

Une urne A contient 1 boule rouge et 2 noires. Une urne B contient 3 rouges et 1 noire. Au départ, on choisit une urne, la probabilité de choisir l'urne A est  $p \in ]0, 1[$ . Puis on choisit une boule dans cette urne. Si, à un tirage quelconque, on a tiré une boule rouge, le tirage suivant se fait dans A, sinon, on choisit une boule de B. Les tirages se font avec remise. On note  $p_n$  la probabilité de choisir une boule rouge au tirage de numéro  $n$ . Calculer  $p_1$ , puis exprimer  $p_{n+1}$  en fonction de  $p_n$ . En déduire  $p_n$  en fonction de  $n$  puis la limite de la suite  $(p_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .