1. Déterminer $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tels que $\forall k \in \mathbb{N}^\star$, $\dfrac{1}{(k+1)(k+2)} = \dfrac{a}{k+1} + \dfrac{b}{k+2}$. En déduire : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$.

2. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $\forall k \in \mathbb{N}^\star$, $\dfrac{k-1}{k(k+1)(k+3)} = \dfrac{a}{k} + \dfrac{b}{k+1} + \dfrac{c}{k+3}$.

   En déduire la valeur de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k-1}{k(k+1)(k+3)}$.

3. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $\forall k \in \mathbb{N}^\star$, $\dfrac{1}{k(k+1)(k+2)} = \dfrac{a}{k} + \dfrac{b}{k+1} + \dfrac{c}{k+2}$.

   En déduire la valeur de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$.

   Retrouver ce résultat par récurrence : montrer que $\forall n \geq 1$: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$.