

Soit n un entier naturel non nul. On définit les sommes suivantes : $S_n = \sum_{k=0}^n \binom{2n}{2k}$ et $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{2k+1}$.

1. Montrer que $S_n + T_n = 2^{2n}$ et $S_n - T_n = 0$.
2. En déduire une expression de S_n et de T_n en fonction de n .