

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= \sin(u_n) \end{cases}$$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 < u_n < \frac{\pi}{2}$.
2. On note $f(x) = \sin(x) - x$. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f(x) < 0$.
3. En déduire le sens de variation de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
4. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\ell \in \mathbb{R}$
5. Montrer que $f(x) = 0 \iff x = 0$.
6. Déterminer la valeur de ℓ .

Info

1. Ecrire une fonction qui prend en paramètre $n \in \mathbb{N}$ et qui retourne la valeur de u_n .
(Pour ceux qui n'ont pas encore vu les fonctions, vous pouvez écrire un script qui demande à l'utilisateur la valeur de n souhaité et qui retourne la valeur de u_n sans les fonctions, mais bon c'est pas si différent...)
2. Ecrire une fonction qui prend en paramètre $e \in \mathbb{R}^+$ et qui retourne la valeur du premier terme $n_0 \in \mathbb{N}$ telle que $|u_{n_0} - \ell| \leq e$ et la valeur de u_{n_0} . (même remarque)