

Le projet R forces

Méziane Cherif

Olivier Cailloux

Déclaration

Nous déclarons sur l'honneur que ce mémoire a été écrit de notre main, sans aide extérieure non autorisée, qu'il n'a pas été présenté auparavant pour évaluation et qu'il n'a jamais été publié, dans sa totalité ou en partie.

Toutes parties, groupes de mots ou idées, aussi limités soient-ils, y compris des tableaux, graphiques, cartes etc. qui sont empruntés ou qui font référence à d'autres sources bibliographiques sont présentés comme tels, sans exception aucune.

Contexte

L'assemblée nationale a constitué en 2019 une commission d'enquête concernant « la situation, les missions et les moyens des forces de sécurité ». À cette occasion, elle a interrogé par écrit des agents de la police nationale et des polices municipales, militaires de la gendarmerie nationale et réservistes. Les réponses ont été [publiées](#) sur le site de l'assemblée nationale, après anonymisation.

La France a été épinglée ces dernières années à plusieurs reprises par des organisations internationales pour des faits préoccupants de violences policières. Il nous a semblé intéressant dans ce contexte d'examiner si un lien peut être établi entre les conditions socio-économiques des départements d'exercice des forces de sécurité et certaines réponses données par ces dernières. Plus précisément, nous nous intéressons principalement à une variable qui encode la réponse à la question : « A partir de quel âge selon vous, un mineur devrait, selon vous, être traité comme un majeur par la justice ? » (voir questionnaire sur le site mentionné). (Nous n'avons bien sûr pas de prétention d'apporter de grandes réponses dans le cadre de cet exercice limité de statistique, ou d'affirmer rigoureusement un lien quelconque entre la réponse à cette seule question et une volonté de répression, et encore moins concernant un quelconque établissement de lien de causalité, mais ces données nous ont semblé mériter un traitement qui pourrait constituer un morceau d'une investigation plus rigoureuse.)

Nous utilisons également les « Principaux indicateurs sur les revenus et la pauvreté aux niveaux national et local en 2019 » du dispositif Fichier localisé social et fiscal (Filosofi) publié par l'INSEE (présentation [ici](#), téléchargement [ici](#)). Des données plus récentes [existent](#) mais nous utilisons les données reflétant la réalité au moment des réponses des forces de sécurité.

Mise en place

Chargeons quelques packages utiles.

```
library(conflicted)
conflicts_prefer(dplyr::filter)
```

```
library(tidyverse)
library(xlsx)
```

Téléchargeons les réponses des forces de sécurité, ou vérifions leur conformité si elles sont déjà présentes à l'aide du hash MD5 indiqué sur le site sus-mentionné.

```
answers_url <- paste0(
  "https://data.assemblee-nationale.fr/",
  "static/openData/repository/CONSULTATIONS_CITOYENNES/",
  "MOYENS_DES_FORCES_DE_SECURITE/Moyens-des-forces-de-securite.csv"
)
md5_expected <- "261b4244cc2e9ffcd54ff9a6bec0a0ac"
if (file.exists("Réponses original.csv")) {
  md5_observed <- tools::md5sum("Réponses original.csv")
} else {
  md5_observed <- 0L
}
if (md5_observed != md5_expected) {
  downloaded_return <- download.file(answers_url, "Réponses original.csv", mode = "wb")
  stopifnot(identical(downloaded_return, 0L))
}
md5_observed <- tools::md5sum("Réponses original.csv")
stopifnot(md5_observed == md5_expected)
```

Convertissons en UTF8.

```
input_original <- readLines("Réponses original.csv")
input_converted <- iconv(input_original, from = "WINDOWS-1252", to = "UTF8")
writeLines(input_converted, "Réponses.csv")
```

Téléchargeons de même les données sur les revenus et la pauvreté.

```
zip_file_name <- "base-cc-filosofi-2019_CSV.zip"
filosofi_url <- paste0("https://www.insee.fr/fr/statistiques/fichier/6036902/", zip_file_name)
if (!file.exists(zip_file_name)) {
  downloaded_return <- download.file(filosofi_url, zip_file_name, mode = "wb")
  stopifnot(identical(downloaded_return, 0L))
}

to_extract <- c("cc_filosofi_2019_DEP.csv", "meta_cc_filosofi_2019_DEP.csv")
if (!all(file.exists(to_extract))) {
  unzip(zip_file_name, files = to_extract)
}
```

Lecture des données

Réponses

Lisons les réponses des forces de sécurité.

```
answers <- read_delim("Réponses.csv",
  delim = ";", locale = locale(decimal_mark = ","),
  show_col_types = FALSE, name_repair = "minimal"
)
col_renaming <- read_csv("Colonnes.csv", show_col_types = FALSE)
stopifnot(all.equal(colnames(answers), col_renaming[["Nom original"]]))
```

```
colnames(answers) <- col_renaming[["Nouveau nom"]]
answers
```

```
## # A tibble: 13,735 x 73
##   rep d_start d_end you you_other fct fct_other belong belong_other dept
##   <dbl> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr>
## 1 3 22/05/~ 22/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> Aux c~ <NA> 08 --
## 2 4 22/05/~ 22/0~ <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA>
## 3 5 23/05/~ 23/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> Aux c~ <NA> 95 --
## 4 6 24/05/~ 24/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> La ge~ <NA> 11 --
## 5 7 24/05/~ 24/0~ Mili~ <NA> Dans~ <NA> La ge~ <NA> 74 --
## 6 8 27/05/~ 27/0~ <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA>
## 7 9 28/05/~ 28/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> Autre DSPAP 75 --
## 8 10 28/05/~ 28/0~ <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA> <NA>
## 9 11 29/05/~ 29/0~ Mili~ <NA> Dans~ <NA> La ge~ <NA> 17 --
## 10 12 29/05/~ 29/0~ Mili~ <NA> Dans~ <NA> La ge~ <NA> 58 --
## # i 13,725 more rows
## # i 63 more variables: works <chr>, task_1 <chr>, task_2 <chr>, impr <chr>,
## # penal <chr>, penal_1 <chr>, penal_2 <chr>, penal_3 <chr>, agemaj <chr>,
## # agemaj_other <chr>, hurt <chr>, hurt_then <chr>, prot <chr>,
## # prot_adeq <chr>, prot_ext <chr>, train <chr>, train_ext <chr>,
## # train_suff <chr>, train_days_2016 <dbl>, train_days_2017 <dbl>,
## # train_days_2018 <dbl>, hab_1 <chr>, hab_2 <chr>, hab_3 <chr>, ...
```

Vérifions que les décimales sont lues correctement et que nous disposons du nombre de contributions annoncé sur le site ministériel.

```
stopifnot(answers |> filter(rep == 9) |> pull(train_days_2017) == 2.5)
stopifnot(nrow(answers) == 13735)
```

Revenus et pauvreté

Lisons maintenant les données économiques.

```
revenues_poverty <- read_delim("cc_filosofi_2019_DEP.csv",
  delim = ";", locale = locale(decimal_mark = ","),
  show_col_types = FALSE
)
revenues_poverty
```

```
## # A tibble: 101 x 28
##   CODGEO NBMENFISC19 NBPERSMENFISC19 MED19 PIMP19 TP6019 TP60AGE119 TP60AGE219
##   <chr> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 01 264074 629120 23490 59.6 10.7 15.4 12.4
## 2 02 223635 513278 19880 49.5 18.4 30 23.4
## 3 03 158967 326379 20570 49 15.4 24.9 19.8
## 4 04 74092 154195 20690 51.5 16.6 26.1 21.7
## 5 05 64688 134672 21020 54.2 13.9 21.6 17
## 6 06 527841 1109491 22300 60.4 15.8 22.2 18.1
## 7 07 143925 313991 21010 50.9 14.3 21.5 18.1
## 8 08 117854 260778 19840 47.2 18.6 30.6 22.8
## 9 09 70184 146066 20010 46.7 17.9 27.7 23.2
## 10 10 132913 290472 20580 52.6 16.3 27.8 21.5
## # i 91 more rows
## # i 20 more variables: TP60AGE319 <dbl>, TP60AGE419 <dbl>, TP60AGE519 <dbl>,
```

```
## # TP60AGE619 <dbl>, TP60TOL119 <dbl>, TP60TOL219 <dbl>, PACT19 <dbl>,
## # PTSA19 <dbl>, PCH019 <dbl>, PBEN19 <dbl>, PPEN19 <dbl>, PPAT19 <dbl>,
## # PPSOC19 <dbl>, PPFAM19 <dbl>, PPMINI19 <dbl>, PPLOGT19 <dbl>,
## # PIMPOT19 <dbl>, D119 <dbl>, D919 <dbl>, RD19 <dbl>
```

Vérifions que le revenu médian et le taux de pauvreté de l'Ain sont ceux indiqués [sur le site](#).

```
ain <- revenues_poverty |> filter(CODGEO == "01")
stopifnot(ain |> pull(MED19) == 23490)
stopifnot(ain |> pull(TP6019) == 10.7)
```

Traitement des données

Extrayons le premier mot de la colonne `dept` pour obtenir le code de département (on vérifie avec une réponse donnée que la conversion a fonctionné). Notons que les départements corses ne s'encodent pas comme des nombres, donc ce code doit être de type chaîne de caractères.

Transformons également l'âge donné en nombre entier.

```
stopifnot(answers |> filter(rep == 3) |> pull(dept) == "08 - ARDENNES")
answers <- mutate(answers, dept_nb = str_extract(dept, "[0-9AB]+"), .after = dept)
stopifnot(answers |> filter(rep == 3) |> pull(dept_nb) == "08")

answers <- answers |>
  filter(!is.na(agemaj)) |>
  filter(agemaj != "Autre")
stopifnot(all(str_detect(answers$agemaj, "[0-9]+ ans$")))
answers <- mutate(answers, agemaj = as.integer(str_extract(agemaj, "[0-9]+")))
```

Croisement des données

Nous pouvons maintenant joindre les données économiques aux réponses des forces de sécurité.

```
data <- left_join(answers, revenues_poverty, by = c("dept_nb" = "CODGEO"))
data
```

```
## # A tibble: 7,593 x 101
##   rep d_start d_end you you_other fct fct_other belong belong_other dept
##   <dbl> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr> <chr>
## 1 9 28/05/~ 28/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> Autre DSPAP 75 --
## 2 14 29/05/~ 29/0~ Mili~ <NA> Dans~ <NA> La ge~ <NA> 25 --
## 3 18 31/05/~ 31/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> Autre DOPC 75 --
## 4 19 31/05/~ 31/0~ Fonc~ <NA> Dans~ <NA> La di~ <NA> 75 --
## 5 20 31/05/~ 31/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> Autre police muni~ 67 --
## 6 22 01/06/~ 01/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> Autre Police muni~ 42 --
## 7 27 03/06/~ 03/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> Autre Police Muni~ 79 --
## 8 28 03/06/~ 03/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> Autre fonction pu~ 01 --
## 9 36 03/06/~ 03/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> Autre <NA> 74 --
## 10 37 03/06/~ 03/0~ Fonc~ <NA> <NA> <NA> La di~ <NA> 95 --
## # i 7,583 more rows
## # i 91 more variables: dept_nb <chr>, works <chr>, task_1 <chr>, task_2 <chr>,
## # impr <chr>, penal <chr>, penal_1 <chr>, penal_2 <chr>, penal_3 <chr>,
## # agemaj <int>, agemaj_other <chr>, hurt <chr>, hurt_then <chr>, prot <chr>,
## # prot_adeq <chr>, prot_ext <chr>, train <chr>, train_ext <chr>,
## # train_suff <chr>, train_days_2016 <dbl>, train_days_2017 <dbl>,
```

```
## #   train_days_2018 <dbl>, hab_1 <chr>, hab_2 <chr>, hab_3 <chr>, ...  
write_csv(data, "Données fusionnées.csv", na = "")
```

Sélection

Les données ainsi obtenues sont très riches, mais pour ne pas noyer le lecteur (et respecter les consignes), nous en nous concentrons sur quatre variables : le type de répondant, le département d'exercice, le taux de pauvreté dans le département d'exercice et l'âge souhaité pour traitement comme un majeur. On ne retient en outre que les enregistrements où ces variables sont toutes renseignées.

```
subset <- data |>  
  select("you", "dept", "TP6019", "agemaj") |>  
  drop_na()  
write.xlsx(subset, "Sélection.xlsx")
```

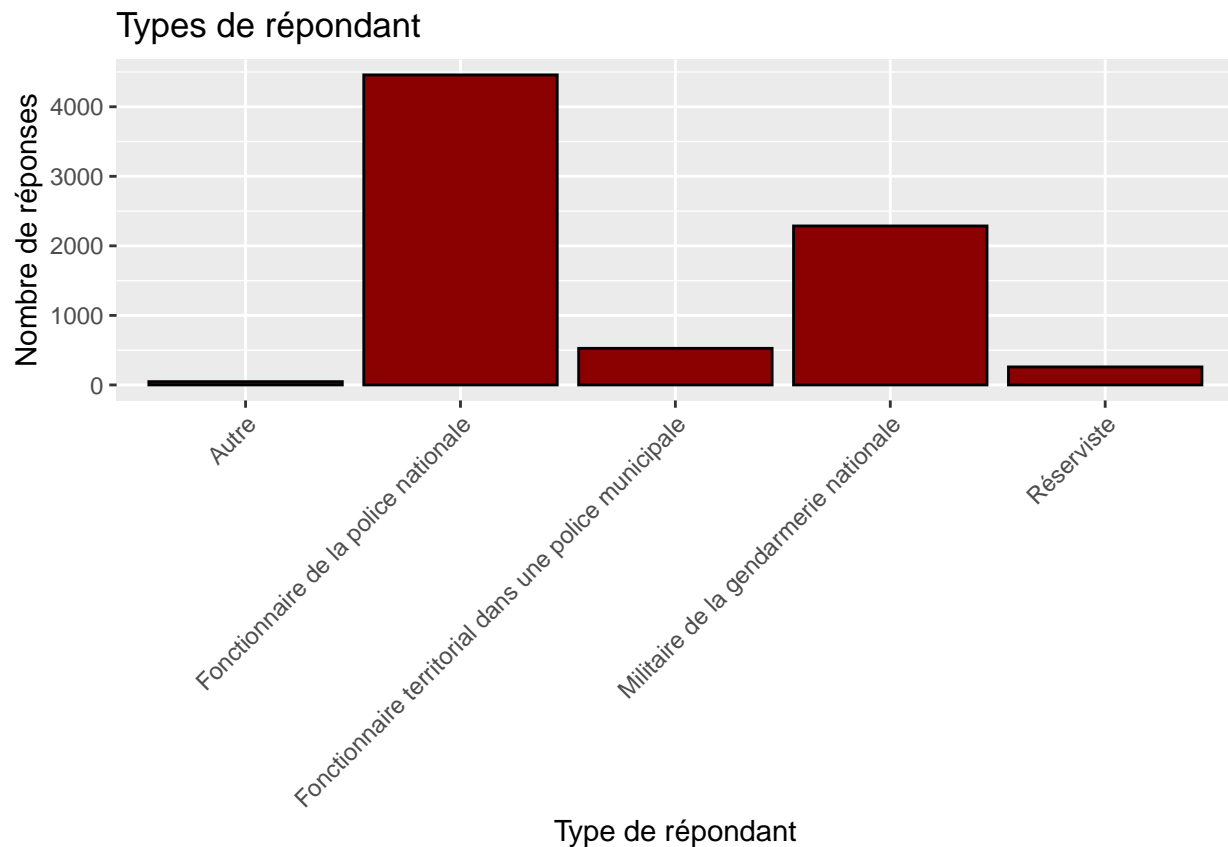
Description

Chaque entrée dans notre base de données (l'unité statistique) est un agent répondant. Décrivons maintenant un peu plus en détail les variables retenues.

Type de répondant

Le type de répondant est une variable catégorielle qui décrit le corps dans lequel se situe le répondant.

```
subset |> ggplot(aes(x = you)) +  
  geom_bar(fill = "darkred", color = "black") +  
  labs(x = "Type de répondant", y = "Nombre de réponses", title = "Types de répondant") +  
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1))
```

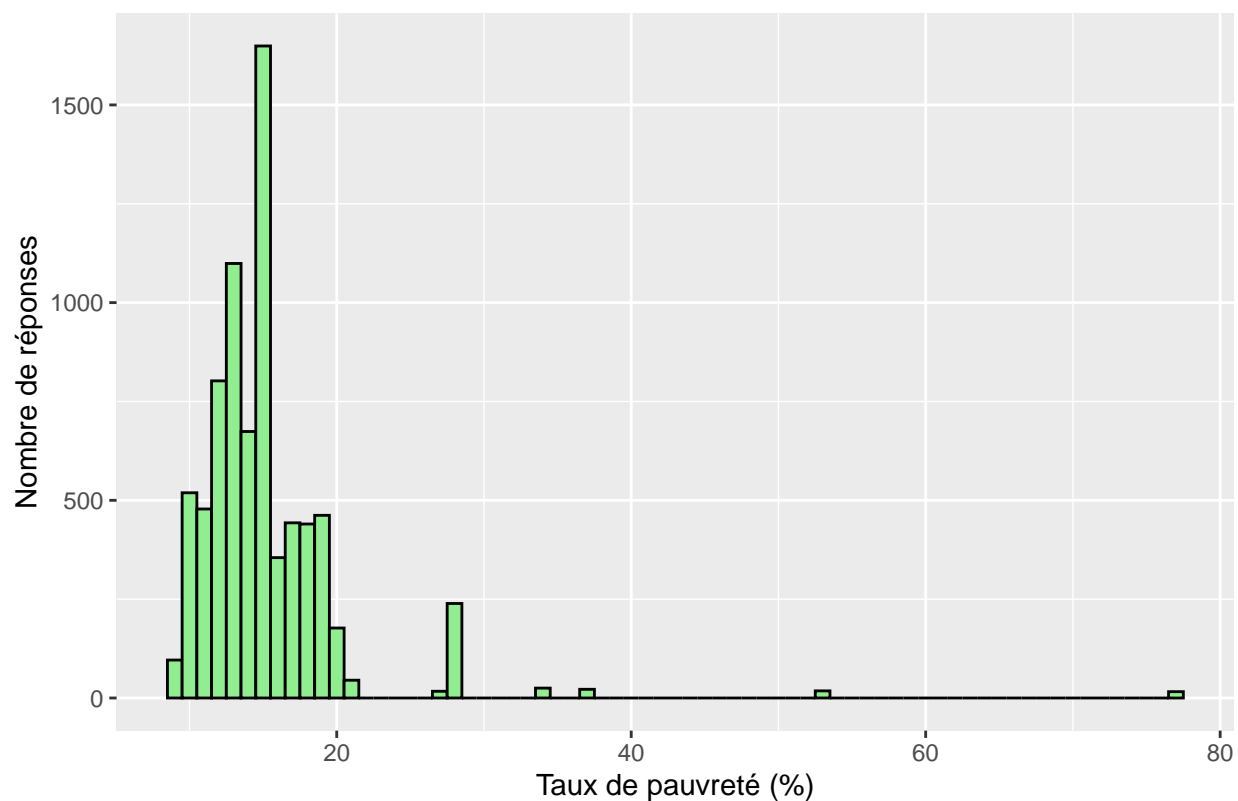


Taux de pauvreté

Le taux de pauvreté dans le département d'exercice est un nombre entre zéro et cent (en principe), à interpréter comme un pourcentage. On observe qu'il se situe, pour l'année concernée, entre 9.1 et 77.3.

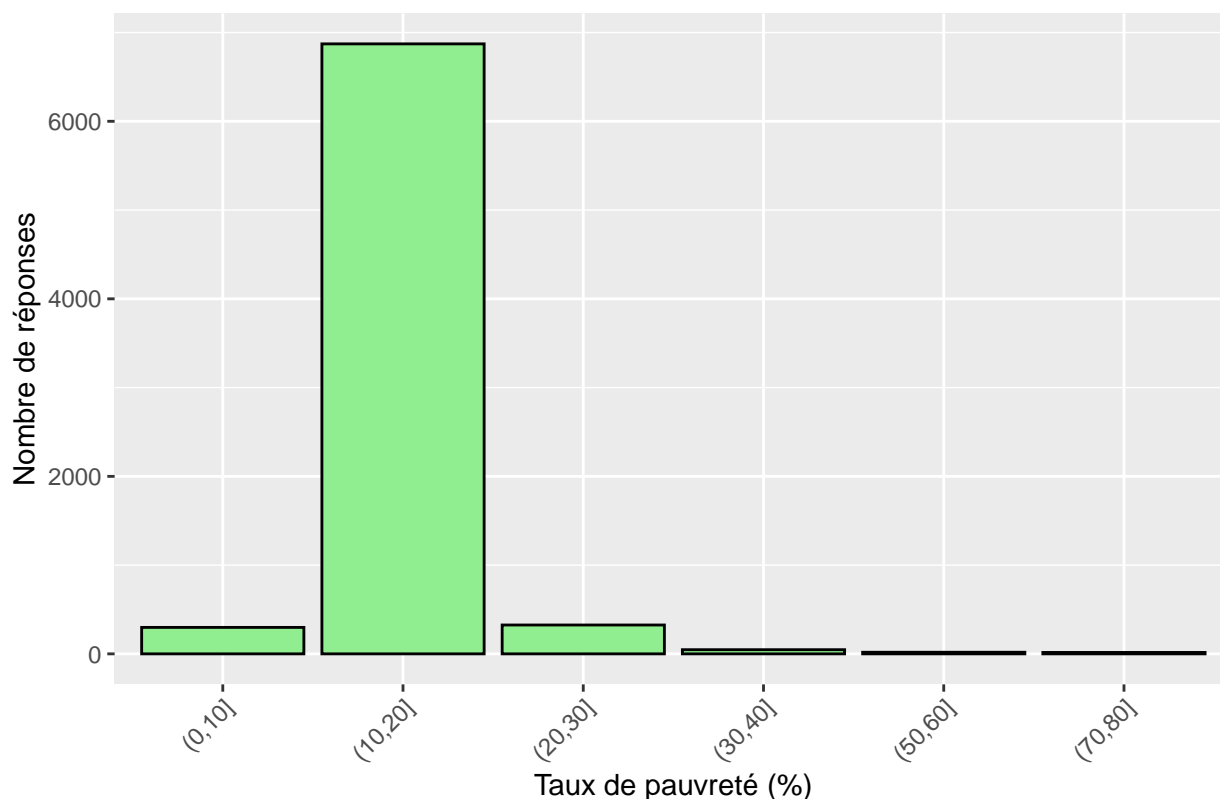
```
povs <- subset |> pull(TP6019)
subset |> ggplot(aes(x = povs)) +
  geom_histogram(binwidth = 1, fill = "lightgreen", color = "black") +
  labs(
    x = "Taux de pauvreté (%)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Taux de pauvreté dans le département d'exercice"
  )
```

Taux de pauvreté dans le département d'exercice



```
subset |> ggplot(aes(x = cut(povs, breaks = seq(0, 100, 10)))) +
  geom_bar(fill = "lightgreen", color = "black") +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1)) +
  labs(
    x = "Taux de pauvreté (%)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Taux de pauvretés dans le département d'exercice, par classe"
  )
```

Taux de pauvretés dans le département d'exercice, par classe



```
table(cut(povs, breaks = seq(0, 100, 10))) |> round(2)
```

```
##
##  (0,10]  (10,20]  (20,30]  (30,40]  (40,50]  (50,60]  (60,70]  (70,80]
##      298    6872     325     47      0      18      0      16
##  (80,90] (90,100]
##        0        0
```

On voit sur le plot quelques départements subissant un taux de pauvreté particulièrement important. La liste ci-dessous indique les dix départements avec les plus hauts taux de pauvreté.

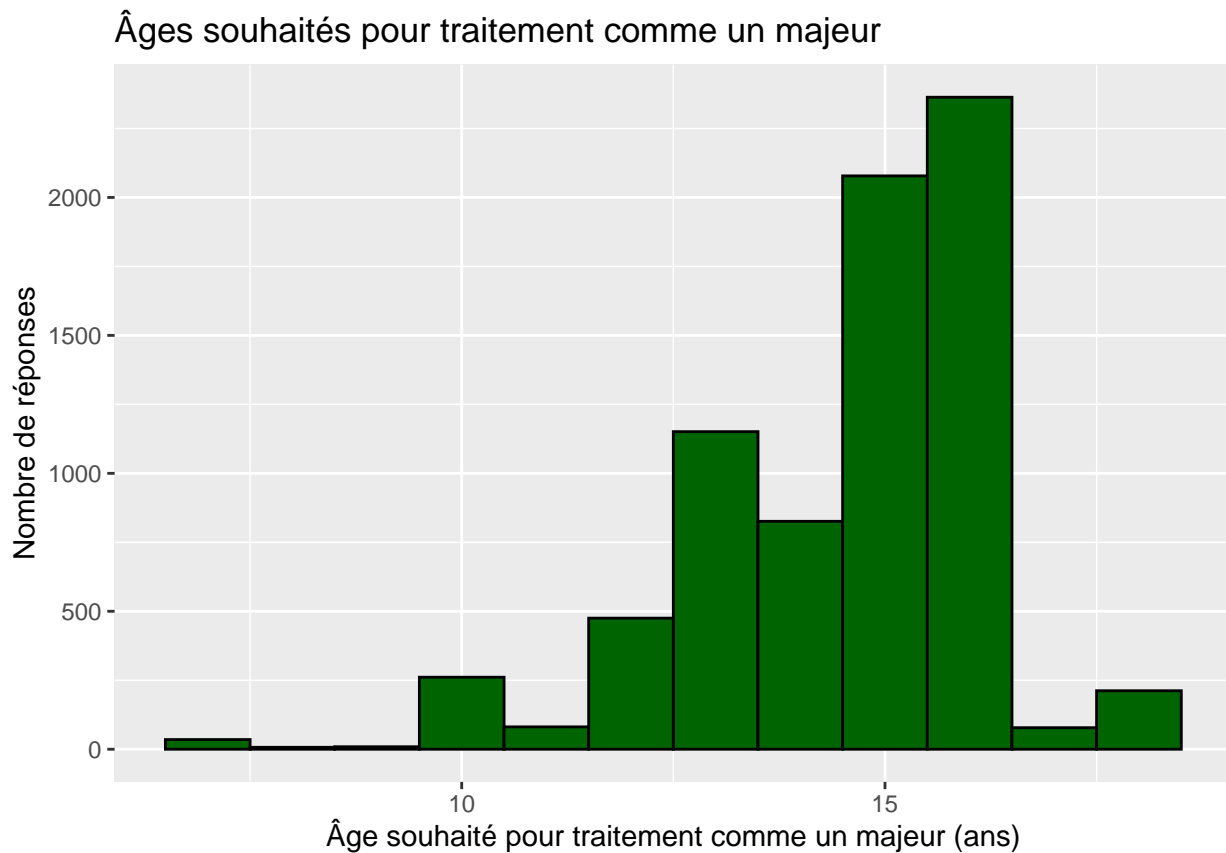
```
subset |>
  select("dept", "TP6019") |>
  unique() |>
  arrange(desc(TP6019)) |>
  head(10)
```

```
## # A tibble: 10 x 2
##   dept          TP6019
##   <chr>         <dbl>
## 1 976 - MAYOTTE    77.3
## 2 973 - GUYANE    52.9
## 3 974 - RÉUNION   37.2
## 4 971 - GUADELOUPE 34.5
## 5 93 - SEINE-SAINT-DENIS 27.9
## 6 972 - MARTINIQUE 27.4
## 7 66 - PYRÉNÉES-ORIENTALES 20.7
## 8 11 - AUDE       20.2
## 9 2B - HAUTE-CORSE 19.8
```


Âge souhaité pour traitement comme un majeur

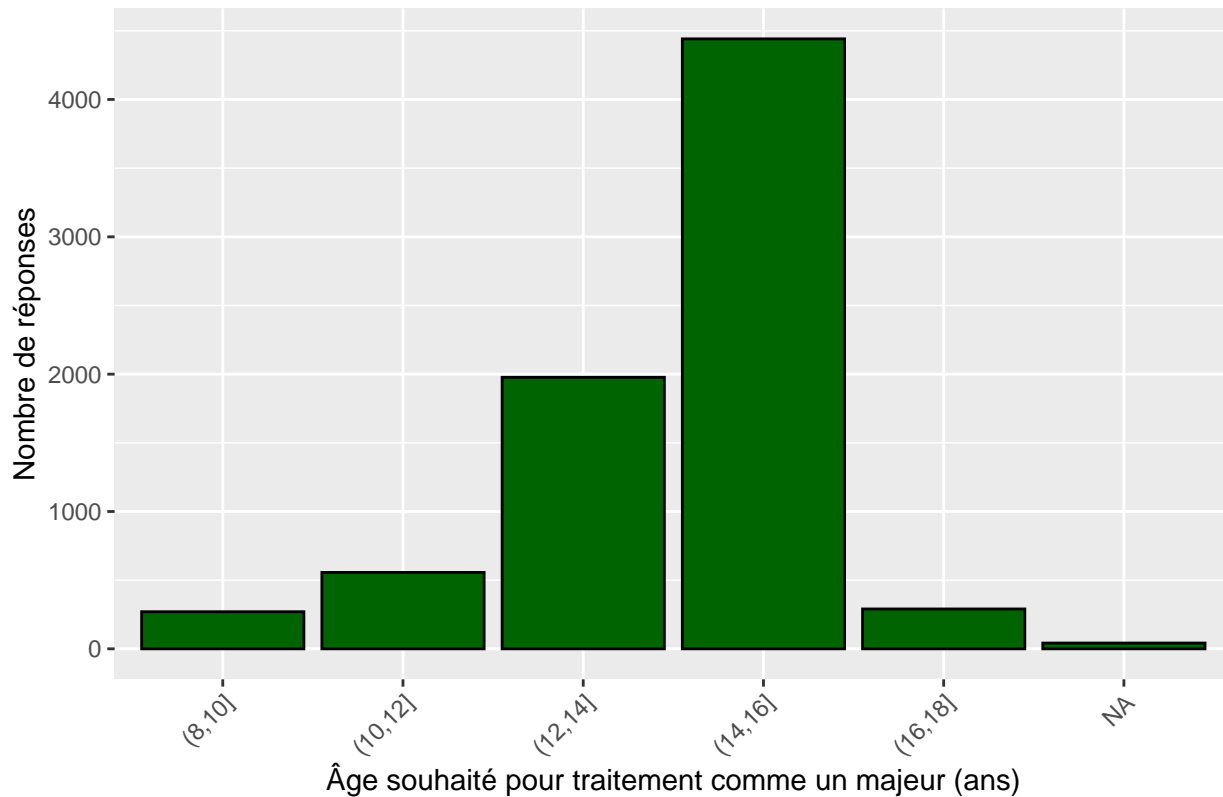
L'âge souhaité pour traitement comme un majeur est un nombre entier. On observe qu'il se situe, dans nos réponses, entre 7 et 18 ans.

```
ages <- subset |> pull(agemaj)
subset |> ggplot(aes(x = ages)) +
  geom_histogram(binwidth = 1, fill = "darkgreen", color = "black") +
  labs(
    x = "Âge souhaité pour traitement comme un majeur (ans)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Âges souhaités pour traitement comme un majeur"
  )
```



```
subset |> ggplot(aes(x = cut(ages, breaks = seq(8, 20, 2)))) +
  geom_bar(fill = "darkgreen", color = "black") +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1)) +
  labs(
    x = "Âge souhaité pour traitement comme un majeur (ans)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Âges souhaités pour traitement comme un majeur, par classe"
  )
```

Âges souhaités pour traitement comme un majeur, par classe



```
table(cut(ages, breaks = seq(8, 20, 2))) |> round(2)
```

```
##
##  (8,10] (10,12] (12,14] (14,16] (16,18] (18,20]
##      270      556     1977     4441      290       0
```

Moyenne de l'âge souhaité pour traitement comme un majeur

Supposons les observations concernant l'âge souhaité pour traitement comme un majeur comme des réalisations indépendantes et identiquement distribuées d'une variable aléatoire X de moyenne μ et d'écart-type σ . Nous pouvons approximer X par une loi normale, vu le nombre de nos observations.

Nous pouvons estimer ponctuellement μ simplement en calculant la moyenne empirique : $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, ici, 14.55 ans.

Pour obtenir un intervalle de confiance, utilisons la variance empirique corrigée, $S'^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, donc $Q = \frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$. Avec $\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \bar{X} - \mu \sim \mathcal{N}(0, 1)$, on obtient $\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{Q/(n-1)}} = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{S'} \sim t_{n-1}$, donc un intervalle de confiance pour μ à $1 - \alpha$ % (risque de première espèce (RPE) α) est donné par $\bar{X} \pm t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S'}{\sqrt{n}}$. (Bien sûr on aurait pu se passer de la variance empirique corrigée et utiliser une approximation normale plutôt qu'une loi de Student, vu la taille de notre échantillon la différence aurait été totalement négligeable, mais comme c'est l'ordinateur qui fait les calculs, nous avons adopté l'approche la plus précise.) On peut également l'obtenir directement via la fonction `t.test` de R.

```
n <- length(ages)
mu <- mean(ages)
s <- sd(ages)
conf_10 <- mu + c(-1, +1) * qt(1 - 0.1 / 2, n - 1) * s / sqrt(n)
```

```

conf_5 <- mu + c(-1, +1) * qt(1 - 0.05 / 2, n - 1) * s / sqrt(n)
conf_10_r <- t.test(ages, conf.level = 0.9)$conf.int
conf_5_r <- t.test(ages, conf.level = 0.95)$conf.int
stopifnot(abs(conf_10[1] - conf_10_r[1]) < 1e-10)
stopifnot(abs(conf_10[2] - conf_10_r[2]) < 1e-10)
stopifnot(abs(conf_5[1] - conf_5_r[1]) < 1e-10)
stopifnot(abs(conf_5[2] - conf_5_r[2]) < 1e-10)

```

Nous obtenons l'intervalle de RPE 10 % [14.52, 14.58] et l'intervalle de RPE 5 % [14.51, 14.59].

On peut affirmer avec une bonne confiance que l'âge moyen souhaité pour traitement comme un majeur ne s'écarte que très peu de 14 ans et demi.

Test de moyenne

Testons plus précisément si l'âge souhaité pour traitement comme un majeur est au moins de 15 ans. Définissons notre hypothèse nulle H_0 comme l'égalité de la moyenne de l'âge souhaité pour traitement comme un majeur à 15 ans. Le raisonnement étant ici une variante assez proche de ceux de la section précédente et de la section suivante, nous appliquons simplement le test implémenté par R et sautons les détails.

```

t.test(ages, mu = 15, alternative = "less")

##
## One Sample t-test
##
## data:  ages
## t = -22.252, df = 7575, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean is less than 15
## 95 percent confidence interval:
##      -Inf 14.58317
## sample estimates:
## mean of x
##  14.54989

```

Nous rejetons donc l'hypothèse nulle à un risque de première espèce de 5 % (et a fortiori, de 10 %) : l'âge souhaité pour traitement comme un majeur est statistiquement significativement inférieur à 15 ans. Ceci pouvait également être conclu de l'intervalle obtenu à la section précédente, qui n'atteignait pas 15 ans. La confiance dans ce rejet est très forte, comme l'indique la p-value rapportée par le test ci-dessus : l'hypothèse reste rejetée à un RPE extrêmement proche de zéro.

Comparaison de sous-groupes

Les nombres de réponses par types de répondants diffèrent beaucoup (cf. plot en section [Type de répondant](#)). Considérons les deux types de répondants avec le plus de réponses.

```

highest_answers_type <- subset |>
  select("you") |>
  group_by(you) |>
  count() |>
  ungroup() |>
  slice_max(n, n = 2) |>
  pull(you)
highest_answers_type

```

```
## [1] "Fonctionnaire de la police nationale"
```

```
## [2] "Militaire de la gendarmerie nationale"

indicators_by_type <- subset |>
  filter(you %in% highest_answers_type) |>
  select(you, agemaj) |>
  group_by(you) |>
  summarise(mu = mean(agemaj), "s'" = sd(agemaj), n = n())
indicators_by_type
```

```
## # A tibble: 2 x 4
##   you                                mu `s`'`      n
##   <chr>                        <dbl> <dbl> <int>
## 1 Fonctionnaire de la police nationale  14.4  1.83  4458
## 2 Militaire de la gendarmerie nationale  14.7  1.63  2286
```

Soit $X^{(1)}$ la variable aléatoire représentant l'âge souhaité pour traitement comme un majeur pour le premier type de répondant et $X^{(2)}$ pour le second type de répondant. Définissons μ_j et σ_j les moyennes et écart-types de $X^{(j)}$ respectivement ($j \in \{1, 2\}$). Notons $X_i^{(j)}$ les observations correspondantes ($j \in \{1, 2\}$, $i \in \{1, \dots, n_j\}$). On suppose les $X_i^{(j)}$ indépendantes et identiquement distribuées selon $X^{(j)}$.

Avec l'approximation normale (largement valable vu le nombre de réponses), on a $X^{(j)} \approx \mathcal{N}(\mu_j, \sigma_j^2)$ donc $\overline{X^{(j)}} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} X_i^{(j)} \approx \mathcal{N}(\mu_j, \frac{\sigma_j^2}{n_j})$ et $\overline{X^{(1)}} - \overline{X^{(2)}} \approx \mathcal{N}(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2})$.

Définissons notre hypothèse nulle H_0 (que nous tentons de réfuter) comme l'égalité des moyennes : $\mu_1 = \mu_2$. Sous H_0 , $\frac{\overline{X^{(1)}} - \overline{X^{(2)}}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \approx \mathcal{N}(0, 1)$. Avec le Théorème de Slutsky et de continuité, en notant $S'^{(j)2}$ la variance

empirique corrigée des observations $X_i^{(j)}$ et en définissant $Z = \frac{\overline{X^{(1)}} - \overline{X^{(2)}}}{\sqrt{\frac{S'^{(1)2}}{n_1} + \frac{S'^{(2)2}}{n_2}}}$, on obtient $Z \approx \mathcal{N}(0, 1)$.

Notons W la région critique et \overline{W} son complémentaire.

- Avec un risque de première espèce à 5 %, on a $P(Z \in W) = 0.05$ pour $\overline{W} \approx [-1.96, 1.96]$.
- Avec un risque de première espèce à 10 %, on a $P(Z \in W) = 0.1$ pour $\overline{W} \approx [-1.64, 1.64]$.

```
z <- (indicators_by_type$mu[1] - indicators_by_type$mu[2]) / +
  sqrt(
    indicators_by_type[["s'"]][1]^2 / indicators_by_type$n[1] +
    indicators_by_type[["s'"]][2]^2 / indicators_by_type$n[2]
  )
```

Nous observons $z = -6.47 \in W$ et rejettons donc allègrement H_0 : les deux moyennes semblent différentes (à un degré de confiance très élevé, p-value de 9.5e-11).

Voyons ce qu'en pense le test de Welsh de R.

```
series1 <- subset |>
  filter(you == highest_answers_type[1]) |>
  pull(agemaj)
series2 <- subset |>
  filter(you == highest_answers_type[2]) |>
  pull(agemaj)
t.test(x = series1, y = series2, var.equal = FALSE)
```

```
##
## Welch Two Sample t-test
##
## data: series1 and series2
## t = -6.4746, df = 5112.4, p-value = 1.04e-10
```

```
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.3691140 -0.1975384
## sample estimates:
## mean of x mean of y
## 14.44415 14.72747
```

Ceci confirme nos résultats (bien que le test de Welch n'utilise pas la même distribution approchée que notre approximation par gaussienne comme vu en cours, la différence est extrêmement faible, vu le nombre de nos observations, d'où le fait que la p-value obtenue par R soit du même ordre que la nôtre).

Notons que nous n'avons pas testé l'égalité des variances, nous avons simplement évité de supposer leur égalité, ce qui est plus robuste, ne requiert pas un tel test ([controversé](#) dans la littérature), et ne change pas le résultat étant donné que la puissance de notre test est déjà très largement suffisante pour rejeter l'hypothèse nulle.

Nous concluons que les répondants de la police nationale et ceux de la gendarmerie nationale ne semblent pas avoir le même âge souhaité pour traitement comme un majeur. La différence est statistiquement très significative, mais il faut noter que la signification pratique de cette différence est très faible, vu la très faible différence observée (en fait elle est statistiquement significative uniquement grâce à notre très grand nombre d'observations).

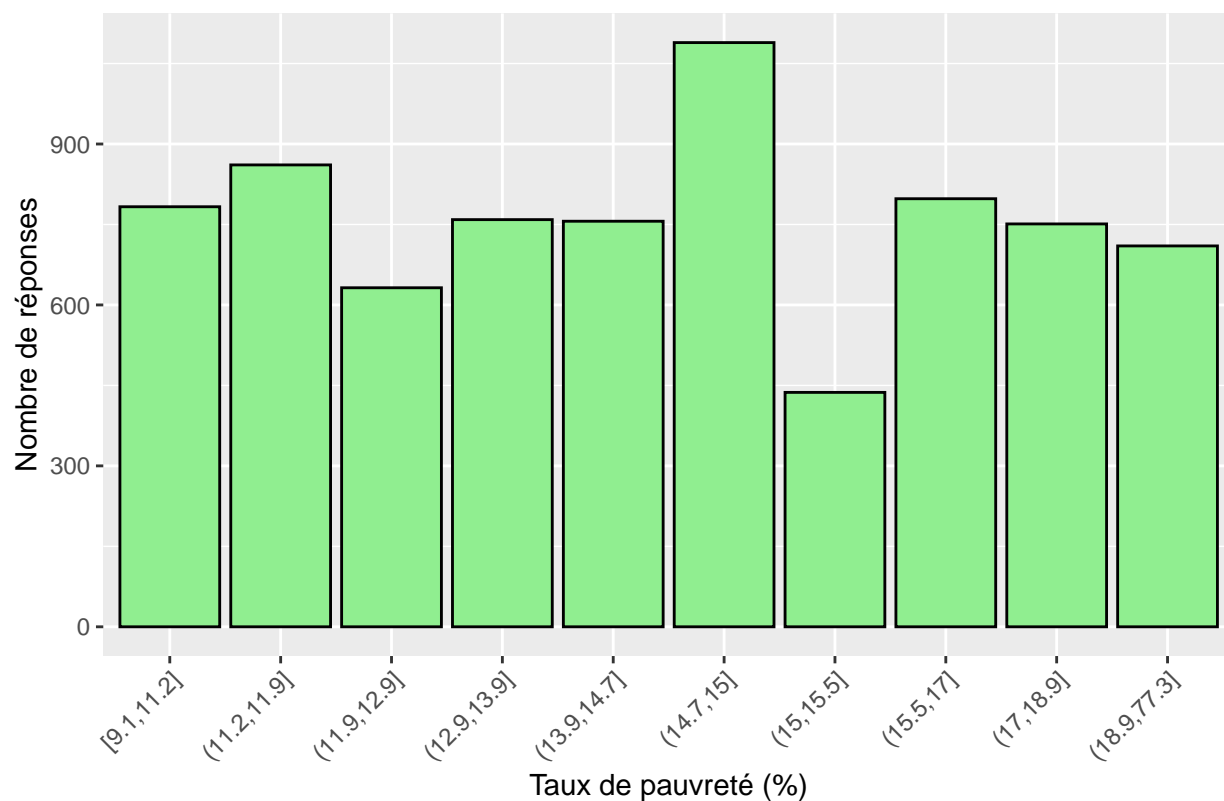
Lien entre le taux de pauvreté et l'âge souhaité

Voyons si le taux de pauvreté dans le département est indépendant de l'âge souhaité pour traitement comme un majeur.

Coupons d'abord les deux séries d'observations en classes d'effectifs proches.

```
povs_bins <- cut_number(povs, n = 10)
subset |> ggplot(aes(x = povs_bins)) +
  geom_bar(fill = "lightgreen", color = "black") +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1)) +
  labs(
    x = "Taux de pauvreté (%)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Taux de pauvretés dans le dptm d'exercice, par classes d'effectifs proches"
  )
```

Taux de pauvretés dans le dptm d'exercice, par classes d'effectifs proches



```
ages <- subset |> pull(agemaj)
ages_bins <- cut_number(ages, n = 4)
subset |> ggplot(aes(x = ages_bins)) +
  geom_bar(fill = "darkgreen", color = "black") +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1)) +
  labs(
    x = "Âge souhaité pour traitement comme un majeur (ans)", y = "Nombre de réponses",
    title = "Âges pour traitement comme un majeur, par classes d'effectifs proches"
  )
```

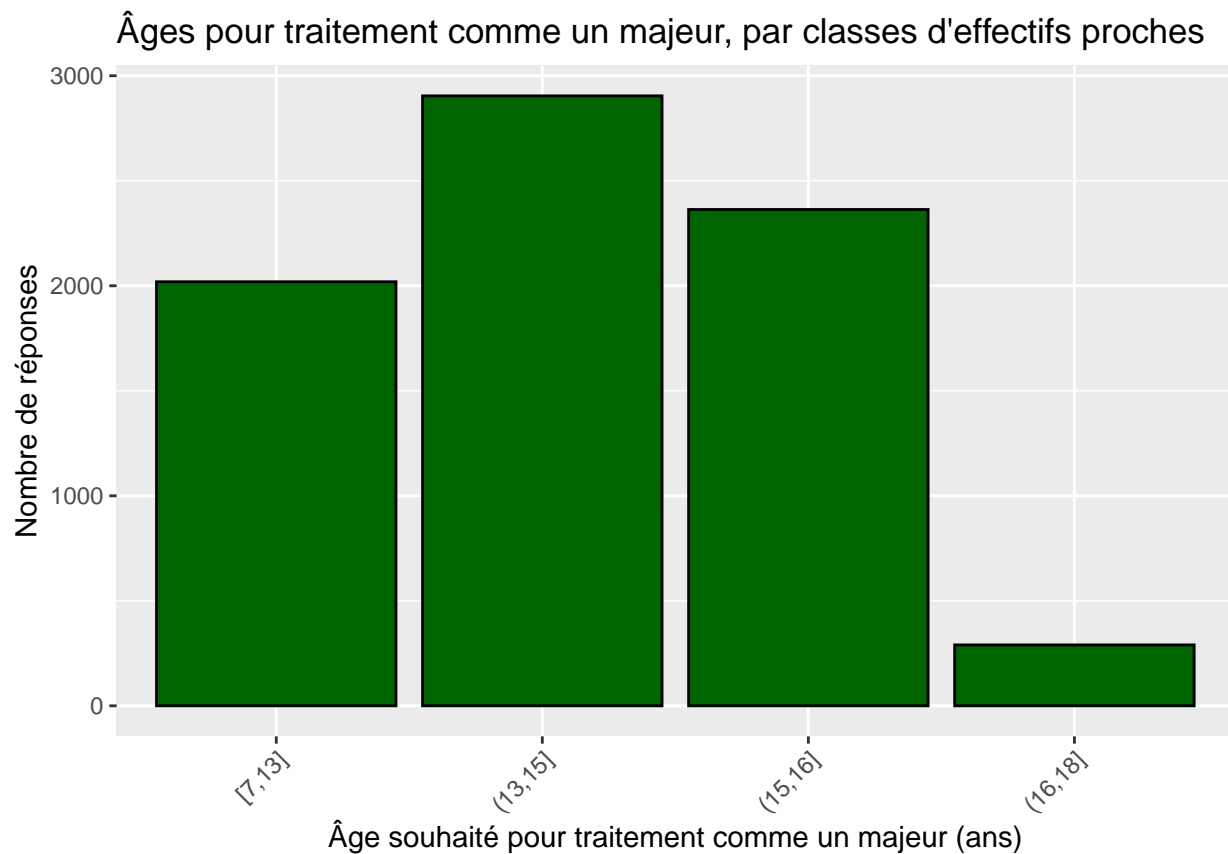


Tableau de contingence empirique.

```
table(povs_bins, ages_bins) |> addmargins()
```

```
##          ages_bins
## povs_bins [7,13] (13,15] (15,16] (16,18] Sum
## [9.1,11.2] 171    316    259     37  783
## (11.2,11.9] 205    324    288     44  861
## (11.9,12.9] 154    238    221     19  632
## (12.9,13.9] 214    277    243     25  759
## (13.9,14.7] 214    286    228     28  756
## (14.7,15]   348    383    305     53 1089
## (15,15.5]   105    178    143     11  437
## (15.5,17]   215    315    244     24  798
## (17,18.9]   201    299    230     21  751
## (18.9,77.3] 192    288    202     28  710
## Sum        2019   2904   2363    290 7576
```

Tableau de contingence empirique normalisé par ligne (profils-lignes).

```
table(povs_bins, ages_bins) |>
  prop.table(margin = 1) |>
  addmargins() |>
  round(2)
```

```
##          ages_bins
## povs_bins [7,13] (13,15] (15,16] (16,18] Sum
## [9.1,11.2] 0.22   0.40   0.33   0.05  1.00
## (11.2,11.9] 0.24   0.38   0.33   0.05  1.00
```

```
## (11.9,12.9] 0.24 0.38 0.35 0.03 1.00
## (12.9,13.9] 0.28 0.36 0.32 0.03 1.00
## (13.9,14.7] 0.28 0.38 0.30 0.04 1.00
## (14.7,15] 0.32 0.35 0.28 0.05 1.00
## (15,15.5] 0.24 0.41 0.33 0.03 1.00
## (15.5,17] 0.27 0.39 0.31 0.03 1.00
## (17,18.9] 0.27 0.40 0.31 0.03 1.00
## (18.9,77.3] 0.27 0.41 0.28 0.04 1.00
## Sum 2.63 3.86 3.14 0.37 10.00
```

Tableau de contingence théorique sous l'hypothèse d'indépendance.

```
ct <- chisq.test(table(povs_bins, ages_bins))
ct$expected |> round(2)
```

```
##          ages_bins
## povs_bins [7,13] (13,15] (15,16] (16,18]
## [9.1,11.2] 208.67 300.14 244.22 29.97
## (11.2,11.9] 229.46 330.03 268.55 32.96
## (11.9,12.9] 168.43 242.26 197.12 24.19
## (12.9,13.9] 202.27 290.94 236.74 29.05
## (13.9,14.7] 201.47 289.79 235.80 28.94
## (14.7,15] 290.22 417.43 339.67 41.69
## (15,15.5] 116.46 167.51 136.30 16.73
## (15.5,17] 212.67 305.89 248.90 30.55
## (17,18.9] 200.14 287.87 234.24 28.75
## (18.9,77.3] 189.21 272.15 221.45 27.18
```

La probabilité qu'une χ^2 à 27 degrés de liberté soit aussi extrême que celle observée est la suivante.

```
stopifnot(ct$p.value - (1 - pchisq(unname(ct$statistic), ct$parameter)) < 1e-10)
ct$p.value |> format(digits = 2)
```

```
## [1] "4e-04"
```

On peut donc très confortablement rejeter l'hypothèse d'indépendance entre le taux de pauvreté et l'âge souhaité pour traitement comme un majeur. Ceci implique également, a fortiori, le rejet de l'hypothèse aux seuils de 10 % et 5 %.

Pour aller plus loin, il serait raisonnable d'évaluer un modèle de régression pour tester notre intuition a priori que l'âge souhaité pour traitement comme un majeur diminue lorsque le département d'exercice a un taux de pauvreté plus élevé (pour satisfaire la curiosité du lecteur nous indiquons qu'une telle régression, que nous avons tentée avec R, semble confirmer notre intuition, toutefois avec un coefficient de corrélation faible, mais ceci sort du cadre de ce document).