

On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par

$$v_0 > u_0 > 0, \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n + v_n}, \text{ et } v_{n+1} = \frac{v_n^2}{u_n + v_n}.$$

1. Montrer que les deux suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont bien définies et qu'elles sont strictement positives.
2. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ convergent.
3. Calculer leur limite respective.