Méthodes pour comparer les ailes de 2 distributions

Méthodes

- −−−−−−−−− −M→→→→
- $f_1(x) > f_2(x)$ pour $x \geq M$
- L' aile de $f_1(x)$ est plus lourde que l'aile de $f_2(x)$
- Méthode base sur les moments:
- La densité qui possède les moments les plus élevés a une aile moins lourde(plus fine) ,

Méthodes

- $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ pour $x \geq M$
- $\lim_{x \to \infty} \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$, soit ∞ ou soit 0.
- $\lim_{x \to \infty} \frac{S_1'(x)}{S_2'(x)} = \lim_{x \to \infty} \frac{S_1\,(x)}{S_2\,(x)}$,
- car on utilise la règle de l'Hopital pour les formes $\frac{0}{0}$.

Méthode basée sur le ratio des densités

- $f_1(x)$=$\frac{\alpha\theta^{\alpha}}{(x+\theta)^{\alpha+1}}$,$\alpha, \theta > 0$, loi Pareto (Annexe du livre)
- $f_2(x) = \frac{1}{\Gamma(\tau)\beta^{\tau}} x^{\tau-1}$exp($-\frac{x}{\beta}$),loi Gamma
- $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$=$k\,\frac{\exp(\frac{x}{\beta})}{x^{\tau-1}(x+\theta)^{\alpha+1}}$, $k > 0$

- $\lim_{x\to\infty} \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$=∞, on conclut que la Pareto a une aile plus lourde que la gamma

Méthode avec la fonction de hasard pour étudier l’aile de la distribution

- Une densité $f(x)$qui a une fonction de hasard $h(x)$ croissante a partir d’un point M a une aile plutôt fine. Si la fonction de hazard est décroissante (a partir de M),l’aile est plutôt lourde.
- $h(x) = \frac{f(x)}{S(x)}$, la fonction de hasard est aussi appelée taux de mortalité.
- $h(x) \approx -\frac{f'(x)}{S'(x)}$=$-\frac{f'(x)}{f(x)}$=- $\frac{\partial ln f(x)}{\partial x}$ pourrait être utilisée au lieu de $\frac{f(x)}{S(x)}$ si jamais $S(x)$ a une forme compliquée comme pour le cas de la loi gamma.

L’utilisation de la fonction de hasard

- Loi Pareto:
- $f(x)$=$\frac{\alpha\theta^{\alpha}}{(x+\theta)^{\alpha+1}}$,$\alpha, \theta > 0$, loi Pareto
- $S(x) = \left(\frac{\theta}{x+\theta}\right)^{\alpha+1}$
- $h(x) = \frac{k}{x+\theta}$, $h(x)$ est décroissante, l’aile plutôt lourde.
- Loi Gamma:
- $f(x) = \frac{1}{\Gamma(\tau)\beta^{\tau}} x^{\tau-1}$exp($-\frac{x}{\beta}$), $S(x)\ n'a\ pas\ de\ forme\ explicite$

Exemple: loi Gamma

- $lnf(x) = lnk + (\tau - 1)lnx - \frac{x}{\beta}$, loi Gamma
- $-\frac{\partial lnf(x)}{\partial x} = \frac{1}{\beta} - \frac{(\tau-1)}{x}$
- $\tau = 1$, loi exponentielle, $-\frac{\partial lnf(x)}{\partial x}$ est constante.
- $\tau > 1$, $-\frac{\partial lnf(x)}{\partial x}$ est croissante, l'aile fine
- $\tau < 1$, $-\frac{\partial lnf(x)}{\partial x}$ est décroissante, l'aile lourde.