

On cherche les racines réelles du polynôme  $P(x) = x^3 - 6x - 9$ .

1. Donner en fonction du paramètre  $x$  réel, le nombre de solutions réelles de l'équation  $x = y + \frac{2}{y}$  d'inconnue  $y \in \mathbb{R}^*$ .
2. Soit  $x \in \mathbb{R}$  vérifiant  $|x| \geq 2\sqrt{2}$ . Montrer en posant le changement de variable  $x = y + \frac{2}{y}$  que :

$$P(x) = 0 \iff y^6 - 9y^3 + 8 = 0$$

3. Résoudre l'équation  $z^2 - 9z + 8 = 0$  d'inconnue  $z \in \mathbb{R}$ .
4. En déduire une racine du polynôme  $P$ .
5. Donner toutes les racines réelles du polynôme  $P$ .