

On cherche à résoudre l'équation (E) suivante, d'inconnue réelle x :

$$\lfloor \sqrt{x} \rfloor = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$$

1. Donner le domaine de définition de l'équation (E) .
2. Ecrire un programme python qui demande à l'utilisateur un flottant x et qui renvoie True si le réel est solution de l'équation (E) et False sinon.
3. Montrer que toute solution x de (E) est solution du système (S) suivant :

$$\begin{cases} \sqrt{x} < \frac{x}{2} + 1 \\ \frac{x}{2} - 1 < \sqrt{x} \end{cases}$$

4. Résoudre le système (S) .
5. Soit $\alpha = 2(2 + \sqrt{3})$ Calculer la partie entière de α .
6. Pour tout $k \in \llbracket 0, 7 \rrbracket$ déterminer si les réels de l'intervalle $[k, k + 1[$ sont solutions de (E) .
7. Conclure.