On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $\forall n \geq 1, u_{n+1} = \dfrac{3}{4}u_n^2 - 2u_n + 3$.

1. Étudier la fonction f associée.
2. Étudier le signe de $g : x \mapsto f(x) - x$.
3. Calculer les limites éventuelles de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
4. On suppose que $u_0 > 2$.
   (a) Montrer que la suite est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N} : u_n > 2$.
   (b) Étudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   (c) Étudier le comportement à l'infini de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
5. On suppose que $u_0 \in \left]\dfrac{2}{3}, 2\right[$.
   (a) Montrer que la suite est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N} : u_n \in \left]\dfrac{2}{3}, 2\right[$.
   (b) Étudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   (c) Étudier le comportement à l'infini de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.