

# Le modèle de Eugene M. Izhikevich

Projet tutoré Master  
MMA 2022-2023



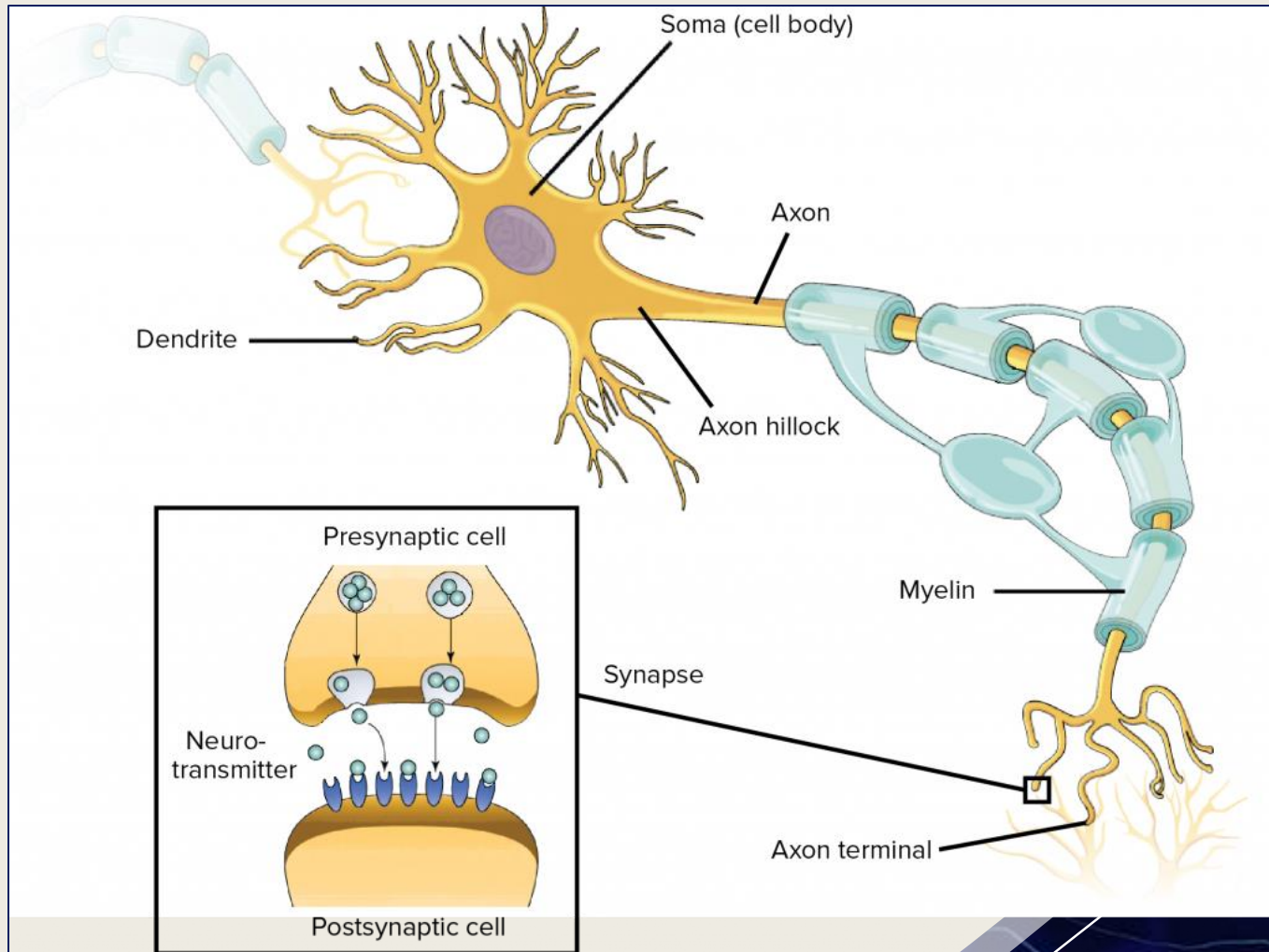


# Plan

- Biologie du neurone
- Le modèle de Hodgkin-Huxley
- Le modèle d'Izhikevich
- Conclusion et ouverture

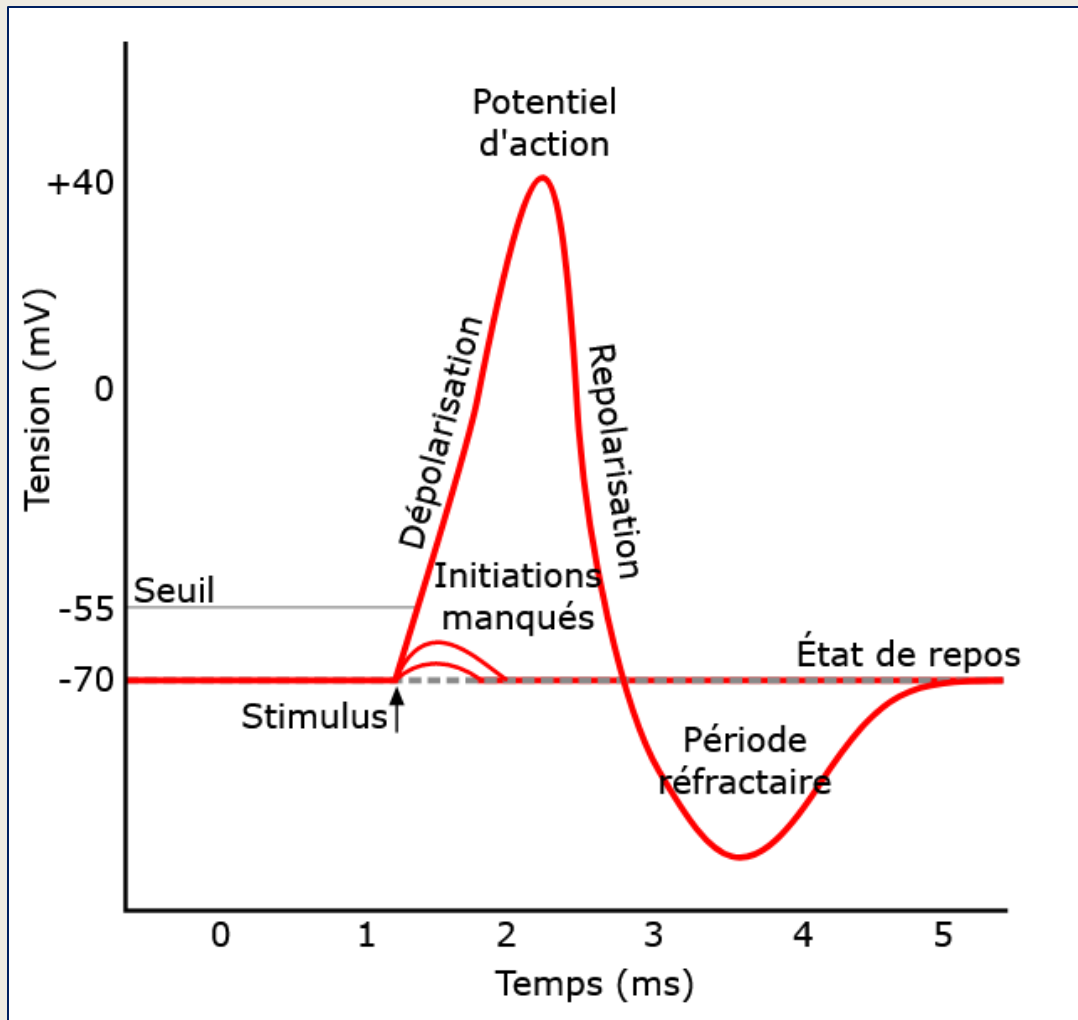


# Biologie du neurone



## *Anatomie du neurone*

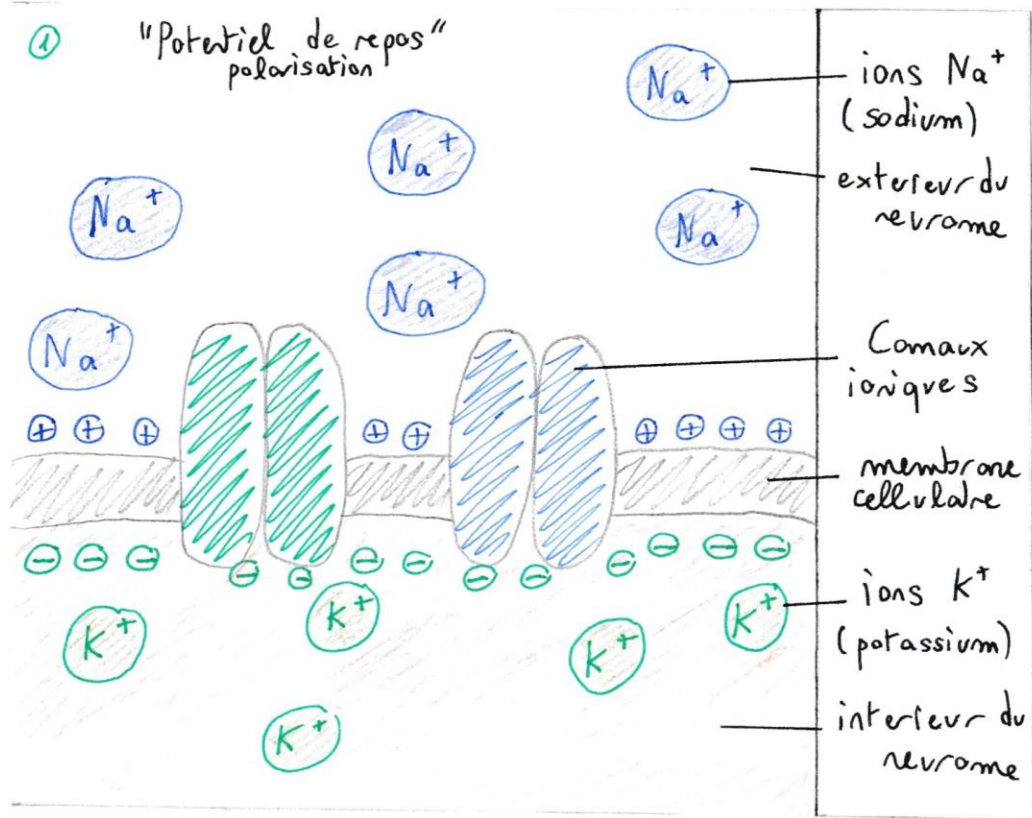
# Biologie du neurone



*Physiologie du  
neurone et  
potentiel d'action*



# Biologie du neurone



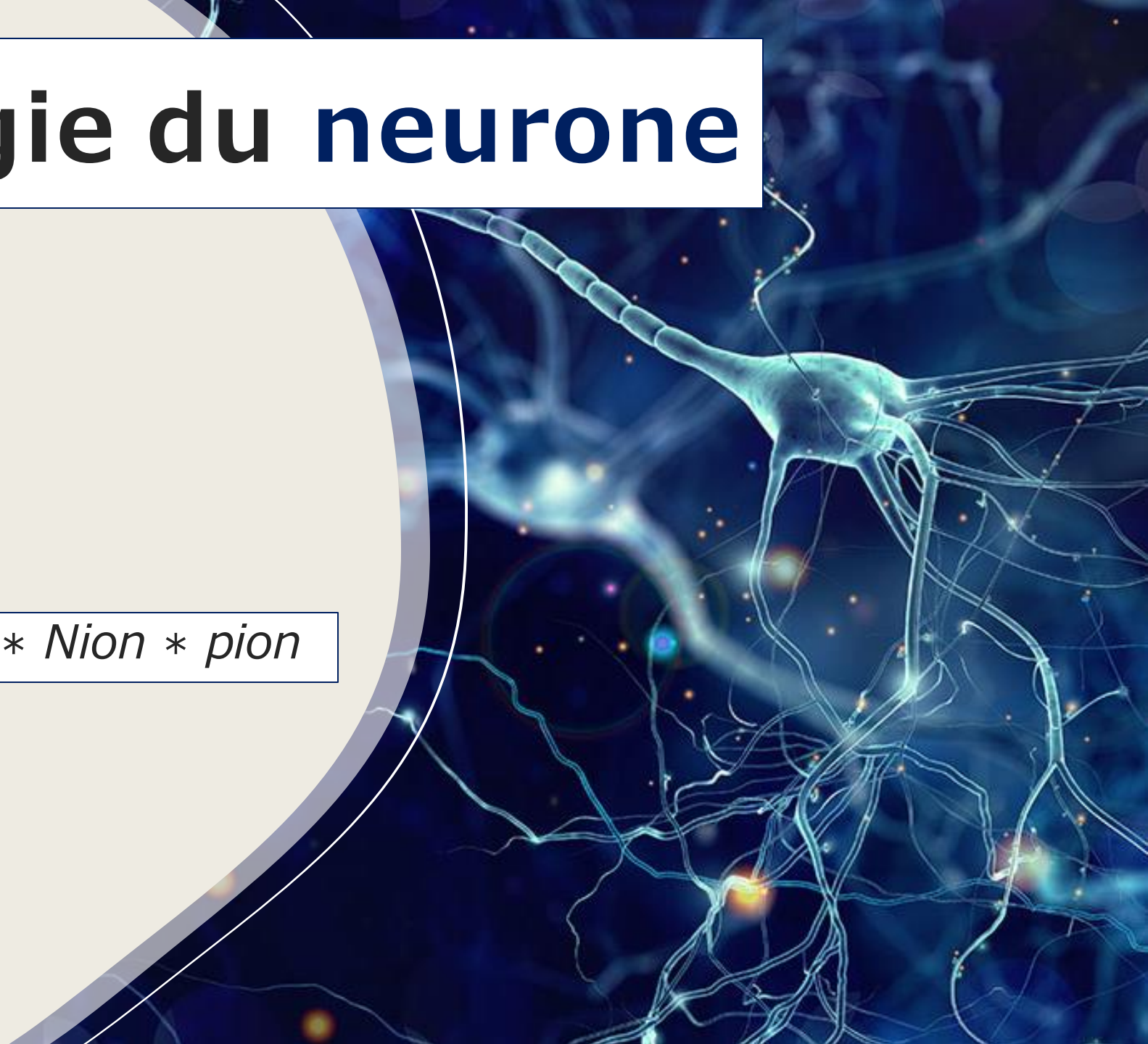
*Canaux ioniques  
et pompes  
ioniques*

# Biologie du neurone

*Conductance  
ionique  
membranaire*

$$g_{ion} = \gamma_{ion} * N_{ion} * p_{ion}$$

$$1S = 1/\Omega$$





# Le modèle de Hodgkin- Huxley



# Le Modèle de Hodgkin-Huxley

Le modèle de Hodgkin-Huxley est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} C * V' = -G_L(V - V_L) - G_{Na}m^3h(V - E_{Na}) - G_kn^4(V - E_k) + I_e \\ m' = \alpha_m(V)(1 - m) - \beta_m(V)(m) \\ n' = \alpha_n(V)(1 - n) - \beta_n(V)(n) \\ h' = \alpha_h(V)(1 - h) - \beta_h(V)(h) \end{array} \right. \quad (1)$$

avec les constantes de vitesses pour les canaux ioniques  $\alpha(V)$  et  $\beta(V)$  définies comme suit :

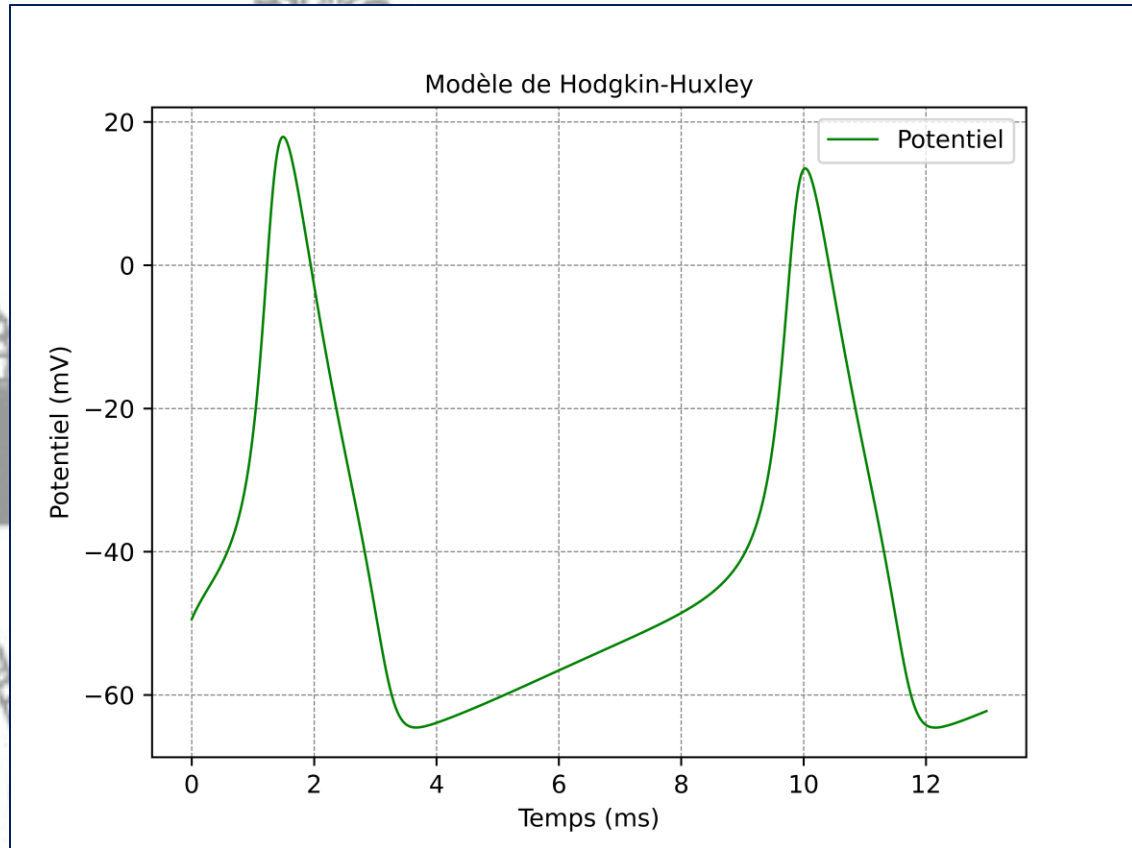
$$\alpha_m(V) = \frac{0.1(V+35)}{1 - e^{-0.1(V+35)}}, \beta_m(V) = 4e^{-0.0556(V+60)}$$

$$\alpha_n(V) = \frac{0.01(V+50)}{1 - e^{-0.1(V+50)}}, \beta_n(V) = 0.125e^{-0.0125(V+60)}$$

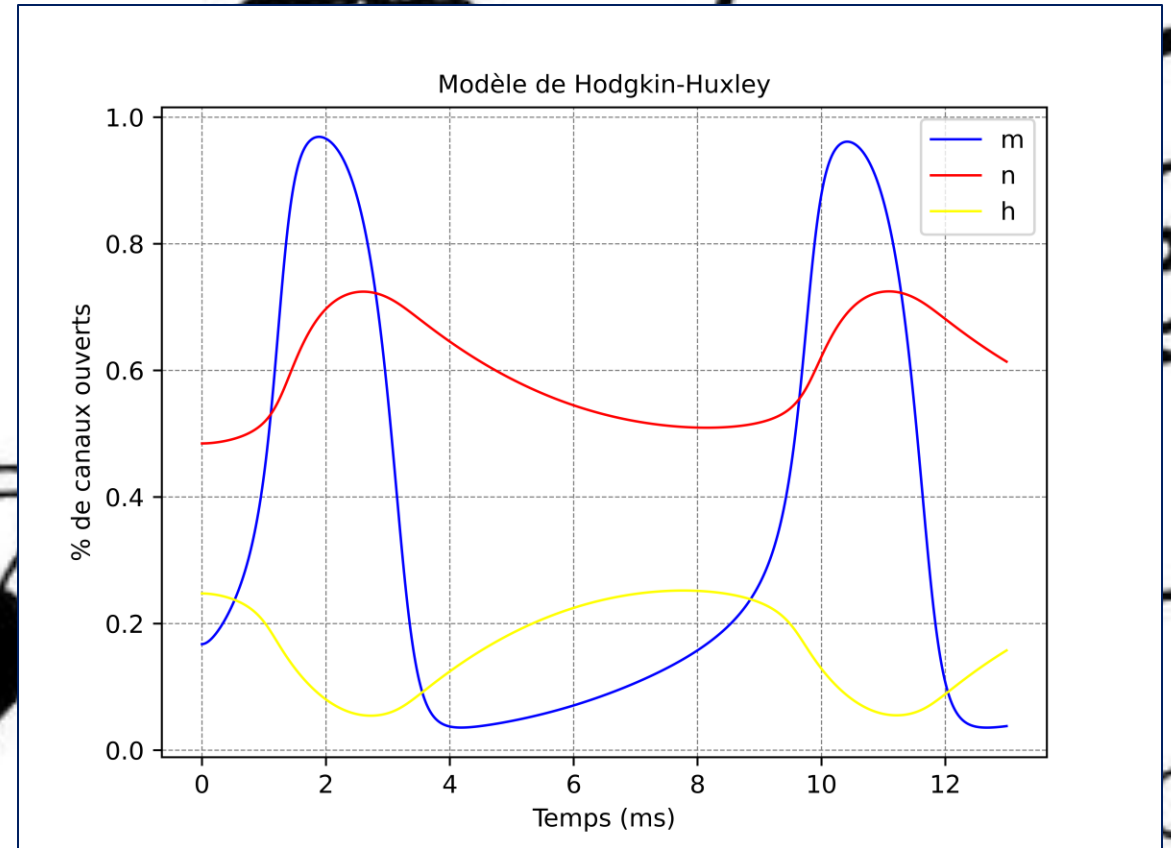
$$\alpha_h(V) = 0.07e^{-0.05(V+60)}, \beta_h(V) = \frac{1}{1 + e^{-0.1(V+30)}}$$



# Le Modèle de Hodgkin-Huxley

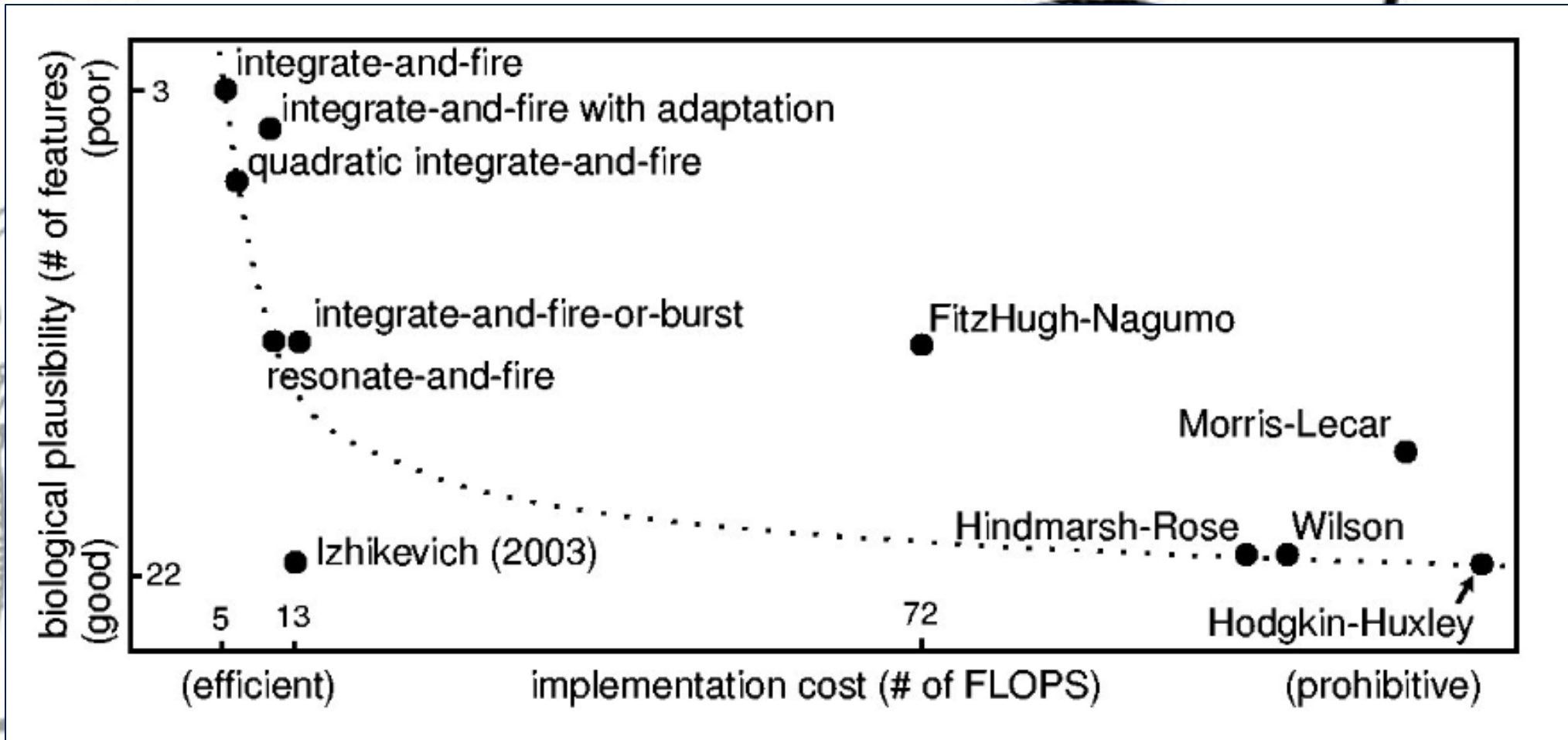


*Variation du potentiel en fonction du temps*



Taux d'ouverture des canaux en fonction du temps

# Le Modèle de Hodgkin-Huxley





A middle-aged man with a grey beard and mustache, wearing a dark suit, white shirt, and a bright yellow tie, is looking towards the camera with a slight smile. He is positioned in the foreground, slightly to the right. The background is a laboratory or office setting with various pieces of equipment, including what appears to be a large white machine with a screen and some smaller devices with orange lights. The overall lighting is soft and indoor.

# Le modèle de Eugene M. Izhikevich

# Le Modèle d'Izhikevich

Le modèle d'Izhikevich est le suivant :

$$\begin{cases} v' = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ u' = a(bv - u) \end{cases} \quad (2)$$

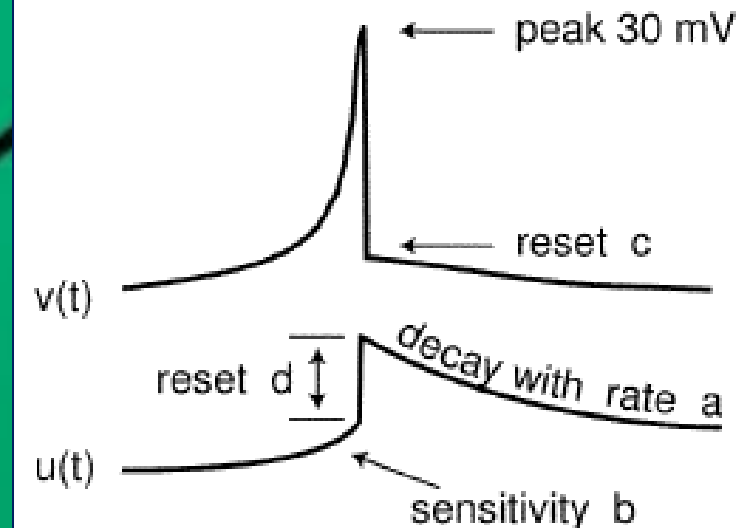
avec la condition auxiliaire qui permet de créer artificiellement des potentiels d'actions réguliers :

si  $v \geq 30$  mV, alors :

$$\begin{cases} v = c \\ u = u + d \end{cases} \quad (3)$$

*Système d'équations*

*Paramètres  
du modèle*

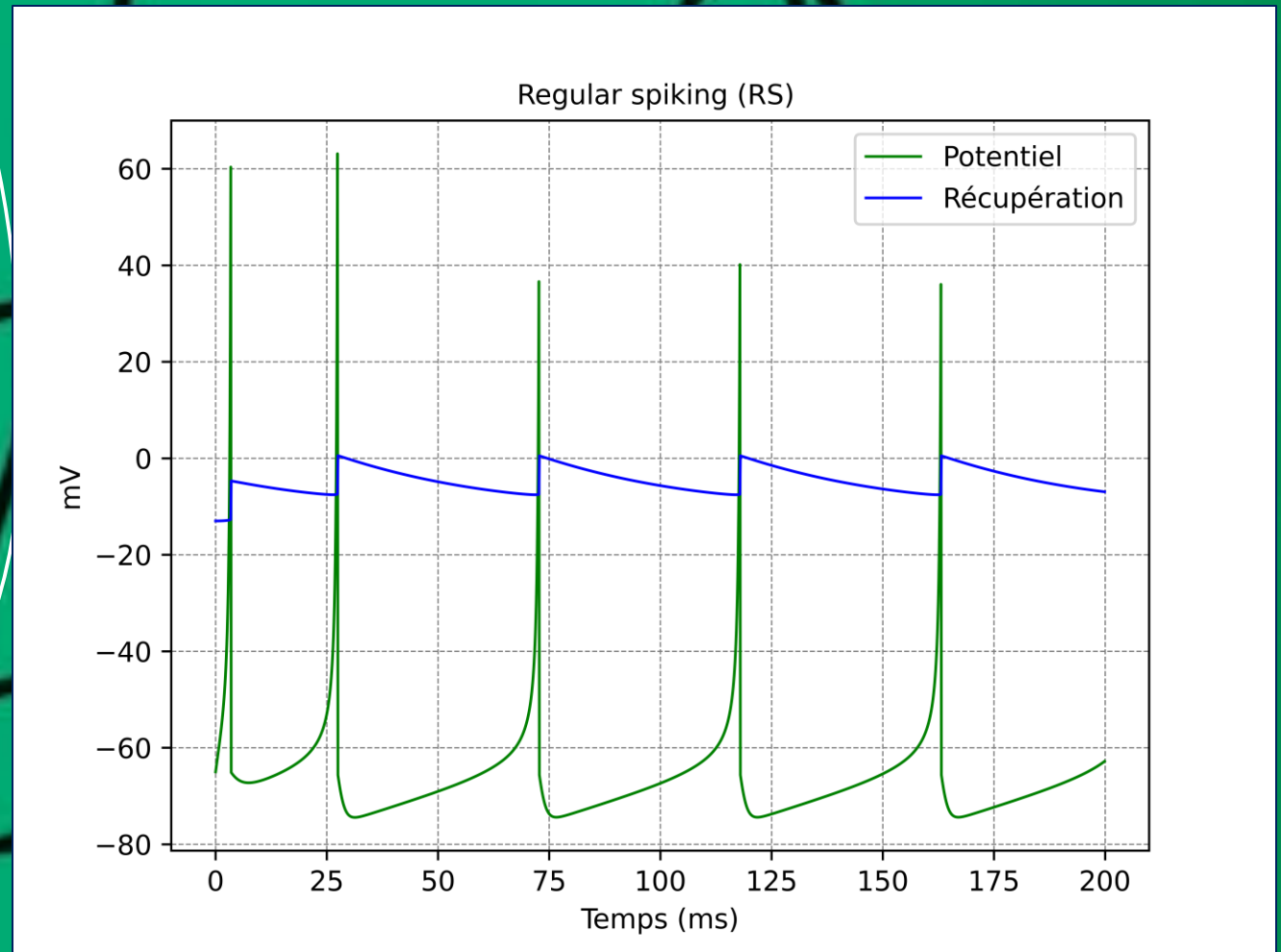




# Le Modèle d'Izhikevich

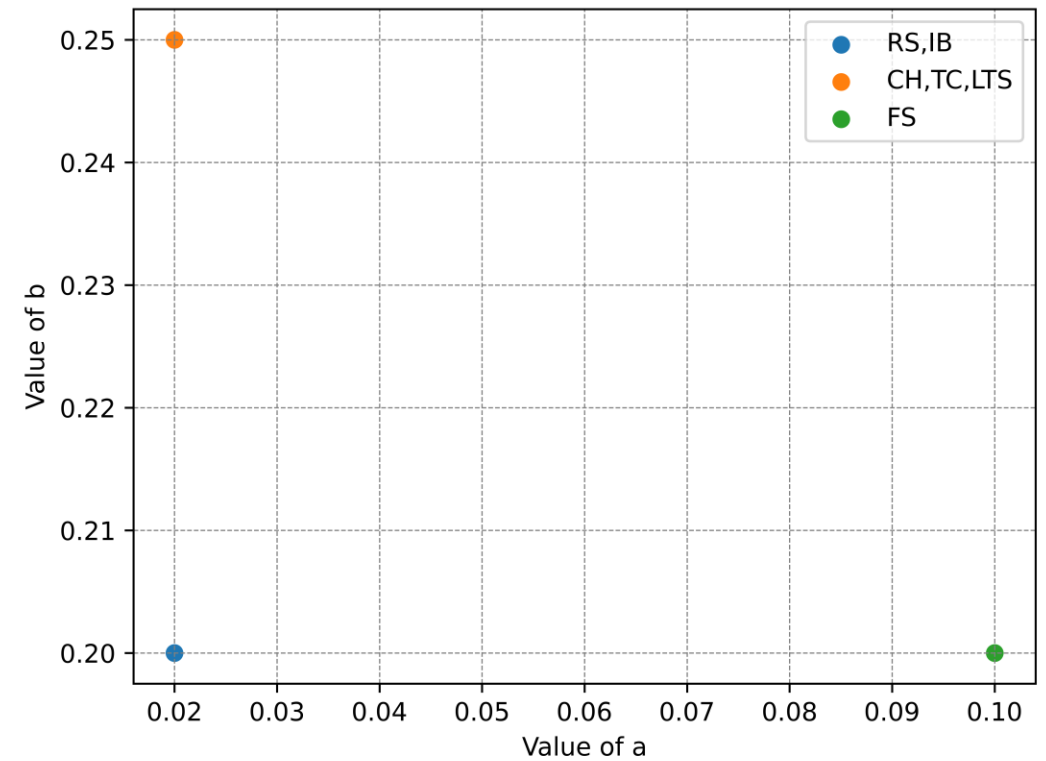
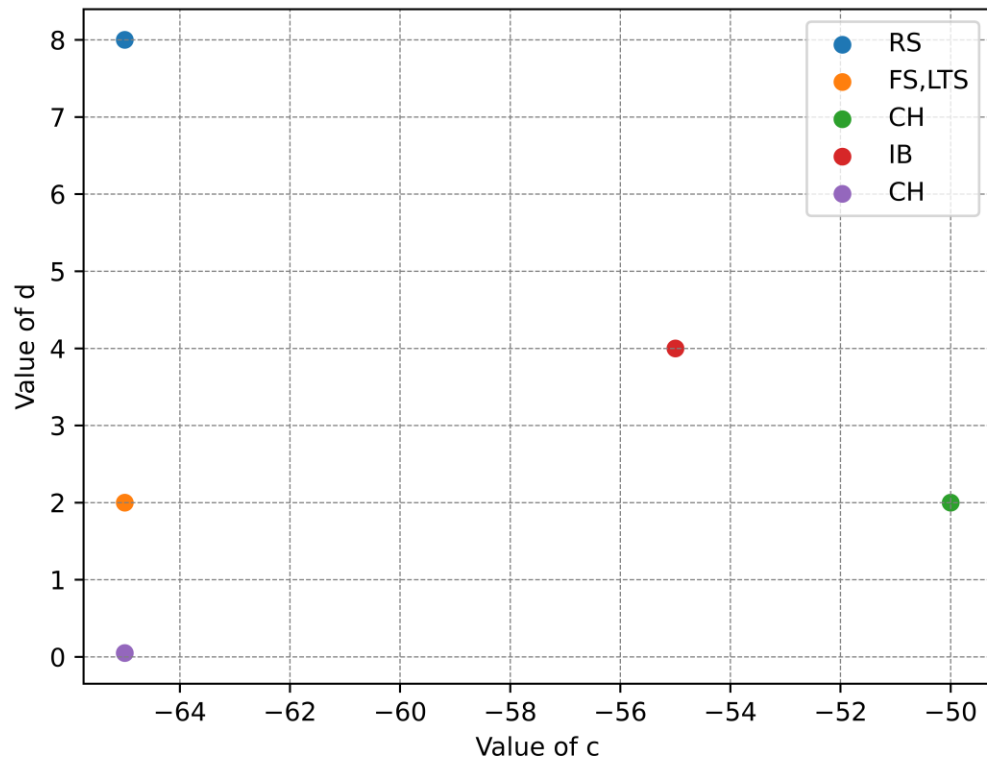
*Dans ce cas là:*

$$a = 0.02, b = 0.2, d = 8, \\ c = -65, I = 10$$



*Potentiel en fonction du temps*

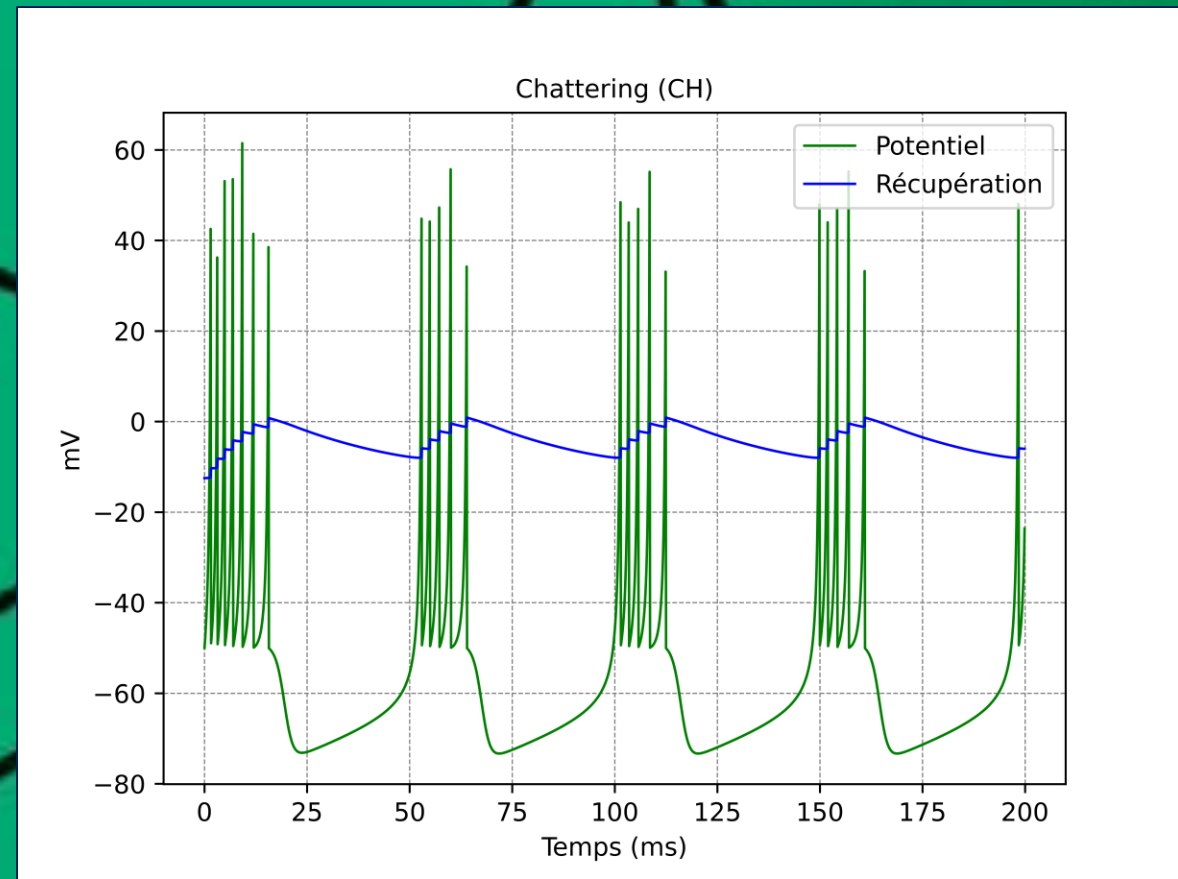
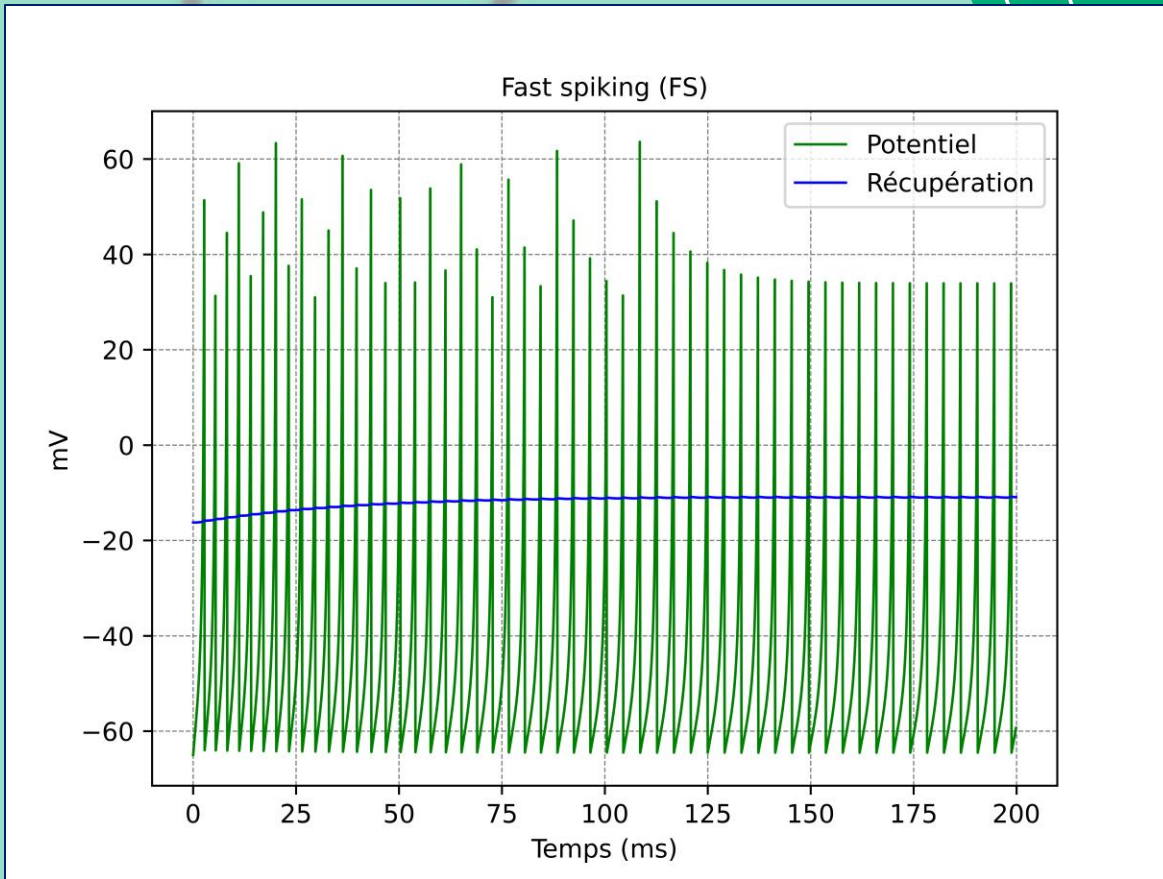
# Le Modèle d'Izhikevich



*Les valeurs de paramètres influent sur la nature des pics de potentiels obtenus*



# Le Modèle d'Izhikevich



*Les valeurs de paramètres influent sur la nature des pics de potentiels obtenus*

# Le Modèle d'Izhikevich

$$\begin{cases} v' = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ u' = 0.02(bv - u) \end{cases}$$

On fixe:  $a = 0.02$ ,  $c = -65\text{mV}$   
et  $d = 8$

$$v_1 = \frac{b-5-\sqrt{b^2-10b+2.6-0.16I}}{0.08} \text{ et } v_2 = \frac{b-5+\sqrt{b^2-10b+2.6-0.16I}}{0.08}$$

Deux équilibres :

$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1) = (bv_1, v_1)$$

$$(\bar{u}_2, \bar{v}_2) = (bv_2, v_2)$$

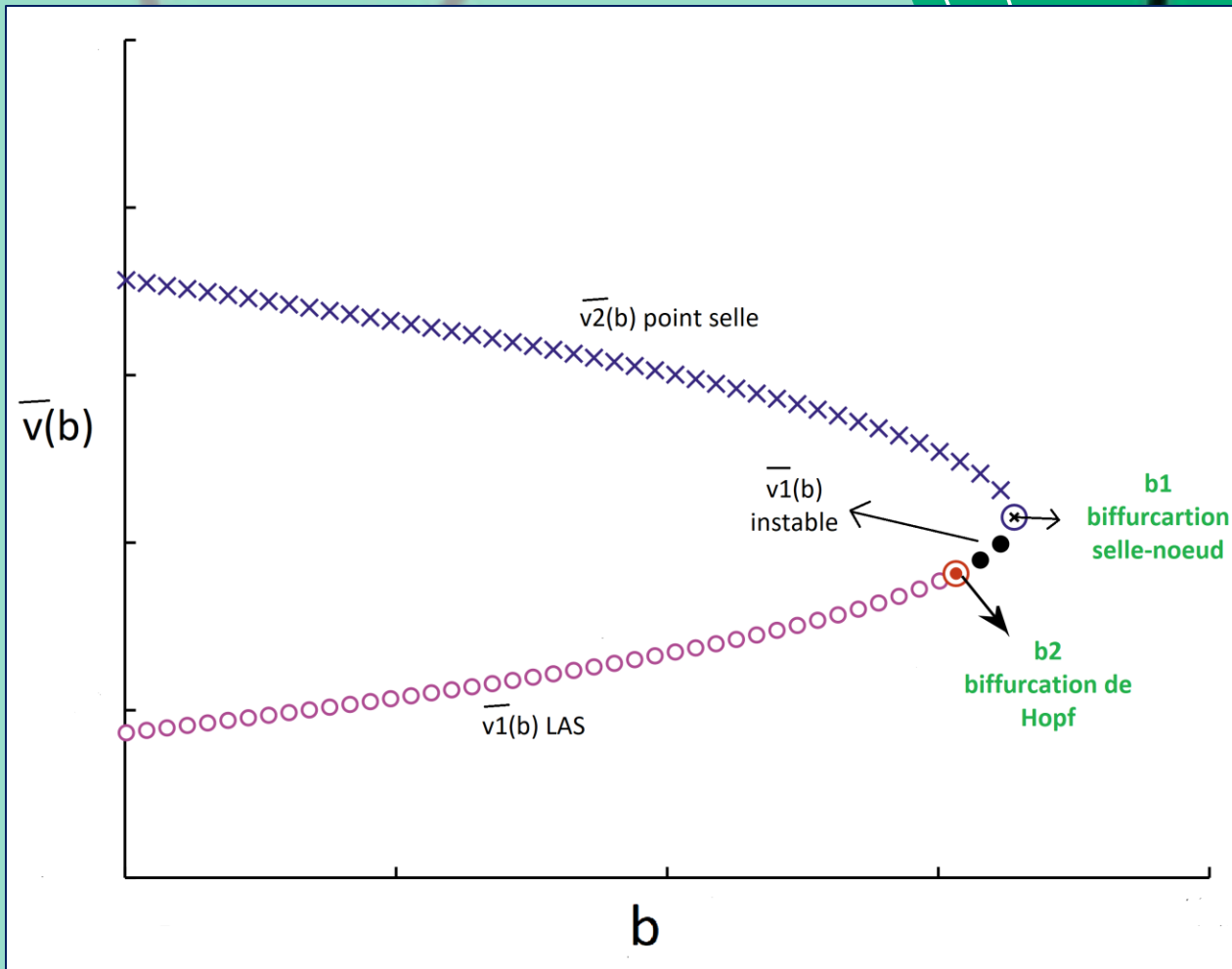
Sous la condition  
d'existence:

$$b \in [0, b_1[$$

$$b_1 = \frac{10-\sqrt{89.6+0.64I}}{2}$$



# Le Modèle d'Izhikevich



$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1) = (bv_1, v_1) \text{ et } (\bar{u}_2, \bar{v}_2) = (bv_2, v_2)$$

*Se rejoignent en  $b_1$  avant de disparaître (condition d'existence) --> bifurcation selle noeud en  $b_1$ .*

*Avant la bifurcation selle-noeud en  $b_1$ :*

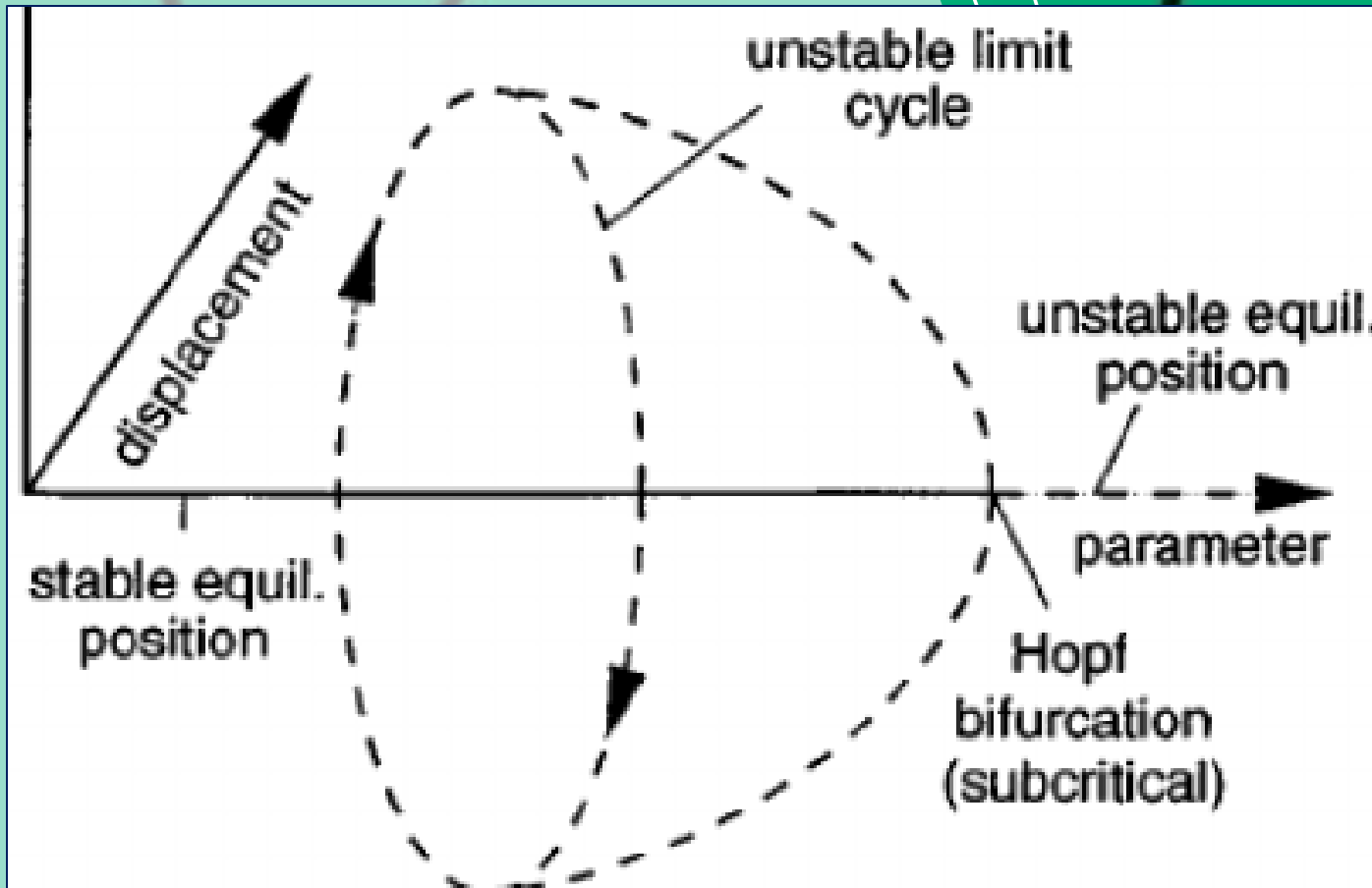
$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1) = (bv_1, v_1)$$

*Est LAS avant  $b_2$  puis instable après (bifurcation de Hopf)*

$$(\bar{u}_2, \bar{v}_2) = (bv_2, v_2)$$

*Est tout le temps une selle*

# Le Modèle d'Izhikevich



*Bifurcation de Hopf en  $b_2$   
(sous-critique)*

$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1) = (bv_1, v_1)$$

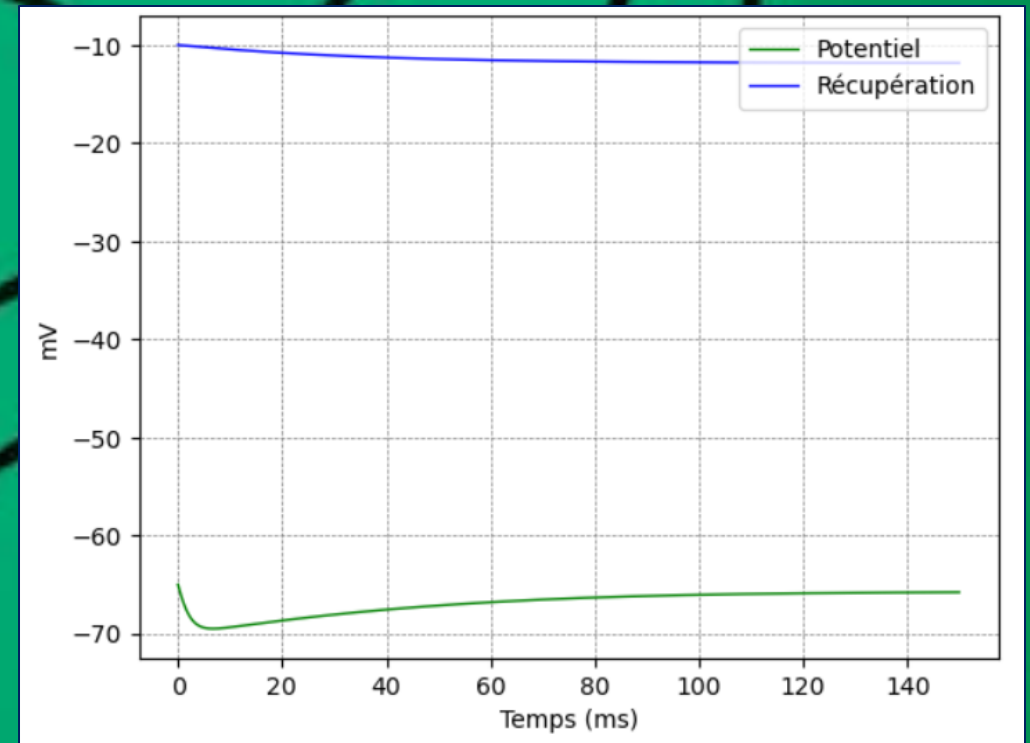
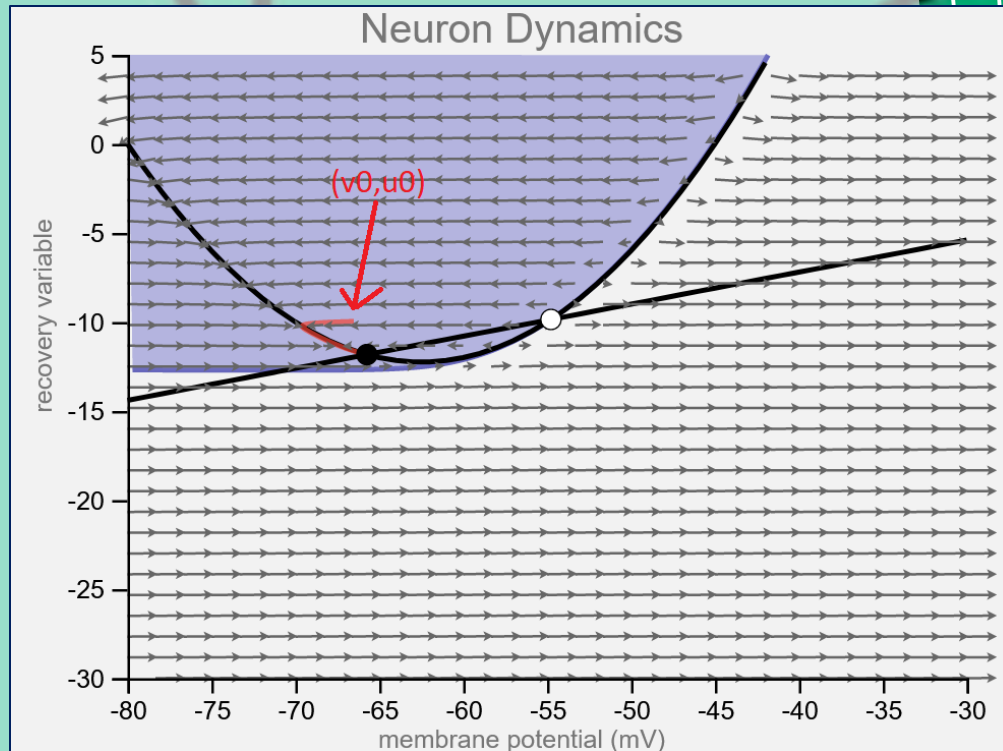
*Est LAS avec cycle limite instable  
avant  $b_2$  puis instable après*

# Le Modèle d'Izhikevich

On fixe ici encore:  $c = -65\text{mV}$ ,  $d = 8$ ,  
 $a = 0.02$ . Et on posera  $I = 4$

*Avant la bifurcation de Hopf*

$(v_0, u_0)$  dans le  
bassin d'attraction



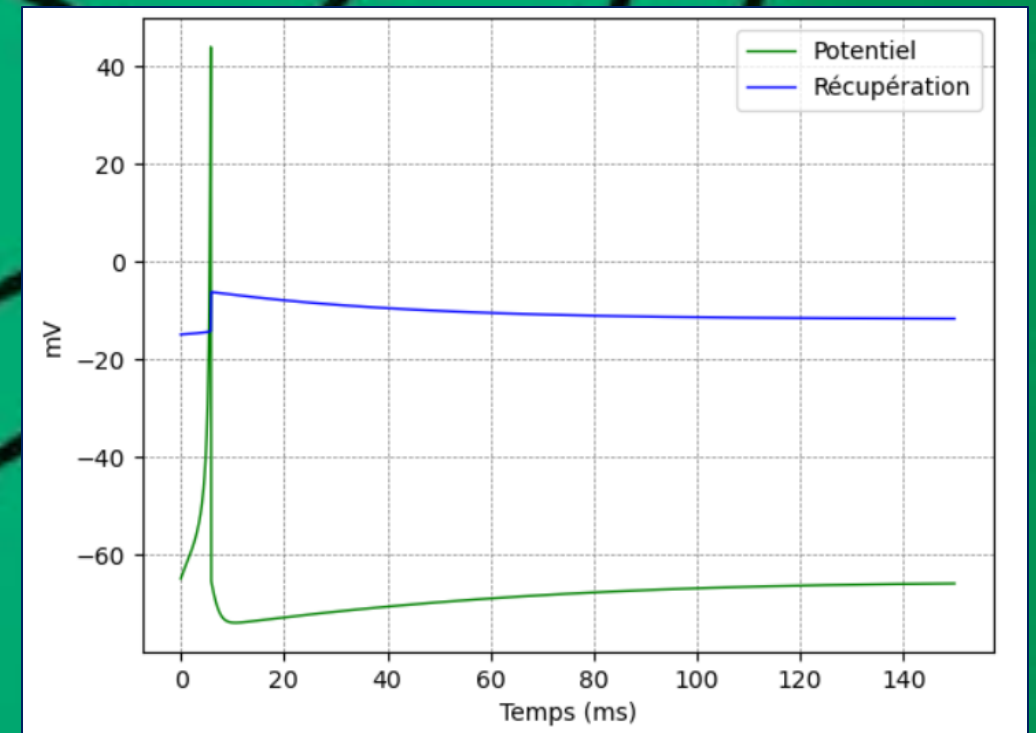
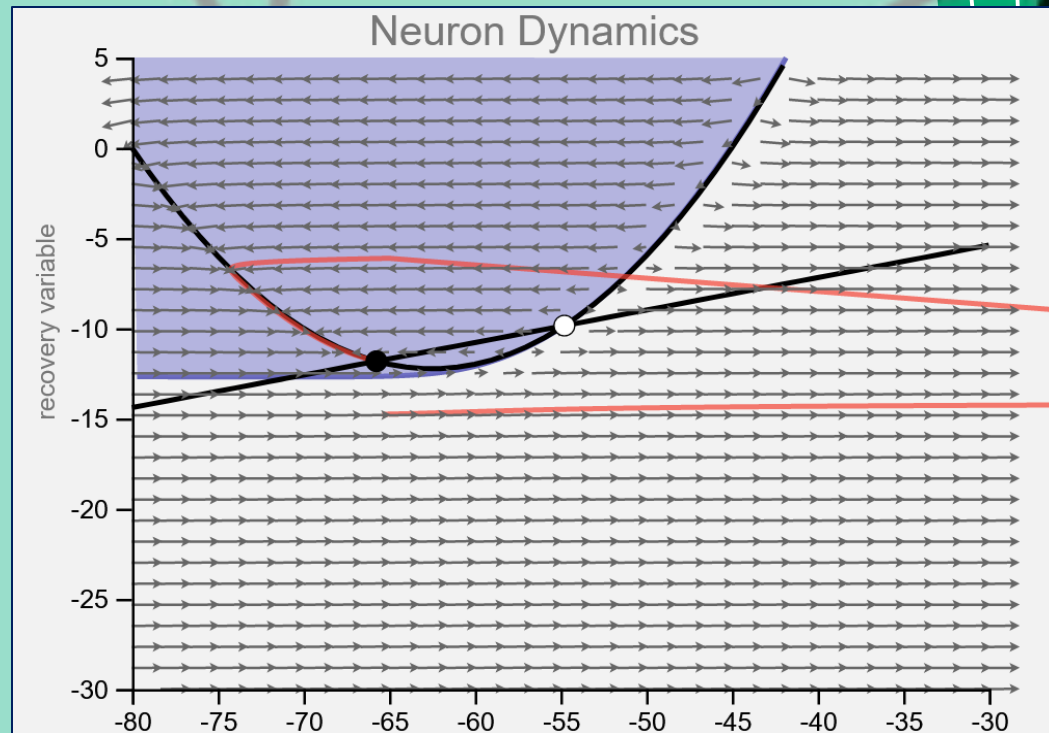


# Le Modèle d'Izhikevich

On fixe ici encore:  $c = -65\text{mV}$ ,  $d = 8$ ,  
 $a = 0.02$ . Et on posera  $I = 4$

*Avant la bifurcation de Hopf*

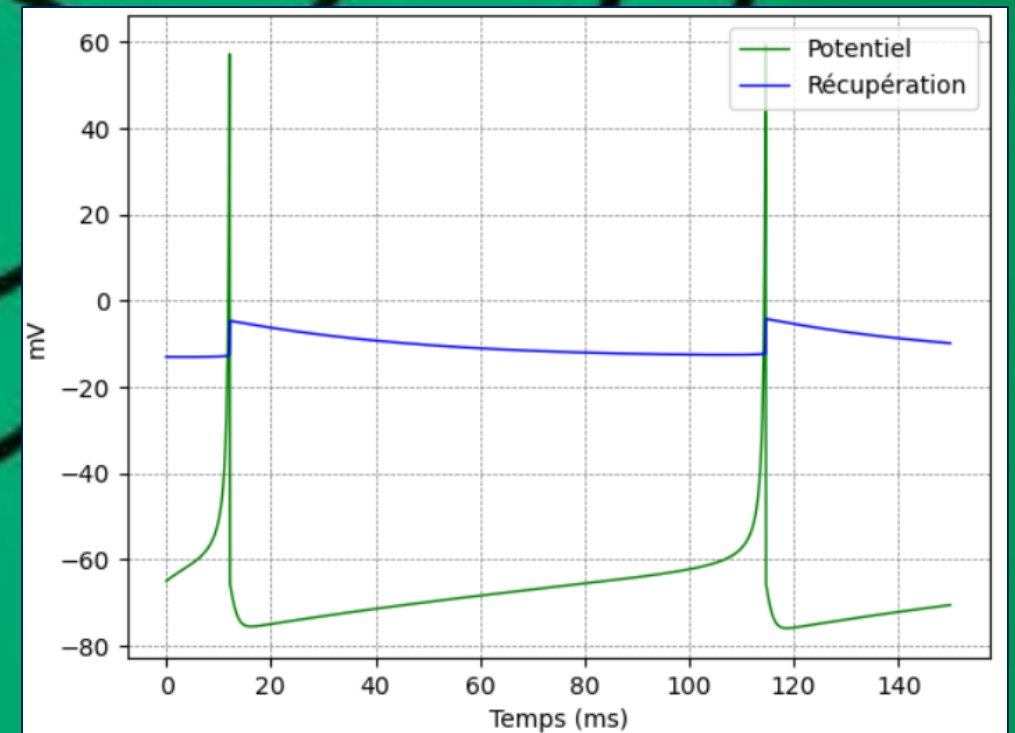
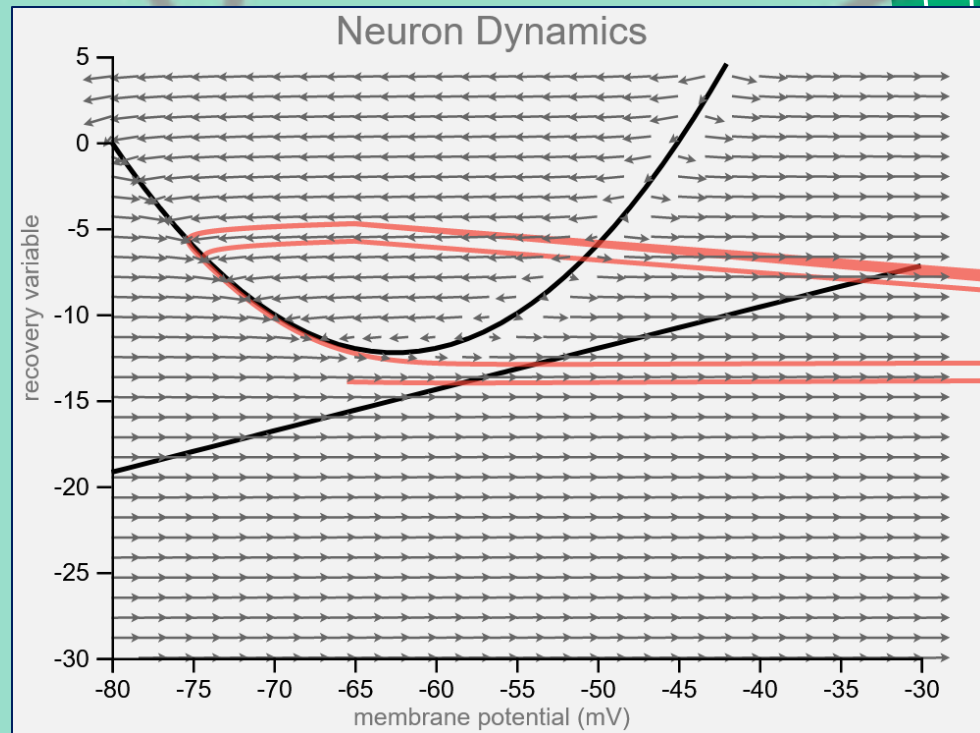
$(v_0, u_0)$  en dehors du  
bassin d'attraction



# Le Modèle d'Izhikevich

On fixe ici encore:  $c = -65\text{mV}$ ,  $d = 8$ ,  
 $a = 0.02$ . Et on posera  $I = 4$

*Après la bifurcation selle noeud*



# Conclusion

