Universidade do Porto L:EIC

Desenho de Algoritmos 2021/22

Exame (30.06.2022) - Parte Teórica - A *30 minutos*

N.º ________ Nome ________________________

Atenção: Não serão prestados esclarecimentos durante a prova. Leia pf as perguntas com atenção. As respostas devem ser assinaladas na tabela seguinte, usando **LETRAS MAIÚSCULAS**, sem rasuras. Cotação: 8 valores. Três respostas erradas, descontam uma certa. Ausência de resposta não desconta.

Respostas:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

1. Seja $\mathcal{T}$ um conjunto de n tarefas. A tarefa t_j tem de decorrer no intervalo $[s_j, f_j]$, ou seja, começar no instante s_j e terminar em f_j, para $1 \leq j \leq n$. Em cada instante só uma tarefa pode estar a decorrer, mas podemos iniciar outra tarefa no instante exato em que termina. Pretendemos **maximizar o número de tarefas realizadas**. Para tal, ordenaremos as tarefas segundo um certo critério e, seguindo essa ordem, escolhemos as que não entram em conflito com alguma anteriormente selecionada. Qual das ordens seguintes produz sempre uma solução ótima?

a) Ordem crescente de duração ($f_j - s_j$).
b) Ordem crescente de instante inicial (s_j).
c) Ordem crescente de instante final (f_j).
d) Nenhuma das ordens indicadas.

2. Considere o *problema do labirinto*, num espaço bidirecional de células cujos estados podem representar a presença de um obstáculo ou uma passagem livre. Qual seria a melhor abordagem para conceber um algoritmo para procurar um caminho desde uma origem dada até uma possível saída do labirinto?

a) Programação dinâmica **b)** Gananciosa **c)** Pesquisa com retrocesso **d)** Divisão e conquista

3. A sucessão de Fibonacci é definida por $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ e $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$, para $n \geq 2$. Considerando as duas funções, sem atender a erros de *overflow*, é verdade que:

```
int fib(int n) {
   if (n <= 1) return n;
   return fib(n-1)+fib(n-2);
}
int fib_B(int n) {
   if (n <= 1) return n;
   int a = 0, b = 1, c, i;
   for(i = 2; i <= n; i++)
    { c = a + b; a = b; b = c; }
   return b;
}
```

a) Ambas efetuam $O(n)$ adições, para $n \geq 2$.

b) `fib_B` explora programação dinâmica.

c) `fib` baseia-se em divisão-e-conquista.

d) `fib` é mais eficiente do que `fib_B`.

4. Qual das afirmações seguintes sobre grafos não dirigidos, com $n \geq 3$ nós e $m > 0$ ramos, é **incorreta**?

a) Nem todos os grafos conexos e bipartidos têm um circuito de Euler.

b) Um grafo completo tem sempre um ciclo de Hamilton.

c) Se um grafo tem um circuito de Euler então tem um caminho de Euler.

d) Existe um algoritmo com complexidade $O(n^2)$ para verificar se um grafo tem um circuito de Euler.

N.º ______ Nome ______

5. A função `hasSum` (em C++) determina se um *array* `a` com `n` inteiros positivos contém um subconjunto de elementos cuja soma é um inteiro `x`. Que tipo de abordagem implementa?

```
bool hasSum(int a[], int n, int x) {
   if (x == 0) return true;
   if (n == 0 || x < 0) return false;
   return hasSum(a, n-1, x-a[n-1]) || hasSum(a, n-1, x);
}
```

a) Programação dinâmica **b)** Gananciosa **c)** Pesquisa com retrocesso **d)** Divisão e conquista

6. A Câmara de uma pequena cidade pretende definir a melhor rota, em termos de distância percorrida, para um camião de recolha de lixo, que sai da estação de tratamento de resíduos, passa por todas as ruas, e regressa à estação. Se necessário, no percurso pode passar várias vezes na mesma rua. Este problema pode ser interpretado como:

a) O problema do caixeiro viajante (TSP).

b) O problema do carteiro chinês.

c) O percurso ótimo do caixeiro viajante.

d) O caminho mínimo entre todos os pares de nós.

7. Face à matéria lecionada sobre complexidade de problemas e de algoritmos, é verdade que:

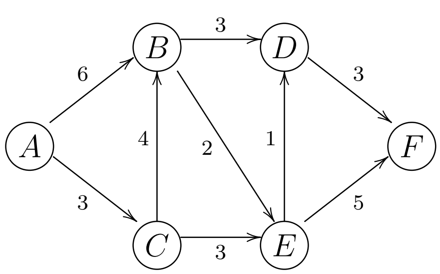
a) O problema de decidir se t é acessível de s num grafo dirigido $G = (V, E)$, com $s \neq t$, é da classe NP.

b) O problema k-SAT é NP-díficil (*NP-hard*), qualquer que seja $k \geq 2$, fixo.

c) Os problemas NP-completos não são da classe NP.

d) Todos os problemas da classe NP requerem algoritmos exponenciais.

8. O projeto representado pela rede de atividades seguinte (modelo arco-atividade) deve ser concluído o mais cedo possível. Não há partilha de recursos. É verdade que:



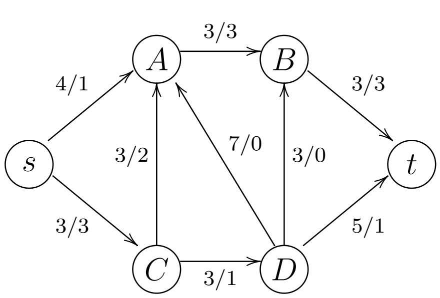
a) A duração mínima do projeto é 12.

b) As tarefas AC, CE, ED e DF são críticas.

c) A tarefa EF começará no instante 6.

d) A tarefa AB não é crítica.

9. Considere a rede de fluxo seguinte, onde c/f são pares capacidade/fluxo, e s e t são a origem e destino. É verdade que:



a) O corte $\{S, T\}$ de capacidade mínima tem capacidade 4.

b) Não é possível aumentar o fluxo porque as ligações (s, C), (A, B) e (B, t) estão saturadas.

c) O algoritmo de Edmonds-Karp encontra (s, A, C, D, t) como caminho para aumento de fluxo.

d) O valor de $f(C, D) = 1$ e de $f(D, C) = 0$.

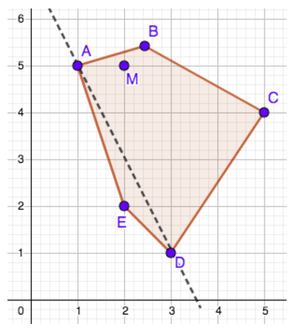
N.º [ ] Nome [ ]

10. Para a instância seguinte do problema de emparelhamentos estáveis (*stable marriage*), com listas de preferências estritamente ordenadas, por ordem decrescente de preferência, é verdade que:

$a_1 : p_1, p_2, p_3, p_4$	$p_1 : a_4, a_2, a_3, a_1$
$a_2 : p_1, p_4, p_3, p_2$	$p_2 : a_2, a_3, a_1, a_4$
$a_3 : p_3, p_1, p_4, p_2$	$p_3 : a_1, a_2, a_4, a_3$
$a_4 : p_2, p_3, p_1, p_4$	$p_4 : a_4, a_2, a_3, a_1$

a) Não existe nenhum emparelhamento estável.
b) $\{(a_4, p_1), (a_2, p_2), (a_1, p_3), (a_4, p_4)\}$ é a solução.
c) $\{(a_1, p_3), (a_2, p_2), (a_3, p_4), (a_4, p_1)\}$ é estável.
d) $\{(a_1, p_4), (a_2, p_1), (a_3, p_3), (a_4, p_2)\}$ não é estável.

11. Considere a aplicação do método Simplex para obter uma solução ótima de um problema de programação linear no plano, cujo espaço de soluções é o polígono indicado. Os pontos assinalados têm coordenadas inteiras, exceto B. A reta AD (a tracejado) é curva de nível da função objetivo. É verdade que:



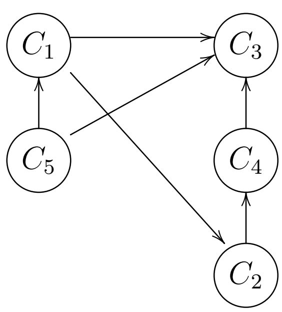
a) Se partir de D, efetua apenas uma iteração para obter a solução ótima.

b) B é a solução ótima linear que o Simplex obtém.

c) M é a solução da relaxação linear.

d) A é solução básica ótima que o Simplex obtém.

12. Seja $G = (V, E)$ um grafo dirigido, com $V = \{v_i \mid 1 \leq i \leq 20\}$, tal que G tem exatamente cinco componentes fortemente conexas, designadas por C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5, sendo $v_1 \in C_1$, $v_2 \in C_2$, $v_3 \in C_3$, $v_4 \in C_4$ e $v_5 \in C_5$. O grafo das componentes fortemente conexas de G encontra-se abaixo. É verdade que:



a) É impossível ter $\{(v_1, v_3), (v_1, v_5)\} \subset E$.

b) No algoritmo de Kosaraju-Sharir, as componentes são reportadas pela ordem C_1, C_2, C_3, C_4, C_5.

c) No algoritmo de Kosaraju-Sharir, a primeira componente reportada é C_3.

d) Não existem $x \in C_1$ e $y \in C_2$ tais que $(x, y) \in E$.

13. O nome "Carlos" foi escrito erradamente, como "Cralis". Qual a distância de edição (Levenshtein) entre as duas grafias, com custos unitários para os três tipos de transformação?

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4

14. Quantos algarismos significativos tem o número 0.05300×10^3?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

15. Para obter um zero da função $f(x) = \cos(x) - x$, para $x \in \mathbb{R}^+$, isto é, obter uma aproximação de uma solução da equação $\cos(x) = x$, com erro absoluto máximo de 1×10^{-5}, seria melhor aplicar:

a) O algoritmo de Gauss-Jordan.

b) O método Simplex partindo de $x = 0$.

c) Bisseções sucessivas, partindo do intervalo $[0, 3]$.

d) O algoritmo de Floyd-Warshall.