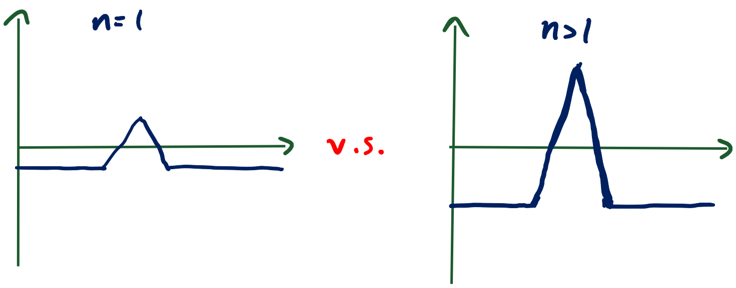
Au sujet du butterfly spread et du butterfly spread asymétrique...

- Par défaut, pour le BFS, $k_2 - k_1 = k_3 - k_2$
- Autrement, la valeur à l'échéance ne serait pas égale selon que $S_T < k_1$ ou $S_T > k_3$
- Illustration des profits :



- Si on achète n BFS, on exacerbe le profit
- Illustration :



- Acheter n BFS revient à acheter n Bull spread et n Bear spread
  - * Rappel: Bear = written Bull (- Bull)
- Si $k_2 - k_1 \neq k_3 - k_2$, l'idée sera de trouver la combinaison de n Bull spread et de m Bear spread qui procurera un BFS asymétrique mais dont les valeurs à l'échéance sont identiques aux extrémités (S_T petit ou grand, i.e. $S_T < k_1$ et $S_T > k_3$)
- En utilisant uniquement des Calls, on aura :

$$
\begin{aligned}
BSF_{ASYM} &= n \cdot \text{Bull spread}(Call, k_1, k_2) + m \cdot \text{Bear spread}(Call, k_2, k_3) \\
&= n\left[Call(k_1,T) - Call(k_2,T)\right] + m\left[Call(k_3,T) - Call(k_2,T)\right] \\
&= n\, Call(k_1,T) - (n+m)\, Call(k_2,T) + m\, Call(k_3,T)
\end{aligned}
$$

- On cherche val. éch. égale pour $S_T < k_1$ et pour $S_T > k_3$
- Pour $S_T < k_1$, val. éch. = 0 car aucun Call n'est exercé

$\hookrightarrow n \cdot \max(0, S_T - k_1) - (n+m)\max(0, S_T - k_2) + m \cdot \max(0, S_T - k_3) = 0 \;\forall S_T < k_1$

*** Rappel: $k_1 < k_2 < k_3$ → donc $S_T < k_1 < k_2 < k_3$ → Tous les $\max(0, S_T - k_i) = 0$!

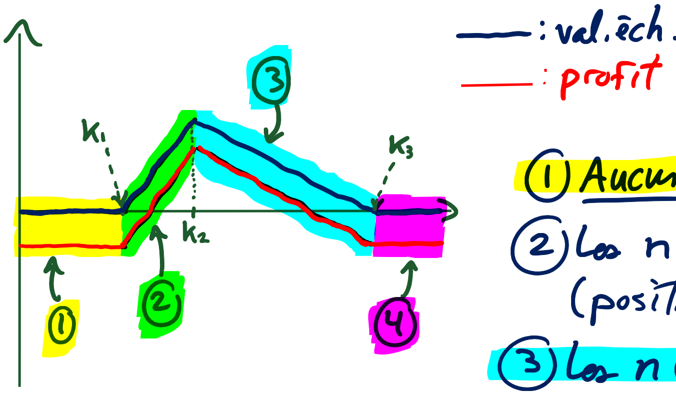
- Pour $S_T > k_3$, c'est plus compliqué à première vue... mais ça se simplifie !

$\rightarrow n \cdot \max(0, S_T - K_1) - (n+m)\max(0, S_T - K_2) + m \cdot \max(0, S_T - K_3) = 0$

$\hookrightarrow n(S_T - K_1) - (n+m)(S_T - K_2) + m(S_T - K_3) = n(K_2 - K_1) - m(K_3 - K_2) = 0$

Donc, $\dfrac{n}{m} = \dfrac{K_3 - K_2}{K_2 - K_1}$

Illustration val. éch. et profit avec $K_3 - K_2 > K_2 - K_1$



1) Aucun Call n'est exercé

2) Les n Call(K_1, T) sont exercés (positions longues) pour $K_1 < S_T$

3) Les n Call(K_1,T) et les $(n+m)$ Call(K_2,T) sont exercés pour $K_1 < K_2 < S_T$. La pente croissante des n Call(K_1,T) est "annulée" par la pente décroissante des n premiers Call(K_2,T) puisque ces derniers sont en position courte. Les m derniers Call(K_2,T) en position courte créent ainsi une pente décroissante.

4) Tous les Call sont exercés. La val. éch. est nulle, tel que démontré précédemment.

1-2-3-4) Le coût initial est positif, le profit est donc moindre que la val. éch., naturellement.