Soit $n \in \mathbb{N}^\star$ et $S = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.

1. On pose, pour tout x dans $\mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k$. Calculer $f(x)$.

2. En déduire, pour tout x dans $\mathbb{R}$, la valeur de $g(x) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} x^{k-1}$, puis en déduire S.