Soit $1 > \epsilon > 0$ et $u \in \mathbb{C}$ tel que $|u| \leq 1 - \epsilon$. Soit $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $z_0 = i + u$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$z_{n+1} = z_n^2 - 2iz_n - 1 + i$$

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|z_n - i| \leq (1 - \epsilon)^{2^n}$. En déduire la limite de $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$.