Trabajo Práctico Nº3

Materia: Teoría de Circuitos

Profesor: Juan Pablo Romero

Alumno: Oliverio de los Ríos

Fecha de entrega:

Introducción:

El presente trabajo práctico consiste en:

- Analizar el comportamiento de un capacitor a través de sus tres fases operativas: carga, flotación (circuito abierto) y descarga.

- Registrar las variables clave del circuito: la tensión en el capacitor (Vc), la tensión en la resistencia (Vr) y la corriente (Ic) en función del tiempo.

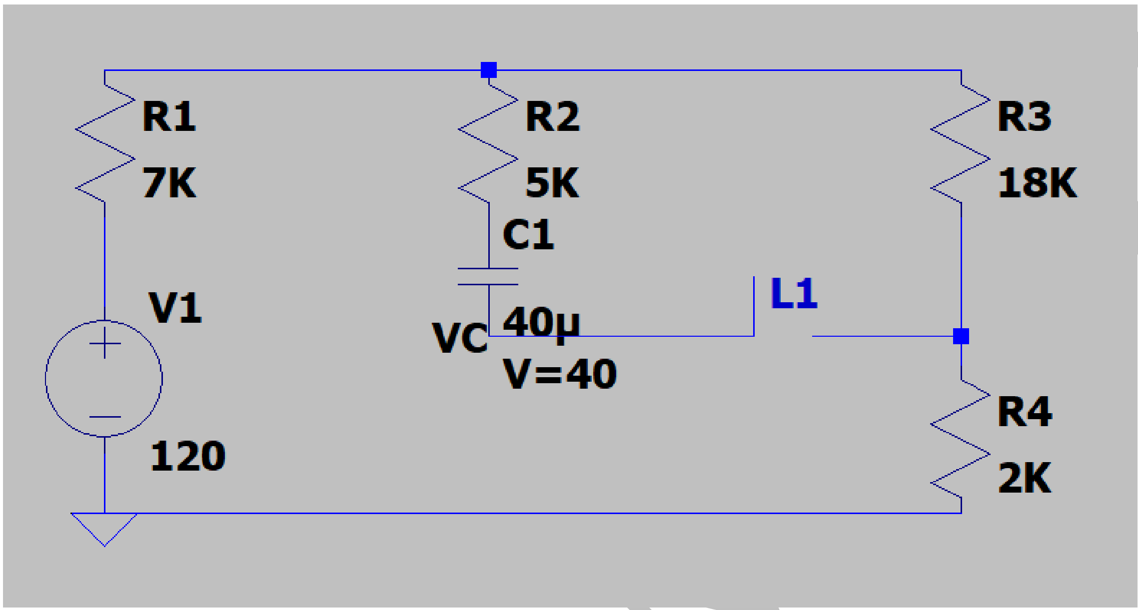
- Representar gráficamente los datos obtenidos para interpretar las curvas características de cada una de estas magnitudes.

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

Oliverio de los Ríos

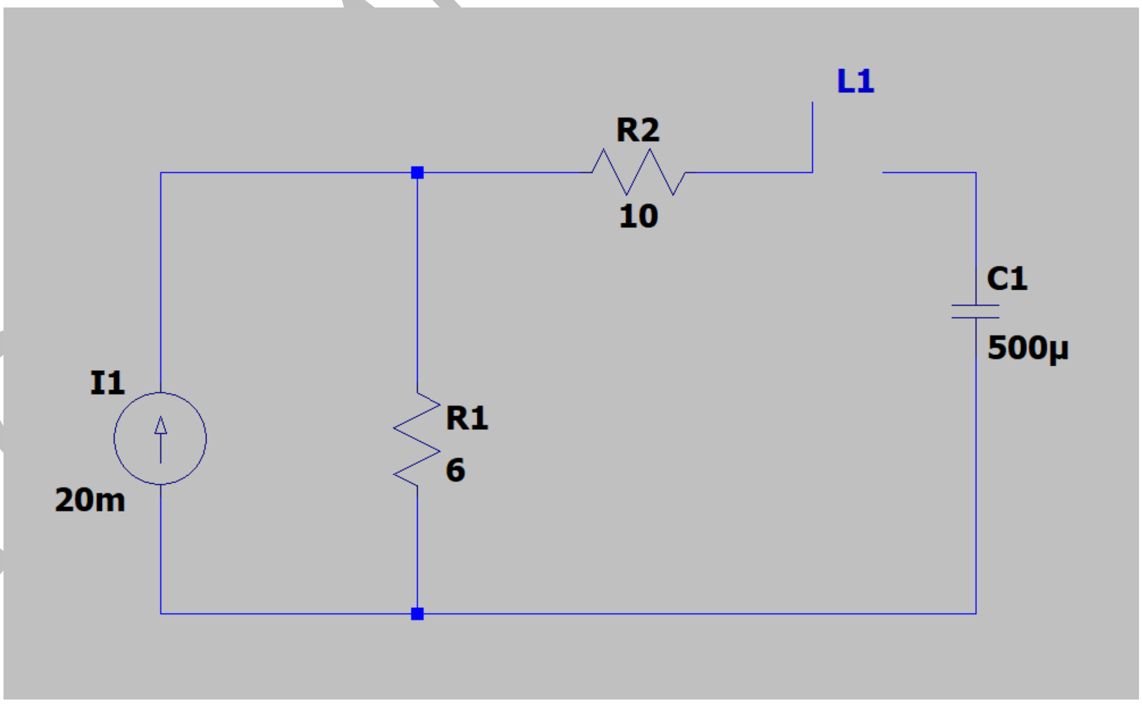
Ejercicios:

1.Según el siguiente circuito:



a. Expresión matemática de v_C después de cerrar L_1.
b. Graficar las curvas de v_C e i_C después de cerrar L_1.

2.Según el siguiente circuito:

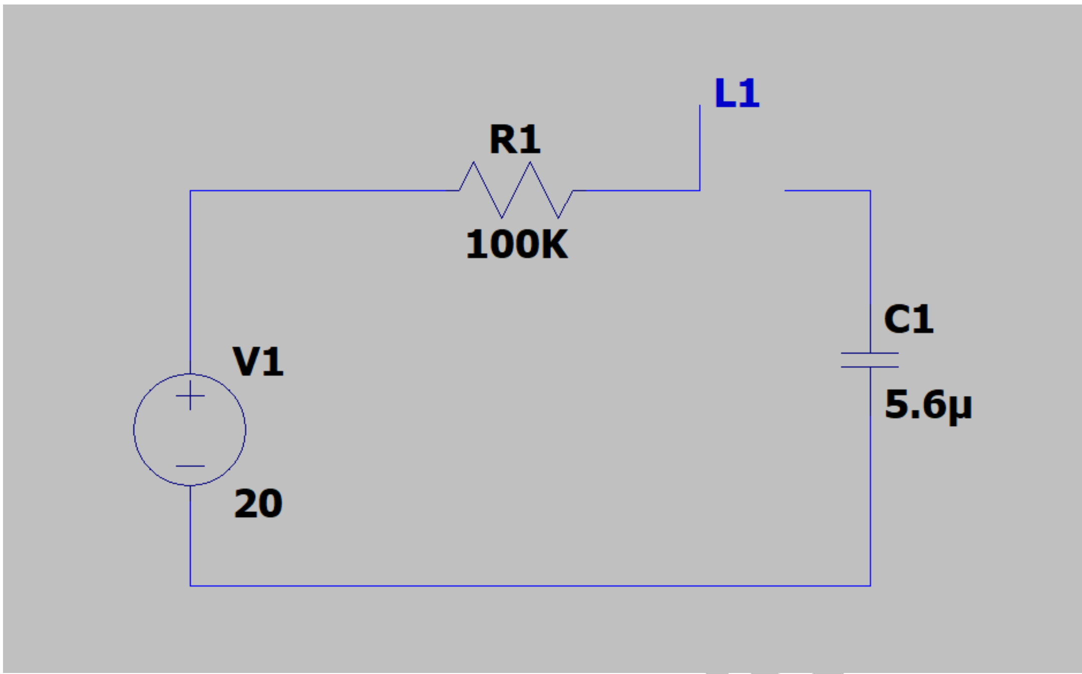


a. Expresión matemática de v_C después de cerrar L_1.
b. Graficar las curvas de v_C e i_C después de cerrar L_1.

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

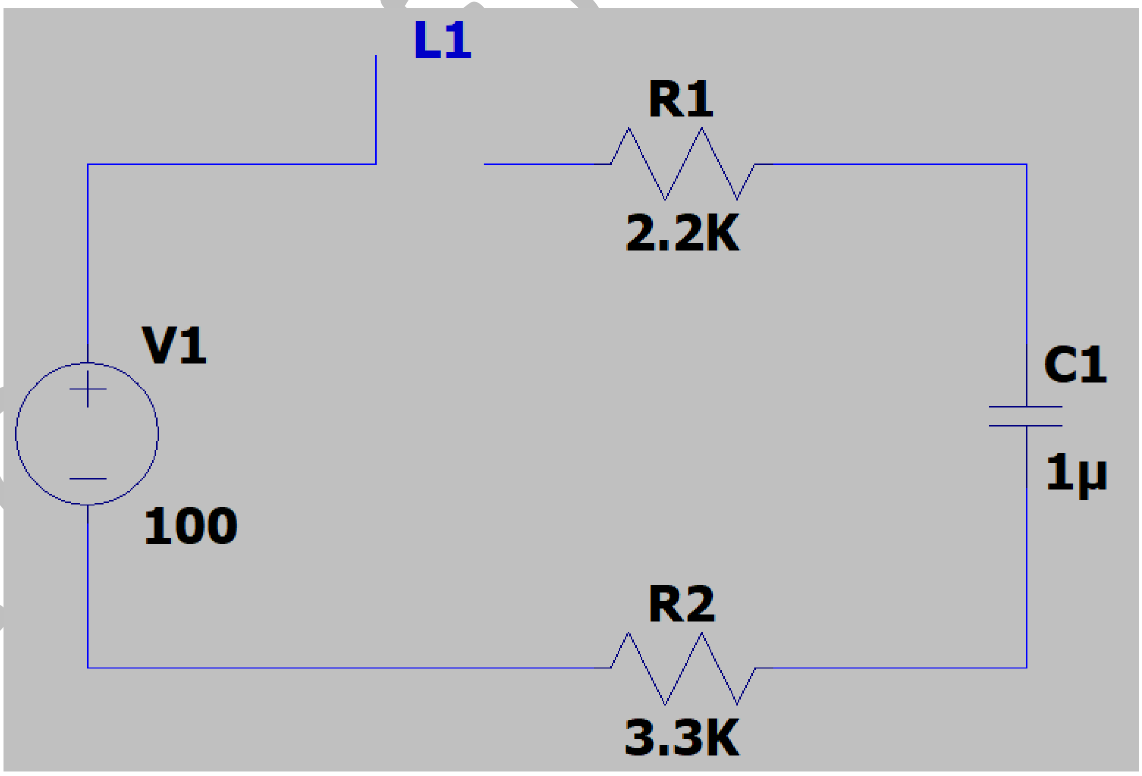
Oliverio de los Ríos

3.Según el siguiente circuito:



a. Calcular v_C e i_C en t=1τ; 3τ y 5τ.
b. Graficar las curvas de v_C e i_C.

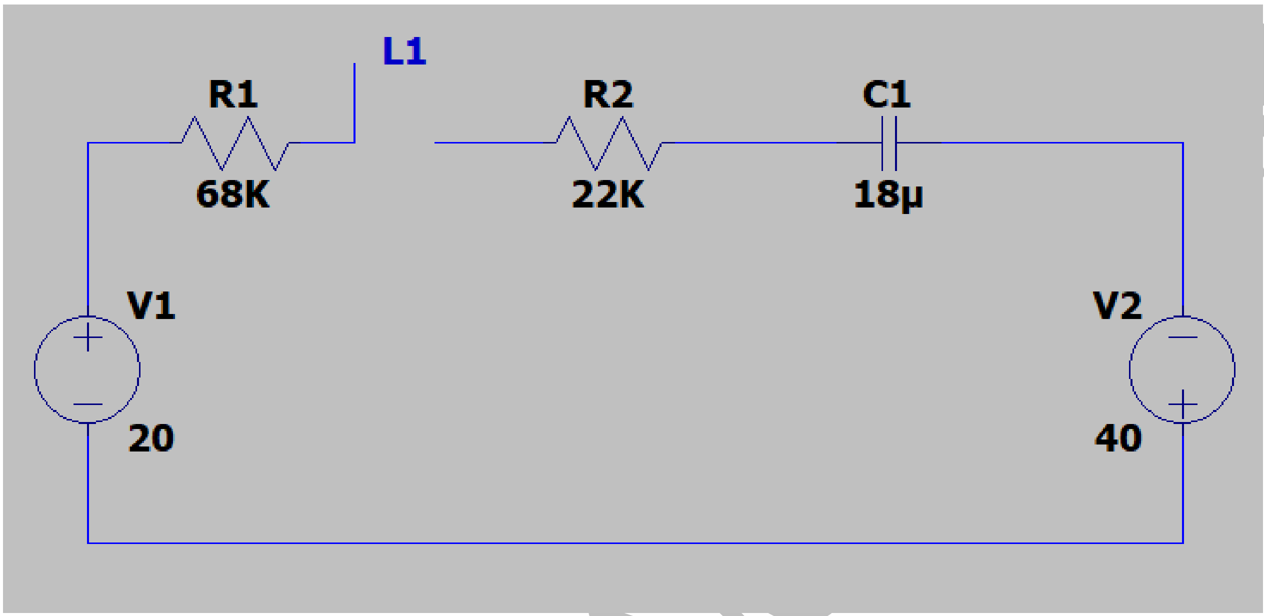
4.Según el siguiente circuito:



a. Expresiones matemáticas de v_C e i_C.

b. Graficar las curvas de v_C e i_C.

5.Según el siguiente circuito:



a. Graficar las curvas de v_C e i_C.

6.Dado el voltaje: $v_C = 12V(1 - e^{-\frac{t}{100\mu s}})$:

a. Indicar la constante de tiempo.

b. Calcular el voltaje instantáneo a los 50 microsegundos.

c. Calcular el voltaje instantáneo al milisegundo.

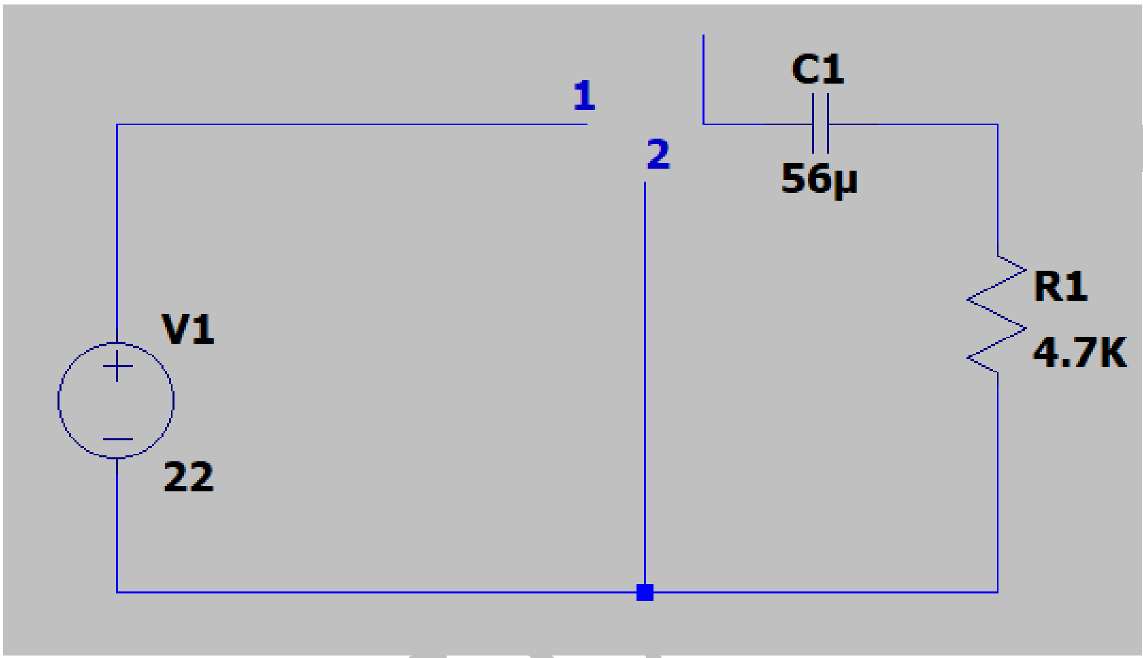
7.Para un capacitor de 10 microfarads cuya curva de carga se describe como:

$$v_C = 40mV(1 - e^{-\frac{t}{20ms}})$$

a. Indicar cuánto tiempo habrá pasado cuando la fase de carga haya terminado.
b. Calcular la resistencia del circuito.
c. Calcular el voltaje instantáneo a los 20 milisegundos de carga.

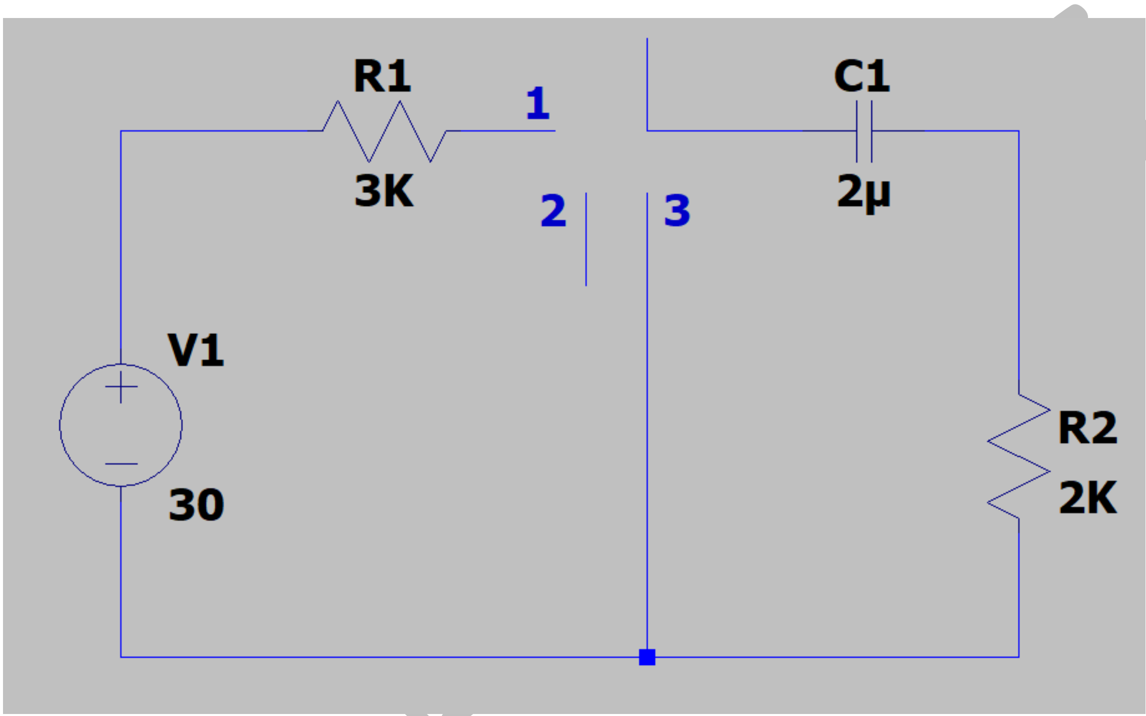
d. Calcular el voltaje instantáneo cuando haya pasado 10 veces la constante del tiempo.

8.Según el siguiente circuito:



a. Calcular la constante de tiempo con la llave en la posición 1.
b. Mostrar las expresiones matemáticas y graficar con la llave en la posición 1.
c. Determinar el voltaje y la corriente instantáneos si, luego de un segundo, la llave cambia a la posición 2.
d. Mostrar las expresiones matemáticas del voltaje y la corriente en la fase de descarga.
e. Graficar las curvas de v_C e i_C mostrando las fases de carga y descarga del capacitor.

9.Según el siguiente circuito:

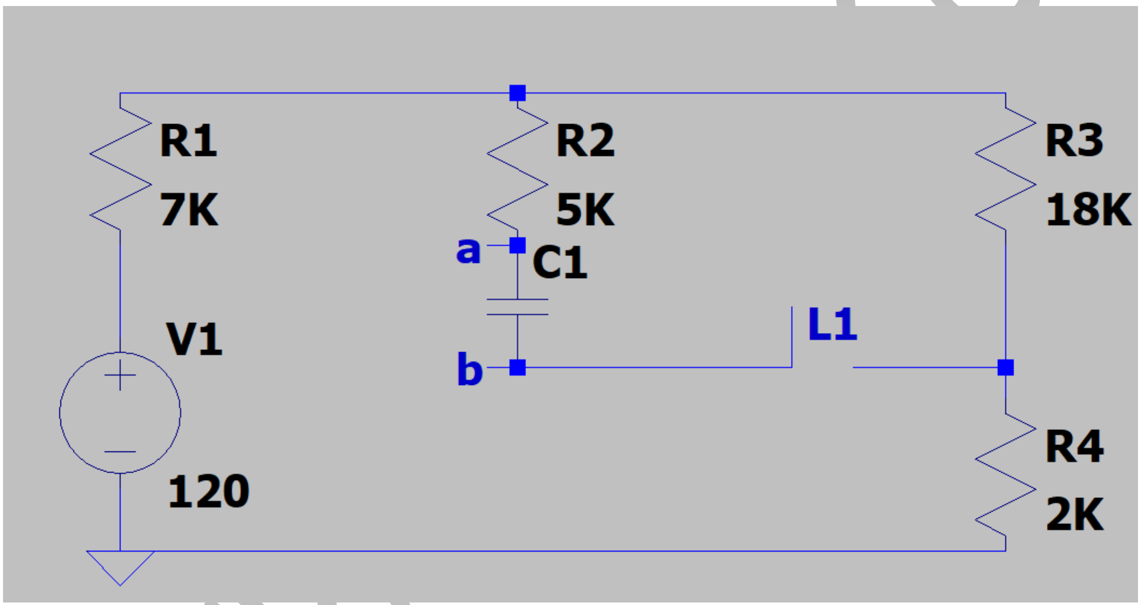


a. Calcular las expresiones matemáticas v_C; v_R e i_C cuando la llave pasa a la posición 1.
b. Calcular las expresiones matemáticas v_C; v_R e i_C si la llave pasa a la posición 2 a los 100 milisegundos.
c. Calcular las expresiones matemáticas v_C; v_R e i_C si la llave pasa a la posición 3 a los 200 milisegundos.
d. Graficar las formas de onda de v_C; v_R e i_C describiendo el régimen transitorio por el que pasa el capacitor.

Resoluciones de los ejercicios:

1.a

Se procede aplicando el teorema de Thévenin de la siguiente manera:



Por ende, el siguiente es el circuito equivalente:

(Cálculo de R_{th})

$$R_{th} = [(R_1 + R_4)//R_3] + R_2$$
$$= [(7K\Omega + 2K\Omega)//18K\Omega] + 5K\Omega = 11K\Omega$$

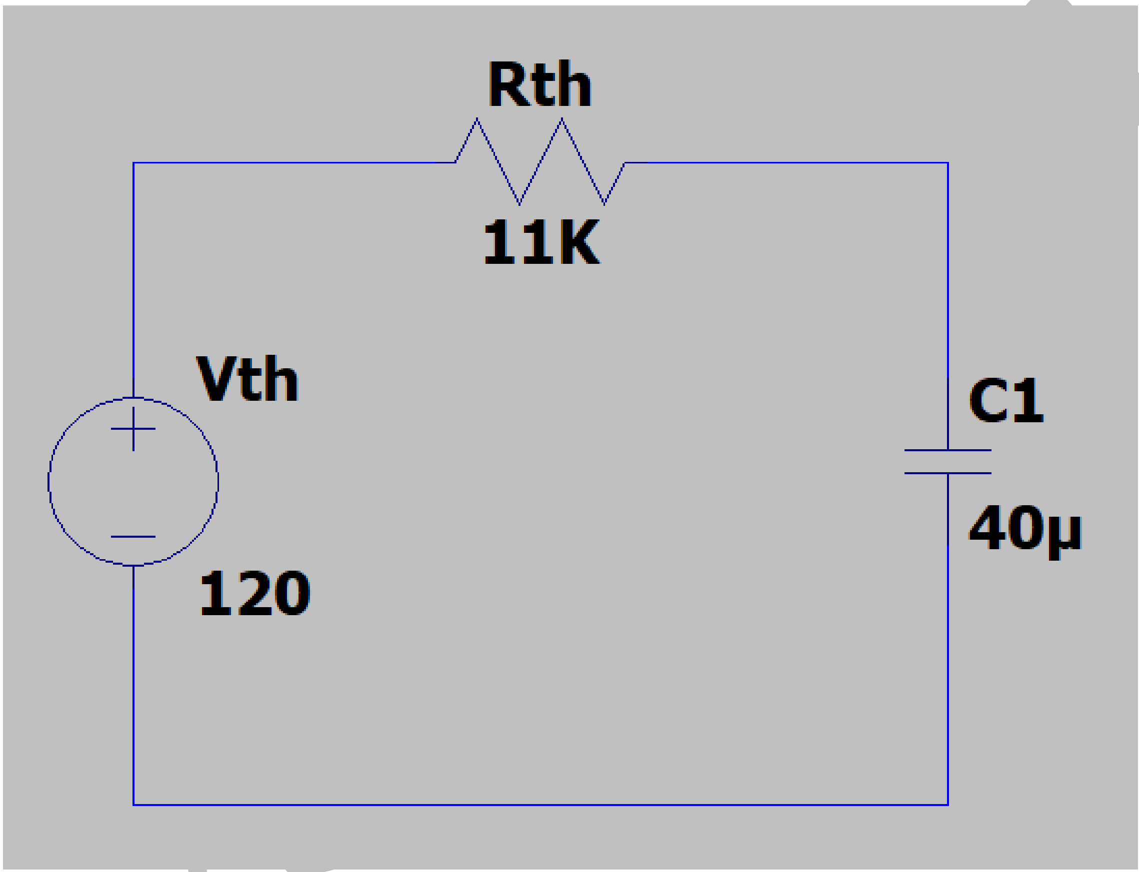
(Cálculo de V_{th})

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 7K\Omega + 2K\Omega + 18K\Omega = 27K\Omega$$

Oliverio de los Ríos

$$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{120V}{27K\Omega} = 4{,}44mA = I_{R3}$$

$$V_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 4{,}44mA \cdot 18K\Omega = 80\mathrm{V} = V_{th}$$



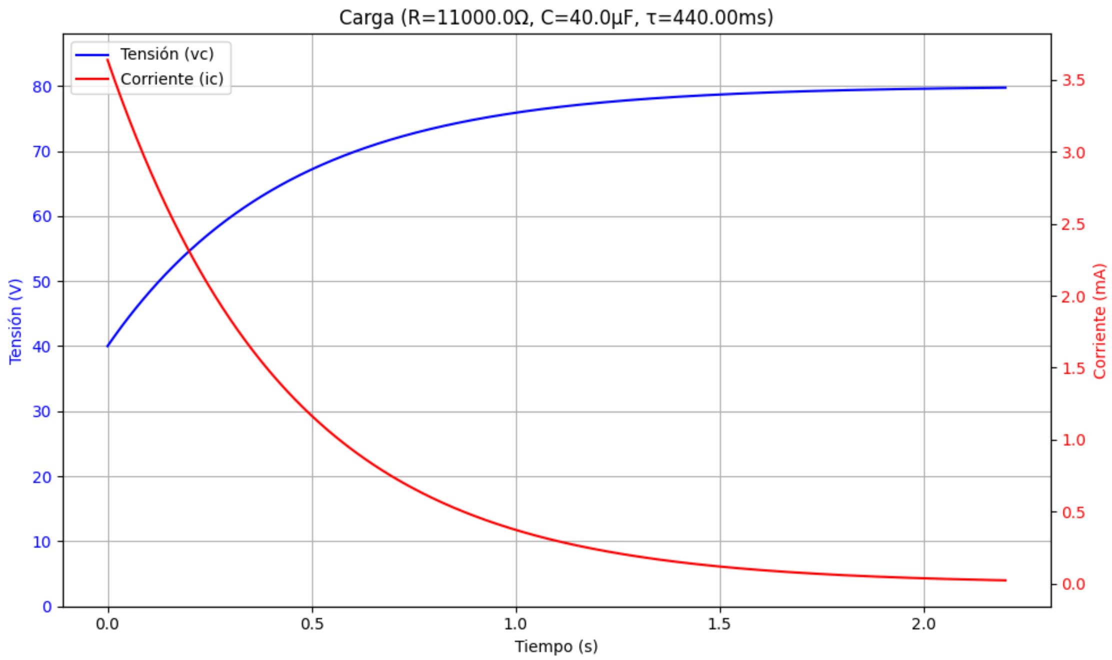
$$\tau = R_{th} \cdot C = 11K\Omega \cdot 40\mu F = 440ms$$

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-\frac{t}{\tau}} = 80V + (40V - 80V)e^{-\frac{t}{440ms}}$$
$$= 80V - 40Ve^{-\frac{t}{440ms}}$$

1.b

$$i_C = \frac{V_f - V_i}{R_{th}} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{80V - 40V}{11K\Omega} e^{-\frac{t}{440ms}}$$
$$= 3{,}64mAe^{-\frac{t}{440ms}}$$

Los gráficos de las curvas del voltaje y corriente del capacitor se trazan como sigue:



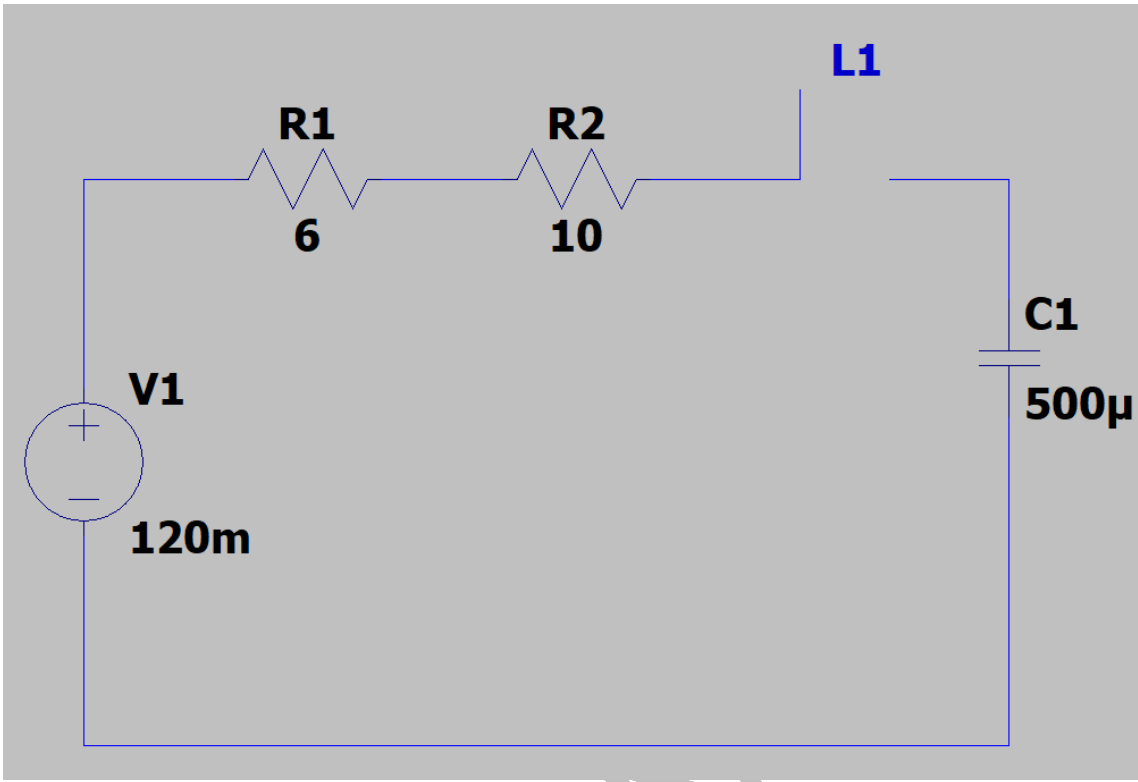
2.a

El problema se abordará convirtiendo la fuente de voltaje a corriente, simplificando la confección de las ecuaciones:

(Conversión de fuente de corriente a voltaje)

$$V = IR_1 = 20mA \cdot 6\Omega = 120mV$$

Oliverio de los Ríos



$$\tau = (R_1 + R_2)C = (6\Omega + 10\Omega)500\mu F = 8ms$$

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0{,}12V(1 - e^{-\frac{t}{8ms}})$$

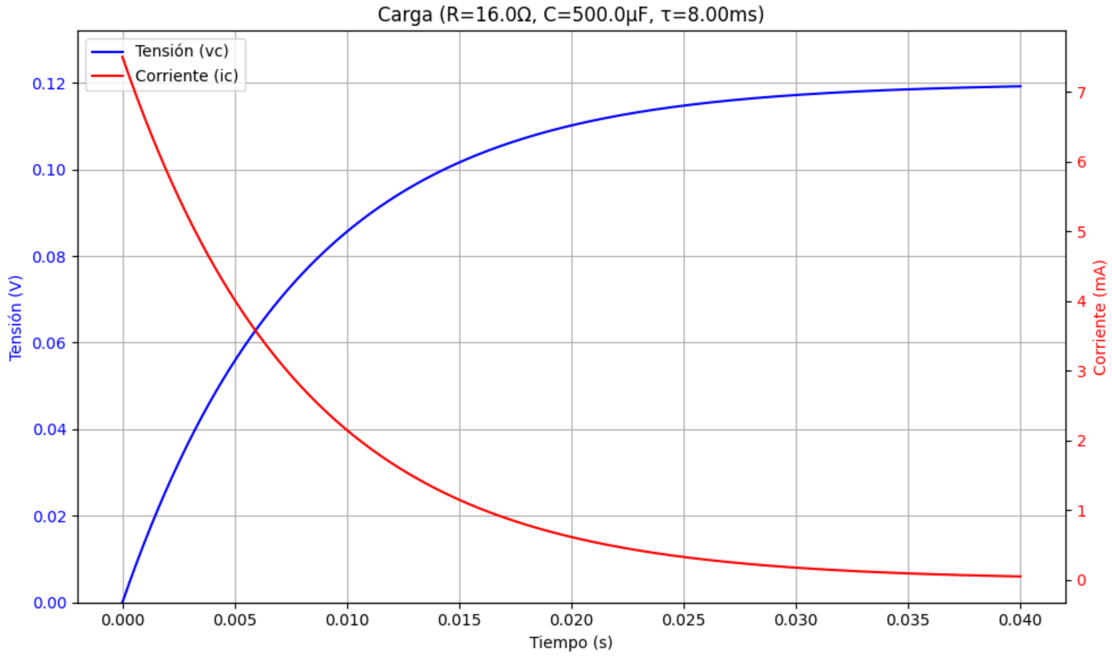
2.b

$$i_C = \frac{V}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{8ms}} = \frac{120mV}{10\Omega + 6\Omega}e^{-\frac{t}{8ms}} = 7{,}5mAe^{-\frac{t}{8ms}}$$

A continuación, una descripción precisa de las curvas de carga de ambas ecuaciones en su período transitorio:

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

Oliverio de los Ríos



3.a

$$\tau = R \cdot C = 100K\Omega \cdot 5{,}6\mu F = 560ms$$

$$v_C = Ve^{-\frac{t}{\tau}} = 20V(1 - e^{-\frac{t}{560ms}})$$

$$i_C = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}2mAe^{-\frac{t}{560ms}}$$

$1\tau = 560ms;$ $\qquad 3\tau = 560ms \cdot 3 = 1680ms;$

$5\tau = 560ms \cdot 5 = 2800ms$

$$v_{C(1\tau)} = 20V\left(1 - e^{-\frac{560}{560}}\right) = 12{,}64V$$

$$v_{C(3\tau)} = 20V\left(1 - e^{-\frac{1680}{560}}\right) = 19V$$

Oliverio de los Ríos

$$v_{C(5\tau)} = 20V\left(1 - e^{-\frac{2800}{560}}\right) = 19{,}87V \cong 20V$$

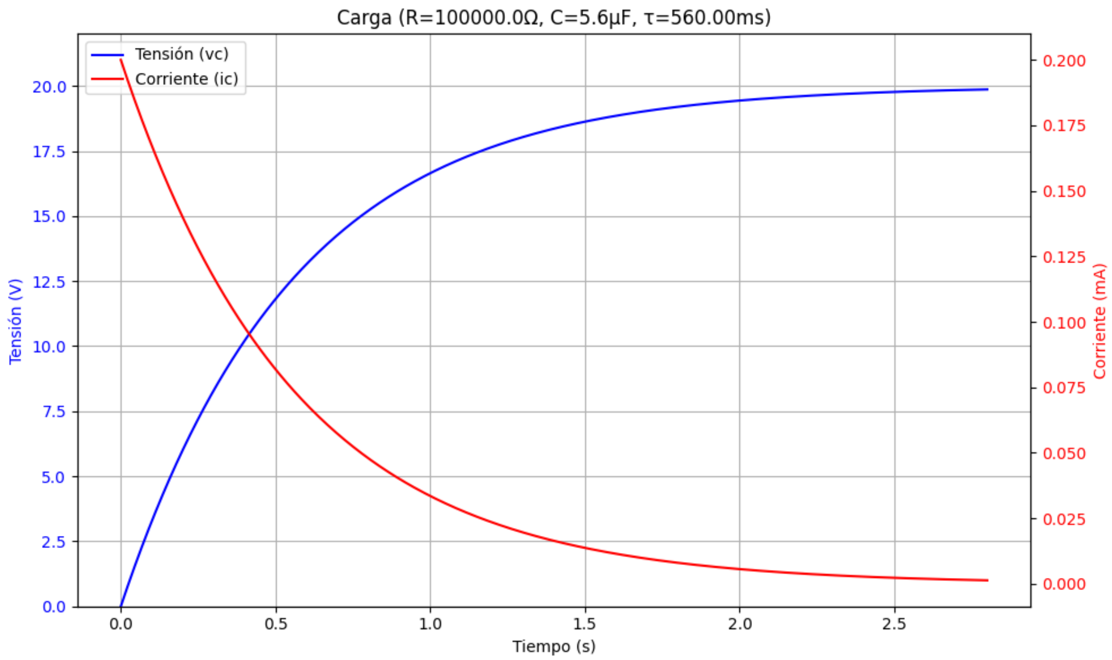
$$i_{C(1\tau)} = 0{,}2mAe^{-\frac{560}{560}} = 73{,}58\mu A$$

$$i_{C(3\tau)} = 0{,}2mAe^{-\frac{1680}{560}} = 9{,}96\mu A$$

$$i_{C(5\tau)} = 0{,}2mAe^{-\frac{2800}{560}} = 1{,}35\mu A \cong 0A$$

3.b

Las curvas características de voltaje y corriente en el capacitor, durante el proceso de carga, se representan de la siguiente manera:



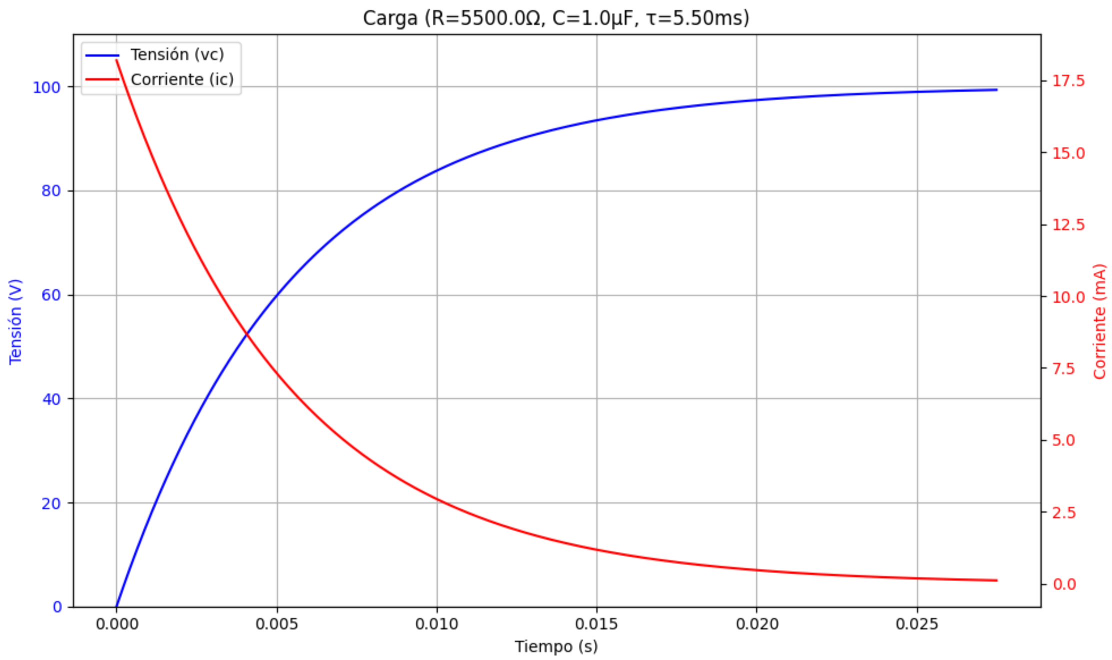
4.a

$$\tau = (R_1 + R_2)C = (2{,}2K\Omega + 3{,}3K\Omega)1\mu F = 5{,}5ms$$

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 100V\left(1 - e^{-\frac{t}{5{,}5ms}}\right)$$

$$i_C = \frac{V}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{100V}{2{,}2K\Omega + 3{,}3K\Omega} e^{-\frac{t}{5{,}5ms}}$$
$$= 18{,}\overline{18}mAe^{-\frac{t}{5{,}5ms}}$$

En el régimen transitorio de carga, la evolución temporal del voltaje y de la corriente en el capacitor se ilustran de la siguiente manera:



TRABAJO PRÁCTICO Nº3

Oliverio de los Ríos

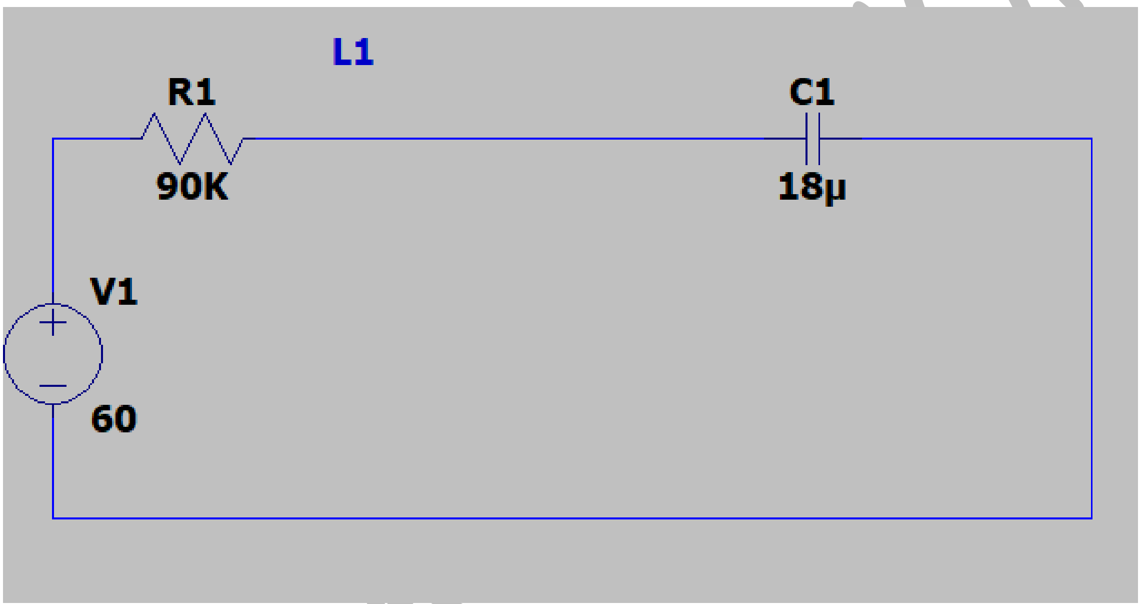
5.a

El circuito esquematizado es equivalente al siguiente luego de cerrar L1:

(Simplificación del circuito)

$$R = R_1 + R_2 = 68K\Omega + 22K\Omega = 90K\Omega$$

$$V = V_1 + V_2 = 20V + 40V = 60V$$



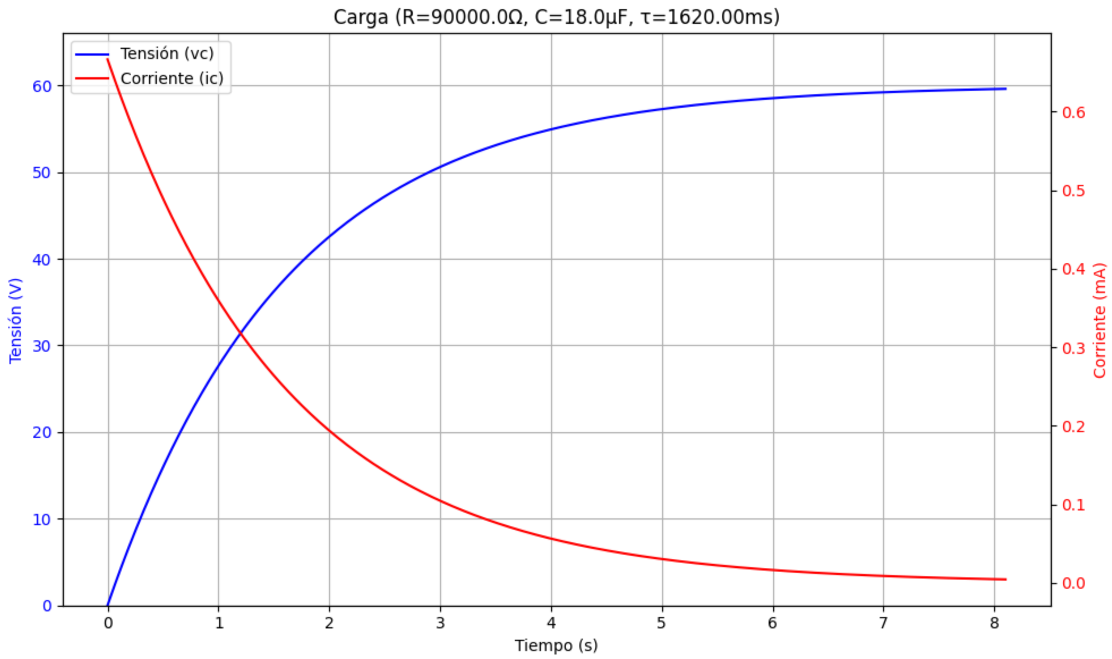
$$\tau = RC = 90K\Omega \cdot 18\mu F = 1620ms$$

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 60V\left(1 - e^{-\frac{t}{1620ms}}\right)$$

$$i_C = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{60V}{90K\Omega}e^{-\frac{t}{1620ms}} = 0,\bar{6}mAe^{-\frac{t}{1620ms}}$$

Oliverio de los Ríos

Las curvas de voltaje y corriente del capacitor, correspondientes al régimen transitorio de carga, se representan en el siguiente gráfico:



6.a

Se observa que la ecuación característica de carga del voltaje de un capacitor es:

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

De ello, se infiere que, en

$$v_C = 12V(1 - e^{-\frac{t}{100\mu s}})$$

la constante de tiempo es 100 microsegundos, algebraicamente:

$$\tau = 100\mu s$$

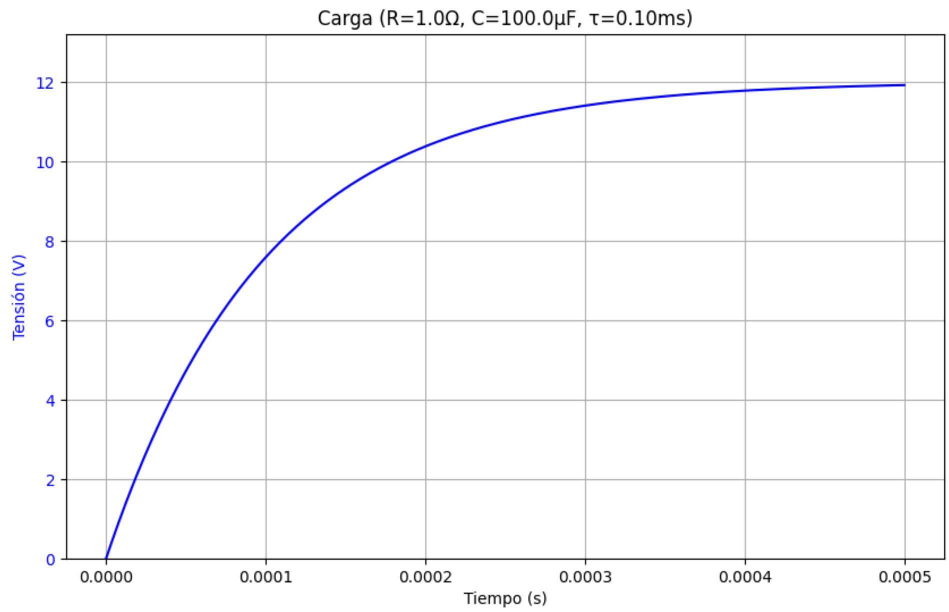
6.b

$$v_{C(50\mu s)} = 12V\left(1 - e^{-\frac{50\mu s}{100\mu s}}\right) = 4{,}722V$$

6.c

$$v_{C(1000\mu s)} = 12V\left(1 - e^{-\frac{1000\mu s}{100\mu s}}\right) = 19{,}9994552V$$
$$\cong 20V$$

Se ilustra a continuación la evolución de la variable de voltaje en el capacitor bajo régimen transitorio de carga según lo describe la ecuación:



7.a

Teóricamente, sabemos que el régimen transitorio termina, aproximadamente, cuando pasan cinco constantes de tiempo, por consiguiente:

$$t = 5\tau = 5 \cdot 20ms = 100ms$$

7.b

$$\tau = RC \rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{20ms}{10\mu F} = 2K\Omega$$

7.c

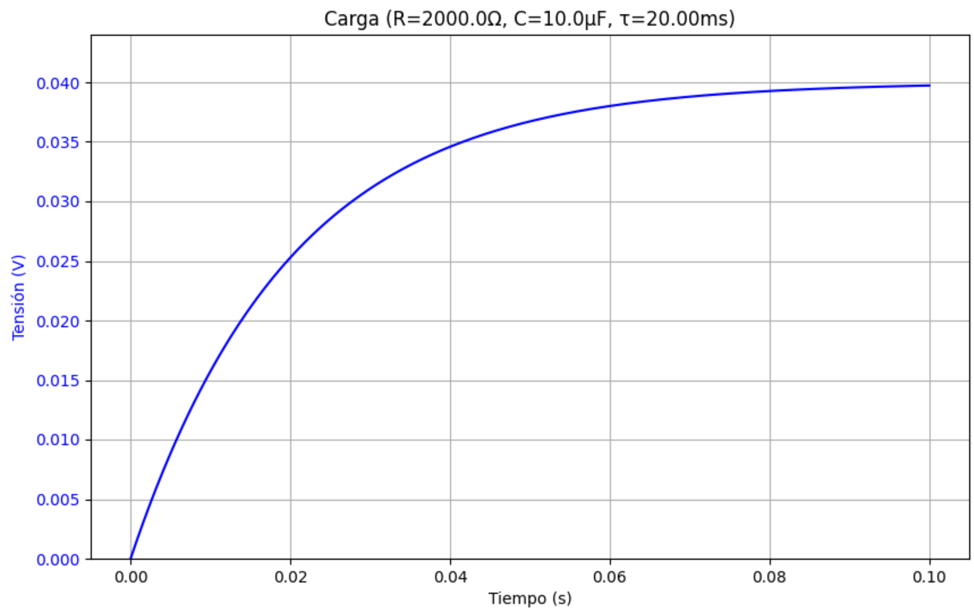
$$v_{C(20ms)} = 40mV\left(1 - e^{-\frac{t}{20ms}}\right) = 40mV\left(1 - e^{-\frac{20ms}{20ms}}\right)$$
$$= 25{,}285mV$$

7.d

$$t = 10\tau = 10 \cdot 20ms = 200ms$$

$$v_{C(200ms)} = 40mV\left(1 - e^{-\frac{t}{20ms}}\right)$$
$$= 40mV\left(1 - e^{-\frac{200ms}{20ms}}\right) = 39{,}9982mV$$
$$\cong 40mV$$

La siguiente curva grafica precisamente la ecuación de esta consigna, el voltaje de un capacitor durante el régimen de transición:



TRABAJO PRÁCTICO Nº3

Oliverio de los Ríos

8.a

$$\tau = RC = 4{,}7K\Omega \cdot 56\mu F = 263{,}2ms$$

8.b

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 22V\left(1 - e^{-\frac{t}{263{,}2ms}}\right)$$

$$i_C = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{22V}{4{,}7K\Omega}e^{-\frac{t}{263{,}2ms}} = 4{,}68mAe^{-\frac{t}{263{,}2ms}}$$

8.c

$$v_{C(1000ms)} = 22V\left(1 - e^{-\frac{1000ms}{263{,}2ms}}\right) = 21{,}5V$$

$$i_{C(1000ms)} = 4{,}68mAe^{-\frac{1000ms}{263{,}2ms}} = 0{,}105mA$$

8.d

L_2 = 1s en descarga:

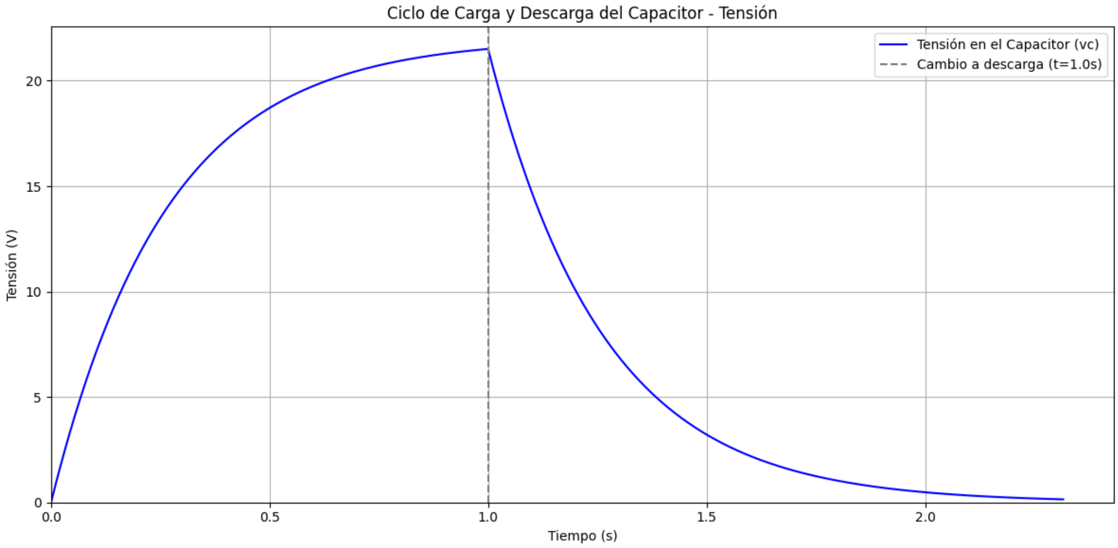
$$v_C = Ve^{-\frac{t}{\tau}} = 21{,}5Ve^{-\frac{t}{263{,}2ms}}$$

$$i_C = -\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{22V}{4{,}7K\Omega}e^{-\frac{t}{263{,}2ms}}$$
$$= -4{,}68mAe^{-\frac{t}{263{,}2ms}}$$

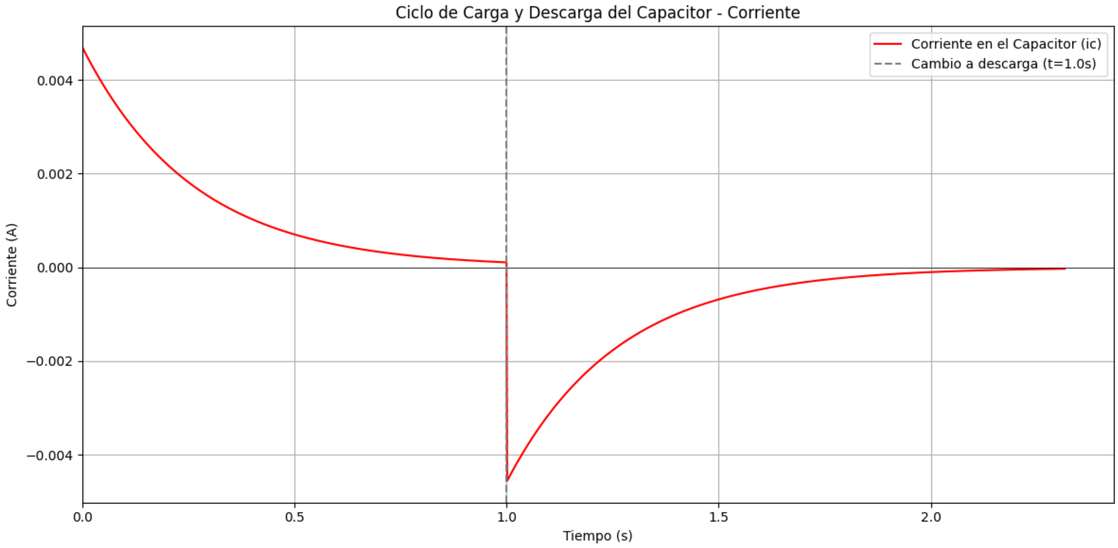
8.e

El siguiente diagrama refleja el régimen transitorio del capacitor cuando, sin completarse la carga, se produce el inicio de la descarga:

En v_C:



En i_C:



9.a

$$\tau = (R_1+R_2)C = (3K\Omega + 2K\Omega)\cdot 2\mu F = 10ms$$

$$v_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 30V\left(1 - e^{-\frac{t}{10ms}}\right)$$

$$i_C = \frac{V}{R_1 + R_2}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{30V}{2K\Omega + 3K\Omega}e^{-\frac{t}{10ms}} = 6mAe^{-\frac{t}{10ms}}$$

$$v_R = Ve^{-\frac{t}{\tau}} = 30Ve^{-\frac{t}{10ms}}$$

9.b

L_2=100ms, capacitor desconectado:

$$v_{C(100ms)} \cong 30V$$

$$i_C \cong 0$$

$$v_R = 0$$

9.c

L_3=200ms, capacitor en descarga:

$$\tau' = R_2C = 2K\Omega \cdot 2\mu F = 4ms$$

$$v_C = Ve^{-\frac{t}{\tau}} = 30Ve^{-\frac{t}{4ms}}$$

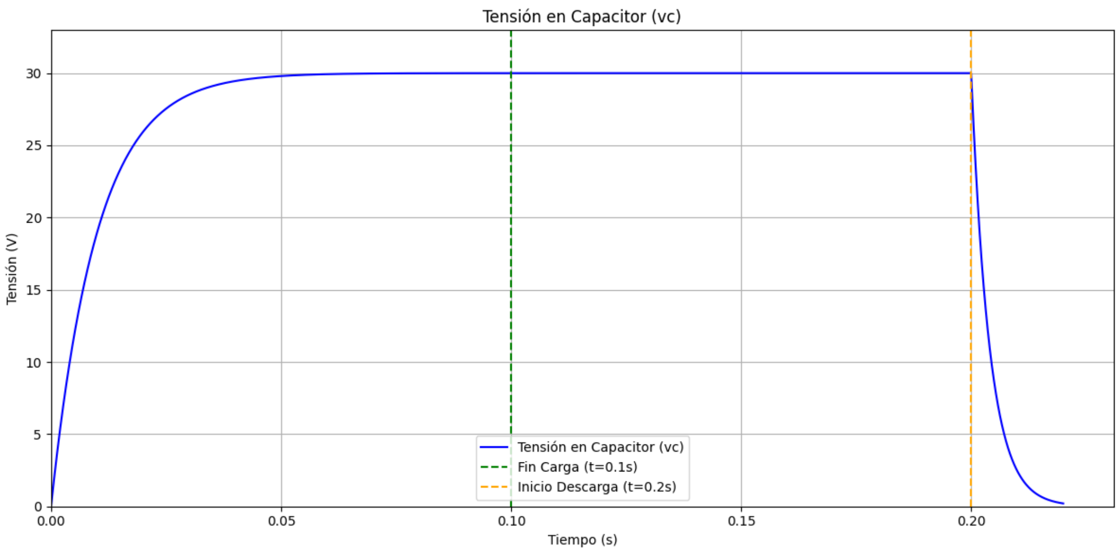
$$i_C = -\frac{30V}{2K\Omega}e^{-\frac{t}{4ms}}$$

$$v_R = -30Ve^{-\frac{t}{4ms}}$$

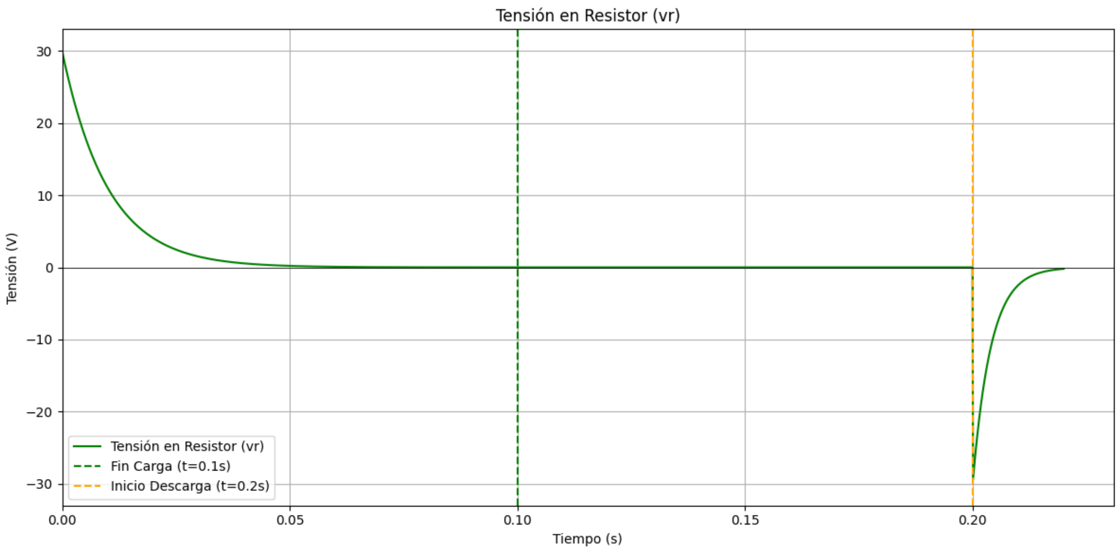
9.d

Los siguientes gráficos ilustran la respuesta transitoria de la corriente y el voltaje del capacitor, y el voltaje del resistor en tres etapas: carga, almacenamiento de energía y posterior descarga:

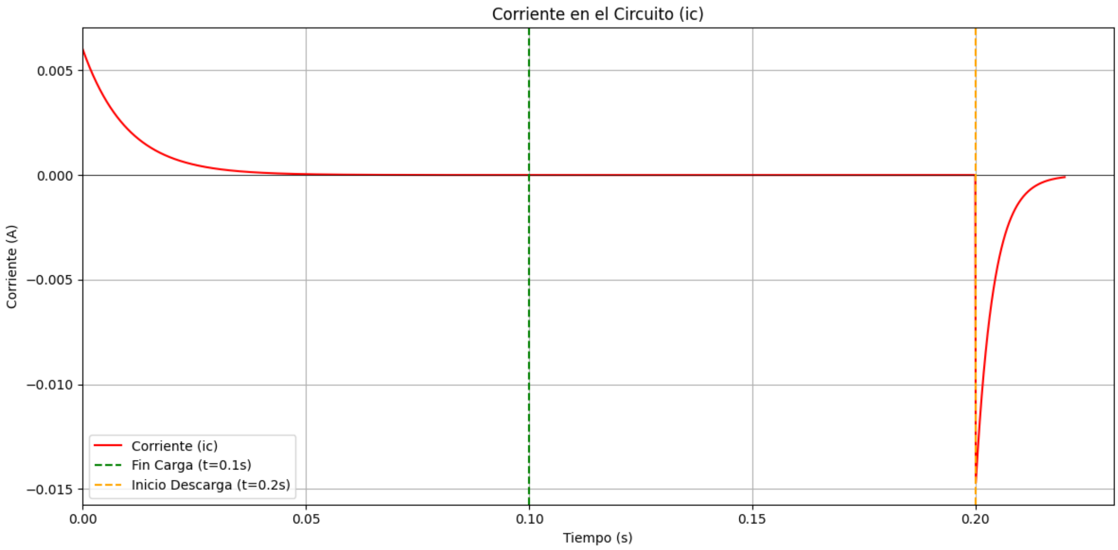
En v_C:



En v_R:



En i_C:


Corriente en el Circuito (ic)
0.005
0.000
−0.005
−0.010
−0.015
Corriente (A)
Corriente (ic)
Fin Carga (t=0.1s)
Inicio Descarga (t=0.2s)
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
Tiempo (s)

Conclusión

Mediante la realización de este trabajo práctico, se ha analizado y documentado el comportamiento de distintos circuitos con capacitores y resistores a través de su ciclo completo de operación.

Se estudiaron las tres etapas fundamentales:

1. La fase de carga, donde el capacitor acumula energía de una fuente.
2. La fase de almacenamiento, demostrando su capacidad para retener dicha energía en un estado de circuito abierto.
3. La fase de descarga, donde la energía almacenada es liberada a través de una carga resistiva, además de invertir el sentido de la corriente, siendo análogo a una fuente de alimentación momentánea.

La representación gráfica de la tensión y la corriente a lo largo del tiempo permitió visualizar de manera clara cada uno de estos procesos, cumpliendo así con los objetivos propuestos para el trabajo práctico vigente.