

Soit  $\mathbb{U}$  l'ensemble des complexes de module 1.

1. Calculer

$$\inf \left\{ \left| \frac{1}{z} + z \right|, z \in \mathbb{U} \right\}$$

2. Pour tout  $z \in \mathbb{C}^*$  on note  $\alpha(z) = \frac{1}{z} + z$ .

(a) Calculer le module de  $\alpha(z)$  en fonction de celui de  $z$ .

(b) Montrer que pour tout  $x > 0$  on a :  $\frac{1}{x} + x \geq 2$ .

(c) En déduire

$$\inf \{ |\alpha(z)|, z \in \mathbb{C}^* \}$$