

(Paramètres) Pour tout $m \in \mathbb{R}^*$, on désigne par f_m la fonction définie par $f_m(x) = e^{mx \ln(1+x)}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition commun \mathcal{D} de toutes les fonctions f_m .
2. Discuter selon m les limites de f_m aux bornes de cet ensemble.
3. Montrer que f_m est dérivable sur \mathcal{D} pour tout $m \in \mathbb{R}^*$. Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}^*$, il existe une fonction g_m telle que : $f'_m = m g_m f_m$.
4. Montrer que g_m est une fonction strictement croissante sur \mathcal{D} .
5. Dédire des questions précédentes les variations de f_m suivant m .
6. Tracer dans un même repère \mathcal{C}_{-1} , $\mathcal{C}_{-\frac{1}{2}}$ et \mathcal{C}_1 .