Estrutura e Dinâmica da Galáxia
Lista de Exercícios

1. Qual estratégia você utilizaria para determinar as coordenadas do polo galáctico?

2. Uma estrela tem coordenadas $\alpha = 22^{\rm h}\,50^{\rm m}\,14^{\rm s}$ e $\delta = -40^\circ\,57'\,42.8''$ e se encontra a uma distância de 1.3 kpc do Sol. Sua velocidade radial é $v_{\rm rad} = 228$ km/s e seu movimento próprio é $\mu_\alpha = 38$ mas/yr e $\mu_\delta = -119$ mas/yr. Calcule a sua posição e velocidade galactocêntrica, assumindo que o Sol se encontra a 8.33 kpc do centro da Galáxia, a 17 pc acima do plano da Galáxia, que as componentes da velocidade peculiar do Sol são $(U, V, W) = (8.5,\ 13.4,\ 6.5)$ km/s, e que a velocidade circular do LSR é 220 km/s.
   Resposta:
$$x = -7712.05 \text{ pc}, \quad y = -42.95 \text{ pc}, \quad z = -1125.93 \text{ pc}, \quad r = 7793.93 \text{ pc}$$
$$v_x = 133.88 \text{ km/s}, \quad v_y = -527.97 \text{ km/s}, \quad v_z = -156.44\,\text{km/s}, \quad v = 566.70\,\text{km/s}$$

3. Dois aglomerados abertos apresentam os seus respectivos pontos de turn-off em valores de $(B-V) = -0.1$ e 0.3, respectivamente. Estime a idade aproximada de ambos.
   Resposta: 3.55×10^8 e 2.50×10^9 anos, respectivamente.

4. O VizieR (`http://vizier.u-strasbg.fr/`) é um repositório de catálogos astronômicos. Faça o download do catálogo de aglomerados da Via Láctea compilado por Kharchenko et al. (2013) –*Milky Way global survey of star clusters. II.*– e selecione deste catálogo os aglomerados globulares. Sabendo que os aglomerados mais distantes ($d > 4$ kpc) se distribuem de forma esférica ao redor do centro da Galáxia, determine as coordenadas α, δ e a distância ao centro da Galáxia.
   Resposta: $\alpha = 261.27^\circ$, $\quad \delta = -27.58^\circ$, $\quad r = 7.45$ kpc

5. A tabela a seguir apresenta a distribuição das magnitudes aparentes monocromáticas da linha de OIII para um conjunto de nebulosas planetárias localizadas numa galáxia distante:

Tabela 1:

m	N
20.50	3
20.60	5
20.75	12
20.90	20
21.10	18
21.25	35
21.40	25
21.50	30
21.70	20

Assumindo que esta distribuição segue uma lei exponencial truncada da forma

$$N(m) = N_0 e^{0.307m} \left(1 - e^{3(m_c - m)}\right)$$

onde N_0, m_c são parâmetros da distribuição, e sabendo que, a partir de calibrações secundárias, a magnitude de corte da função de luminosidade das nebulosas planetárias é $M_c = -4.47 \pm 0.05$, determine a distância da galáxia observada. Negligencie qualquer absorção interestelar.
Resposta: 0.969 Mpc

6. Para um dado conjunto de estrelas de características semelhantes na vizinhança solar, a função de luminosidade $\Lambda(M)$ é dada por uma distribuição Gaussiana com média M_0 e desvio padrão σ_0. Assumindo que a densidade $D(r)$ seja constante, determine qual deveria ser a distribuição da contagem de estrelas em termos da magnitude aparente $A(m)$. A partir deste resultado, calcule o viés de Malmquist.
Resposta: $\Delta M = -1.38155\sigma_0^2$

7. A partir do resultado do exercício anterior, considere o catálogo de estrelas próximas de Gliese et al. (1991) –*Nearby Stars, Preliminary 3rd Version*, disponível no VizieR– e selecione todas as estrelas de tipo espectral F e classe de luminosidade V com magnitude aparente $3 \leq m \leq 10$. Determine a magnitude absoluta média e o desvio padrão da amostra e estime o valor de M_0.
Resposta: $M_0 = 4.863$

8. A velocidade radial medida de uma estrela na vizinhança solar pode ser escrita como

$$v_{r,i} = V_{r,i} - V_S \cos\gamma_i$$

onde V_S é a velocidade do Sol em direção ao ápex, γ_i é o ângulo entre a direção do ápex e a linha de visada, e $V_{r,i}$ é a componente peculiar da velocidade radial. A partir do catálogo de velocidades radiais de Kharchenko et al. (2007) –*2nd Catalog of Radial Velocities with Astrometric Data*, disponível no VizieR–, selecione as estrelas de tipo espectral F na vizinhança solar ($d \leq 200$ pc), com magnitude aparente $V \leq 10$, que estejam localizadas nas seguintes regiões do céu:

Tabela 2:

	Região 1 (plano galáctico)	Região 2 (polo galáctico)
α	$6^{\mathrm{h}} \pm 40^{\mathrm{m}}$	$12^{\mathrm{h}} \pm 40^{\mathrm{m}}$
δ	$30° \pm 10°$	$0° \pm 30°$

Para cada conjunto de estrelas nas duas regiões, determine a distribuição das velocidades radiais, e calcule as respectivas médias e desvios padrão. Sabendo que $V_S = 20$ km/s e que as coordenadas do ápex são $\alpha_A = 18^{\mathrm{h}}$, $\delta_A = 30°$ determine:

(a) se a velocidade média de cada amostra pode ser atribuída ao movimento do Sol;

(b) se a distribuição de velocidades na vizinhança solar é Maxwelliana ou elipsoidal.

9. Repita o cálculo do exercício anterior considerando as estrelas de tipo espectral A e as de tipo K. Discuta as diferenças.

10. Quais dos seguintes conjuntos de unidades correspondem a um potencial gravitacional?

(a) $M_\odot\,\mathrm{pc}^{-3}$

(b) $\mathrm{au}^2\,\mathrm{yr}^{-2}$

(c) kg m^{-1}

11. IC 2574 é uma galáxia de baixo brilho superficial cuja parte central está dominada por matéria escura. Sabendo que dentro de um raio de 6 kpc do centro a curva de rotação cresce linearmente com a distância, $v_c \propto r$, determine como varia o perfil de densidade $\rho(r)$ na região central dessa galáxia.

12. Encontre a expressão da velocidade circular v_c e do tempo dinâmico t_{dyn} para o potencial de Plummer. Assumindo que $M = 10^{11}\, M_\odot$ e $b = 1$ kpc, considere uma estrela com $L = 1.6 \times 10^3$ kpc km s^{-1} e $E = -2.4 \times 10^4$ km^2/s^2, e determine os valores de:

    (a) A distância da estrela no pericentro e no apocentro;

    (b) A excentricidade da órbita;

    (c) Os períodos radial T_r e azimutal T_ψ

    (utilize o valor de $G = 4.302 \times 10^{-3}$ pc km^{2}s$^{-2}M_\odot^{-1}$).
    Resposta: $r_p = 3.97836$ kpc, $r_a = 14.09666$ kpc, $T_r = 3.49 \times 10^{10}$ anos, $T_\psi = 1.74 \times 10^8$ anos

13. O Sol orbita o centro da Via Láctea com um período de aproximadamente 220 Myr seguindo uma órbita que não é exatamente circular, mas que oscila radialmente com uma pequena amplitude. Qual seria o intervalo de valores possíveis para o período dessa oscilação radial?

14. Faça uma estimativa da massa da Via Láctea aplicando:

    (a) a velocidade circular do Sol, a 8,33 kpc do centro;

    (b) o virial do conjunto de aglomerados globulares (Kharchenko et al. 2013), assumindo um potencial externo;

    (c) o virial do conjunto de aglomerados globulares, assumindo um sistema autogravitante.

    Discuta as diferenças nos valores encontrados.
    Resposta: $M = 9.12 \times 10^{10}\ M_\odot$; $1.72 \times 10^{11}\ M_\odot$; $6.37 \times 10^{11}\ M_\odot$

15. Assumindo que massa da Via Láctea obtida no ponto anterior esteja concentrada dentro da órbita solar e distribuída esfericamente, determine o valor da velocidade de escape v_{esc} na vizinhança solar e estabeleça a relação entre v_{esc} e v_c.
    Resposta: $v_{\rm esc} = 307$ km s^{-1}

16. A galáxia anã de Fornax possui uma massa de aproximadamente $10^7\, M_\odot$,um tamanho de aproximadamente 1 kpc, e uma dispersão de velocidades típica de 10 km/s. Calcule o seu tempo de relaxamento, t_{relax}.
    Resposta: 2.38×10^{13} anos

17. Considere as galáxias de um aglomerado de massa total M. Se a massa do aglomerado dobrasse, mas as posições das galáxias fossem mantidas, qual seria a variação típica nas suas velocidades?

18. Suponha que conseguimos medir o perfil de densidade 3D, $\nu(r)$, e a dispersão radial de velocidades, $\sigma_r(r)$, para um sistema esférico não rotante e estimamos a sua massa assumindo que o parâmetro de anisotropia é $\beta = 0$. Qual seria o máximo erro possível desta estimativa se a fração de órbitas radiais do sistema fosse significativa?

19. Considere que o perfil de densidade, $\nu(r)$, e a distribuição de massa, $M(< r)$, de um sistema esférico não rotante são bem representados pelo modelo de Hernquist (neste caso, assumimos $\nu(r) = \rho(r)/M$). Qual seria neste caso o comportamento da dispersão radial de velocidades, $\sigma_r(r)$, para $r \gg 1$, considerando valores do parâmetro de anisotropia $\beta = 1/2$ e $\beta = 1$?

20. Aplicando a fórmula de Eddington, determine a função distribuição ergódica, $f(\mathcal{E})$, para o potencial de Plummer.

21. Suponha que você conhece a função distribuição ergódica, $f(\mathcal{E})$, para um sistema esférico não rotante, onde $\mathcal{E} = -\dfrac{E\,a}{GM}$ é a energia normalizada do sistema (a é uma constante com dimensões de distância), e que você quer determinar a função distribuição $f(\mathcal{E}, \mathbf{L})$ para este mesmo sistema mas agora em rotação ao redor do eixo z, de maneira que se mantenha aproximadamente o perfil esférico original. Qual das opções a seguir seria uma possível solução?

    (a) $f(\mathcal{E}, \mathbf{L}) = f(\mathcal{E})\dfrac{L_z^2}{L^2}$

    (b) $f(\mathcal{E}, \mathbf{L}) = f(\mathcal{E})\dfrac{1}{2}\left[1 + \tanh\left(\dfrac{L_z}{\sqrt{GMa}}\right)\right]$

    (c) $f(\mathcal{E}, \mathbf{L}) = f(\mathcal{E})\dfrac{1}{2}\left[1 + \tanh\left(\dfrac{L_z^2}{GMa}\right)\right]$

    (d) $f(\mathcal{E}, \mathbf{L}) = f(\mathcal{E})\left[1 + \mathrm{sgn}(L_x)\right]$