

Calculer les sommes suivantes :

$$1. \quad S_1 = \sum_{j=0}^n j \binom{n}{j}$$

$$2. \quad T = \sum_{k=1}^n k(k-1) \binom{n}{k}, \text{ puis } S_2 = \sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} \text{ (on pourra \acute{e}crire que } k^2 = k(k-1) + k \text{).}$$

$$3. \quad S_3 = \sum_{i=0}^n \frac{1}{i+1} \binom{n}{i}.$$