Lab 3 - Rapport

Oliver Högberg, olihgb-7

Sammanfattning

I denna laboration så skulle en en PID-regulator med ett filter implementeras i simulink för ett seriekopplat tanksystem. För att göra detta så behövdes olika designparametrar, regulatorparametrar och överföringsfunktioner bestämmas för att kunna analysera systemet samt för att kunna implementera det tidsdiskret i simulink. Regulatorn och filtret skulle klara av vissa specifikationer som frammgick i laborationsinstruktionerna.

Processmodell

Processmodellerna för de två tankarna kan beskrivas enligt följande:

$Y_1 = G_1 U$ och $Y = G_{12} Y_1$, där Y_1 beskriver vattennivån för den övre tanken och Y beskriver vattennivån för den nedre tanken och U är insignalen. Överföringsfunktionerna G_1 och G_{12} kan beskrivas på följande sätt:

$G_1 = \frac{K_1}{T_1 s+1}$ och $G_{12} = \frac{K_{12}}{T_2 s+1}$

Vi kan nu beskriva hela processmodellen som:

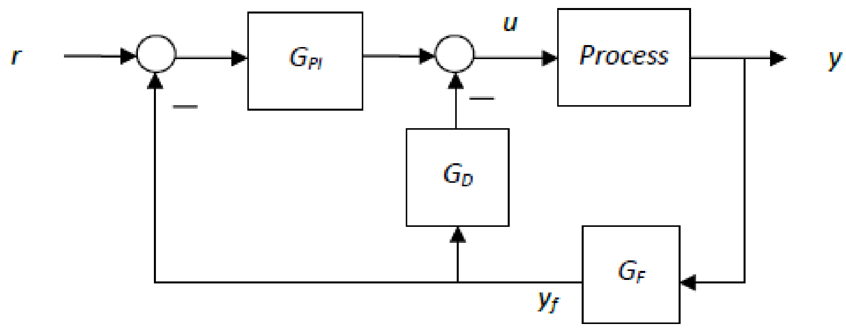
$Y = G_1 G_{12} U$, vilket kan uttryckas som $\frac{Y}{U} = G_1 G_{12} = G$, det vill säga överföringsfunktionen för processen. Vi får då att:

$G = \frac{K_1}{T_1 s+1} \cdot \frac{K_{12}}{T_2 s+1} = \frac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} = \frac{K}{T_1 T_2 s^2+(T_1+T_2)s+1}$, där $K = K_1 K_{12}$.

Utifrån lab 1 så kan värdena för K, K_1 och T_1 bestämmas. Där uppskattades K till ca 4.93 och K_1 till ca 5.41, dvs K ≈ K_1, vilket leder till att K_{12} ≈ 1 (mer exakt $K_{12} = \frac{K}{K_1} = \frac{4.93}{5.41} \approx 0.911$). T_1 uppskattades till 31.645 sekunder. Vi antar även att $T_1 = T_2$. Vi får då att överföringsfunktionen för processen till:

$G = \frac{5.41}{31.645s+1} \cdot \frac{0.911}{31.645s+1} = \frac{4.93}{(31.645s+1)(31.645s+1)} = \frac{4.93}{1001.41s^2+63.29s+1}$

Design av regulator



Figur 1 - Systemets blockschema

Regulatorn som används i denna laboration är en typ av PID-regulator med ett filter som är given från labinstruktionerna (se ovan figur). Den formuleras på följande sätt:
$G_R = G_{PID}G_F$, där $G_{PID} = G_{PI} + G_D$, $G_{PI} = k(1 + \frac{1}{T_i s})$, $G_D = kT_d s$ och $G_F = \frac{1}{T_f s+1}$

Vi kan även bestämma kretsöverföringen G_K som: $G_K = G_R G$.

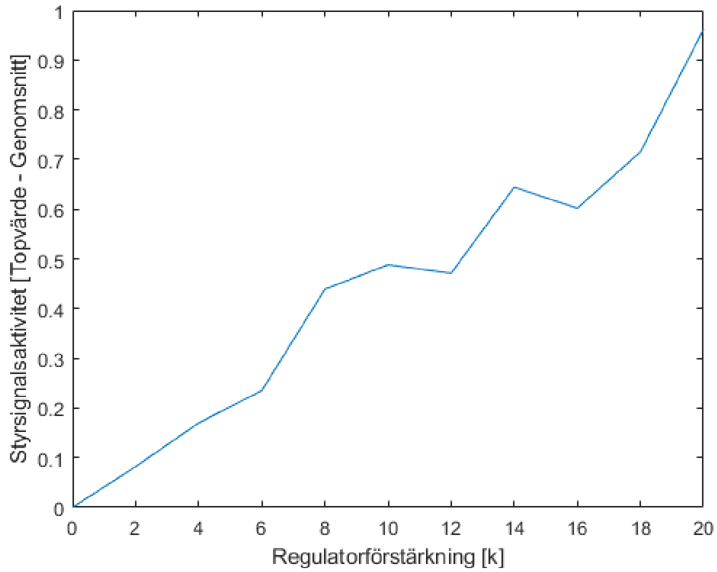
Med hjälp av blockschemareducering så kan det slutna systemets överföringsfunktion bestämmas. Vi får då att $G_{TOT} = \frac{GG_{PI}}{1+GG_{PI}G_F G_F + GG_D G_F}$

Utifrån dessa formuleringar så kan de lätt hanteras i matlab via tf-kommandon. Observera att processens överföringsfunktion är benämnt som G, istället för G_P, för att inte förvirra denna med G_{PI}.

Designparametrar

För att hantera snabbheten för reglersystemet så kan man approximera överkorsningsfrekvensen enligt sambandet: $t_r = \frac{1.4}{\omega_c}$, där t_r är stigtiden och $_c$ är överkorsningsfrekvensen. Enligt labbens specifikation så ska stigtiden inte övergå 20 sekunder så vi approximerar $\omega_c = \frac{1.4}{t_r} = \frac{1.4}{20} = 0.07\ rad/sek$

För att hantera stabiliteten för systemet så kan vi välja att fasmarginalen bör ligga på minst 30° (utifrån tumregler som är givna i Bertil Thomas avsnitt 10.1 s.164). Vi väljer därför ett initialt värde på fasmarginalen $\phi_m = 30° = 30° \cdot \frac{\pi}{180}$ radianer.



Figur 2 - Styrsignalsaktivitet mätt under lab 1

Gällande styrsignalsaktiviteten så ska ett rimligt värde för högfrekvensförstärkningen K_∞ bestämmas. Utifrån lab 1 så uppskattades ett linjärt samband mellan värdet på K och styrsignalsaktiviteten (mätt som toppvärde minus genomsnittligt värde). Utifrån detta diagram så kan vi uppskatta att $K_\infty \approx 5$.

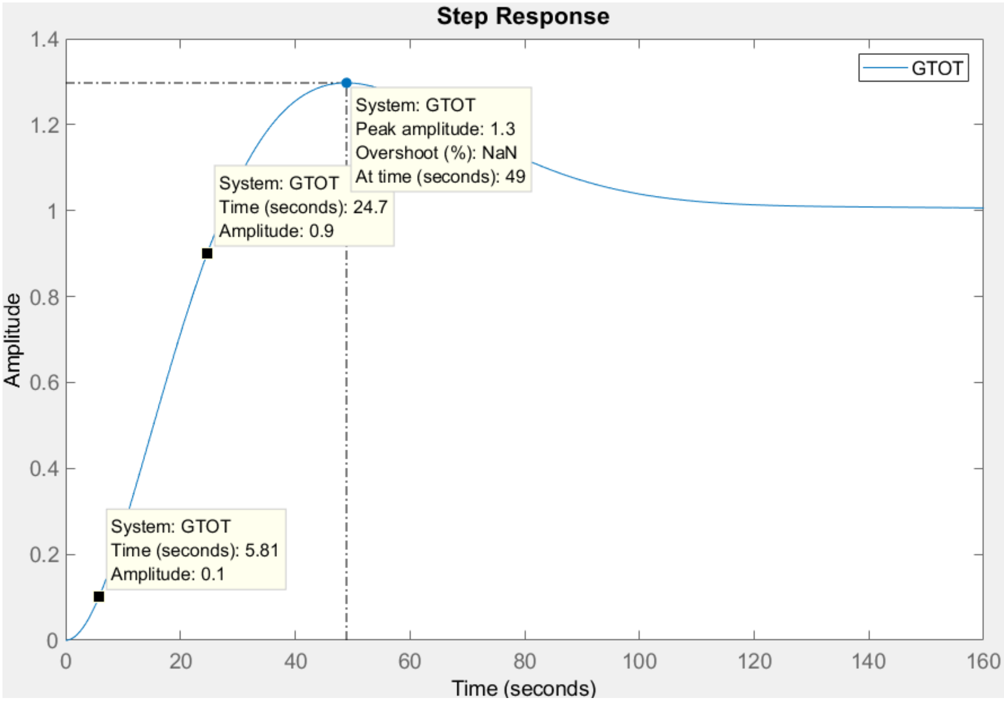
Regulatorparametrar

Efter att systemets olika överföringsfunktioner hade bestämts och designparametrarna hade uppskattats till sina ungefärliga värden så kunde dessa utnyttjas i en designalgoritm (PDIdesign.m från canvas) i matlab för att ta reda på regulatorparametrarna. Genom att ange designparametrarna ω_c, ϕ_m och K_∞ samt att bestämma processens förstärkning och fasvridning i ω_c så bestämdes regulatorparametrarna. Processens förstärkning och fasvridning formulerades på följande sätt:

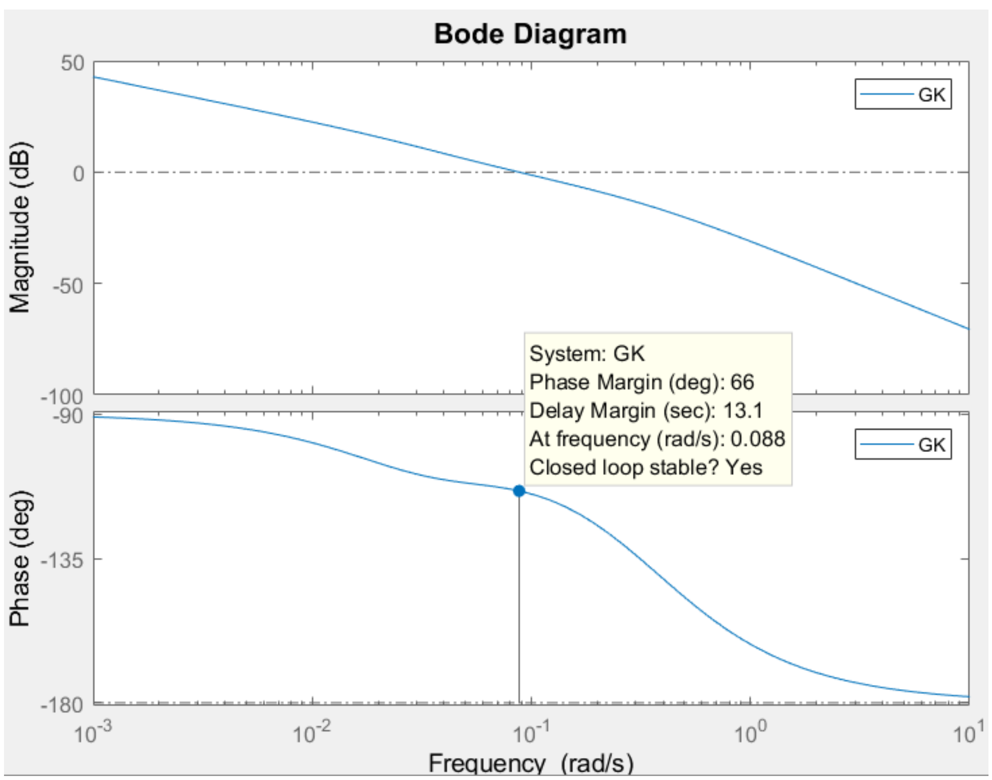
$|G(j\omega_c)| = \frac{K_1}{\sqrt{(T_1\omega_c)^2+1}} \cdot \frac{K_{12}}{\sqrt{(T_2\omega_c)^2+1}}$ [Förstärkning i ω_c]

$\angle G(j\omega_c) = -\tan^{-1}(T_1\omega_c) - \tan^{-1}(T_2\omega_c)$ [Fasvridning i ω_c]

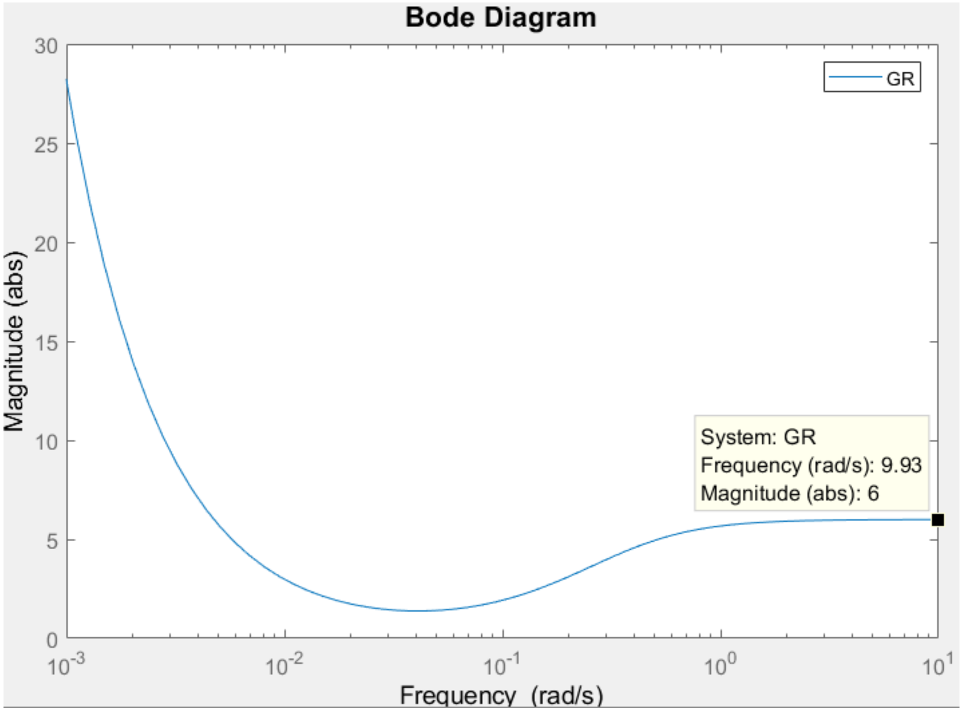
Innan regulatorparametrarna kunde bestämmas korrekt så var designparametrarna tvungna att justeras dock. För att uppnå korrekt respons utifrån de givna labspecifikationerna kontrollerades det slutna systemets stegsvar, G_{TOT}, utifrån olika värden på designparametrarna. Som figur 3 visar så fick man till slut fram följande stegsvar av G_{TOT}. I figur 4 och 5 så ser vi Bodediagramet för G_K respektive G_R som bekräftar de designparametrar som valdes för att ge stegsvaret i G_{TOT}.



Figur 3 - Stegsvar av G_{TOT} efter justering av designparametrar



Figur 4 - Bodediagram för G_K



Figur 5 - Bode-magnitudediagram för G_R

I figur 3 så framgår det att stigtiden liger på $24.7 - 5.81 = 18.89$ sekunder och översvängen överstiger inte mer än 30% av slutvärdet.

De designparametrar som användes var följande: $\omega_c = 0.088$, $\phi_m = 66°$ och $K_\infty = 6$ vilka gav regulatorparametrarna: $T_d = 12.3654$, $T_f = 2.8648$, $T_i = 49.4618$ och $k = 1.3901$. Figur 4 och 5 bekräftar valen av designparametrarna för ω_c och ϕ_m respektive K_∞.

Implementering av regulator

Regulatorn som implementerades var som beskrevs ovan och illustreras i figur 1 en PID-regulator med ett filter. Samtliga delar av regulatorn och filtret implementerades tidsdiskret där följande formler används:

$u_p(k_s) = ke(k_s)$ [P-delen av regulatorn]

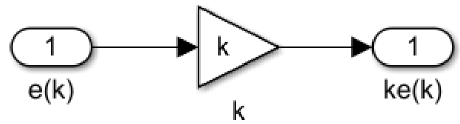
$u_I(k_s) = u_I(k_s - 1) + \frac{kh}{T_i}e(k_s)$ [I-delen av regulatorn]

$u_D(k_s) = \frac{kT_d}{h}(y_f(k_s) - y_f(k_s - 1))$ [D-delen av regulatorn]

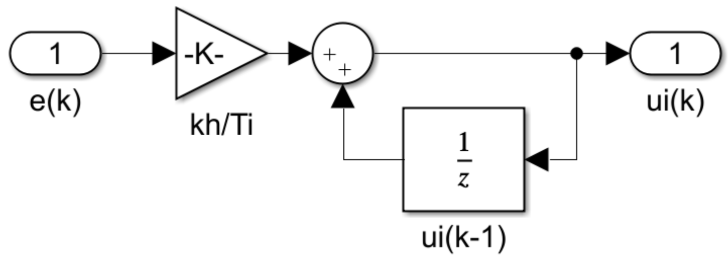
$y_f(k_s) = \frac{h_f}{T_f+h_f}y(k_s) + \frac{T_f}{T_f+h_f}y_f(k_s - 1)$ [Filtret]

Variablerna h och h_f är samplingsintervallet för regulatorn respektive för filtret. Dessa har värdena h = 1 sekunder och h_f = 0.02 sekunder. Notera även att variabeln k redan används som PID regulatorns förstärkning så samplingsvariabeln betecknas som k_s.

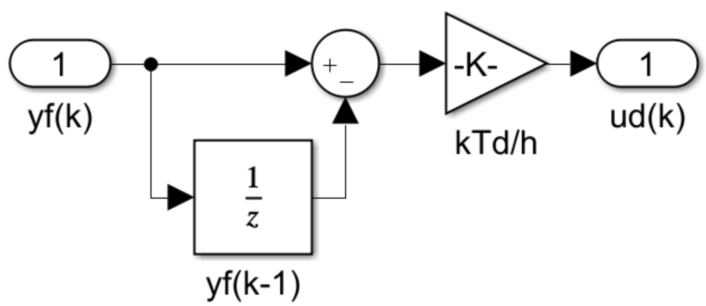
Med dessa formler så kan PID-regulatorn samt filtret implementeras i simulink. Blockscheman och hela systemet implementerades enligt följande figurer:



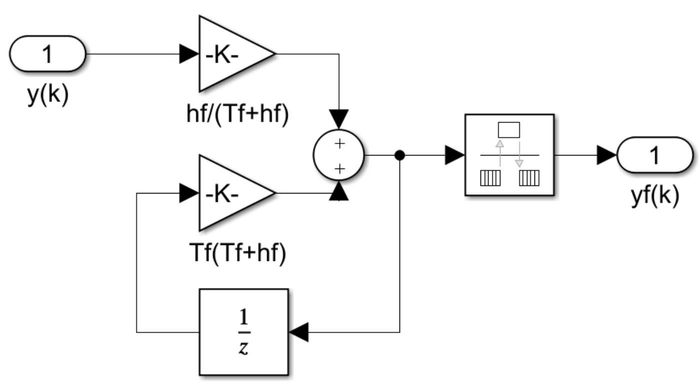
Figur 6 - Blockschema för P-delen



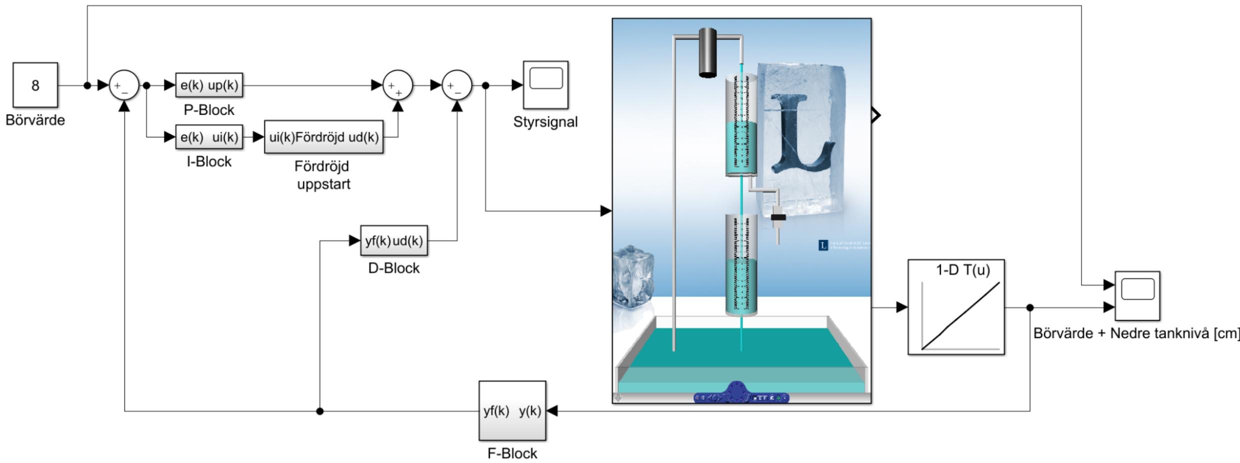
Figur 7 - Blockschema för I-delen



Figur 8 - Blockschema för D-delen



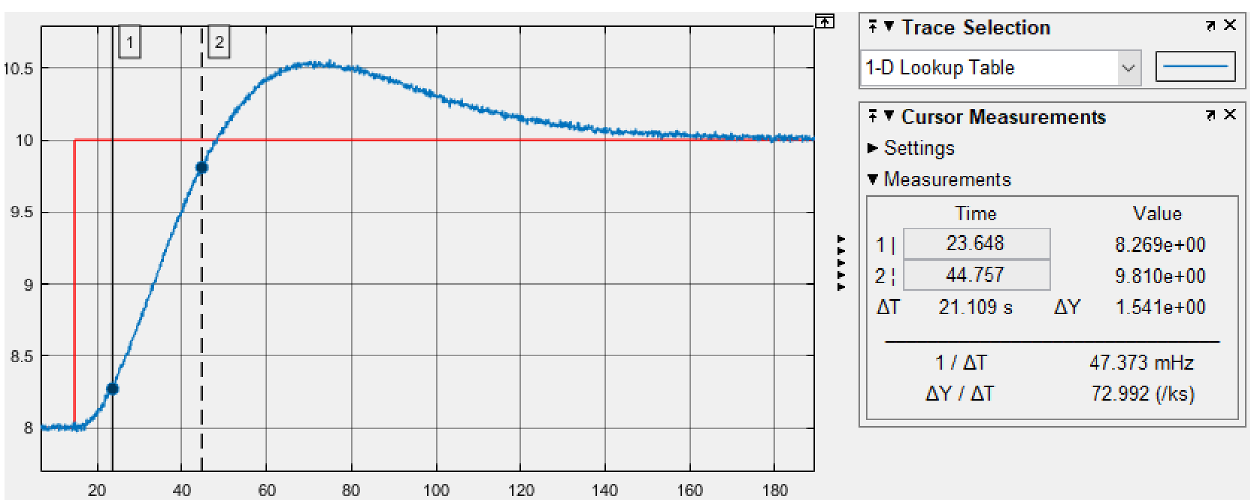
Figur 9 - Blockschema för filtret



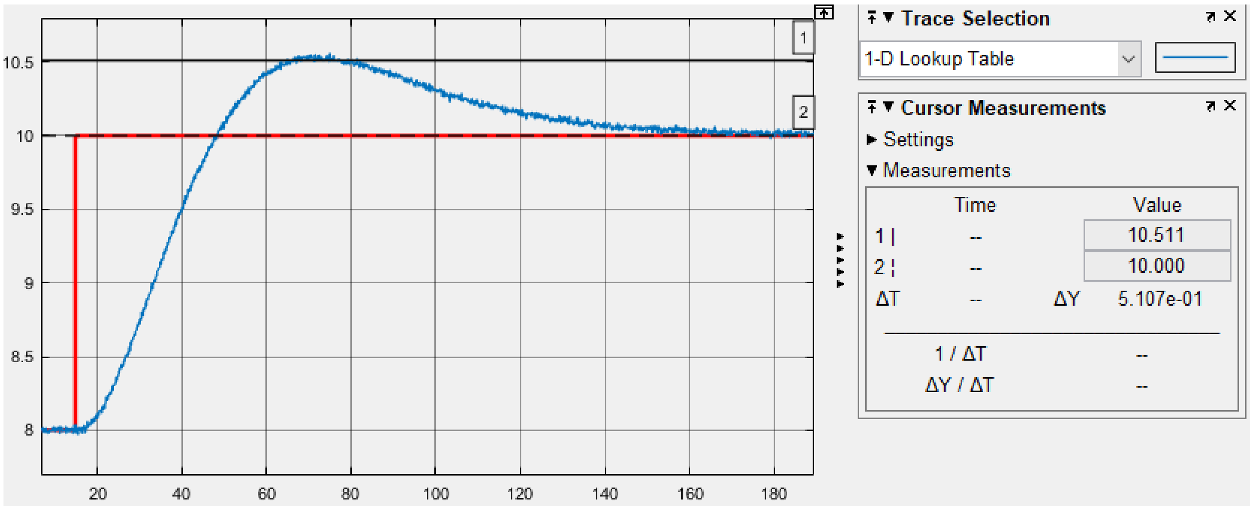
Figur 10 - Systemets implementering i simulink

Som figur 10 visar så har det även lagts till en fördröjd uppstart efter I-delen (40 sekunders fördröjning). Detta är för att motverka integratoruppvridning och så att den övre tanken inte blir överfylld vid uppstart.

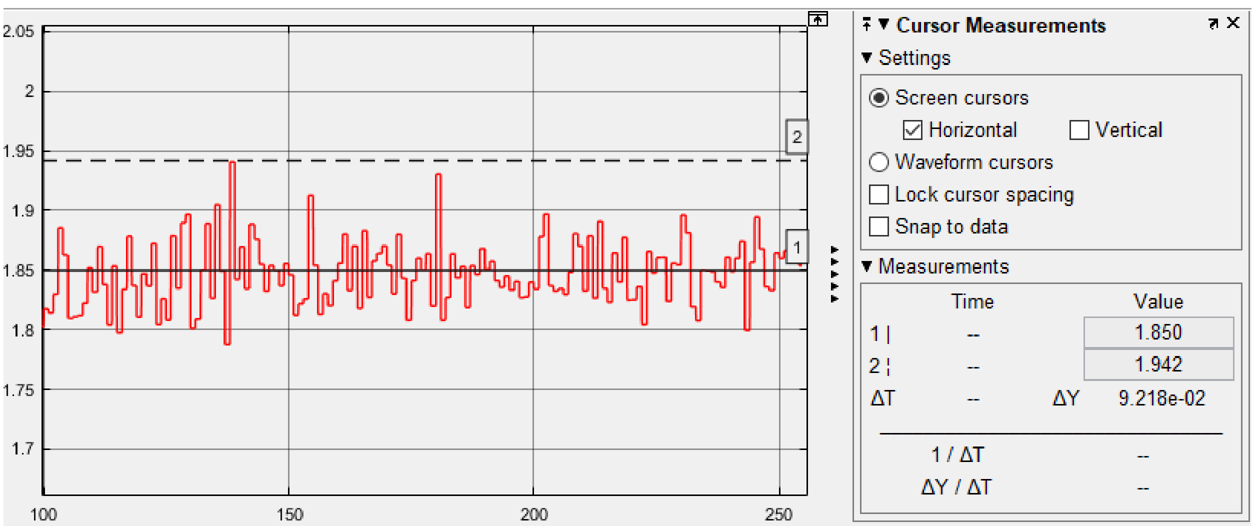
Resultat



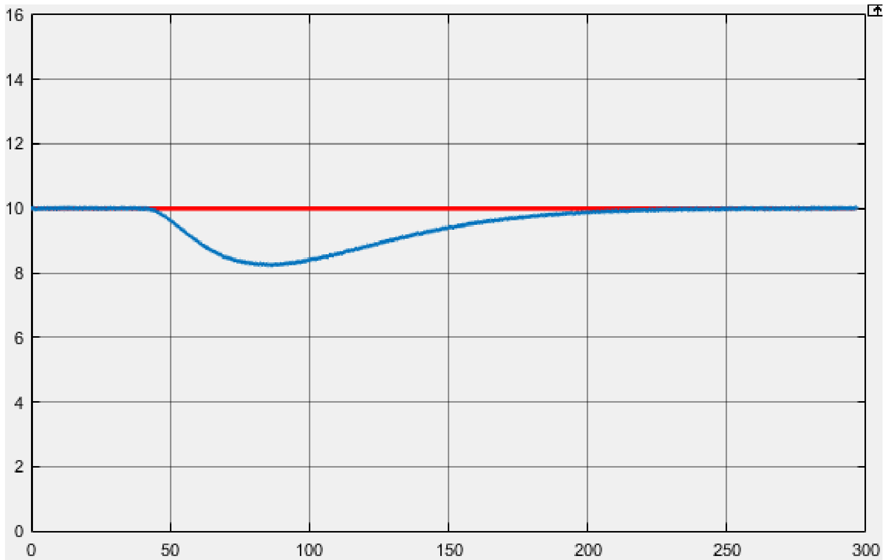
Figur 11 - Stigtid vid börvärdesändring från 8-10 cm



Figur 12 - Översväng vid börvärdesändring från 8-10 cm



Figur 13 - Styrsignalsaktivitet vid börvärde 10 cm



Figur 14 - Ärvärde vid konstant störning på 45°

Som ovan figurer visar så är resultatet av att köra simuleringen med den implementerade PID-regulatorn med filter relativt likt de resultat som presenteras under avsnittet “Design av regulator”, åtminstone i förhållande till hur själva stegsvaren liknar varandra. Däremot så skiljer sig den teoretiska analysen av stigtid, översväng och styrsignalsaktivitet något från de verkliga resultaten.

Från ovan figurer så ser man att stigtiden vid en börvärdesändring från 8 cm till 10 cm uppskattas till ca 21.109 sekunder vilket är något sämre än den teoretiska analysen vilken säger att stigtiden bör ligga på 18.89 sekunder. Översvängen och styrsignalaktiviteten är dock bättre än vad den teoretiska analysen säger. Översvängen ligger på ca 25% och styrsignalaktiviteten ligger på ca 0.095 volt. Man kan även se att det inte är något kvarstående reglerfel efter börvärdesändring, vilket även är fallet för konstanta störningar.

Skillnaderna i resultaten beror nog delvis på att den teoretiska analysen av systemet kanske inte använde helt korrekta värden för de olika parametrarna som var baserade från mätningar från både lab 1 och denna lab (så som parametrar för processmodellen). En annan orsak är att den praktiska simuleringen inför en annan komplexitet i hela systemet (som att vissa delar av systemet kan inför olinjäritet) vilket kan påverka resultatet baserat på de designparametrar och regulatorparametrar som används.