On admet que l'ensemble des fonctions réelles $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ est un espace vectoriel. Dire si les ensembles suivants sont des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{F}(\mathbb{R})$: (Si oui, le prouver, si non expliquer pourquoi) — L'ensemble des fonctions qui valent 0 en 0 : $E_1 = \{ f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) \mid f(0) = 0 \}$

— L'ensemble des fonctions qui valent 1 en 0 : $E_2 = \{ f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) \mid f(0) = 1 \}$

— L'ensemble des fonctions qui vallent 0 en 1 : $E_3 = \{ f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) \mid f(1) = 0 \}$

— L'ensemble des fonctions $E_4 = \{ f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}) \mid (f(0))^2 + 2f(0) = 0 \}$