

Une urne contient  $b$  boules blanches et  $r$  boules rouges. On pose  $N = b + r$ . On tire au hasard et successivement une boule de l'urne : si la boule est rouge, on la remplace par une boule blanche dans l'urne, sinon on ne la remplace pas.

Soit  $R_i$  l'événement : « on tire une boule rouge au  $i$ -ème tirage » et  $A_i$  l'événement : « on tire, pour la première fois, une boule blanche au  $i$ -ème tirage ».

1. Exprimer  $A_n$  à l'aide des  $R_k$ . Calculer  $P(A_n)$ .
2. Soit  $C_m$  l'événement : « quand on tire pour la première fois une boule blanche, il reste  $m$  boules rouges dans l'urne ».

(a) Calculer  $P(C_0)$  puis montrer que :  $\forall m \in \mathbb{N}^*, P(C_m) = \frac{r!}{N^r} \left( \frac{N^m}{m!} - \frac{N^{m-1}}{(m-1)!} \right)$ .

(b) Vérifier que :  $\sum_{m=0}^r P(C_m) = 1$ . Qu'en conclure pour  $\bigcup_{m=0}^r C_m$  ?