

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x - \lfloor x \rfloor}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que f est périodique de période 1.
3. Donner une expression simplifiée de f sur les intervalles de la forme $]k, k + 1[$, $k \in \mathbb{N}$.
4. Soit $x \in \mathbb{R}$. Montrer que x est rationnel si et seulement si $f(x)$ est rationnel.