

Soit $A_n[X]$ le sous ensemble de $\mathbb{R}_n[X]$ dont tous les coefficients sont dans $\{0, 1\}$.

1. Combien y-a-t-il d'éléments dans $A_n[X]$?
2. Combien y-a-t-il d'éléments dans $A_n[X]$ de degré n ? On muni $A_n[X]$ de la probabilité uniforme.
3. On choisit un polynôme P aléatoirement dans $A_n[X]$, quelle est la probabilité que P soit de degré n ?
4. On choisit un polynôme P aléatoirement dans $A_n[X]$, quelle est la probabilité que P admette 0 comme racine ?
5. Quelle est la probabilité que P admette 0 comme racine simple (mais pas double) ?
6. Quelle est la probabilité que P admette 0 comme racine double sachant que 0 est racine ?
7. On modélise un polynôme $\sum_{k=0}^n a_k X^k$ de degré n par une liste Python de longueur $n + 1$, dont les éléments sont donnés par a_0, \dots, a_n dans cette ordre.
 - (a) Donner la liste correspondant au polynôme $P = X^3 + X + 1$
 - (b) Ecrire une fonction `polynôme` qui prend en argument le degré n et qui retourne une liste correspondant à un polynôme de $A_n[X]$ dont les coefficients sont pris aléatoirement dans $\{0, 1\}$.
 - (c) Créer une fonction `degre` qui prend en argument une liste (représentant un polynôme) et qui retourne son degré.
 - (d) Créer une fonction `racine` qui prend en argument une liste (représentant un polynôme) et qui vérifie si 0 est racine ou ne l'est pas.